

KÍSÉRLETI ÉS NUMERIKUS FESZÜLTSEGANALÍZIS

**FEJEZETEK A NEMLINEÁRIS KÁROSODÁS - ÉS
TÖRÉSMECHANIKÁBÓL**

KRÁLLICS GYÖRGY - LOVAS JENŐ - TATÁR LEVENTE,

Budapesti Műszaki Egyetem

Készült: a TEMPUS S_JEP_11271 projekt támogatásával

Budapest
- 1997 -

Kiadja a Miskolci Egyetem

A kiadásért felelős: *Dr. Tóth László*

Műszaki szerkesztő: *Dr. Tóth László*

Példányszám: 40

Készült Colitó fóliáról az MSZ 5601-59 és 5602-55 szabványok szerint

Miskolci Egyetem Sokszorosító Üzeme

A sokszorosításért felelős: *Kovács Tiborné*

TB. - '99- 4 - ME

A levonat sokszorosításba leadva: 1999. január 15.

FEJEZETEK A NEMLÍNEÁRIS KÁROSODÁS - ÉS TÖRÉSMECHANIKÁBÓL

KRÁLLICS GYÖRGY egyetemi docens, Budapesti Műszaki Egyetem

LOVAS JENŐ egyetemi adjunktus, Budapesti Műszaki Egyetem

TATÁR LEVENTE, doktorandusz, Budapesti Műszaki Egyetem

Készült: a TEMPUS S_JEP_11271 projekt támogatásával

Budapest
1997

ELŐSZÓ

Minden történelmi korszak fejlődésének megvan a maga hajtóereje. Míg a XIX. században a tudomány előrehaladását egyértelműen a vasúti közlekedés robbanásszerű elterjedése hatotta át (évente átlagosan 10.000 km hosszágban építettek új vasútvonalakat), addig jelen korunkban a mikroelektronika adta lehetőségek szőtték át a mindennapjainkat, így a műszaki életünket is, szolgáltatva annak fejlődéséhez szükséges hajtóerőt. E két periódus fejlődésének sajátosságai természetesen megmutatkoztak a társadalmi struktúra formálódásában is. Az elmúlt században kialakult a nagyüzemi munkásság, megvalósult a tőke koncentrációja és létrejött a reál - dominánsan a műszaki - tudomány művelőinek népes tábora. Ez utóbbiak kivívták maguknak a széles társadalmi elismertséget, hisz tevékenységük közvetlenül hozzájárult a társadalom látható fejlődéséhez. Napjaink sajátossága az *információs társadalom* kialakulása, amelyben a mikroelektronikai elemek fejlődése átszövi a mindennapi életünk, tevékenységünk lehetőségeit. A műszaki életben ez többek között a számítástechnika robbanásszerű elterjedését, a diagnosztikai vizsgálatok eszközparkjának átalakulását, az anyagok viselkedésének, tulajdonságainak mélyebb megismerését szolgáló anyagvizsgálati módszerek, eszközök létrejöttét eredményezték. A fejlődés ütemét jól tükrözi az, hogy mindez az utóbbi 20 évben következett be (pl. a számítógépek mikroprocesszorainak műveleti sebessége 1978-1998 periódusban 3 nagyságrendet változott!).

A nagy értékű műszaki létesítményeket, szerkezeteket (hidakat, erőműveket, gáz-olajfeldolgozó rendszereket, vegyipari üzemeket, tranzit energiaszállító vezetékeket, repülőgépeket, hajókat, stb.) 15-50 éves üzemeltetésre tervezik az adott periódusban érvényben levő szabványok, műszaki irányelvek figyelembevételével. Ezekben pedig az azt megelőző néhány év ismeretszintje, technológiai színvonala testesedik meg. A mikroelektronika által diktált fejlődési ütem lehetővé teszi azt, hogy a nagy értékű szerkezetek, létesítmények üzemeltethetőségi feltételeit, maradék élettartamát egyre nagyobb megbízhatósággal becsüljük, azaz integritását egyre kisebb kockázattal ítéljük meg.

Az előzőkből adódóan kialakult egy új, diszciplína, a *“szerkezetek integritása”*, vagy *“szerkezetintegritás”* fogalma és létrejött intézményrendszere szerte a világon. A döntően mérnöki ismereteket integráló tudományterület feladata annak eldöntése, hogy

egy adott szerkezet, létesítmény milyen feltételek mellett üzemeltethető a továbbiakban, ill. mennyi a maradék élettartama és ez milyen módon menedzselhető. Ahhoz a szerkezet állapotát a lehető legnagyobb biztonsággal felmérhessük - ebből adódóan a további üzemeltethetőség feltételeit a legkisebb kockázattal megbecsüljük - elengedhetetlen az, hogy

- *diagnosztikai vizsgálatokkal felmérjük a szerkezet állapotát,*
- *tisztázzuk a valóságos üzemi körülményekre jellemző mechanikai állapotot,*
- *megítéljük a beépített anyagok károsodásának folyamatát és mértékét az adott üzemeltetési feltételek mellett.*

Nyilvánvaló egyrészt az, hogy az előzőekben említett három fő terület (méréstechnika - mechanika - anyag) egyforma jelentőséggel bír a szerkezet integritásának megítélésében és bármelyik terület elhanyagolása, súlyának csökkentése hibás döntéshez, esetleg katasztrófához vezethet. Nyilvánvaló másrészt az, hogy minden műszaki döntésben, így az üzemeltethetőség feltételeinek megítélésében is, bizonyos kockázat rejlik, hisz a tudomány adott szintjét hasznosítjuk és a rendelkezésre álló eszközpark maga is az adott kor színvonalát képviseli. Ebből adódóan mérlegelni kell az esetleges hibás döntés műszaki, jogi, közgazdasági és környezetvédelmi következményeit. Ezek együttes figyelembevételével viszont már kialakíthatók az ésszerű kockázatvállalás feltételi.

A szerkezetintegritás tehát egy igen komplex terület. Akik ezt művelik azoknak képesnek kell lenniük arra, hogy az üzemeltethetőséggel kapcsolatos problémákat teljes körűen átlássák, kiemeljék a meghatározó paramétereket, kérdéscsoportokat és alkalmasak legyenek arra, hogy az érintett tudományterületek szakembereivel érdemben szakmailag konzultálni tudjanak.

A szerkezetek integritásának, reális állapotának, maradék élettartamának megítélése mind az üzemeltető, mind pedig a biztosítótársaságok alapvető érdeke. Az üzemeltető szempontjából a tudatos tervezés, fejlesztés megkerülhetetlen sarokpontja az üzemben levő készülékek műszaki állapota, biztonsága; a szükséges biztosítás tekintetében pedig az ésszerű kockázatvállalás, biztosítási összeg alapelve a reális állapot ismerete.

Ezek jelentőségét mérlegelve támogatta az Európai Unió a TEMPUS program keretében a *“Teaching and Education in Structural Integrity in Hungary”* címmel

összeállított pályázatot, amelynek fő célkitűzése ezen új diszciplína meghonosításán kívül egyrészt a szerkezetintegritás oktatási anyagainak kidolgozása, másrészt a *Szerkezetintegritás - Biztosítási Mérnök Szakmérnöki Szak* beindítása. A négy hazai intézmény - Miskolci Egyetem, Budapesti Műszaki Egyetem, Kossuth Lajos Tudományegyetem Műszaki Kara és a Széchenyi István Műszaki Főiskola szakembereinek bevonásával elérendő célok megvalósítását nagyban segítették a következő külföldi partnereink:

- Prof. T. Varga, Bécsi Műszaki Egyetem
- Prof. H. P. Rossmanith, Bécsi Műszaki Egyetem
- Dr. J. Blauel, Fraunhofer Institut für Werkstoffmechanik
- Prof. S. Reale, Università Degli Studi di Firenze
- Prof. G. Pluvinage, Universitz of Metz, ill. e füzet társszerzője
- S. Crutzen, Joint Research Centre, Petten.

Miskolc, 1998. június 15.

Tóth László

egyetemi tanár

a projekt koordinátora

Jelen füzet két különálló, ugyanakkor egymással szoros kapcsolatban lévő témakörrel foglalkozik. Az első rész a szerkezetek szívós törési állapotának megítélése szempontjából fontos szerepet játszó károsodási elméleteket és azon belül is részletesen a Gurson-féle elmélet ismerteti. A károsodási és törési folyamat összekapcsolható az anyag szerkezetében végbemenő változásokkal (üregek keletkezésével, fejlődésével és összenövésével) és ezzel pontosabb elképzelés alakul ki a fenti jelenségeket befolyásoló tényezőkről.

A módosított Gurson-féle elmélet alapegyenleteinek ismertetése után mérési és végeeselemes példák segítségével bemutatjuk az elmélet alkalmazását.

Mint minden új kezdeményezésnek, e füzetnek is nyilvánvalóan meglesznek a maga hiányosságai és a jövőben számos területen kiegészítésre szorulnak. Ezt nagyban segítené az, ha a Tisztelt Olvasók észrevételeiket, javaslataikat a szerzőknek vagy a projekt vezetőjének eljuttatnák. A TEMPUS program nyújtotta támogatás lehető legjobb kihasználása érdekében az elkészült tananyagokat INTERNET-en is közreadjuk (<http://www.bzlogi.hu/tempus.html>) annak érdekében, hogy a szerkezetintegritás diszciplínája hazánkban minél gyorsabban és minél szélesebb körben elfogadásra és elterjedésre találjon.

Budapest, 1997, augusztus 15.

Krállics György, Lovas Jenő, Tatár Levente

TARTALOMJEGYZÉK

1. SZÍVÓS TÖRÉS JELENSÉGÉNEK VIZSGÁLATA A KÁROSODÁS-MECHANIKA ALKALMAZÁSÁVAL.....	7
1.1 A KÉPLÉKENY ALAKVÁLTOZÁS JELENTŐSÉGE A SZERKEZET ANALÍZISBEN.....	7
1.2 MIKROÜREG FEJLŐDÉSEN ALAPULÓ <i>MESO-DAMAGE</i> ELMÉLET.....	9
1.2.1 A Gurson-féle elmélet.....	11
1.2.2 A módosított Gurson-féle elmélet.....	14
1.2.3 Alkalmazások.....	15
1.2.4 Problémák, megoldandó feladatok.....	25
1.3 IRODALOM.....	28
2. NEMLINEÁRIS TÖRÉSMECHANIKA	30
2.1 BEVEZETÉS	30
2.2 A LINEÁRISAN-RUGALMAS TÖRÉSMECHANIKA MÉRŐSZÁMAI.....	32
2.2.1 Alakváltozási állapot.....	32
2.2.2 Feszültségi állapot.....	32
2.2.3 A repedéscsúcs energetikai viszonyai.....	33
2.2.4 A képlékeny zóna méretével történő korrekció.....	36
2.3 NEMLINEÁRIS TÖRÉSMECHANIKA MÉRŐSZÁMAI.....	38
2.3.1 COD (Crack Opening Displacement) elmélet.....	38
2.3.2 <i>J</i> -integrál.....	41
2.3.3 A <i>J</i> értékének kísérleti meghatározása.....	44
2.4 AZ ENERGIA-FELSZABADULÁS ÉRTÉKE KÉPLÉKENY ALAKVÁLTOZÁS ESETÉN	50
2.5 STABIL REPEDÉSTERJEDÉS, AZ R GÖRBE.....	53
2.5.1 Az <i>R</i> görbe meghatározása.....	55
2.5.2 Módosított <i>R</i> görbe.....	56
2.6 IRODALOM.....	57

1. SZÍVÓS TÖRÉS JELENSÉGÉNEK VIZSGÁLATA A KÁROSODÁSMECHANIKA ALKALMAZÁSÁVAL

1.1 A KÉPLÉKENY ALAKVÁLTOZÁS JELENTŐSÉGE A SZERKEZET ANALÍZISBEN

A képlékeny alakváltozás jelenségével a műszaki élet nagyon sok területén találkozunk. Az alakítási technológiákon kívül a szerkezetek terhelésekor nagyon gyakran fellép a maradó alakváltozás. Ezen jelenség leírására alapvetően két módszer terjedt el. Az egyik esetben, amely alapvetően fenomenológikus, a klasszikus kontinuum-mechanikát (a mérnöki gyakorlatban a képlékenységtant) alkalmazzuk. A másik esetben a képlékeny alakváltozás vizsgálatába bevonjuk az adott anyagban végbemenő fizikai folyamatok elemzését, az anyagszerkezet hatását is, amivel eddig szinte kizárólag az anyagtudomány foglalkozott.

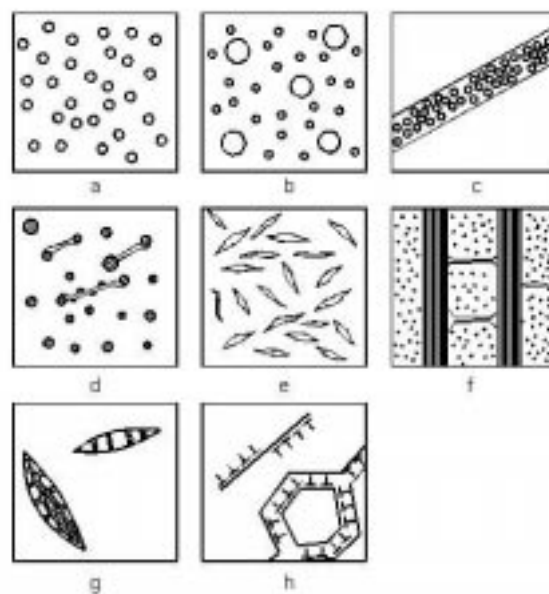
A körülöttünk levő világ jelenségeinek jobb megértése érdekében természetes módon jött létre kapcsolat a fent említett két terület között és egy új határterületi tudományág a *continuum damage mechanics* (a károsodások kontinuum - mechanikája) alakult ki az elmúlt két évtizedben, összekapcsolva az anyagtudomány és a szilárd testek mechanikája eredményeit. Ahhoz, hogy pontosan elhelyezhessük ezt az új tudományágot az anyagtudományban felhasznált fizikai diszciplínák rendszerében, ismernünk kell a képlékeny alakváltozás során végbemenő jelenségek méretskáláját (1.1 táblázat).

