HÁRS JÁNOS:
AZ ELSŐ MAGYAR NYELVŰ MATEMATIKAKÖNYVÜNK (1577), A DEBRECENI ARITMETIKA[1]

Digitalizálták a Magyar Tudománytörténeti Intézet munkatársai, Gazda István vezetésével.

A Debreceni Aritmetika előtörténetéhez: Gemma Frisius aritmetikája

A Debreceni Aritmetika ismeretlen szerzője könyvének címében azt írja, hogy Gemma Frisius számvetéséből fordította magyar nyelvre. Meg kell tehát ismerkednünk ezzel a 16. században közkedveltté vált 60-nál több kiadást megért, nagyhírű latin nyelvű könyvvel és alaposabb vizsgálat alá kell vennünk.

Reinerus Gemma-Frisius 1508. december 8-án született Németalföldön, a kelet-frízlandi Dockumban. Innen kapta a Frisius nevet.[2] Matematikát és orvostudományt tanult előbb Groningenben, majd Louvainben.[3] A 16. század negyvenes éveiben a louvaini egyetem matematika tanára. 1553-ban ezt az állását egyetemének orvosprofesszori tanszékével cserélte fel. Az V. Károly császárnál nagy kegyben álló alacsony termetű Gemma Frisiusnak legjobb barátja volt a magas termetű Jeremias Triverio. A gyakran együtt sétáló, nem éppen összeillő párt a „louvaini orvosok páratlan párjá”-nak nevezték.[4] A Gemma név, amely drágakövet, de egyúttal rügyet is jelent, sok szójátékra adott alkalmat.[5] 1555. május 25-én halt meg, némelyek szerint pestisben.[6]

Gemma Frisius tudományos hírnevet szerzett a térképészet számára értékes munkájával és találmányaival. Ezek: ’Földgömbtan’-a (1530), a földrajzi helyeknek órával való meghatározása (az ún. csillagászati gyűrű), a földgömbök sztereografikus vetületének készítése és a háromszögelési módszer.[7]

Nevezetesebb munkái:

Libellus de locorum describendorum ratione (Antverpiae, 1533)[8]

Charta, id est totius orbis descriptio. (Louvain, 1540)[9]

De principiis astronomiae et cosmographiae ac usu globi a se editi. (Paris, 1547)

---

[1] Forrás: Hárs János: A Debreceni Aritmetika. 1936. pp. 25–56.

[2] Eredeti neve „van den Steen” volt. A „van den” a nemességre utal, a Steen pedig követ jelent. Moritz Cantor: Geschichte der Mathematik. 1. köt. Leipzig, 1890. p. 410. és 2. köt. Leipzig, 1892. pp. 377–394.

[3] Allgemeines Gelehrten Lexicon herausgeben von Christian Gottlieb Jöcher. Leipzig, 1750. 2. köt. p. 914. Louvain, vagy Lőwen.

[4] Uo.: „Lovaniensium medicorum par impar”.

[5] Arithmeticae practicae methodus facilis per Gemmam Frisium. Antwerpiae, 1540. Bevezető- és befejező versek. Továbbá Moritz Cantor: Geschichte der Mathematik. 2. köt. 1. kiad. Leipzig, 1892. p. 379.

[6] Allgemeine Gelehrten Lexicon. 2. köt. Leipzig, 1750. p. 914.

[7] Der grosse Brockhaus. 7. köt. p. 187.

[8] Moritz Cantor: Geschichte der Mathematik. 2. köt. 1. kiad. Leipzig, 1892. p. 379.

[9] Gemma munkáinak címét felsorolja az Allgemeine Gelehrten Lexicon. Leipzig, 1750. 2. köt. p. 914. – Továbbá a Nouvelle Bibliographie Générale publiée par M. M. Firmin Didot Freres. Paris, 1857. 19. köt. p. 854.

De ratione astronomico. (Antverpiae, 1545)
De usu Annuli astronomici. (Antverpiae, 1548)
De astrolabio catholico liber. (Antverpiae, 1556)

Gemma Frisius e műveiben közzétett, gyakorlati szempontból fontos tanításaival a németalföldi földrajzi iskola élére került. Az ő vezetésével és útmutatásával nőtte ki magát tanítványa – Gerhard Mercator – ennek az iskolának legkiválóbb képviselőjévé.[10]

Gemma Frisiusnak a tudósok körében jól ismert nevét igazán népszerűvé és általánosan ismertté az 1540-ben 'Arithmeticae practicae methodus facilis per Gemma Frisium medicum ac mathematicum in quatuor partes divisae' címen Antwerpenben megjelent munkája teszi. A latin tannyelvű iskolákban rövidesen ugyanolyan kedvelt tankönyv lesz, mint Adam Riese számtankönyve a német nyelvű számolóiskolákban.[11] Gemmának ez a könyve a matematikai alapvetés, a középfokú oktatás és a felsőbb számvetés területén korszakot nyitó standard munka. Egy évszázadon át belőle tanulják a számolást a latin iskolák tanulói, nemcsak a mai Hollandia és Belgium területén, hanem Német- és Franciaországban is. Nagy népszerűségét az 1540-től 1614-ig sajtó alá rendezett számos kiadás,[12] továbbá e könyveknek a mai napig megmaradt nagy száma bizonyítja.[13]

„A Gemma könyve" a 16–17. században fogalommá lett és vitás kérdések elbírálásánál éppúgy hivatkoztak rá, mint nálunk Maróthira.

A számolás műveleteinek elvégzése tekintetében korának színvonalán áll, több vonatkozásban úttörő jelentőségű. Könnyű stílusa, tömörsége, jó példái és áttekinthetősége elősegítették gyors terjedését. Egészen modern könyv volt, ezért használata rövidesen divattá vált.

Gemma az első az alapműveletek fogalmának meghatározásában,[14] továbbá a többjegyű számoknak háromjegyű csoportokra való felosztásában.[15] (Az elválasztásra függőleges vonalkát használt.)

Az elsők közt volt a kettőzés és felezés műveleteinek elvetésében is. A Gemma előtti időkben a kettővel való szorzás és a kettővel való osztás önálló műveletek voltak. Az egyiptomi-, a görög-, és a római hagyományokban gyökeredzett e műveletek különállása. A számolótáblán való számolásnál nélkülözhetetlenek voltak. Az indus-arab számolásban fölöslegesekké váltak, mégis tovább tanították őket önálló műveletként. Ez ellen kifogást emel Gemma a „Duplatio et Mediatio" c. fejezetben.[16]

A négyzetgyökvonásban Gemma írja először a folyton új osztóul fellépő részlethányados kétszereséhez a hányadosnak utoljára kiszámított jegyét és az így kapott számot szorozza a hányados utolsó jegyével. Ha a maradékot nem a rádikándusz fölé írná, akkor gyökvonási eljárása semmiben sem különbözne a gyökvonás mai modern formájától.[17]

Az elsők közt van abban is, hogy az algebra szót egymagában használja az almukabala szó nélkül. Mohamed ibn Músa al-Hvarizmi-nek a számolás elméleti részét tartalmazó arab-

---

[10] A. Sturm: Geschichte der Mathematik. Leipzig, 1906. p. 91.