1.1.táblázat A képlékeny alakváltozás jelenségei a különböző skálákon

Skála	A vizsgálat tárgya	Alkalmazott diszciplína
Angström	Atom határok, elektron felhő kölcsönhatásai	Kvantum-mechanika
Atomok	Termikus fluktuáció, diffúzió	Statisztikus-mechanika
Diszlokációk	Diszlokációk mozgása és kölcsönhatása, keményedési mechanizmusok	Diszlokációs elmélet, mikromechanika
Csúszások	Csúszási rendszerek, textúra	Kristály képlékenységtan
Meso-szerkezetek	Kiválások, mikro üregek és repedések, fázis átalakulások	Fizikai metallurgia, <i>meso-damage mechanics</i>
Szemcsék	Szemcsehatárok, ikerképződés,	Kristálytan
Kontinuum	Szívósság, alakváltozás lokalizálódás, instabilitás, makroszkopikus törés	Kontinuum -mechanika
Szerkezetek	Szerkezet geometria, környezeti hatások, integritás ellenőrzés	<i>Computational mechanics</i>

A *damage mechanics* egyik központi problémája az alkatrészek teherviselő képességének megállapítása oly módon, hogy az anyag szerkezetében végbemerő elsősorban a mikroüregek keletkezésével, növekedésével és összenövésével kapcsolatos fizikai folyamatokat is bevonjuk a makroszkopikus alakváltozás meghatározásába.

Emiatt pontosabb a *meso damage mechanics elnevezés* használata. A *meso* szó jelentése középső, valami közötti. Ebben az esetben ez az elnevezés a makroszkopikus világ és a mikroüregek változási folyamata közötti kapcsolatra utal. Jellegzetes *meso damage* szerkezetek az 1.1 ábrán találhatók.



1.1 ábra. Jellegzetes *meso-damage* szerkezetek

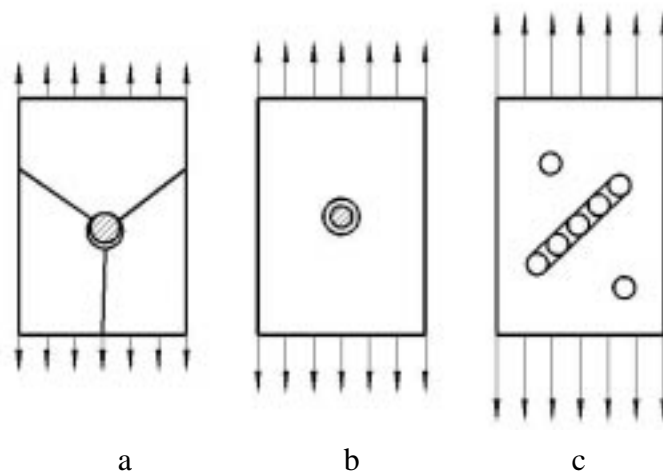
- a) Viszonylag egyenletes diszperz mikroüreg eloszlás
- b) Különböző méretű mikroüregek eloszlása
- c) Nyírási zónához (*shear band*) kapcsolódó mikroüreg eloszlás
- d) Mikroüreg vagy második fázis kapcsolódása a lokalizált nyírási zónához
- e) Egymást nem metsző mikrorepedések véletlenszerű eloszlása
- f) Kompozit anyag lemezei közt elhelyezkedő irányított elrendeződésű mikrorepedések
- g) Termo-képlékeny terhelés hatására létrejövő hajszálrepedések
- h) Ciklikus terhelés hatására létrejött diszlokációs tartományok

Az 1.1. a-d ábrákon a szívós törés jelenségével kapcsolatos mikroüreg mechanizmusok láthatók, az 1.1. e-f ábrák a mikrorepedések által kiváltott rideg törés előzményeire utalnak, míg az 1.1. g-h ábrák a hő és képlékeny alakváltozás valamint a ciklikus képlékeny alakváltozás következtében létrejött károsodott anyagszerkezetet mutatják.

Jelentésünkben a szívós törés jelenségének *meso-damage* tárgyalásmódját mutatjuk be, elsősorban a Gurson nevével fémjelzett és a későbbiek során továbbfejlesztett elméletet.

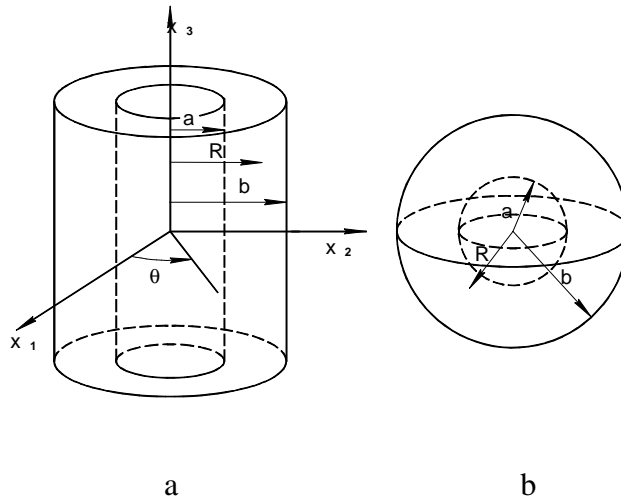
1.2 MIKROÜREG FEJLŐDÉSEN ALAPULÓ MESO-DAMAGE ELMÉLET

A szívós törés jelenségének megértésében fontos szerepet játszanak a mikroüreg keletkezésével, növekedésével és összenövésével kapcsolatos fizikai folyamatok (1.2 ábra). Az üregek keletkezése elsősorban az anyagban lévő második fázisú kiválásokkal függ össze, amikor is az alakváltozás során az alapfém mátrix és a második fázis kohéziós kapcsolata megszűnik (1.2 a ábra). Az alakváltozás folyamán a mikroüregek növekednek (1.2 b ábra), majd a terhelés egy kritikus állapotában a mikroüregek összenőnek (1.2 c ábra) és egy makroszkopikus repedést alkotnak, amely megjelenése a szerkezet terhelhetőségének drasztikus csökkenését eredményezi.



1.2 ábra Mikroüregek keletkezése (a), növekedése (b) és összenövése (c)

McClintok [1.1], Rice és Tracey [1.2] munkái ma is alapul szolgálnak a mikroüregek mechanikájával foglalkozók számára. Elképzelésük szerint a merev-ideálisan képlékeny alapfém mátrixába beágyazva gömb illetve henger alakú (1.3 ábra) üregek találhatók, amelyek σ_{ij} feszültségmező és ξ_{ij} alakváltozási sebességmező hatására változtatják a méretüket



1.3 ábra Mikroüregek geometriai alakjai

A gömb sugarának növekedése kiszámítható az alábbi egyenlettel:

$$\frac{\dot{a}}{a} = \left(\quad + \quad \mu \right) \xi H \left[S \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_e} \right) \right] \quad (1.1)$$

ahol ξ - az egyenértékű alakváltozási sebesség, ξ_i -a főalakváltozási sebesség, $\mu = -\xi_2 (\xi_1 - \xi_3)$, σ_0 -közepes feszültség, σ_e -egyenértékű feszültség.

A henger sugarának változása:

$$\frac{\dot{a}}{a} = \frac{\sqrt{\quad}}{\quad} \xi \sqrt{10} h \left(\frac{\sqrt{\sigma_{rr}}}{\sigma_0} \right) - \xi \quad (1.2)$$

A McClintok által kidolgozott modellnél a sík alakváltozásban lévő testben a z tengellyel párhuzamos helyzetű hengeres mikropórusok helyezkednek el amelyek keresztmetszete ellipszissé torzul az alakváltozás során.

Ha b jelöli az ellipszis nagytengelyének méretét és l_b a pórusok középpontjainak a távolságát a terhelési folyamat valamely időpillanatában, akkor a mikropórusok teljes

összenövésekor $b = l_b$ -sel. Ez alapján a vizsgált test törési alakváltozása egyszerű terhelés esetén a következő összefüggés szerint határozható meg:

$$\varepsilon_f = \frac{-n \cdot 0.0 F_{zb}^f}{\sqrt{1.0} h \left[\begin{array}{c} (-n) \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\sqrt{1.0}} \\ \sigma_e \end{array} \right]} \quad (1.3)$$

ahol n -az anyag keményedési kitevője ($\sigma_e = c\varepsilon^n$), és $F_{zb}^f = l_b^0 \cdot b^0$, σ_a , σ_b a vizsgált testben a z tengelyre merőlegesen működő makroszkopikus főfeszültségek.

A fenti munkákra alapozva Gurson [1.3] dolgozott ki egy komplett elméletet porózus anyagok alakváltozására és törésére. A mikroüregek geometriai modelljei az előzőekkel egyeztek meg. A mátrix anyagról feltételezte, hogy izotróp merev-keményedő képlékeny tulajdonságú, ugyanakkor az alakváltozási sebesség és a hőmérséklet hatását nem vette figyelembe modelljében.

1.2.1 A Gurson-féle elmélet

A mátrix anyagot hibátlanak feltételezve a reális (mikroüregekkel rendelkező) makroszkopikus test valamely V térfogatában kialakuló ξ_{ij} alakváltozási sebességek az alábbi egyenlet alapján írhatók fel:

$$\xi_{ij} = \frac{1}{V} \int_{V_{matrix}} \xi_{ij}^M dV + \frac{1}{V} \int_{V_{void}} (v_i n_j + v_j n_i) dS \quad (1.4)$$

ahol ξ_{ij}^M - a mátrix anyagban fellépő alakváltozási sebesség, v_i - a mátrix anyagban fellépő sebesség, n_i - a mikroüreg felületének normális vektora.

Gurson szerint a gömb alakú mikroüreget tartalmazó testben a σ_{ij} makroszkopikus feszültségek az alábbi folyási feltételt elégítik ki:

$$\phi = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^2} + f \cdot FRV h \left(\frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) - f^2 = \quad (1.5)$$

ahol σ_M -a hibátlan mátrix anyag egyenértékű feszültsége, σ_e -a makroszkopikus egyenértékű feszültség, σ_{kk} -a makroszkopikus feszültségtenzor első skalár invariánsa, f - a mikroüregek térfogati hányada.

Az anyagtörvény felírásakor Gurson a folyási elméletet alkalmazta. A makroszkopikus alakváltozási sebességtenzor két részből tevődik össze, a rugalmasból és a képlékenyből.

$$\xi_{ij} = \xi_{ij}^e + \xi_{ij}^p \quad (1.6)$$

A képlékeny alakváltozási sebesség a fenti folyási függvényből (1.5) leszámaztatva

$$\xi_{ij}^p = \frac{\partial \phi}{E_t} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{kl}} \dot{\sigma}^j \quad (1.7)$$

ahol E_t -a mátrix anyag $\sigma_M = \sigma_M(\varepsilon_M)$ görbéjének tangens modulusa, $\dot{\sigma}^j$ -a Cauchy feszültségtenzor Jaumann féle deriváltja.

Az elmélet egyik alapvető feltevése szerint a mátrixban és a makroszkopikus anyagban a disszipációs teljesítmény azonos, vagyis

$$(-f)\sigma_M \dot{\varepsilon}_M^p = \sigma_{ij} \xi_{ij}^p \quad (1.8)$$

ahol $\dot{\varepsilon}_M^p$ -az egyenértékű képlékeny alakváltozási sebesség a mátrixban.

Az üregfejlődés folyamata két részből áll.

$$\dot{f} = \dot{f}_{nu} + \dot{f}_{gr} \quad (1.9)$$

A fenti egyenlet első tagja az üregképződés, a második tagja az üregnövekedés sebességét határozza meg.

Ezeket a mennyiségeket részletesen kiírva az alábbi egyenletek adódnak:

$$\dot{f}_{gr} = (-f)\xi_{kk}^p \quad (1.10)$$

ahol ξ_{kk}^p -a makroszkopikus képlékeny alakváltozási sebességtenzor első skalár invariánsa

$$\dot{f}_{nu} = A \frac{EE_t}{E - E_t} \dot{\varepsilon}_M^p + B\sigma_0 \quad (1.11)$$

ahol E -a mátrix anyag rugalmassági modulusa, E_t -a mátrix anyag $\sigma_M = \sigma_M(\varepsilon_M)$ görbéjének tangens modulusa, A B -az üregkeletkezés folyamatát szabályozó paraméterek.

Általánosan elfogadott, hogy az üregképződést vagy az alakváltozást, vagy a feszültség szabályozza. Chu és Needleman [1.4] szerint az első esetben az üregképződéshez szükséges alakváltozás normális eloszlást követ amelynek középértéke ε_N , szórása s_N

$$A = \left(\frac{1}{E_i} - \frac{1}{E} \right) \frac{f_N}{s_N \sqrt{\pi}} \text{H} \left[\text{S} \left\{ - \left(\frac{\varepsilon_M^p - \varepsilon_N}{s_N} \right)^2 \right\} \right] \quad (1.12)$$

ahol f_N -a keletkezett üreg térfogati hányada.

Ha az üregképződést a feszültség szabályozza, akkor az A B paraméterek az alábbiak:

$$A = B = \left(\frac{1}{E_i} - \frac{1}{E} \right) \frac{f_N}{s_N \sqrt{\pi}} \text{H} \left[\text{S} \left\{ - \left(\frac{\sigma_M + \sigma_0 - \sigma_N}{s_N} \right)^2 \right\} \right] \quad (1.13)$$

ahol σ_N s_N f_N jelentése a fentihez hasonló. A (1.9) kifejezést integrálva a (1.10)-(1.13) egyenletek figyelembevételével, a mikroüreg hányad aktuális értékét kapjuk, amely természetesen a darab különböző pontjaiban különböző értékű.

$$f = f_0 + \int_0^t \dot{f} dt \quad (1.14)$$

ahol f_0 -a kezdeti mikroüreg térfogati hányad.