[11] Fr. Unger: Die Methodik der praktischen Arithmetik. Leipzig, 1838. p. 57.

[12] Hatvannál több kiadást ért meg. Lásd Dávid Lajos: Debreceni régi matematikusok. Debrecen, 1926. p. 39. (A debreceni Tisza István Tudományos Társaság II. osztályának munkáiból. 2. köt. 4. füz.); Továbbá: Louis C. Karpinski: The History Arithmetic. Chicago–New York, 1925. p. 69.

[13] Magyarország könyvtárai – tudomásunk szerint – 8 példányt őriznek.

[14] J. Tropfke: Geschichte der Elementar-Mathematik. Berlin–Leipzig 1921. Bd. I. p. 31. – A Gemma könyvére szóló utalások mindig az 1540-es antwerpeni kiadású eredeti munkára vonatkoznak.

[15] Lásd az A_{II} lap második oldalát: „Distinque primo numerum propositum virgula interícta post ternas singulas figuras, initio facto a dextris, atque ita ad finem, ut 3 534 560 782." A számok írását a káldeusoktól származtatja.

[16] B_{III} lap első oldalán: „Solent nonnuli Duplationem et Mediationem assignare species distinctes a multiplicatione et divisione. Quid vero moverit stupidos

[17] G_{III} lap második oldalán. A középkorból fennmaradt szokás a maradéknak a megfelelő jegy fölé való írása minden számolóműveletnél, így a gyökvonásnál is.

nyelvű könyve a 9. században 'Aldsebr Walmukabala' címmel jelent meg.[18] Ez a cím a nyugaton 'Algebra' és 'Almukabala' formában terjedt el. Csak az algebra szót Leonardo Pisano, Regiomontanus, Paciuolo, Stifel, Cardano és Gemma Frisius használják.

Gemma az első, aki a magasabb fokú egyenleteknek a regula falsival való megoldását tanítja. Elsőségének tudatában írja: „Már végeznék is, ha eszembe nem jutna a regula falsira vonatkozó ígéretem: ezt a számolási eljárást fel lehet használni a másod-, a harmad- és a negyedfokú egyenletek példáiban, amit előttem még senki sem kisérelt meg."[19]

Ezek azok a pontok, amelyekben Gemma megelőzte korát és amelyekkel korának legjobbjai közé emelkedett.

Az 1540-es antwerpeni kiadású 'Arithmetica' egy példánya a königsbergi egyetemi könyvtár tulajdona.[20] Ez a könyv másik hét könyvvel van összekötve, amelyek mind csillagászati munkák.[21] Teljesen tiszta és ép példány. Terjedelme 21x14,4 szedéstükre 17x12 cm.

Ez a 76 oldalas könyv 4 részre oszlik.

Az I. rész az egész számokkal való alapműveleteket[22] és ezek próbáit[23] ismerteti. Tartalmazza továbbá a duplázást, a felezést, a haladványokat és a hármas szabályt.[24] Ez a rész 19 oldal.[25]

A II. rész a törtszámolást tanítja.[26] Így először a különnevezőjű törteknek közös nevezőre hozását.[27] Azután bemutatja a 4 alapműveletet törtekkel, a hármas-szabályt törtekkel[28] és a hármas-szabályt fordított arányosság esetén.[29] (8 1/2 oldal)[30]

A III. rész ismerteti a regula vulgarist,[31] a társaság-szabályt,[32] a keverés-szabályt,[33] a regula falsit, a négyzet-[34] és köbgyökvonást[35] egészekből és törtekből,[36] a másod-,[37] a harmad-[38] és a negyedfokú egyenletek megoldását.[39] Ez a rész 36 1/2 oldal.[40]

A IV. rész tartalmazza az arányokat egész-[41] és törtszámokkal,[42] a középarányost,[43] az arányok összeadását és kivonását,[44] végül néhány kedves föladatot.[45] Ez a rész 10 oldal.[46]

---

[18] Dsebr = restauratio, azaz a negatív tagoknak az egyenlet másik oldalára való átvitele, amivel elérhető, hogy az egyenletben kizárólag pozitív tagok szerepelnek. Mukabala = oppositio, azaz az egynevű tagoknak egy oldalra hozása és összevonása. Az Almukabala szó utoljára 1577-ben Gosselin könyvének címében fordul elő. L. Tropfke: Geschichte der Elementar–Mathematik. Leipzig, 1902. 1. köt. p. 152.

[19] Lásd a H_{II} lap első oldalán.

[20] Könyvtári száma: + Md. 28. Qu.

[21] E gyűjtemény utolsó munkája: „Tabulae Astronomicae, inservientes doctrinae ascensionum signorum Zodiaci in Sphaera recta, et in obligua," stb. Witebergae. Excudebat Jacobus Lacius Transylvanus. 1563. E latin név mögött magyar embert sejtek: Erdélyi Láczi Jakabot.

[22] A kivonást subductionak nevezi.

[23] Az alapműveletek ellenőrzését examen szóval jelöli.

[24] Regula proportionum, sive trium numerorum.

[25] C_{III} lap második oldaláig.

[26] De fractionibus sive minutiis.

[27] Reductio ad candem denominationem.

[28] Regula trium in minutiis.

[29] Regula trium inversa.

[30] D_{III} lap első oldaláig.

[31] Összetett hármas-szabály.

[32] Regula consortii, sive societatis.

[33] Regula alligationis.

[34] De radicum extractione, primumque de Quadratis.

[35] De radice cubica.

[36] De partibus sive minutiis.

[37] Regula falsi unius positionis.

[38] Ex tertia regula Coss sive Algebrae.

[39] Ex quarta regula Coss.

[40] J_I lap első oldaláig.

[41] De proportione.

Összehasonlítottam ezt az eredetit a később kiadott Gemma-könyvekkel.[47] Ennek eredményeképpen megállapítottam, hogy az eredeti szöveget teljes egészében valamennyien átvették. A német kiadások mindössze a progresszióról szóló fejezetbe iktattak be egy példát. A könyv elé ajánlásokat írtak, a szöveg után pedig különböző feladatokat (néhányat versben) függesztettek. Az 1561-es párizsi, kiadás szövegében már több – legtöbbször magyarázatul szolgáló – betoldás található. A könyvet Peletarius toldotta meg a csillagászati törtekkel és azokkal az ismeretekkel, amelyek az Idus, a Nonae, a változó ünnepek, valamint a Nap és a Hold helyének az Állatövben való meghatározásához szükségesek.[48] Az 1576-os kölni kiadásút Peletariuson kívül még Johann Stein is bővítette.[49]

Az eredetileg nagy alakú könyvet később nyolcadív nagyságban adták ki. Terjedelmének állandó gyarapodása (175 oldal körül változott) hozzájárult ahhoz, hogy könnyen kezelhető, jó alakú zsebkönyv lett belőle.