Összefoglalva a fentieket a Gurson-féle elmélet alkalmazásának főbb lépései a következők:

1. A mikroüreg konfiguráció meghatározása, amely az egyedi üregek geometriai megadását valamint az adott térfogatra vonatkozó sűrűségük ismeretét jelenti.
2. Az üregfejlődés törvényszerűségének meghatározása.
3. A mátrix (hibamentes) anyag mechanikai jellemzőinek ismerete.
4. Egy olyan átlagoló eljárás kiválasztása, amely összekapcsolja a cellamodell eredményeit a test makroszkopikus viselkedésével.
5. Modell alkalmazása a test mechanikai paramétereinek prognosztizálására.

1.2.2 A módosított Gurson-féle elmélet

Gurson eredeti elmélete nem foglalkozott a mikroüregek összenövésének problémájával, ami a szívós törés folyamatának egyik fontos eleme. Tvergaard és Needleman [1.5] úgy változtatta meg a Gurson-féle elméletet, hogy az előbb említett jelenséget is beépítették egyenleteikbe. Ebben az esetben a folyási feltétel az alábbiak szerint alakult:

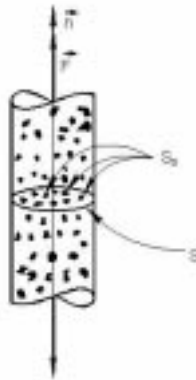
$$\phi = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^2} + f^* \text{FRV} h \left(\frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) - (q_1 f^*)^2 = \tag{1.15}$$

ahol q_1 paraméter értéke Tvergaard szerint , az f^* károsodási paraméter a következő:

$$f^* = f \tag{1.16}$$

$$f^* = f_c + \frac{f_u^* - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c)$$

f_c azt a kritikus térfogati hányadot jelöli amelynél a mikroüregek összenövése megkezdődik, f_F - mikroüreg térfogati hányad a törésnél, f_u^* - a károsodási paraméter a törésnél $f_u^* = q_1$, ekkor a mátrix teherviselő képessége kimerül. A folyási felület megjelenítése látható a 1.4 ábrán, ahol jól érzékelhető a hidrosztatikus feszültség és az üregek hatása.

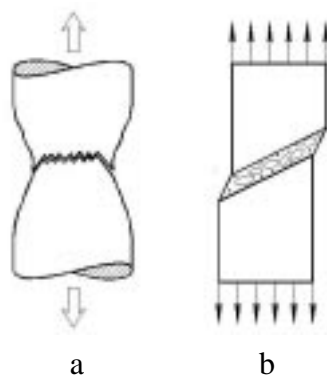


1.4 ábra Folyási felület

A módosított Gurson elmélet különösen az elmúlt évtizedben nagyon elterjedt szívós törési folyamatok vizsgálatára, amelynek során hét fizikailag is értelmezhető paraméter segítségével ($q_1, f_0, f_c, f_F, \epsilon_N, \sigma_N, s_N, f_N$) a mikroüreg fejlődés folyamata összekapcsolhatóvá vált a makroszkopikus kontinuum-mechanika alapegyenleteivel.

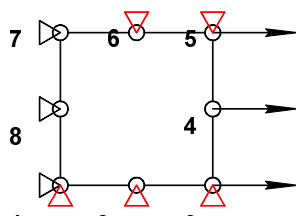
1.2.3 Alkalmazások

Az eredeti és a módosított Gurson-féle elmélet egyik legsikeresebb alkalmazási területe sima szakító próbatestek szívós törésének modellezése tengelyszimmetrikus és sík alakváltozási állapotban. A numerikus szimuláció kapcsán először vált elméletileg kiszámíthatóvá az adott terhelési állapothoz tartozó jellegzetes törési kép is (1.5 ábra). Az elmélet alkalmazásának egyik fontos eredménye, hogy a szakító diagram teljes tartománya, beleértve a meredeken eső befejező szakaszt is (repedés terjedés tartománya) meghatározhatóvá válik.



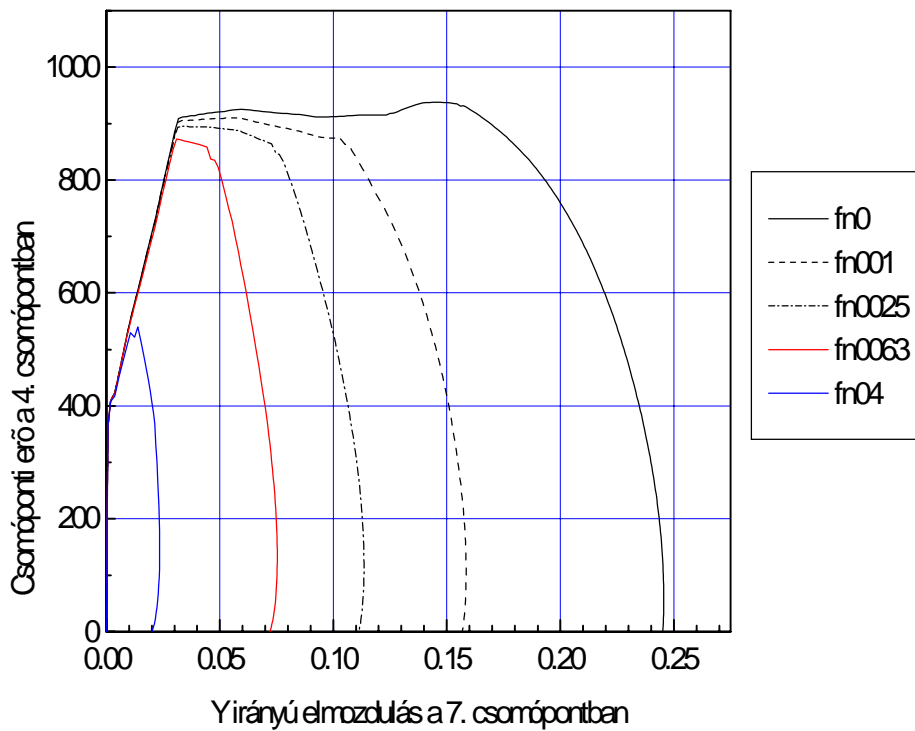
1.5 ábra Jellegzetes törési kép szakításnál a.) hengeres próbatest b.) sík alakváltozás esetén

A szakítóvizsgálatok végelemes analízise előtt a mikromechanikai paraméterek numerikus hatását elemeztük egytengelyű húzás körülményei között. Numerikus problémák miatt nem sikerült homogén egytengelyű feszültségi állapot esetén jelentős mikroüreg térfogati hányad növekedést elérni. A homogén állapot helyett az alábbi elrendezést használtuk: (1.6 ábra)



1.6 ábra Az elemi modell vázlata

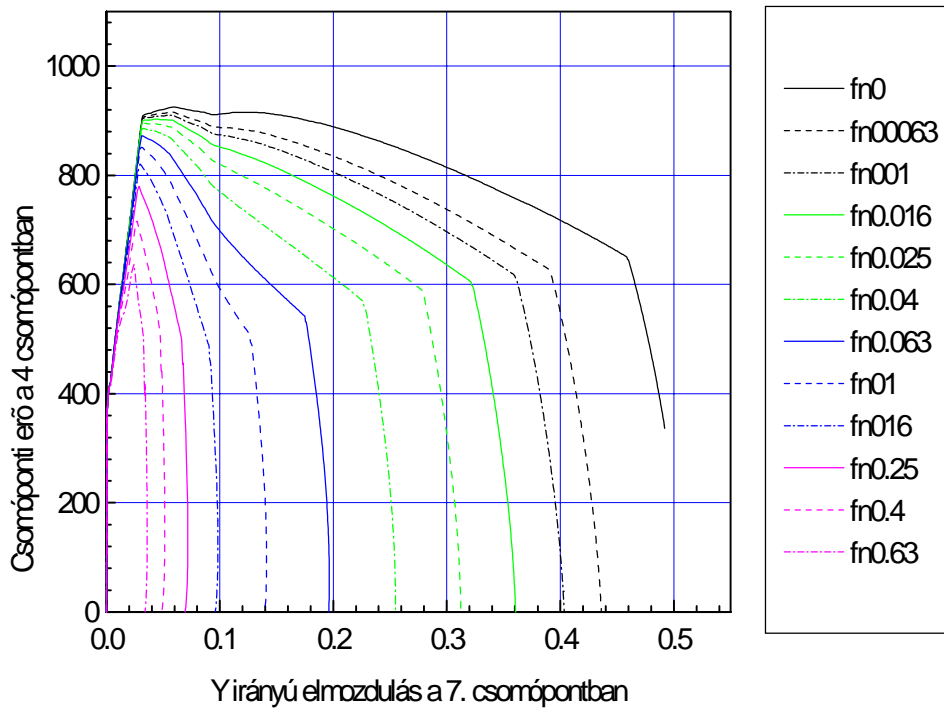
Az 1, 2, 3, 5, 6 csomópontokra függőleges kényszert (0 elmozdulás) az 1, 8, 7 csomópontokra vízszintes kényszert (0 elmozdulás) a 3, 4, 5 csomópontokra pedig azonos mértékű elmozdulást adunk. Ezzel az elrendezéssel a kontrakció és a mikroüreg térfogati hányad között összefüggéseket határoztunk meg. (1.7-1.10. ábra)



1.7 ábra Az f_n paraméter hatása $f_c=0.025$ esetén

1.2 táblázat Az 1.7 ábra felvételénél használt mikromechanikai paraméterek értéke

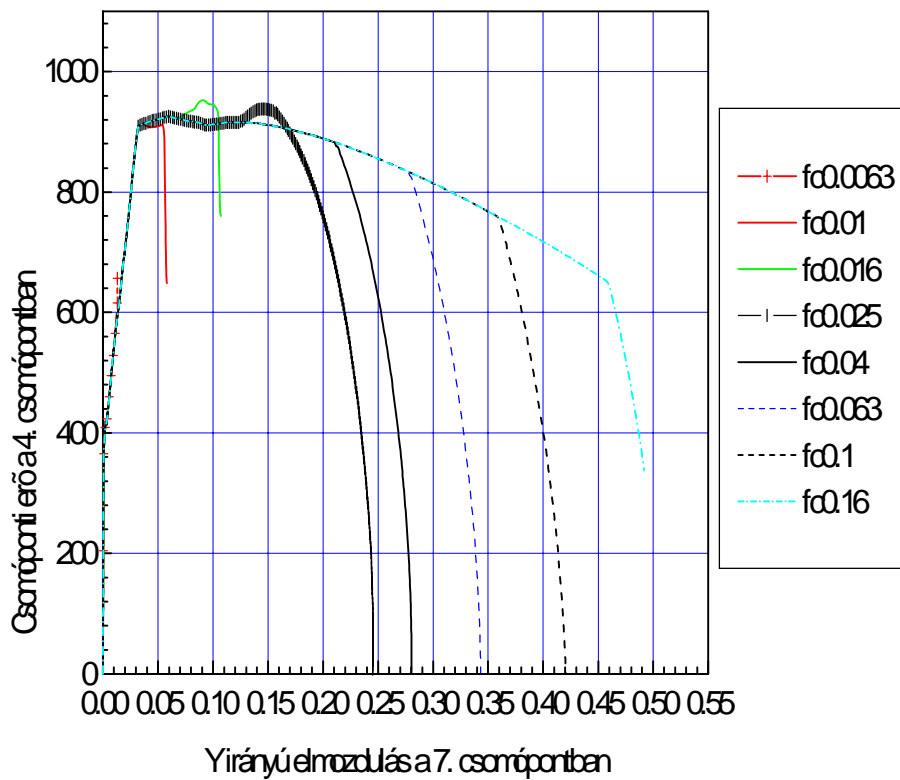
q_1	f_0	f_c	f_F	ϵ_N	f_N	s_N
1.5	0.0057	0.025	0.1838	0.1	változó	0.1



1.8 ábra Az f_n paraméter hatása $f_c=0.16$ esetén

1.3 táblázat Az 1.8 ábra felvételénél használt mikromechanikai paraméterek értéke

q_1	f_0	f_c	f_F	ε_N	f_N	s_N
1.5	0.0057	0.16	0.285	0.1	változó	0.1



1.9 ábra Az f_c paraméter hatása

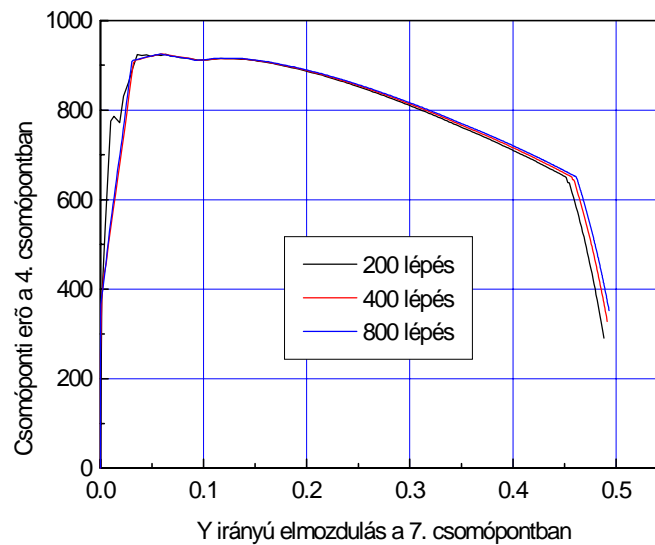
1.4 táblázat Az 1.9 ábra felvételénél használt mikromechanikai paraméterek értéke

q_1	f_0	f_c	f_F	ϵ_N	f_N	s_N
1.5	0.0057	változó	változó	0.1	0	0.1

Az 1.9 ábra felvétele során az f_c és f_n paramétereket úgy változtattuk, hogy kielégítsék az alábbi összefüggést:

$$K=4, \text{ ahol } K = \frac{f_u^* - f_c}{f_F - f_c}, \text{ és } f_u^* = - \quad (1.17)$$

Az egyelemes modellnél a fenti esetekben 500 számítási lépést használtunk.



1.10 ábra A számítási lépések számának a hatása

1.5 táblázat Az 1.10 ábra felvételénél használt mikromechanikai paraméterek értéke

q_1	f_0	f_c	f_F	ε_N	f_N	s_N
1.5	0.0057	0.15	0.3	0.1	0	0.1

Az elemi modell alapján a következő megállapítások tehetők:

- A lépésszám változtatása az egyelemes modell esetén nem okozott túl nagy változásokat, 200-nál kisebb lépésszám esetén numerikus instabilitás lépett fel.
- Az f_c paraméter változtatása esetén a nagyobb f_c esetén nagyobb dy -nál van a görbe töréspontja
- Az f_n paraméter hatása az f_c paraméter hatásával ellentétes.

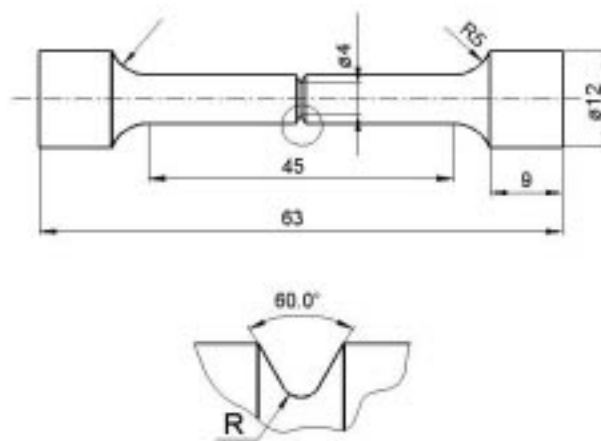
Az adott probléma érzékelésére bemutatjuk saját számításunk eredményeit [1.6], amikor is a módosított Gurson-féle elméletet alkalmaztuk sima hengeres szakító próbatest alakváltozási és törési folyamatainak elemzésére. A számításokhoz szükséges mérési eredmények egy nemzetközi együttműködés keretében megvalósított numerikus tesztorozat adatbázisából származnak [1.7] ahol is a német 22NiMoCr37 jelű ferrites acél szakítását vizsgálták statikus körülmények között.

A próbatest geometriáját az 1.11 ábra, a mátrix anyag keményedési görbáját a 1.12 ábra mutatja. A mikromechanikai paramétereket az irodalmi adatok figyelembevételével [1.5] [1.8] [1.10], vettük fel és értékeik a 1.16 táblázatban találhatóak.

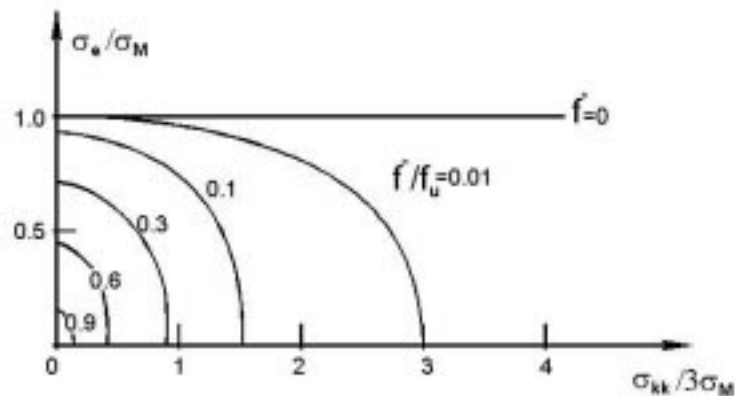
1.6 táblázat Mikromechanikai paraméterek

q_1	f_0	f_c	f_F	ε_N	s_N	f_N
1.5	0.0057	0.15	0.3	0.3	0.1	0.1

A szakítás számítógépes modellezésére nemlineáris feladatok megoldására szolgáló MARC [1.9] végeelemes rendszert használtuk, amely tartalmazza a módosított Gurson - féle elmélet alkalmazására szolgáló szubrutinokat. A mikroüreg hatását kifejező modellen kívül a számításokat a hagyományos (mikroüreg nélküli) mechanikai modellel is elvégeztük. A próbatest geometriai kialakítása azt eredményezte, hogy nem kellett a próbatest közepén egy mesterséges hibát bevinni a végeelemes hálóba ahhoz, hogy a kontrakciós folyamat elkezdődjön.

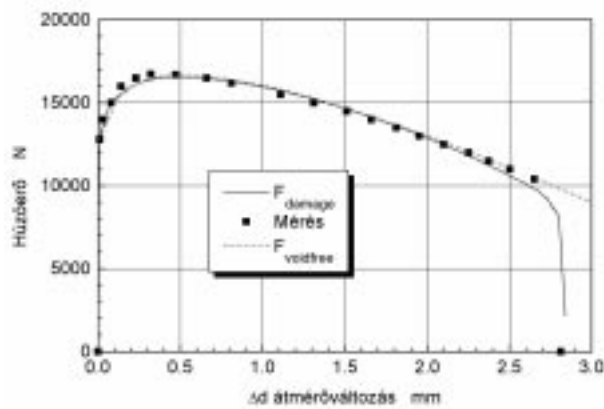
**1.11 ábra** A round robin teszt szakító próbatestje

A számítási és a mérési eredmények összevetésére a húzóerő változásnak a próbatest legkisebb átmérőjének függvényében felvett diagramját használtuk (1.13 ábra). A mérési és számítási eredmények nagyon jó egyezést adtak, ugyanakkor a klasszikus mechanika alapján létrehozott modell nem volt képes a szakítási folyamat végét követni.



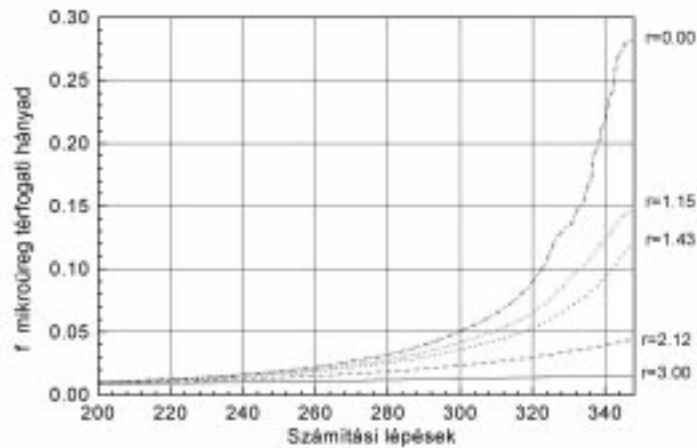
1.12 ábra 22NiMoCr37 jelű anyag alakítási szilárdság görbéje

A módosított Gurson-féle modellel a repedés keletkezés és terjedés folyamata is követhetővé vált, aminek a hatása a szakítódigram menetének erőteljes megváltozásával van kapcsolatban (diagram vége).

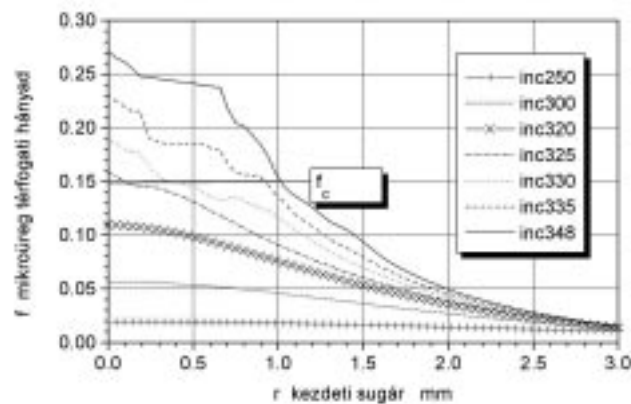


1.13 ábra A mért és számított húzóerő (F_{voidfree} -károsodás nélküli eset, F_{damage} -károsodásos eset) és a szakítópróbatest átmérőváltozásának kapcsolata

A próbatest globális jellemzőin túl érdekes megfigyeléseket lehetett tenni a lokális mennyiségekre is. Az alakítási folyamat előrehaladásával a mikroüregek eloszlása és mennyisége jelentősen változott (1.14 ábra). Jól érzékelhető ez a változás (1.15 ábra) ahol a próbatest legkisebb keresztmetszetében mutatjuk be a mikroüreg eloszlást a szakítási folyamat különböző állapotaiban. Amint a próbatest valamely pontjában a mikroüreg hányad eléri az f_c értéket, az adott görbén törés figyelhető meg.



1.14 ábra A próbatest legkisebb keresztmetszetéhez tartozó pontjaiban a mikroüreg térfogati hányad változása a számítási lépések során

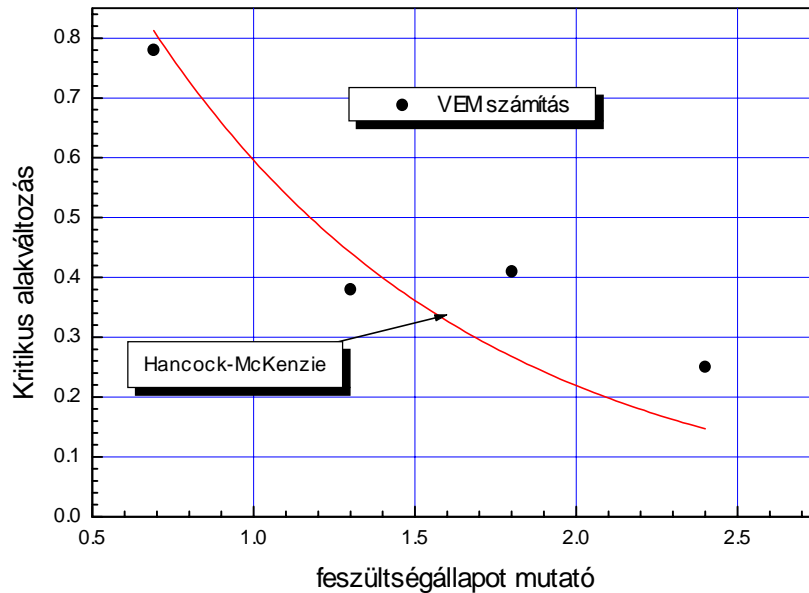


1.15 ábra A mikroüreg térfogati hányad változása a próbatest legkisebb keresztmetszetében a számítási folyamat különböző lépéseinél

Az 1.15 ábrán értelmezhető a mikroüregek hatására keletkezett repedés terjedése is. A repedés pillanatnyi hossza az f_c törési mikroüreg hányaddal jellemezhető.

Bemetszett hengeres és sík alakváltozási állapotban lévő próbatestek vizsgálata történt a munkában [1.10]. A számítások összegzéseként a bemetszések elridegítő hatásának érzékeltetésére a próbatestek kritikus pontjában $f = f_c$ kritikus térfogati mikroüreg

hányad esetén meghatározták a σ_0 σ_e feszültségállapot mutató és az ott fellépő alakváltozás nagyságát (1.16 ábra) és az eredmények teljesen összhangban voltak Hancock és McKenzie [1.11] [1.12] kísérleti munkáival.



1.16 ábra A kritikus alakváltozás $\varepsilon_{cr} = \varepsilon_{cr}(f_{cr})$ a feszültségállapot mutató függvényében

A módosított Gurson-féle elmélet továbbfejlesztését jelentette az, amikor a mátrix anyag alakváltozási sebesség függését is bekapcsolták a szimulációba [1.13]

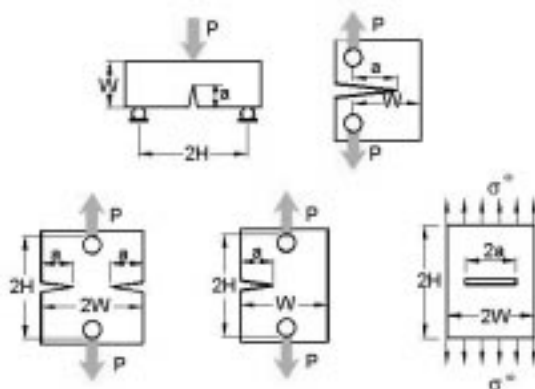
$$\dot{\varepsilon}_M = \dot{\varepsilon}_0 \left(\frac{\sigma_M}{g(\varepsilon_M^p)} \right)^{1/m} \quad (1.18)$$

ahol m -sebesség kitevő, $\dot{\varepsilon}_0$ -referencia alakváltozási sebesség, $g(\varepsilon_M^p)$ -az anyag keményedési görbéje $\dot{\varepsilon}_M^p = \dot{\varepsilon}_0$ alakváltozási sebességen felvéve. A vizsgált probléma ebben az esetben is sima próbatest szakítása volt. A mátrix anyag sebesség érzékenysége ellenére a módosított Gurson-féle elmélet paraméterei függetlenek voltak a sebességtől.

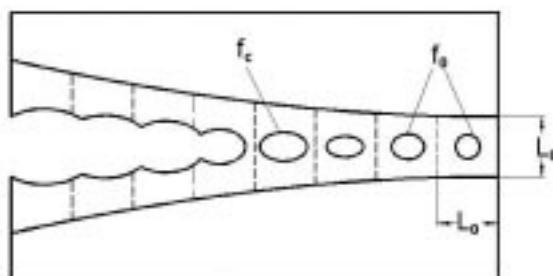
Az alakváltozási sebesség mellett másik fontos tényező a hőmérséklet. Zavaliangos A. és Anand L., [1.14] a mátrix anyag fizikai egyenleténél mind az alakváltozási sebesség, mind a hőmérséklet hatását figyelembe vették, ugyanakkor a mikroüreg fejlődés kinetikai egyenletei formálisan megegyeztek az eredeti elméletével. A vizsgált példa sík alakváltozási állapotban levő szakítópróbatétel elemzése volt.