Antwerpenben 1582-ben kiadták francia nyelven.

Párizsban 1585-ben ugyancsak francia nyelven jelent meg Forcadel fordításában.[50] Forcadel magyarázta, látta el jegyzetekkel és a törtszámolásra vonatkozó részt ki is bővítette. Az ajánlás e könyvben 1560. december 14-én kelt, tehát feltehető, hogy volt még legalább egy – ezt megelőző – régibb kiadása is.

Ezeken felül van még Gemma Frisius könyvének egy kéziratban fennmaradt cseh nyelvű kivonata,[51] az 1580–1583. évekből, amely gyakorló feladatokat és cseh nyelven írt ajánlást is tartalmaz.[52] A morva iskolatestvérek munkája, akik az akkoriban Csehországban közhasználatnak örvendő Gemma-könyvet iskolai célra kivonatolták cseh nyelven.[53]

Az altdorfi gimnázium 1575-ben kelt szabályzata Gemma Frisius számtankönyvének a használatát írta elő: „A matematika tanárának az aritmetikát, amennyiben a latin nyelvben járatos, világosan és értelmesen kell olvasnia és megmagyaráznia. És ezt különösképpen a Gemma Frisius könyvecskéjéből."[54] Nagyon valószínű, hogy az altdorfi gimnázium e rendeletével csak szentesítette a latin iskolák általános eljárását, amikor saját intézetébe is bevezette a jónak tartott tankönyvet.

Gemma könyvének legtöbb kiadása Wittenbergből való. Ebből közvetkezik, hogy középiskolai használatra való bevezetése a vallási mozgalmakkal párhuzamosan történt és a lutheri iskolapolitika céltudatos lépése volt. Erre utal a Melanchtontól származó, versben írt, nyolcsoros számtani feladat, amely a németországi kiadású könyveken kívül a párizsiban is szerepel.

[42] De proportione fractorum, sive minutiarum.
[43] De medio proportionale.
[44] De proportionum additione et subductione.
[45] Jucundae aliquot quaestinculae.
[46] J_{VI} lap első oldaláig.
[47] Ezek: 1548. Witebergae (Budapesti Egyetemi Könyvtár. Ea. 345. sz.); 1550. Witebergae (Akadadémiai Könyvtár Kézirattára Ttan. 848. sz.); 1558. Lipsiae (Budapesti Egyetemi Könyvtár. Ea. 349. sz.); 1566 Lipsiae (OSzK Kézirattára. VII. Ph. pr. 1719. sz.)
[48] Budapesti Egyetemi Könyvtár Ea. 205. sz.
[49] Zirc. Apátsági Kézirattár.
[50] Manuel du Libraire et de l amateur de Livres…par Jacques-Charles Brunet. Paris, 1861. II. p. 7638.
[51] Compendium Arithmeticae Bohemium ex latina hac Frisii excerptum a me Conscriptum Anno Christi 1580. Euanczij in Aedibus fratrum. E. P. W. Manu propria.
[52] Boldogok, akik hallgatják és megtartják Isten igéjét. A tekintetes és tudással ékeskedő Paulin Ezékiel János ifjúnak emlékül 1583. Szt.-Anna utáni hétfőn.
[53] Lásd: Zvláštni Otisk Ze Sborníku Prírodovedeckého. 1929. A Vetter, Nekterá Rara mathematica v prazskíjch knihovnách.
[54] E. S. Unger: Die Meth. d. prakt. Arithm. Erfurt, 1835. p. 25.

Gemma könyvét kiadták tudomásom szerint: Wittenbergben 19 ízben, Párizsban 16-szor, Lipcsében 12-szer, Antwerpenben 7-szer, Kölnben 5-ször, Strassburgban 2-szer és Lyonban 2-szer.[55]

A debreceni ref. kollégium könyvtárában egy 1551-es kiadású Gemma-könyv van.[56] Mindezek azt bizonyítják, hogy Gemma könyvének nemcsak a híre jutott el Debrecenbe. Nagyon valószínű, hogy a Kollégiumban ezt használták a matematika tanításánál tan- és segédkönyvül. Ezért állítja Hoffhalter Rudolf a 'Debreceni Aritmetika' bevezetésében, hogy az a Frisius könyvének fordítása.

A Debreceni Aritmetika további előtörténetéhez: a matematika történetének 1577 előtti magyar vonatkozásai

A matematika magyarországi történetének az 1577 utáni évekből vannak adatai.[57] A matematikai tudományok fejlődését visszamenően a 16. századig követhetjük kisebb-nagyobb megszakításokkal. A Debreceni Aritmetika határkő a magyar matematikatörténet irodalmában.

Megpróbáljuk ezt a határt valamivel távolabbi időpontra kitolni. Ebből a célból megvizsgáljuk a tudományos magyar múltat, hol lehetnek azok a pontok, amelyekkel a magyarság bekapcsolódik e tudomány fejlesztésének nagyszerű munkájába.

III. Béla (1173–1196) Veszprémben főiskolát alapított, amely 80–90 évig fennállott. Bár főképp jogi egyetem volt,[58] a filozófiát és a művészeteket (artes) valószínűleg tanították. Ebbe a tudományágba tartozott az aritmetika. Itt még talán csak a kalkulusokkal való számolást tanították, mert az indus-arab számolás ebben az időben, Leonardo Pisano könyve révén csak Itáliában volt ismeretes, ott is szűkebb körben. A veszprémi főiskola 1276-ban Veszprém városának Csák Péter által bosszúból történt fölégetése alkalmával pusztult el. Becses irattára is elhamvadt.

Majdnem egy évszázad telt el a pécsi egyetem felállításáig. Nagy Lajos a Bécstől és Krakkótól távol első, Itáliához pedig közel levő, jól védhető és a fejlődésre alkalmas Pécs várost szemelte ki egyeteme székhelyéül. A teológia kivételével minden arra érdemes tudomány tanítható itt V. Orbán pápa engedélye szerint. Tehát a jogi, orvosi és művészeti (filozófia) szaktudományok egyformán művelhetők. Az egyetem a vizsgát álló jelöltek ismereteinek megvizsgálása után tanári (magiszteri) és doktori címeket adhat. Ennek a képesítésnek birtokosai nemcsak a pécsi studium generalen, hanem más egyetemeken is taníthatnak minden újabb vizsgázás nélkül.[59]

Bár idővel ez is jogi főiskolává fejlődött, mégis valószínű, hogy az Anjou-házból való Nagy Lajos megtalálta a módját annak, hogy olasz tudósok tanítsák Pécsett az orvos- és természettudományokat, így az artimetikát is. Az itt tanító olaszok már ismerték és tanították az indus-arab számolási módot. Ez lehet az oka annak, hogy az olasz gyakorlat és a hármas-szabály ismerete nálunk korán elterjedt a tudományok pécsi gócpontjából. Tekintettel arra,

[55] E kiadások legtöbbjét felsorolja D. E. Smith: Rara Arithmetica. Boston, 1908. 507 p. Ezek latin nyelvű könyvek. A kiadások száma nagyobb, ha hozzászámítjuk a francia és cseh nyelven megjelent kiadásokat is.