A hagyományos szakítóvizsgálaton túl a Charpy-féle valamint törésmechanikai vizsgálatok kiértékelésére is alkalmazták a Gurson modellt. A freiburgi Fraunhofer Intézet munkatársai sok publikációt jelentettek meg ebben a témában. Méréseik szerint a statikus szakítóvizsgálat során meghatározott mikromechanikai paraméterek gyakorlatilag függetlenek az alakváltozási sebességtől, ezért a Charpy féle vizsgálat vége-selemes modellezése során a repedés keletkezés ugyanannál a kritikus f_c mikroüreg hányadnál történik mint a szakításnál. A teljes törési folyamat is végigkövethető a modellezés során, mivel a bemetszés tövében levő anyagterftogatban a kritikus mikroüreg hányad gyorsan fel nő f_F -re ami jelzi az anyag teherviselő képességének kimerülését. Ahogy egyre nagyobb térfogatra terjed ki az f_F értéke, úgy terjed a repedés a darabon belül.

A hagyományos törésmechanikai próbatestek (1.17 ábra) vizsgálati eredményeinek feldolgozása és mechanikai modellezése során a repedésterjedés folyamatát elemezték a munkákban [1.15], [1.16], [1.17] oly módon, hogy a mikroüregeket tartalmazó cellákat, nem az egész próbatest térfogatra, hanem csak a várható repedésterjedés tartományára terjesztették ki. A cellaméret, mint egy mikromechanikai paraméter szerepelt a számításokban és nagysága $l_0 = \mu m$. A terhelési folyamat során a kezdeti mikroüreg hányad f_0 fel nő f_c -re és ezzel megkezdődik a repedés terjedése (1.18 ábra). A repedésterjedés során meghatározták a törésmechanika egyik alapveő jellemzőjét a J integrált, a repedést körülvevő útfüggetlen integrált. Ezzel a módszerrel a szakítóvizsgálat során kapott paraméterek felhasználásával törésmechanikai anyagjellemzők meghatározása válik lehetővé, ami nagyon kiszélesíti a Gurson-féle elmélet alkalmazhatóságát.



1.17 ábra Törésmechanikai próbatestek



1.18 ábra Repedés terjedése

1.2.4 Problémák, megoldandó feladatok

1. Anizotrop károsodás

A Gurson-féle modellel izotrop károsodási jelenség vizsgálatát lehet elvégezni. egy skalár változó, a mikroüreg térfogati hányad f segítségével. Elképzelhető olyan eset amikor a károsodási folyamat irányfüggő, a kezdeti gömb alakú mikroüreg eltorzul. Ebben az esetben a skalár helyett tenzor jellegű mennyiség írja le a károsodás folyamatát. Ilyen tárgyalásmódot a műszaki alkalmazásokban egyelőre nem használnak. Ugyanakkor több publikáció foglalkozik azzal, hogy a pórusok a kezdeti állapotban ellipszis keresztmetszetűek.

2.A Gurson-féle elmélet paramétereinek meghatározása

A szakirodalomban található publikációk nagy része ezeket a paramétereket valamely előző publikációból ismertnek tételezi fel és módszeres paraméter meghatározásra gyakorlatilag alig található példa. A másik fontos még nem eléggé feltárt témakör, hogy a termomechanikai paraméterek (a hőmérséklet, az alakváltozási sebesség és a feszültségállapot) miképp befolyásolják a mikromechanikai paramétereket, valamint az üregnövekedés a keletkezés és összenövés kinetikai egyenleteit. A jelenlegi gyakorlat szerint alakilag ezen egyenletek függetlenek a termomechanikai paraméterektől.

Lényegében az összes publikáció foglalkozik a paraméterek hatásának bemutatásával. Az eredmények arról tanúskodnak, hogy a paraméterek változtatása jelentősen befolyásolja a számítások eredményeit. Ezért a további kutatások egyik fontos feladata ezen mennyiségek megbízható meghatározása.

3. A lokális közelítés pontossága

A Gurson féle elmélet alkalmazása során gyakorlatilag kivétel nélkül a végelemek módszerét használják. A megoldás numerikus pontossága erőteljesen függ a végelemek háló finomságától. Ez a tény azt a kérdést veti fel, hogy mekkora térfogaton érvényesek a számításokhoz használt anyagtörvények. A probléma egyik lehetséges megoldása az, hogy valamilyen az anyag szerkezetétől függő geometriai paramétert is bevezetnek az eddig használtak mellett. Ilyen törekvés látszik Sun D.Z. munkájában [1.18], aki a kritikus hossz l_c fogalmát úgy értelmezte, mint a mikropórusok átlagos távolságát. Hasonlóan egy anyagszerkezetre jellemző lineáris mennyiséget, egy olyan rétegvastagság fogalmát vezette be Xia L. és Shih C.F., [1.15]-[1.17] amelyben a repedés terjedni fog. Mindkét esetben a végelemek háló készítését befolyásolja a lineáris geometriai jellemző.

Egy másik törekvés is megfigyelhető, az ún. nemlokális elmélet megjelenése [1.19]. Ezen módszernél az adott pontban végbemenő változásokat a környezetben történő események is befolyásolják. A lokális mikroüreg hányad növekedési sebessége mellett értelmeztek egy integrált növekedési sebességet az x_i koordinátákkal jellemzett pontban:

$$\dot{f}_v^*(x_i) = \frac{\dot{f}_v^*(x_i)}{W(x_i)} \int_V \dot{f}_{local}^*(\theta_i) w(x_i - \theta_i) d\theta \quad (1.19)$$

ahol V - a test kezdeti állapotbeli térfogata, θ_i - az x_i pont környezetében levő pont koordinátái, $W(x_i)$ - súlyfüggvény, amely az alábbi egyenlettel adható meg:

$$W(x_i) = \int_V w(x_i - \theta_i) d\theta \quad (1.20)$$

a $w(z_i)$ függvény egy lehetséges formája

$$w(z_i) = \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{z}{l_c} \right)^q} \right] \quad (1.21)$$

ahol $z = \sqrt{\delta_{ij} z_i z_j}$, L a két paraméter $p =$ és $q =$. Abban az esetben, ha a lokális mikroüreghányad növekedési sebessége egyenletes térbeli eloszlású, akkor

$$\dot{f}_v^*(x_i) \equiv \dot{f}_{local}^*.$$

A nemlokális elmélet alkalmazásakor a publikációk szerint ez eredmények jóval kevésbé érzékenyek a végeleemes háló felosztására, mint a lokális elmélet esetében.

1.3 IRODALOM

- [1.1] McClintock, F.A., A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes. *Journal of Applied Mechanics*, Vol.35,1968, pp. 363-371.
- [1.2] Rice, J.R. and Tracey, D.M., On the Ductile Enlargement of Voids in Triaaxial Stress Fields. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol.17, 1969, pp. 201-217.
- [1.3] Gurson, A.L., Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I-Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media. *Journal of Engineering Materials and Technology*. Vol.99, 1977, pp. 2-15.
- [1.4] Chu, C.C. and Needleman, A., Void Nucleation Effects in Biaxially Stretched Sheets. *Journal of Engineering Materials and Technology*. Vol.102, 1977, pp. 249-256.
- [1.5] Tvergaard, V. and Needleman, A., Analysis of the Cup-cone Fracture in Round Tensile Bar. *Acta Metallurgica*. Vol.32, 1984, pp.157-169.
- [1.6] Krállics, Gy., Tatár, L., Sima próbatest szakítóvizsgálata a módosított Gurson-féle szívós törési elmélet alapján.. *Anyagvizsgálók Lapja*, 1996 N.2 pp.56-58
- [1.7] Numerical Round Robin on Micromechanical Models. Technical Committee 8, Numerical Methods, of the European Structural Integrity .IWM-Bericht T 8/95.
- [1.8] Ritchie, R.O., Knott, J.F. and Rice, J.R., On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steels. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*. Vol.21. 1973, pp.395-410.
- [1.9] MARC User Information, MARC Analysis Research Corporation, 1994
- [1.10] Needleman, A.,and Tvergaard, V., An Analysis of ductile rupture in notched bars. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*. Vol.32. 1984, pp.461-490.
- [1.11] MacKenzie, A.C., et al. "On the Influence of State of Stress on Ductile Initiation in High Strength Steels, " *Engineering Fracture Mechanics*, 1977, vol.9, pp.167-188.
- [1.12] Hancock, V.W., and MacKenzie, A.C., "On the Mechanism of Ductile Failure in High -Strength Steels Subjected to Multi-Axial Stress-State. " *J.Mech.Phys. of Solids*, 1976, vol.24, pp.147-169.

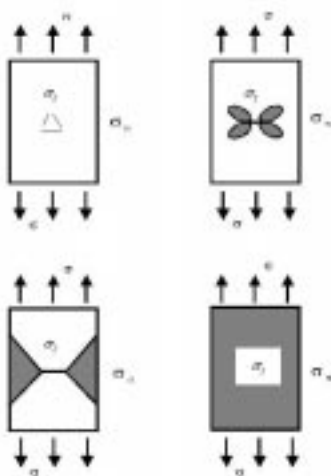
- [1.13] Needleman, A., and Tvergaard, V., Material strain-rate sensitivity in round tensile bar. Plastic instability. Proceeding of an International Symposium on plastic instability, Paris, 1985 September 9-13.
- [1.14] Zavaliangos, A., Anand, L., Thermal aspects of shear localisation in microporous viscoplastic solids. International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol.33. pp. 595-634. 1992.
- [1.15] Xia, L., and Shih C.F., Ductile crack Growth -I. A numerical study using computational cells with microstructurally-based length scales. Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol.43, No.2.1995, pp. 233-259.
- [1.16] Xia, L., and Shih C.F., Ductile crack Growth -II. Void nucleation and geometry effects on macroscopic fracture behaviour. Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol.43, No.12.1995, pp. 1953-1981.
- [1.17] Xia, L., Shih C.F., and Hutchinson, J.W., A computational approach to ductile crack growth under large scale yielding conditions. Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol.43, No.3.1995, pp. 389-413.
- [1.18] Sun, D.-Z., and Hönl, A., Significance of the characteristic length for micromechanical modelling of ductile fracture. Proceedings of the Third International Conference on Computer-Aided Assessment and Control of Localised Damage. 1994, pp.287-296.
- [1.19] Pijaudier-Cabot, G., and Bazant, Z.P., Nonlocal damage theory. Journal of Engineering Mechanics. ASCE. Vol.113, 1987, pp.1512-1533.

2. NEMLINEÁRIS TÖRÉSMECHANIKA

2.1 BEVEZETÉS

Repedést (repedés jellegű hibát) tartalmazó szerkezet esetében a hibák veszélyességének megítéléséhez különböző elméletek használhatók. Az elméletek attól függően változhatnak, hogy milyen a repedésméret, illetve a repedéscsúcs környékén kialakuló képlékeny zóna egymáshoz viszonyított mérete. Egy más megközelítésben ez a lokális és globális feszültségek egymáshoz viszonyított értékével jellemezhető.

Példaként tekintsünk egy véges méretű húzott lemezt, melyben középen található egy repedés (2.1 ábra).



2.1. ábra. Középen bemetszett húzott lemez alakváltozási viszonyai

Értelmezzük a következő feszültségeket:

σ_l - a repedést jellemző lokális feszültség

σ_y - a folyáshatár

σ_n - a repedést nem tartalmazó (maradék) keresztmetszetet terhelő feszültség

σ - az átlagos húzófeszültség

Ha $\sigma_l > \sigma_y > \sigma_n > \sigma$: (Linear Elastic: LE)

A kialakuló képlékeny zóna mérete elhanyagolható a repedés méretéhez képest. A lineárisan rugalmas törésmechanika (LRTM) használható.

A tönkremenetel általában gyors, instabil repedésterjedés.

Ha $\sigma_l > \sigma_y > \sigma_n > \sigma$: (Small scale yielding: SSY).

A kialakuló képlékeny zóna mérete összevethető a repedés méretével, de a képlékeny zóna nem terjed ki a teljes maradék keresztmetszetre (un. gátolt képlékeny alakváltozás). Ebben az esetben LRTM használható, de a repedés méretét a képlékeny zóna méretével korrigálni kell. A tönkremenetel itt is általában instabil repedésterjedés.

Ha $\sigma_l > \sigma_n \geq \sigma_y > \sigma$: (Gross yielding: GrY).

Kiterjedt képlékeny alakváltozás következik be és a képlékeny zóna a darab széléig terjed (un. nem gátolt képlékeny alakváltozás). Ebben az esetben a nemlineáris törésmechanika (NLTM) alkalmazható. A tönkremenetel szívós anyagok esetén, és ha a maradék keresztmetszet "kicsi", általában képlékeny instabilitás, ha kevésbé szívós az anyag a törést stabil, vagy instabil repedésterjedés előzi meg.

Ha $\sigma_l > \sigma_n > \sigma > \sigma_y$: (General yielding: GY).

Az egész lemezre a képlékeny alakváltozás a jellemző. A tönkremenetel képlékeny instabilitás, a szerkezet elemzéséhez a képlékeny határterhelés elmélet szükséges. A terhelés során a maradék keresztmetszetben általában az anyag felkeményedése történik. Egységnyi vastagságú lemez esetén az általános folyás feltétele:

$$bk_f > W\sigma_y \quad (2.1)$$

ahol

k_f - a folyási feszültség

W – a lemez szélessége

b – a maradék keresztmetszet szélessége. A következőkben a teljesség kedvéért összefoglaljuk a LRTM és a képlékeny zóna méretével korrigált LRTM mérőszámait.

2.2 A LINEÁRISAN-RUGALMAS TÖRÉSMECHANIKA MÉRŐSZÁMAI

2.2.1 Alakváltozási állapot

Egy sík alakváltozási állapotban lévő végtelen kiterjedésű lemezben a repedés csúcs környékén az elmozdulásmező az alábbi összefüggésekkel írható le (I. terhelési esetben).

$$\begin{aligned} u &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) \\ \nu &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\Theta}{2} \left(2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\Theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$w = 0$$

Az elmozdulásmezőre vonatkozó kifejezések sík feszültségi állapotban az alábbiak

$$\begin{aligned} u &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) \\ \nu &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\Theta}{2} \left(\frac{2}{1+\nu} - \cos^2 \frac{\Theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$w = -\frac{\nu}{E} z (\sigma_x + \sigma_y)$$

2.2.2 Feszültségi állapot

I. terhelési mód esetén a repedés csúcs környékén a feszültségállapot:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \quad (2.4)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}$$

Sík alakváltozási állapotban

$$\sigma_{zz} = \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (2.5)$$

míg sík feszültségi állapotban $\sigma_{zz} = 0$. A fenti kifejezésekben r , Θ a repedéscsúcsba illesztett polár koordináta rendszer koordinátái, G a csúsztató rugalmassági modulus, μ a Poisson tényező és

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.6)$$

a feszültségintenzitási tényező (FIT)

Adott geometria esetén:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \tilde{Y} \quad (2.7)$$

ahol \tilde{Y} az úgynevezett alaktényező.

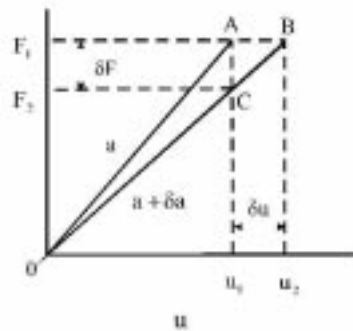
A fenti összefüggést gyakran így is fel szokták írni :

$$K = \sigma \sqrt{a} Y \quad (2.8)$$

ahol $Y = \tilde{Y} \sqrt{\pi}$

2.2.3 A repedéscsúcs energetikai viszonyai

A repedés terjesztéséhez energiára van szükség, melynek forrása a külső erők munkája, illetve a tárolt alakváltozási energia lehet. Egy virtuális repedésterjedést feltételezve az erő-elmozdulás diagram az alábbi alakú (2.2 ábra.)



2.2 ábra. Az energiafelszabadulás mértékének értelmezése

A tárolt alakváltozási energia állandó terhelés mellett az OAB területtel jellemezhető. (rögzített elmozdulás mellett ez az OAC terület).

A repedés terjedése akkor következik be, ha a tárolt alakváltozási energia csökkenése (energia felszabadulás mértéke) (U) egyenlő lesz az új felületek létrehozásához szükséges energiával (Γ).

$$\frac{\partial U}{\partial a} = - \frac{\partial \Gamma}{\partial a} \tag{2.9}$$

Első közelítésben feltételezve, hogy a baloldalon álló mennyiség anyagjellemző, a jobboldali mennyiség is a kritikus állapothoz tartozó anyagjellemző, mely az energia felszabadulás kritikus értéke (G_c).

Irwin bebizonyította, hogy a G nemcsak a kritikus esetben értelmezhető, hanem a terhelés bármely szakaszában és kapcsolatba hozható a repedéscsúcs környéki feszültségi állapottal. Ez a kapcsolat:

$$K^2 = E' G \tag{2.10}$$

ahol $E' = E$ sík feszültségi állapotban

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \text{ - sík alakváltozási állapotban} \tag{2.11}$$

Ha a repedés tartalmazó szerkezet rugalmassága $\Phi = \frac{u}{F}$

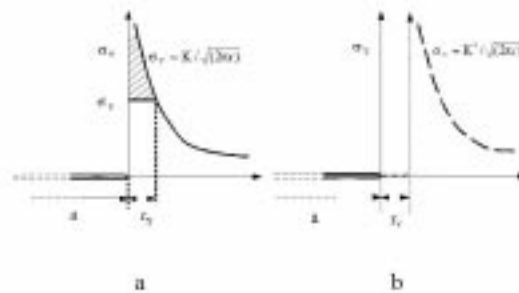
ahol u – az elmozdulás, F – a terhelőerő akkor az energia felszabadulás mértéke az alábbi alakba írható:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{d\Phi}{da} \quad (2.12)$$

Ezt a kifejezést szokták sok esetben a K meghatározására felhasználni.

A repedéscsúcs környéki képlékeny zóna mérése

A (2.2)- (2.5). összefüggések szigorúan véve csak tökéletesen rugalmas esetre igazak. A repedéscsúcshoz közelítve a feszültségek növekedésének az anyag folyáshatára korlátot szab. Ezt mutatja a 2.3 a ábra.



2.3 ábra. A repedéscsúcsban kialakuló képlékeny zóna

A képlékeny zóna mérete az alábbi egyenlőségéből határozható meg:

$$\sigma_{yy} \Big|_{r=r_p, \theta=0} = \sigma_{folyás} \quad (2.13)$$

Ebből a (2.4) egyenlet felhasználásával:

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (2.14)$$

Sík alakváltozási állapot esetén:

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (2.15)$$

Vagy bevezetve az "m" un. gátlási tényezőt

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{m\sigma_y} \right)^2 \quad (2.16)$$

2.2.4 A képlékeny zóna méretével történő korrekció

A korrekció lényege, hogy a tényleges repedésméret helyett a képlékeny zóna méretével megnövelt repedéssel történik a számítás (2.3 b ábra)
Ekkor a K értéke helyett egy K^{korr} érték szerepel. A K^{korr} meghatározására az alábbi eljárások lehetségesek:

1,

$$K^{korr} = \sigma \sqrt{a + r_p} Y \quad (2.17)$$

itt az alaktényezőben nem történt korrekció, vagyis :

$$K^{korr} = \sigma \sqrt{a + r_p} Y = \sigma \sqrt{a_1} Y = K \sqrt{\frac{a_1}{a}} \quad (2.18)$$

ahol:

$$\frac{a_1}{a} = 1 + \frac{Y^2 \sigma^2}{\beta \pi \sigma_y^2}, \quad \text{ahol } \beta = 2 \text{ sík feszültségi állapotban} \quad (2.19)$$

$\beta = 6$ sík alakváltozási állapotban

2,

A korrekciót mind a repedéshosszban, mind az alaktényezőben végrehajtják:

$$K^{korr} = \sigma \sqrt{a + r_p} Y_1 = \sigma \sqrt{a_1} Y_1 = K \sqrt{\frac{a_1}{a}} \left(\frac{Y_1}{Y} \right) \quad (2.20)$$

ahol : $Y_1 = Y|_{a=a+r_p}$

3,

A korrekciót a repedéshosszban és a képlékeny zóna méretében hajtják végre:

$$K^{korr} = \sigma \sqrt{a + r_p^{korr}} Y = \sigma \sqrt{a_2} Y = K \sqrt{\frac{a_2}{a}} \quad (2.21)$$

$$\text{ahol: } r_p^{korr} = \sigma^2 Y^2 \frac{a + r_p}{\beta \pi \sigma_y^2}$$

$$\text{illetve } r_p^{korr} \left(1 - \frac{r_p}{a} \right) = r_p \text{ felhasználásával:}$$

$$\frac{a_2}{a} = \frac{1}{1 - \frac{r_p}{a}} \quad \text{így:}$$

$$K^{korr} = \frac{K}{1 - \frac{r_p}{a}} \quad (2.22)$$

Megjegyezzük, hogy például az ASME előírásrendszerében ez a korrekció szerepel.

2.3 NEMLINEÁRIS TÖRÉSMECHANIKA MÉRŐSZÁMAI

2.3.1 COD (Crack Opening Displacement) elmélet

Eredeti formájában az elmélet azon a feltevésen alapul, hogy ha a repedés környezetében kiterjedt képlékeny alakváltozás következik be, akkor a törési folyamatot a repedéscsúcs környezetének alakváltozása (egész pontosan a repedésfrontok felnyílása) vezérli. Az elméletet ebben a formában Wells [2.1] Cottrell [2.2] és Barenblatt [2.3] egymástól függetlenül dolgozta ki. Lényege a következő:

A repedéscsúcsban I. terhelési mód esetén a szétnyílást jellemző elmozdulás:

$$v = \frac{2K}{E'} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \quad (2.23)$$

Ha az r értékét $r = r_p$ nek válasszuk és felhasználjuk az r_p (2.15) alatti kifejezését:

$$v = \frac{2K^2}{(m\pi)E'\sigma_y} \quad (2.24)$$

Mivel a repedés kinyílása $\delta = 2v$

$$\delta = \frac{4K^2}{\pi m E' \sigma_y} \quad (2.25)$$

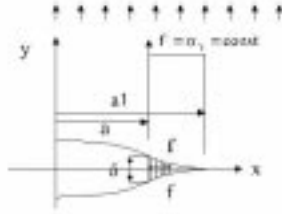
Wells a kis repedésnövekedésre vonatkozóan az energiaegyensúlyt az alábbi formában írta fel [2.4]:

$$G = \delta \sigma_y \quad (2.26)$$

Felhasználva hogy: $K^2 = E'G$

$$G = \frac{m\pi}{4} \delta \sigma_y \quad (2.27)$$

Az elmélet egy továbbfejlesztett változatát javasolta Dugdale [2.5]. Levezetésében a repedéscsúcs előtt az un. sávós folyás feltételét használta (2.4 ábra).



2.4 ábra A Dugdale modell

E szerint a repedéscsúcs előtt az a_1 -a szakaszon konstans f feszültség akarja zárni a repedést (nála $f = \sigma_y$). Abból a feltételből, hogy a feszültségmező ha $r \rightarrow a_1$ -hez nem lehet szinguláris, az alábbi feltételt kapta:

$$a_1 - a = a \left[\sec\left(\frac{\pi\sigma}{2f}\right) - 1 \right] \quad (2.28)$$

Erre az eredményre alapozva Burdekin és Stone [2.6] az elmozdulás meghatározása után az alábbi összefüggést kapta:

$$\delta = 2v = \frac{8fa}{\pi E} \ln\left(\sec\frac{\pi\sigma}{2f}\right) = \frac{\pi\sigma^2 a}{Ef} \left[\frac{8}{\pi^2} \left(\frac{f}{\sigma}\right)^2 \ln\left(\sec\frac{\pi\sigma}{2f}\right) \right] \quad (2.29)$$

Az $\ln(\sec)$ tag sorbafejtése után:

$$\delta = \frac{8fa}{\pi E} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi\sigma}{2f}\right)^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{\pi\sigma}{2f}\right)^4 + \dots \right] \quad (2.30)$$

valamint felhasználva, hogy $K^2 = EG = \sigma^2 \pi a$ kapjuk:

$$\delta = \frac{\sigma^2 \pi a}{Ef} = \frac{G}{f} \quad (2.31)$$

Burdekin és Stone a repedés szimmetriatengelyében adott D mérőhossz mellett meghatározta az átlagos alakváltozás értékét is:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} = \frac{2}{\pi} \left\{ 2n \operatorname{cth}^{-1} \left[\frac{1}{n} \left(\frac{k^2 + n^2}{1 - k^2} \right)^{1/2} \right] + (1 - \nu) \operatorname{ctg}^{-1} \left(\frac{k^2 + n^2}{1 - k^2} \right)^{1/2} + \nu \cos^{-1}(k) \right\} \quad (2.32)$$

$$\text{ahol } n = \frac{a}{y}$$

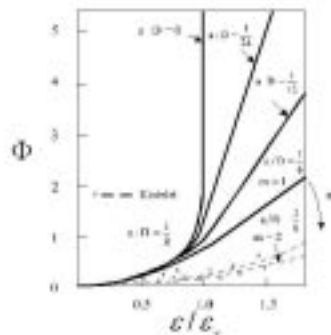
$$k = \cos \left(\frac{\pi \sigma}{2f} \right)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}$$

A szerkezet terheléséből adódó $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y}$ értékek és különböző $\frac{a}{D}$ viszonyok mellett meghatározták az alábbi dimenziótlan mennyiség értékét:

$$\Phi = \frac{\delta}{2\pi \varepsilon_y a} \quad (2.33)$$

A számítási eredmények a 2.5 ábrán láthatóak



2.5 ábra. Dimenziótlan COD értékek

Az ábrán x-al jelölve a kísérleti eredmények is fel vannak tüntetve, illetve jelezve van az m gátlási fényező ($f = m \sigma_y$) hatása a számítási eredményekre.

Az ábra azért tanulságos mert jól mutatja, hogy a mérési eredmények és a számolt COD értékek (Φ) között jelentős eltérés mutatkozik.

Az eltérés oka, és így a COD elmélet kritikája az alábbiakban fogalmazható meg:

- 1.) A repedéscsúcs körüli képlékeny alakváltozást jellemző “m” gátlási tényező értékét nehéz pontosan meghatározni. Ennek értéke $\sqrt{3}$ -tól (mint az a képlékeny zóna korrekcióból következik) ~ 3 -ig (Mises folyási elmélete alapozott csúcsvonalas megoldás) változhat.
- 2.) A modell nem veszi figyelembe a véges lemezvastagságot illetve, azt a tényt, hogy az alakváltozás során a repedéscsúcs előtt az anyag felkeményedik.