[56] Dávid Lajos szíves közlése.

[57] Dávid Lajos: Debreceni régi matematikusok. Debrecen, 1926. (A debreceni Tisza István Tudományos Társaság II. osztályának munkáiból. 2. köt. 4. füz.); Sárközy Pál: Nagyszombati régi matematikusok. Pannonhalma, 1933.; Woyciechowszky József: Sipos Pál élete és matematikai munkássága. Bp., 1932.; Dávid Lajos: A két Bolyai élete és munkássága. Bp., 1923.; Kopp Lajos: Régi magyar arithmetikák. = Budapesti VIII. ker. községi főreáliskola 1892/93. évi értesítője.; Szily Kálmán: Georgius de Hungaria Arithmetikája 1499-ből. Bp., 1894.

[58] Salamon Ferenc: Budapest története. 3. köt. Bp., 1885. p. 285.

[59] Lásd: Pintér Jenő: Magyar irodalomtörténet. Bp., 1930. 1. köt. p. 300.

hogy a pécsi egyetem működése a 15. századba is átnyúlik,[60] ide vezet György mesternek 1499-ben tett kijelentése, amellyel a hármas szabályt az olaszok és a magyarok aranyszabályának nevezi.[61]

Zsigmond király 1389 körül IX. Bonifácius pápától egy Óbudán létesítendő egyetem felállítására kér engedélyt. A pápa 1395-ben Lukács csanádi püspököt óbudai prépostté és az óbudai egyetem kancellárjává nevezi ki.[62] Horow (Horb) Jánosnak az óbudai egyetemre történt meghívása a filozófiai szak létezését bizonyítja.[63] A bécsi egyetem jegyzetei említik 1412-ből Pesti Bricciust, 1415-ből Temesvári Miklóst, mint a budai egyetem[64] tanárjelöltjeit (baccalaureus). A konstanzi zsinaton az óbudai egyetemnek öt képviselője jelent meg, akik végzéseket is megpecsételtek. A konstanzi zsinaton még egy budai tanárt említenek 1415-ből: Mode Jánost, aki óbudai olvasó, nagyváradi kanonok és a művészetek, illetőleg a filozófia szaktanára volt. Ezek szerint a matematikai tudományok Óbudán is találtak hajlékot.

V. László udvarában élt Peurbach György a kiváló csillagász 1554 után. Peurbach Budán írta Vitéz János esztergomi érseknek ajánlott munkáját „Canones pro compositione et usu gnomonis” stb. címen. Peurbach később Bécsben egyetemi tanítványai számára algoritmust írt. Valószínűen Budán is tanította a csillagászati számítások elemeit és így az aritmetikát is.

Mátyás királyunk 1467-ben Pozsonyban állít fel egyetemet,[65] azért hogy a magyar ifjak ne kényszerüljenek a roszszomszédi viszonyban álló lengyel király krakkói, sem a császár bécsi egyetemének látogatására. Pozsonyban négy évig tanított Regiomontanus Müller János, korának legkiválóbb asztronómusa. Itt számította és Budán adta ki ’Ludus Pannoniensis quem alias vocare libuit tabulas directionum’ c. könyvét 1467-ben. Tehát az aritmetika itt is méltó tanárt kapott az ő személyében. Az időpontok összhasonlítása nem mond ellene a föltevésnek, hogy György mester tőle tanulhatta az aritmetikát. Ha György 1470 körül 20–30 éves fiatalember volt, akkor 1499-ben – könyvének megírásakor – 50–60 éves férfi lehetett. Regiomontanus olasz földről jött hazánkba, ami újra lehetővé teszi György könyvének a magyar és olasz kapcsolatokra utaló – már említett – kijelentését.

Ilkusz Márton krakkói tudós csillagász is tanított a pozsonyi egyetemen, ahonnan modern humanista szellem áradt és ahol komoly gondot fordítottak a természettudományok művelésére is.

Mátyás Budán is állított föl egyetemet. „A budai egyetem létezése kétségbe nem vonható tény, a mai Iskola-téren állott a Domonkos-rendiek épületében” – írja Salamon Ferenc.[66] Niger (Schwartz) Péter domonkosrendi szerzetes 1481-ben mint budai tanár adja ki Velencében ’Liber accuratissimarum quaestionum super arte veteri Aristotelis qui Thomistarum appellatur’ c. könyvét.[67] Ennek bevezetésében ezt írja Mátyás királynak: „Királyságodnak ezen fényesen virágzó székhelyén, Buda városában a prédikátorrend házában egyetemet állítottál fel. Mindennemű ismeretből, a filozófiából, a teológiából és a Szentírás ismeretéből itt mindenki oly bőven meríthet, amint csak kívánja.” 1487-ben a filozófia (artium) és a szent teológia tanára Márton, a budai főegyház plébánosa. A filozófiának német földről Budára hívott tanára Borbeck Pongrác, akiről az 1481. és 1483. években esik szó.

---

[60] Uo.

[61] V. ö. Baumgartner Alajos: Georgius de Hungaria arithmetikája. = Középiskolai Mathematikai Lapok, 1912/13. Lásd a cikkben a György mesterről mondottak idevágó részét (p. 82.)

[62] A német feljegyzésekben Buda. Óbuda és Pest elnevezése körül gyakran vannak zavarok.Óbuda helyett itt is Budát írnak.

[63] Uo.

[64] A német feljegyzésekben Buda. Óbuda és Pest elnevezése körül gyakran vannak zavarok. Óbuda helyett itt is Budát írnak.

[65] Academia Istropolitana

[66] Salamon Ferenc: Budapest története. Bp., 1885. 3. köt. p. 302.

[67] Röviden: Clypeus Thomistarum.

A Heltai Gáspár krónikájában leírt, 40000 hallgatót befogadó, budai egyetem létezése valószínűleg csak legenda és annak a hatalmas építkezésnek Heltai által 100 évvel később látott romjai,[68] amelyeket neki Brodarics István mutatott és magyarázott, Salamon Ferenc véleménye szerint, várvédelmi célokra szolgáló katonai erődítmények romjai lehettek.

Mátyás maga köré gyűjti a tudósokat és szívesen időzik körükben. Valószínű, hogy még az ő uralkodása idején alakul meg olasz mintára a Magyar Irodalmi Társulat.[69] Az Anjou királyok és Mátyás Magyarországa közvetlenül érintkezett Olaszországgal és az ott uralkodó szellemi áramlatok és kultúrtevékenységek az irántuk fogékony magyar királyok segélyével és támogatásával jutottak el hozzánk. Az olasz tudósok a hazájukban dívó szokásnak megfelelően itt is társaságot alkottak a magyarság legjobbjainak bevonásával.

Celtes Konrád (1459–1508) tudós társaságokat alapított németlakta területeken. 1490 körül Pozsonyba és Budára is ellátogatott. Itt azonban már kevés dolga akadt. Megismerkedett a Mátyás udvarában élő tudósokkal, megtekintette velük a magyar főváros nevezetességeit és többször megjelent lakomáikon, ahol a bölcsészetről és egyéb természetű tudományokról beszélgettek. 1497-ben Celtes újra Budára jön. Ekkor alapítja a Dunai Irodalmi Társaságot,[70] amely a budai és bécsi humanisták közös tudományos munkálkodását (történet, matematika és zene terén) és társas együttélését tűzte ki feladatául.[71] Elnökül az ifjabb Vitéz János veszprémi püspököt, a bécsi püspökség adminisztrátorát választják meg.[72] Ez a társulat volt a magva az 1502. február 4-én Bécsben Collegium poetarum et mathematicorum néven megnyílt első német tudományos akadémiának. A matematikai osztály elnöke az a Stabius János volt, aki a nürnbergi Szent Lőrinc templom híres napóráját szerkesztette.[73]

A budai tudós társaság[74] emlékét egy Celteshez intézett tréfás levélen kívül egy aranyserleg is őrzi. Ez utóbbit Olmützi Ágoston 1508-ban ajándékozta a társaságnak.

Ugyanebben az időben (1499) adja ki Magyarországi György mester Németalföldön latin nyelven írott aritmetikáját.[75]

A königsbergi egyetemi könyvtárban levő 1540-es Gemma Arithmetica-t tartalmazó nyolc műből álló gyűjteményes kötet utolsó munkáját egy csillagászati táblázat.[76] Ennek címlapja a szerző, vagy szerkesztő nevét nem tünteti fel. A címlap alján ez olvasható: „Witebergae. Excudebat Iacobvs Lacius Transyluanus. Anno MDLXIII.” Erdélyi Láczi Jakab a táblázatot összeállította, de úgy látszik, hogy ő maga is metszette, mert a metszet kézimunkára vall. Tehát 1563-ban Wittenberg tudományos munkájában is vett részt magyar ember.

Az 1577-beli Debreceni Aritmetika ismertetése

A Németországból kiindult – a tudományoknak a nép anyanyelvén való közlését célzó – szellemi mozgalom hazánkban is éreztette hatását és megtermette első zsengéit. Debrecenben Hoffhalter Rudolf, a tevékeny nyomdász, az értékes könyveknek magyar nyelven való

[68] Heltai 1585. körül láthatta.
[69] Sodalitas Litteraria Ungarorum.
[70] Sodalitas Litteraria Danubiana.
[71] Ábel Jenő: Magyarországi humanisták és a Dunai Tudós Társaság. Bp., 1880.
[72] Fináczy Ernő: A középkori nevelés története. 2. kiad. Bp., 1926. p. 284.
[73] Moritz Cantor: Geschichte der Mathematik. 2. köt. 1. kiad. Leipzig, 1892. p. 360.
[74] Tagjai voltak: az ifjabbik Vitéz János, a medgyesi születésű Piso Jakab, Balbus Jeromos (II. Ulászló gyermekeinek: Lajosnak és Annának a nevelője), Milius Gyula (udv. orvos), Neldeck György osztrák főúr; továbbá a cseh kancellária tagjai: Schlechta János és Olmützi Ágoston.
[75] Lásd Baumgartner Alajos id. cikkét.
[76] V. ö. az 1540-es Gemma-kiadás königsbergi példányára vonatkozó jegyzetet.

megszólaltatásának igazi előharcosa[77] és erős meggyőződésének bizonyítékául kiadta az első magyar nyelvű aritmetikát, amelynek teljes címe:

„Aritmetica, az az, A Szamvetesnec Tvdomania, mell' az tudos Gemma Frisivsnac Szamvetesbeol Maggar nyelure (ez tudománban gyönörködöknec hasznokra, es hamaráb valo ertelmekre io moddal) forditatott."

A cím alatt van Debrecen város ellipszis alakú címere a zászlós báránnyal. A címer körirata: „Mint a baran meg nemvl a nirv elöt. Esa LIII."[78]

A címer alatt: „Romanorum 16. Aszt akarom hog az io es hasznos dolgokba eszesec legyetec' az gonoz es artalmas dolgokba penig egiúgiúek.[79] Debreczenbe Rodolphus Hoffhalter niomtatta, Anno D: 1577."

Többen foglalkoztak ezzel a 360 éves aritmetikával.

Létezését Maróthi György még csak föltételezte:[80] az 1591-ben Kolozsvárt megjelent Magyar Arithmetica címéből, valamint két – szövegben előforduló – kifejezéséből[81] arra következtetett, hogy kellet ennél a kolozsvári aritmetikánál legalább két régibb kiadású aritmetikának léteznie. A tények igazolták Maróthi föltevését: idők múltával előkerültek e régi könyvek.

Az 1577-ben megjelent 'Debreceni Aritmetiká'-nak ez idő szerint egyetlen példányát ismerjük.[82] Farkas Lajos tulajdona volt, tőle került a Nemzeti Könyvtárba. Itt őrzik most is nagy gonddal a 16. század magyar ősnyomtatványai között.[83]

Fel akartam kutatni e könyvnek esetleg lappangó, még ismeretlen példányait. A budapesti könyvtárak átnézése után körkérdést intéztem hazánk több iskolájához[84] és nagyobb könyvtárához[85] (amelyekről ily régi könyv őrzését feltételeztem), nincs-e birtokukban az 'Aritmetiká'-nak valamely példánya. Csak nemleges választ kaptam. A Pesti Hírlap 1937. május 2-i, vasárnapi számában apróhirdetést tettem közzé, amelyben megvételre kerestem e könyvet. Eladó nem jelentkezett. Ezek szerint a Szily Kálmán ismertetése óta eltel 60 év alatt új példány nem került elő.

A könyv nyolcadív nagyságú. Lapjainak mérete 13,6 x 8,5 szedéstükre 11,5 x 7,5 cm.

A címlap és másféloldalnyi bevezetés után kezdődik a szöveg és az ívek számozása[86] (A_I–S_{II}). Tehát 17 ½ ív, azaz 140 oldal. Az egész könyv címlappal és bevezetéssel együtt 144 oldal terjedelmű.