2.3.2 J-integrál

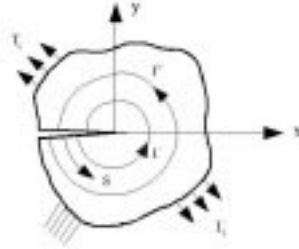
A rugalmas törésmechanika alkalmazása esetén egyértelmű, hogy a repedéscsúcs környezete egyetlen egy paraméter segítségével leírható. Ez az egy paraméter a G-energiafelszabadulás mértéke illetve vele egyenértékű feszültségintenzitási tényező. Fizikailag ez azt jelenti, hogy bár a repedéscsúcsban kialakul ugyan egy mikrozóna (Fracture Process Zone: FPZ) amely egy paraméter segítségével nem jellemezhető (sőt még a kontínuum mechanika eszközeivel sem írható le) a törési folyamatot mégis egy egyparaméteres mező (K field) vezérli. Ez úgy tekinthető, hogy a mikrozónába érkező “input”-értékét a K ill., G egyértelműen meghatározza.

A nemlineáris törésmechanika kifejlesztésénél (hasonlóan a rugalmas esetre) egyik törekvés éppen az volt, hogy megtalálják a repedéscsúcs környékén kialakuló feszültségi és alakváltozási mezőt jellemző paramétert. Hutchinson [2.7] Rice és Rosengreen [2.8] bebizonyította, hogy bizonyos korlátozások mellett ez a paraméter az ún. J-integrál, mely a repedéscsúcsba jutó energiát jellemzi.

A J-integrál (2 dimenziós) definíciója az alábbi:

$$J = \int_{\Gamma} \left[W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right] \quad (2.34)$$

A repedés az x tengely mentén helyezkedik s – az ívhossz egy tetszőleges görbe mentén mely a repedésfront alsó feléről indul és az óramutató járásával ellentétes irányban haladva, a repedésfront felső felén ér véget (2.6 ábra.).



2.6 ábra Útfüggetlen vonalintegrál

Belátható, hogy nemlineáris rugalmas esetben az integrál (ha a repedésterjedés irányában az anyag homogén) útfüggetlen, és értéke megadható az alábbi összefüggéssel:

$$J = - \frac{dP}{B da} \quad (2.35)$$

ahol: P - a potenciális energia
B - a próbatest vastagsága

A terhelési feltételeknek megfelelően:

rögzített elmozdulás esetén

$$J = - \frac{\partial U}{\partial a} \quad \text{ahol} \quad U = \int F dq \quad (2.36)$$

állandó terhelés esetén

$$J = - \frac{dU}{Bda} = \frac{dW}{Bda} = \frac{\partial C}{Bda} \Big|_F \quad (2.37)$$

itt: $dU = F dq$
 dW - a belső energia növekedése
 $C = qdF$

Rugalmas esetben (lineáris és nemlineáris) az U és W értéke egyenlő és $J = G$.

Lineáris esetben az is belátható, hogy a külső munkája egyenlő arányban oszlik meg az új felületek létrehozásához szükséges energia ill. Az alakváltozási energia

megváltozása között. Ha a repedéscsúcs környékén az anyag viselkedését az alábbi összefüggés jellemzi:

$$\frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_o} = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_o} \right)^N \quad (2.38)$$

ahol α, N - az anyagra jellemző állandók
 $\sigma_o = E \varepsilon_o$

akkor a repedéscsúcs alakváltozási és feszültségi állapota az alábbi kifejezésekkel írható le:

$$\begin{aligned} \frac{u_i}{a}(r, \theta) &= \alpha \left(\frac{JE}{I\alpha\sigma_y^2 a} \right)^{\frac{N}{N+1}} \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{N+1}} \tilde{u}_{ij}(\theta) \\ \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_o}(r, \theta) &= \alpha \left(\frac{JE}{I\alpha\sigma_y^2 a} \right)^{\frac{N}{N+1}} \frac{1}{\left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{N}{N+1}}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta) \\ \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_o}(r, \theta) &= \left(\frac{JE}{I\alpha\sigma_y^2 a} \right)^{\frac{1}{N+1}} \frac{1}{\left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{N+1}}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Egy adott probléma és anyag esetén tehát a J értéke egyértelműen jellemzi a repedéscsúcs körül kialakuló alakváltozási és feszültségi állapotot.

A J integrál energetikai értelmezése nem rugalmas esetben.

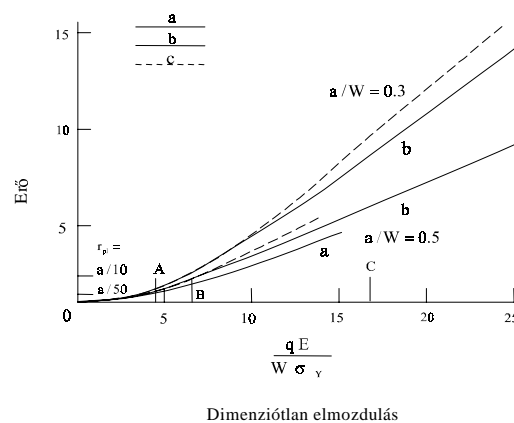
Meg kell jegyezni, hogy a J integrál $J = -\frac{\partial U}{B \partial a} \Big|_q$ kifejezése szigorúan véve csak a repedésterjedést megelőző szakaszra érvényes és számszerű értéke nem a repedésterjedésére rendelkezésére álló potenciális energia, hiszen a képlékeny alakváltozás miatt energiadisszipáció következik be.

Ha az energiát rugalmas (U_{el}) és képlékeny (U_{pl}) részre bontjuk akkor a J integrál számszerű értéke:

$$J = -\frac{1}{B} \left(\frac{\partial U_{el}}{\partial a} + \frac{\partial U_{pl}}{\partial a} \right) \Bigg|_q \quad (2.40)$$

Ez az összefüggés monoton terhelésre vonatkozik (nincs tehermentesítés). Végeleges számítások szerint egy adott repedéshossz esetén $\frac{\partial U_{pl}}{\partial a}$ először pozitív értékeken keresztül nő, mely negatív értékűre csökken míg $\frac{\partial U_{el}}{\partial a}$ parabolikusan nő, majd egy érték után (képlékeny határterhelés) állandóvá válik.

Így a (2.40) alatti J értéke az elmozdulással közel parabolikusan nő, majd lineárisan változik. (2.7 ábra.)



2.7. ábra. A J értékének változása

2.3.3 A J értékének kísérleti meghatározása

Rugalmas esetben a $G = J$ összefüggés teljesül. A G értékét az alábbi alakban is fel szokták írni:

$$G = \frac{\eta_{el} W}{Bb} \quad (2.41)$$

ahol: W - az alakváltozási energia
 b - a maradék szélesség

A W értéke:

$$W = \frac{Fq}{2} = \frac{F^2}{2} \Phi = \frac{q^2}{2\Phi} \quad (2.42)$$

ahol: F - az erő

q - az elmozdulás

$\Phi = \frac{dq}{dF}$ - a rendszer rugalmasságát jellemző függvény

A (2.12) összefüggés szerint:

$$G = \frac{F^2}{2} \frac{d\Phi}{da} \quad (2.43)$$

Ezt a kifejezést összevetve a (2.41)-es összefüggéssel, az azonosság az alábbi mennyiség bevezetésével teremthető meg:

$$\begin{aligned} \eta_{el} &= \left. \frac{-b \partial W}{W \partial a} \right|_q = \left. \frac{-b \partial F}{F \partial a} \right|_q = \frac{b}{\Phi} \frac{d\Phi}{da} = \\ &= \left. \frac{C b \partial q}{U q \partial a} \right|_F = \left. \frac{b \partial W}{W \partial a} \right|_F = \left. \frac{b \partial C}{U \partial a} \right|_F \end{aligned} \quad (2.44)$$

Nemlineáris esetre hasonlóan előállítva a J értékét:

$$J = \frac{\eta U}{Bb} \quad (2.45)$$

Használjuk az η alábbi alakját:

$$\eta = - \frac{b}{U} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (2.46)$$

ekkor kapjuk, hogy:

$$J = - \frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a} \Big|_q \quad (2.47)$$

Ha az η egy másik alakját használjuk:

$$\eta = \frac{b}{U} \frac{\partial C}{\partial a} \Big|_F \quad (2.48)$$

$$J = \frac{1}{B} \frac{\partial C}{\partial a} \Big|_F \quad (2.49)$$

Ezek a kifejezések a J hagyományos értelmezésének felelnek meg.

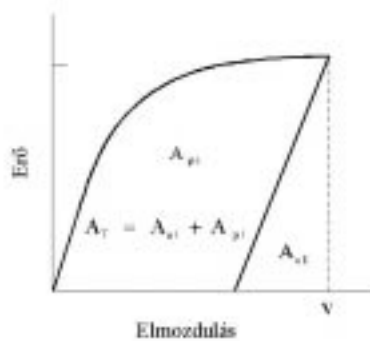
Ha a J értékét két részre bontjuk:

$$J = J_{el} + J_{pl} \quad (2.50)$$

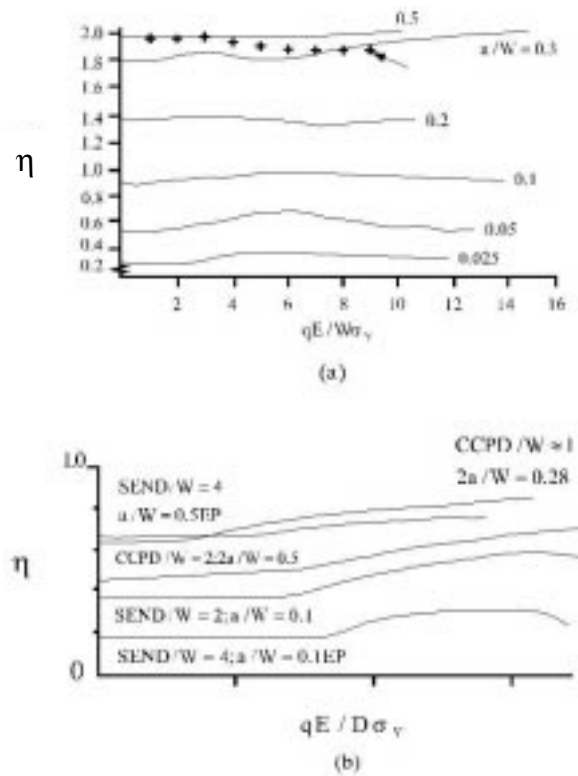
akkor az egyes tagok a (2.45)-höz hasonlóan írhatók fel:

$$J = \frac{\eta U}{B b} = \frac{\eta_{el} U_{el}}{B b} + \frac{\eta_{pl} U_{pl}}{B b} \quad (2.51)$$

Az U_{el} és U_{pl} értelmezését a 2.8 ábra mutatja



2.8. ábra. A külső erők munkájának rugalmas és képlékeny része



2.9. ábra. Az η értékei hajlított és húzott próbatestre

Az alkalmazott próbatesteknek megfelelően az alábbi esetek lehetségesek:

a.) Hárompontos hajlítás

A próbatestre vonatkozó megkötés $a/W > 0.5$ ahol most W a próbatest jellemző mérete, ami a szabvány előírásaival megegyezik.

Egy mélyen bemetszett próbatest hajlítása során a hajlítás szöge θ csak a nyomaték és maradék szélesség négyzetének függvénye (a képlékeny hajlítás elméletéből)

Vagyis:

$$\theta = f\left(\frac{M}{b^2}\right) \tag{2.52}$$

Felhasználva a J (2.49) alatti alakját:

$$J = \frac{1}{B} \int_0^\theta \frac{\partial \theta}{\partial a} \Big|_M dM \quad \text{és} \quad da = -db \quad \text{felhasználásával:} \quad (2.53)$$

$$J = -\frac{1}{B} \int_0^\theta \frac{\partial \theta}{\partial b} \Big|_M dM \quad (2.54)$$

A (2.52) egyenletből:

$$-\frac{\partial \theta}{\partial b} \Big|_M = -f' \left(\frac{M}{b^2} \right) \frac{\partial \left(\frac{M}{b^2} \right)}{\partial b} \Big|_M = \frac{2M}{b^3} f' \left(\frac{M}{b^2} \right) \quad (2.55)$$

hasonlóképpen:

$$\frac{\partial \theta}{\partial M} \Big|_b = \frac{f' \left(\frac{M}{b^2} \right)}{b^2} \quad \text{így} \quad \frac{\partial \theta}{\partial b} \Big|_M = \frac{2M}{b} \frac{\partial \theta}{\partial M} \Big|_b \quad (2.56)$$

Visszahelyettesítve a (2.53) összefüggésbe kapjuk:

$$J = \frac{2}{Bb} \int_0^M M \frac{\partial \theta}{\partial M} \Big|_b dM = \frac{2}{Bb} \int_0^\theta M d\theta = \frac{2U}{Bb} \quad (2.57)$$

b.) Kompakt próba

A J kifejezésének (2.51) alakját használjuk. Clarke és Landes $\frac{a}{W} > 0.5$ értéke azt találták, hogy ebben az esetben: $\eta_{el} \approx \eta_{pl}$, így:

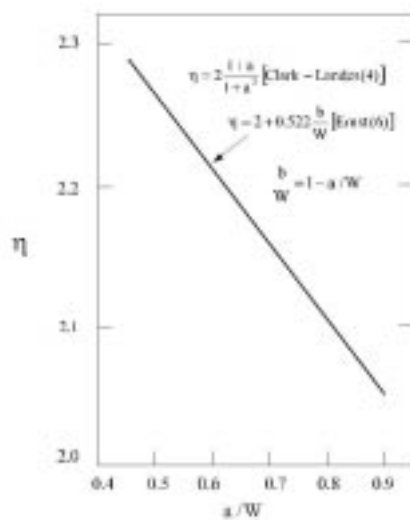
$$J = \frac{\eta(U_{el} + U_{pl})}{Bb} \quad (2.58)$$

Az η értékére a fenti szerzők az alábbi kifejezést adták:

$$\eta = 2(1 + \alpha) / (1 + \alpha^2) \quad \text{ahol:} \quad (2.59)$$

$$\alpha = \left[\left(\frac{2a}{b} \right)^2 + 2 \left(\frac{2a}{b} \right) + 2 \right]^{1/2} - \left[\left(\frac{2a}{b} \right) - 1 \right]$$

A 2.10 ábra mutatja $\frac{a}{W}$ függvényében ábrázolva az η értékét.