Szily azt írja, hogy valamelyik 16. századbeli szorgalmas olvasója telefirkálta a széleket, s az üres fejezetközöket magyar és latin jegyzetekkel. De most tiszta a könyv. Tehát ezeket a bejegyzéseket azóta eltüntették. A lapok (a fedél és az utolsó két lap kivételével) jó állapotban vannak.

[77] V. ö. alább Károli Péter: Az Apostoli Credonak stb. c. művére vonatkozó jegyzetet

[78] Ézsaiás próféta 53. részének 7. verse Károli fordításában: „Mint a juh az őtet nyírők előtt megnémult".

[79] Pál apostol levele a rómaiakhoz, 16. rész. 19. vers Károli fordításában: „De akarom, hogy bölcsek legyetek a jó dolgokban, ártatlanok pedig a gonoszokban."

[80] Maróthi György: Arithmetica, vagy Számvetésnek Mestersége (Debretzenben 1743).

[81] Magyar Arithemtica, az az Számvetesnec tudomanya. Most viyonnal az Frisiusnak Magyar Arithmeticayából sok wy és hasznos példáckal kiadatot. Colosvárat Christus Wrunknac születése vtán az 1591. – Ezután röviden Kolozsvári Aritmetikának fogjuk nevezni, szemben az 1577-essel, amelyet Debreceni Aritmetikának mondunk. Mindkét elnevezés Dávid Lajostól való: Dávid Lajos: Debreceni régi matematikusok. Debrecen, 1926. p. 37. (A debreceni Tisza István Tudományos Társaság II. osztályának munkáiból. 2. köt. 4. füz.)

[82] Ismerteti Szily Kálmán: A legrégibb magyar arithmetika. = Műegyetemi Lapok, 1876. p. 277.

[83] Könyvtári száma: RMK. I. 123.

[84] Ezek: a budapesti ref., a csurgói ref., az egri cisztercita, a hajdunánási ref., a hódmezővásárhelyi ref., a karcagi ref., a kecskeméti ref., a kunszentmiklósi ref., a mezőtúri ref., a nagykőrösi ref. és a pápai ref. gimnázium.

[85] A debreceni ref. koll. nagykönyvtára, a pannonhalmi főapátsági könyvtár, a sárospataki ref. koll. nagykönyvtára és a zirci apátsági könyvtár.

[86] Az oldalak számozatlanok.

A címlap előtti üres oldalon van három kézírással bejegyzett példa. Ezek közül az első kettőben nyilván a könyvnek 1776. évi tulajdonosa számította ki a könyv korát.[87] A harmadik példában ugyanezt tette az, aki a könyvnek 1829-ben volt birtokosa.[88] Egyébként ennek a lapnak az alsó részéből körülbelül 1 cm hiányzik. A címlap jobb oldalának egy része is leszakadt. A csonkítás azonban a keretdíszítésen kívül mást nem érintett.

A könyv hiányosságáról szólva meg kell itt említeni, hogy négy lap hiányzik belőle: a C_I, C_{IV}, D_I és a H_{II} lapok. A hiányzó lapok pótlása végett fölkerestem levelemmel a kolozsvári ref. kollégium könyvtárát és Dávid Lajos úr szíves támogatásával sikerült elérnem, hogy a kollégium vezetősége eljuttassa részemre a Nemzeti Könyvtárba tanulmányozás végett az Aritmetika II. kiadását: az 1582-ben ugyancsak Debrecenben megjelent aritmetikát.[89] Ebből pótoltam és egészítettem ki a hiányzó részeket[90] annak megállapítása után, hogy e két könyv – a címben történt bővítéstől, az előszótól, a helyesírástól és az ívek számozásától eltekintve – mindenben megegyezik. A meglevő 132 oldal szövege azonos, a sor- és oldalvégződések, az oldalak végszavai mindkét könyvben pontosan egyeznek, amiből következik, hogy a hiányzó szövegrész is azonos volt. A megegyezést egyébként a pótolt szöveg végszavai és az értelem folytonossága is bizonyítják.

A debreceni aritmetikának a Frisius könyvével való összehasonlítása azt eredményezi, amit már Szily Kálmán is megállapított, hogy a két könyv közt semmi más hasonlatosság nincs, mint az, hogy mindegyik számvetéssel foglalkozik.[91] Az alapműveletek fogalmának meghatározásánál van a hasonlatosságnak – csak alapos megfigyeléssel fölfedezhető – halovány árnyéka.[92] A szöveg és a példák egyébként teljesen eltérőek.

A debreceni aritmetika nemcsak a Gemma könyvektől, hanem minden más aritmetikától is eltér abban, hogy az általános szokást figyelembe nem véve, az egész számok numeratiója után bemutatja a törtek számlálását, az egész számok kivonása után tanítja a törtek kivonását és az egész számok szorzása után a törtekkel való szorzást. Gemma Frisius könyvének legnagyobb részében meg nem nevezett számokkal számol. A debreceni szerző pedig csaknem kizárólag megnevezett számokkal dolgozik; a számolás elméletét a magyar viszonyokhoz alkalmazza: a magyar föld adottságaival és a magyar nép életkörülményeivel számot vet. A helyi szükségleteket jól ismeri és ezekhez szabja feladatait, magyarázatait és meghatározásait.

A debreceni artimetika teljesen önálló munka és egyetlen könyvvel sincs több rokonsága, mint bármely más aritmetikáknak egymással. Lehet, hogy a szerző Frisius könyvéből tanulta a számolást, de azt teljesen önállóan, a magyar viszonyokra szabva, egyéni felfogással tárgyalja.

87

$$\begin{array}{r} 1776 \\ \underline{1577} \\ -199 \end{array}$$

88

$$\begin{array}{r} 1829 \\ \underline{1577} \\ -252 \end{array}$$

89 Fogadja Dávid Lajos dr. professzor úr és a kolozsvári kollégium Vezetősége a szíves támogatásért e helyütt is hálás köszönetemet.

90 Az 1577. évi kiadás hiányzó C_I, C_{IV}, D_I, H_{II} lapoknak az 1582. évi kiadásban a B_I, B_{IV}, B_V, D_{VI} lapok felelnek meg.

91 Műegyetemi Lapok. 1876. I. 277.

92 Leginkább egyezik a számlálás műveletének meghatározása: „Numerare est cufusvis propositi numeri valorem exprimere, atque etiam quemcumque datum numerum sius characteribus adsignare.” Ezt a fordítás így adja vissza: Az Szám vetés semmi nem egyéb, hanem mikor valamelly számot elődben adnac azt igazán kü tudgyad írni, és igazán kü tudgyad mondani, á mint az renglác tartiác”.