2.10. ábra. Az η értéke kompakt próbatestre

Az ábra alapján kompakt próbatest esetén:

$$\eta = 2 + 0.522 \frac{b}{W} \quad (2.60)$$

2.4 AZ ENERGIA-FELSZABADULÁS ÉRTÉKE KÉPLÉKENY ALAKVÁLTOZÁS ESETÉN

Tételezzük fel, hogy a nemlineáris erő- elmozdulás görbe az alábbi alakba írható fel [2.9]

$$q = \frac{F}{m} + k \left(\frac{F}{m} \right)^n \quad (2.61)$$

ahol: m - az erő - elmozdulás görbe lineáris szakaszának iránytangense
 k, n - a görbe paraméterei

A nemlineáris energiefelszabadulás mértéke:

$$\tilde{G} = \frac{\Delta U}{\Delta a} \quad \text{ahol:} \quad \Delta U = \Delta U_{el} + \Delta U_{pl} \quad (2.62)$$

átalakítás után:

$$\tilde{G} = \frac{\Delta U_{el}}{\Delta a} \left(1 + \frac{\Delta U_{pl}}{\Delta U_{el}} \right) = G \left(1 + \frac{\Delta U_{pl}}{\Delta U_{el}} \right) \quad (2.63)$$

Az erő - elmozdulás görbe (2.61) kifejezését használva:

$$\Delta U_{el} = \frac{F^2}{2} \Delta \left(\frac{1}{m} \right) \quad (2.64)$$

$$\Delta U_{pl} = \frac{nk}{n+1} \Delta \left(\frac{1}{m} \right)^n F^{n+1} \quad (2.65)$$

Behelyettesítés után:

$$\tilde{G} = G \left[1 + \frac{2nk}{n+1} \left(\frac{F}{m} \right)^{n-1} \right] \quad (2.66)$$

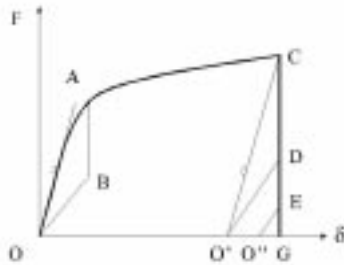
Általános esetben, ha az erő-elmozdulás görbére nézve nem teszünk feltételezést az alábbiak szerint lehet eljárni. [2.10]

Vezessük be a következő mennyiségeket:

$$\eta_{el} = - \frac{b}{F} \frac{\partial F}{\partial a} \Big|_q \quad (2.67)$$

$$\eta = - \frac{b}{F} \frac{\partial F}{\partial a} \Big|_q \quad (2.68)$$

Vizsgáljuk az erő elmozdulás görbét egy egységnyi virtuális repedésnövekedés esetén, konstans elmozdulás mellett (2.11 ábra.).



2.11 ábra. Nemlineáris erő - elmozdulás görbe

Ha a repedésnövekedés az anyag rugalmas viselkedése mellett következne be az A pontban akkor az energia-felszabadulás mértéke az OAB területnek megfelelő $GBda$ érték lenne. Ha az a repedésnövekedés a C pontba következik be a rugalmas esetnek megfelelő energia-felszabadulás az O'CD terület (értéke $GBda$).

Mivel azonban képlékeny alakváltozás is lejátszódik, az erőváltozás a CE szakasznak meg.

Az energia-felszabadulás mértéke (rendelkezésre álló energia) ekkor az O'CEO'' területtel reprezentálható és értéke $BI da$.

Ennek számszerű értéke a potenciális energia változásával is egyenlő, így:

$$I = - \frac{dP}{B da} \quad (2.69)$$

Határozzuk meg az I értékét:

$$\begin{aligned} BIda &= \text{Terület}(O'CD) + \text{Terület}(O'DEO'') = BGda + \text{Terület}(O'DEO'') \\ \text{Terület}(O'DEO'') &= 2 \text{Terület}(O'DE) \end{aligned} \quad (2.70)$$

Azonban:

$$\text{Terület}(O'DE) = \frac{ED \times FO''}{2} \quad (2.71)$$

így:

$$\text{Terület}(O'DEO'') = ED \times FO' = ED \left(\frac{\partial F}{\partial a} \Big|_q - \frac{\partial F_{el}}{\partial a} \Big|_q \right) \quad (2.72)$$

Felhasználva az (2.70) és (2.72) egyenleteket, valamint $ED = q$ jelöléssel:

$$BIda = GBda + \frac{\eta - \eta_{el}}{\eta_{el}} q \frac{F \eta_{el}}{b} \quad (2.73)$$

de $\frac{F \eta_{el}}{b} = - \frac{\partial F_{el}}{\partial a} \Big|_q = CD$ és $q = ED$, így:

$$BIda = BGda + \frac{\eta - \eta_{el}}{\eta_{el}} (CD \times ED) \quad (2.74)$$

A $CD \times ED$ értéke azonban: $2O'CD = BGda$ így:

$$I = G \left(\frac{2\eta}{\eta_{el}} - 1 \right) \quad (2.75)$$

2.5 STABIL REPEDÉSTERJEDÉS, AZ R GÖRBE

A stabil repedésterjedést követően a külső erők munkájának megváltozása (dU) két részre fordítódik, egyrészt a belső energia növelésére (dW) másrészt a repedés terjesztéséhez szükséges energiamennyiségre ($B J da$). Vagyis:

$$dU = dW + B J da \quad (2.76)$$

Igy a $J - \Delta a$ (R-görbe) előállításánál, ha a

$$J = \eta \frac{\text{munka (energia)}}{Bb} \quad (2.77)$$

kifejezést használjuk több alakra is juthatunk.

Abban az esetben ha a belső energiát használjuk:

$$J_{ie} = \frac{\eta W}{Bb} \quad (2.78)$$

$$\frac{d J_{ie}}{d a} = \frac{\eta}{Bb} \frac{d W}{d a} + \frac{J}{b} \left(1 + \frac{b}{\eta} \frac{d \eta}{d a} \right) \quad (2.79)$$

illetve az

$$f(\eta) = \left(1 + \frac{b}{\eta} \frac{d \eta}{d a} \right) \quad \text{bevezetésével} \quad (2.80)$$

$$\frac{d J_{ie}}{d a} = \frac{\eta}{Bb} \frac{d W}{d a} + \frac{J}{b} f(\eta) \quad (2.81)$$

A (2.76) felhasználásával:

$$\frac{d J_r}{d a} = \frac{\eta}{Bb} \frac{d U}{d a} + \frac{J}{b} g(\eta) = \frac{d J_{ie}}{d a} \quad (2.82)$$

ahol: $g(\eta) = f(\eta) - 1$

Ha a külső erők munkáját használjuk:

$$J_{ew} = \frac{\eta U}{Bb} \quad (2.83)$$

$$\frac{d J_{ew}}{d a} = \frac{\eta}{Bb} \frac{d U}{d a} + \frac{J}{b} f(\eta) = \frac{\eta}{Bb} \frac{d W}{d a} + \frac{J}{b} h(\eta) \quad (2.84)$$

ahol:

$$h(\eta) = f(\eta) + \eta \quad (2.85)$$

A (2.84) és (2.85) összevetéséből:

$$\frac{d J_{ew}}{d a} = \frac{d J_r}{d a} + \eta \frac{J}{b} \quad (2.86)$$

A fenti kifejezésekkel különböző $\Delta J - \Delta a$ összefüggéseket lehet definiálni.

$$\Delta J_{ie} = \Delta \left(\frac{\eta W}{Bb} \right) = \Delta J_r = \frac{\eta \Delta U}{Bb} + J g(\eta) \frac{\Delta a}{b} \quad (2.87)$$

$$\Delta J_U = \Delta \left(\frac{\eta \Delta U}{Bb} \right) = \Delta J_r - J_r g(\eta) \frac{\Delta a}{b} \quad (2.88)$$

$$\Delta J_W = \Delta \left(\frac{\eta \Delta W}{Bb} \right) = \Delta J_r - J_r f(\eta) \frac{\Delta a}{b} \quad (2.89)$$

$$\Delta J_{ew} = \Delta \left(\frac{\eta U}{Bb} \right) = \Delta J_r + \eta J_r \frac{\Delta a}{b} \quad (2.90)$$

A fenti képletekben az a közös vonás, hogy egy adott Δa repedésnövekedés után a ΔJ értékének meghatározásakor egy $J \frac{\Delta a}{b}$ korrekciós tag jelenik meg.

2.5.1 Az R görbe meghatározása

Ernst az R görbe felvételére egypróbatestes úgynevezett leterheléses módszert javasolt.

Ekkor az egyes leterhelések között értelmezett J értékek:

$$J_{i+1} = \left[J_i + \left(\frac{\eta}{b} \right)_i A_{i,i+1} \right] \left[1 - \left(\frac{\gamma}{b} \right)_i (a_{i+1} - a_i) \right] \quad (2.91)$$

ahol: $b_i = W - a_i$

$A_{i,i+1}$ -az erő és az erő hatásvonalában mért elmozdulás görbe alatti terület

Az egyes próbatest típusoknak megfelelően:

Kompakt próbatest estén:

$$\eta_i = 2 + 0.522 \frac{b}{W}$$

$$\gamma_i = 1 + 0.76 \frac{b_i}{W}$$

Mélyen bemetszett $\left(\frac{a}{W} > 0.5 \right)$ hárompontos hajlító próbatest esetén:

$$\eta = 2$$

- repedés hosszától függetlenül

$$\gamma = 1$$

Az így felvett görbe akkor használható az anyag szívóosságának jellemzésére ha:

$$\text{hajlítás esetén: } \frac{b}{J} \frac{dJ}{da} > 5$$

$$\text{húzás esetén: } \frac{b}{J} \frac{dJ}{da} > 50$$

$$\text{és mindkét esetben : } \frac{\Delta a}{b_0} < 0.1$$

2.5.2 Módosított R görbe

Az előzőekben ismertetett megszorítások egy szerkezetre nézve igen szigorúak. ($\frac{\Delta a}{b}$ körülbelül 1% -a lehet a szerkezet jellemző méretének!)

Ernst [2.11] a következő módosítást javasolta:

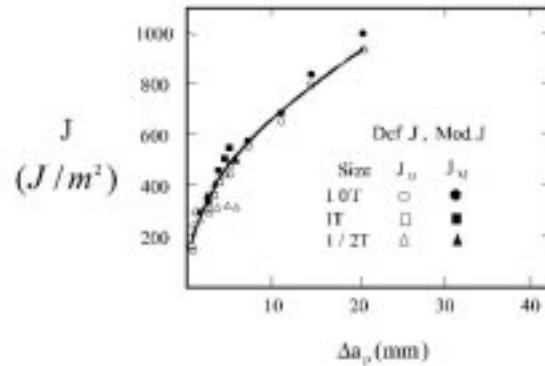
$$J_M = J_d - \int_{a_0}^{a_f} \frac{\partial(J - G)}{\partial a} \Big|_{\delta_{pl}} da$$

vagy

$$\Delta J_M = \Delta J_d + (\eta - 1) J_{pl} \frac{\Delta a}{b} \quad (2.92)$$

ahol J_d a hagyományos módon értelmezett J értéke.

A 2.12 ábra példát mutat a két elmélettel értelmezett R görbére.



2.12 ábra. A hagyományos és a módosított elmélettel származtatott R görbe

2.6 IRODALOM

- [2.1] Wells, A. A.(1961). Unstable crack propagation in metals: cleavage and fast fracture, Symp. Crack Propagation, College of Aeronautics, Cranfield, Paper B4.
- [2.2] Cottrell, A. H. (1961). Theoretical aspects of radiation damage and brittle fracture in steel pressure vessels, Iron Steel Inst. Spec. Rep. No.69, pp. 281-96.
- [2.3] Barenblatt, G. I. (1962). The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, Advances I applied mechanics, 7, Academic Press, New York.
- [2.4] Wells, A. A. (1963). Application of fracture mechanics at and beyond general yielding, Brit. Weld. J., 10, pp.563-70.
- [2.5] Dugdale, D. S. (1960). Yielding of steel sheets containing slits, J. Mech. Phys. Solids, 8, pp. 100-4.
- [2.6] Burdekin, F. M. & Stone, D. E. W. (1966). The crack opening displacement approach fracture mechanics in yielding materials, J. Strain Anal., 1 (2), pp. 145-153.
- [2.7] Hutchinson, J. W. (1968). Singular behaviour at end of tensile crack in hardening material, J. Mech. Phys. Solids, 16, pp. 13-31.
- [2.8] Rice, J. R. & Rosengren, G. F. (1968). Plane strain deformation near crack tip in power-law hardening material, J. Mech. Phys. Solids. 16 pp. 1-12.
- [2.9] Liebowitz, H. & Eftis, J. (1971). On non-linear effects in fracture mechanics, Engng Fract. Mech., 3, pp. 491-503.
- [2.10] Turner, C. e. (1979). Description of stable and unstable crack growth in the elastic-plastic regime in terms of J_r resistance curves, Fracture Mechanics, Proc. 11th National Symposium on Fracture Mechanics, C. W. Smith, ed. ASTM-STP 677, pp. 614-28.
- [2.11] Ernst, H. A. et al. (1981). Estimation of J-integral and tearing modulus T from a single specimen test record, in Fracture Mechanics, 13th Conference, ASTM-STP 743, Richard Roberts, ed., pp. 476-502.