Szerzőjéül Laskai Jánost emlegetik. Laskai 1574–1577 közt a wittenbergi egyetemen tanult.[93] 1577–1596 évek közt a debreceni kollégium tanára volt és irodalmi téren is tevékenykedett. Tanári működésének első évében jelenik meg a szóban forgó aritmetika.

Hoffhalter Rudolf nyomdász Alsólendváról Debrecenbe költözvén, üzemét derék, hasznos könyvvel akarta megindítani. Erre igen alkalmasnak látszott egy aritmetika megírása és kiadása. Hoffhalter felfogása és meggyőződése szerint a tudomnyokat nemcsak latin és görög nyelven kell tanítani, hanem hozzáférhetővé kell tenni azok számára is, akik idegen nyelvek iránt nem fogékonyak.[94]

A Gemma könyvére való hivatkozás arra való lehet, hogy nagyobb tudományos tekintélyt szerezzen a munkának. A szerző kilétének eltitkolásával a könyv értékét kívánta emelni, mert akár az egészen fiatal, kezdő tanár Laskait, akár önmagát, a fiatal nyomdászt, nevezte volna meg a könyv szerzőjéül, kevesebb lett volna a könyv iránt tanúsított bizalom. A nehéz feladatot úgy vélte megoldani, hogy egy jámbor atyafival hozatja a könyvet a nyomdába, aki nem tudja megmondani a szerző nevét.

Hoffhalter latin műveltségű ember volt és a könyvek kiadásánál a korrektor fontos szerepét is betöltötte.[95]

A Debreceni Aritmetika második, 1582. évi változatlan kiadásában Hoffhalter olyan hangot üt meg, amelyből arra lehet következtetni, hogy ő maga a könyv szerzője: „Nemis volna az Arithmetica nehez tudoman', czak hog' eszt io rendel tanítanak az kik ebben mestereknek tartiak magokat. Iollehet pedig sokan irtanac ez tudoman' felöl mind az altal nem itiltem az giermekeknek tanitasara küniebbet és alkalmatosabat az Frisius Arithmeticainal, mel röuideden es szep rendei az egesz tudomant be foglallia, eszt mostan Magiar nieluen niomtattam ki, hog' azoknak hasznalhatnek ezzel, az kiknek szandekuk volna az szamuetesnek tanulasara."

Kitűnik e sorokból, hogy:

1. Hoffhalter több aritmetikát ismert, de tanítási módszerüket nem tartotta helyesnek.
2. Hoffhalter maga válogatott az aritmetikák között.
3. Hoffhalter választotta Frisius könyvét alapul.
4. Tankönyvnek szánta, mert a gyermekek tanítására alkalmas és könnyű.
5. Hoffhalter nyomtatta ki.
6. Fent idézett sorokat csak olyan ember írhatta, aki szabadon rendelkezett a könyv új kiadásáról. Ha Laskai a könyv szerzője, akkor a kiadó a II. kiadásban már bizonnyal megemlíti az akkor 5 év óta Debrecenben működő és közben ismertté vált professzor nevét is. Sőt talán Laskai maga kívánta volna, hogy a könyv sikerét jelentő II. kiadásban már az ő neve is szerepeljen.

A szerzőre vonatkozó állítás tehát ugyanolyan értékű, mint a Gemma Frisius könyvére való hivatkozás. Két – a könyv sikere érdekében elhangzott – olyan kijelentés, amelynek nyomán megindul a könyvnek nagyobb arányú vásárlása, föllendül a nyomda, anyagi támogatást kap a nyomdász és öt év múlva új kiadást ér meg az Aritmetika.

---

[93] 1574. szeptember 27-én iratkozott be a wittenbergi egyetemre

[94] Károli Péter, Az Apostoli Credonak avagy Vallasnak igaz Magiarazattia (RMK I. 206). Ennek bevezetésében Hoffhalter azt írja, hogy a mostani időben minden nemzet az ismereteknek a nép anyanyelvén való közlésére törekszik. Mert a bölcsek nem tudásukat akarják fitogtatni, hanem a „vékony értemű" híveknek lelki épületét kívánják szolgálni. A magyar nemzet ebben a tekintetben még nem tart lépést a külfölddel. „Bolond ítélet" azt állítani, hogy a görög és latin nyelv alkalmasabb a tanulásra, mint a magyar.

[95] Félegyházi Tamás, Az mi Vronc Iesus Christusnac vy Testamentoma (1586) végén az olvasókhoz intézett szavai: „Iollehet szorgalmatossaggal ig

Laskai wittenbergi tanulmányai és tanári működésének 1577-ben – az ’Aritmetika’ megjelenésének évében – Debrecenben való megkezdése, erős érvek az ő szerzősége mellett. Az imént felsorolt tények pedig Hoffhalter szerzőségét látszanak igazolni. Adatok hiányában, ily sok év távolából, ez a kérdés el nem dönthető. Akár Laskai a szerző, akár Hoffhalter, a szaktudományon kívül a magyar kultúrhistóriának is nagy szolgálatot tett a könyv írója. Nagy hálára kötelezett bennünket, mert munkája által betekintést nyerünk a török megszállás első évtizedeinek magyar életébe, nyelvi, tudományos és gazdasági viszonyaiba.

Az 1577-beli ’Debreceni Aritmetika’ Foglalata

A ’Debreceni Aritmetika’ két fő részre oszlik.

I. rész: az indus–arab jegyekkel való számolás

Itt bemutatja a számlálást, a törtek számlálását, az összeadást, a törtek összeadását, a kivonást, a törtek kivonását, a szorzást, a törtekkel való szorzást és az osztást.[96] Mindegyik alapművelet ellenőrzését (próbáját) is tanítja. További fejezetek: az arányos osztás, az aritmetikai sor, a hármas-szabály, a hármas-szabály törtszámokkal, összetett hármas-szabály, társaságszabály, regula societatis temporum, regula falsi. Ismerteti a magyar- és német pénzeket és súlymértéket. Végül egy érdekes – a Kr. u. 3. századból való kínai eredetű – találós kérdés megoldását írja le.

Ez a rész a Q_3 lap II. oldalán végződik, tehát 126 oldal terjedelmű.

II. rész: a kalkulusokkal való számolás

A számolásnak régi alakja ez. Itt nem jegyekkel történik a számolás, hanem kalkulusokkal (kavics), vagy jel nélküli korongokkal, úgynevezett számolópénzekkel (Rechenpfennige). Ezt a számolási módot az indus-arabjegyes számolástól való megkülönböztetésül „vonalon való számolás”-nak nevezték (Rechnen auf der Linie). Az indus-arab jegyekkel való számolás föltételezte az írás ismeretét, azért „tollal való számolás”-nak mondták. (Rechnen mit der Feder).[97]

Ez a II. rész megmagyarázza a vonalakat (Linien) és azok helyi értékét; tanítja az összeadást, a kivonást, a szorzást egy-, két- és háromjegyű számokkal, az osztást ugyancsak egy-, két- és háromjegyű számokkal. Az alapműveletek próbáját is megemlíti a szorzás próbájának kivételével. E részben csak egész számokkal számol. Ennek terjedelme 14 oldal. (A Q_4 lap I. oldalától az S_2 lap II. oldaláig.)

Az Arithmetika maitól eltérő szóhasználata

A középkorban a zérus jelölésére szolgáló cifra szó többféle alakban fordul elő: cziffra, czifra, cziphra, ciphra.

[96] A törtekkel való osztásról nincs szó.
[97] V. ö. I. 1. idevágó részét

György mester a számjegyekről írva azt mondja, hogy a tizedik számjegy a theta, a kör, a cifra, avagy a semmi figurája, mert egyedül leírva semmit sem ér.[98]

A középkori arabos számolásnak ezt a szóhasználatát a ’Debreceni Aritmetika’ szerzője is átvette. A könyv első 126 oldalán a cifra szó a nullát jelenti. Százzal több ízben úgy szoroz, hogy „két czifrát ír eleiben.”[99] Tehát két zérust ír a szám jobb oldalára.[100]

Az Aritmetika második részében, a kalkulusokkal való számolásban (a 127. oldaltól a könyv végéig), megváltozik a cifra szó jelentése. Tekintettel arra, hogy itt nem írásban és nem az indus-arab jegyekkel történik a számolás, hanem számolópénzekkel, azért itt a zérus jelölésére nincs szükség. A cifra szó mégis előfordul a szövegben, de nem a nulla fogalmának jelölésére. Itt a számolópénzekkel szembeállítva a számjegy fogalmát fejezi ki. Az R_1 lap II. oldalán a 12. sorban: „Es mindenha az spacium az liniaual eggyütt egy cziffraual kel le irnod…” Ez azt jelenti, hogy a vonalközbe és a vonalra kitett számolópénzek együtt mindenkor egyetlenegy számjeggyel írandók le. Az R_3 lap I. oldalán:[101] „Elöször valamenni az számnac a kiuel multiplicalni akarsz cziffraia vagyon, anni liniaual kel felieb niulnod.” Először ahány számjegye van a szorzónak, annyi vonallal kell feljebb nyúlnod. Az S_2 lap II. oldalán:[102] „Effele probat leg iobnac tartanác, nem chac az liniakon, hanem meg czifrakalis…” Az efféle próbát legjobbnak tartják nemcsak a vonalon való számolásban, hanem még a jegyekkel történő számolásban is.

Ezek szerint kétségkívül a ’Debreceni Aritmetika’ az első magyar könyv, amelyben a cifra szó, mind a régi nulla jelentéssel, mind a későbbi számjegy jelentéssel előfordul.

Első szóelőfordulások az 1577-es ’Debreceni Aritmetiká’-ban

A Nyelvtörténeti Szótár néhány régi szónál kevés korábbi, több későbbi forrásra utal; a Debreceni Aritmetikára ritkán hivatkozik[103] (kacsinka,[104] cseber, csöbör[105])

A bál (köteg, csomag) szónak csak későbbi előfordulásaira utal.[106]

A sűrűn és kettős jelentéssel szereplő cifra szónál sem Aritmetikánkra hivatkozik, hanem az 1591-es Kolozsvárira.[107]

A karasia (szövetfajta) szó a ’Nyelvtörténeti Szótár’-ban elő sem fordul.

Megérdemelte volna ’Aritmetiká’-nk a ’Nyelvtörténeti Szótár’ utalásait a bécs,[108] cifra, fillér, lat, lót, mázsa, mony,[109] pint, silling szóknál, ha nem is első, de elég korai előfordulásuk miatt.

Az ’Aritmetika’ az első magyar könyv, amelyben a pénznemek nevei rövidített alakban fordulnak elő. Például:

florint = fl:
pénz = den:

---

98 Decima vero theta, circulus, cifra, sive figura nichili appellatur, quoniam per se posita nihil significat.
99 Mi két zérust írunk utána.
100 Mert a jegyek megszámlálását jobb oldalon kezdi és úgy halad bal felé.
101 A 24. sorban
102 A 6. sorban
103 Gemma Frisius Aritmetikája címen.
104 A fillérnél és bécsnél kisebb értékű pénz. II. p. 75.
105 I. p. 395.
106 I. p. 165.
107 I. p. 340.
108 A fillérnél kisebb pénz.
109 Tojás

garas = gar: vagy Gross:
silling = Sell:

A rövidített jelek után kettőspontot ír. A szövegben ismételten előforduló i betű, felette két ponttal (ï) a latin ilaque, néha a latin item szó rövidítése. A „Szt” jel a scilicet szó rövidítése.

Nyelvtani és helyesírási sajátságok

Az Aritmetika szerzője a debreceni tájszólást használja. Ha a hangok leképezésének nehézségeit tekintetbe vesszük és nem a leírt betűket, hanem a szavakat olvassuk el, könnyen érthető és ma is élvezhető szöveget kapunk, amely csak árnyalataiban tér el mai nyelvünktől. Fonetikusan ír,[110] de a helyesírás egységének hiánya nagyon érezhető.

Az igekötőt az igétől külön írja. Magánhangzói általában rövidek. A latinból átvett főneveket legtöbbször nagybetűvel írja. A vonatkozó névmás még két külön szó: az ki, az mell’. Az is szót az előző szóhoz kapcsolja kötőjellel.[111] Hasonlóképpen az es szót is, ha az is szó helyett használja.

A szavak elválasztása általában a mai helyesírás szerint történik. Az írásjeleket nem mindig használja a mai szabályok szerint. A gyakran szereplő azaz szónak nála használt kétszavas alakja elé is, után is vesszőt tesz: „…, az az, …”.

A magyar matematikai műszavak használata szempontjából az Arithmetika alapvető jelentőségű.[112] A már meglévőket felhasználja és több nem matematikai értelemben használt szavunknak aritmetikai értelmet tulajdonít. Néha nagyon helyes és találó magyar szót használ. A páros helyett feles számot mond, a páratlan szám helyett feletlent.

Valo = levő. (Viad alat valo = az ujjad alatt levő)
Mindenha = mindenkor
Valamenni = amennyi, ahány
Rend = sor (néha oszlop)
Exemplomot vethecz meg = feladatot oldhatsz meg
Töd fillyére = tedd fillérré (váltsd fel)
Es ha somma ki iü tehát igaz leszen az Operatio = és ha az összeg kijön, akkor helyes lesz a számítás.
Mi jut 12 embernec benn = mi jut 12 embernek belőle

A könyv gyakorlatias irányát mutatja, hogy mindig az életből vett példákat ad és megnevezett számokkal számol. Ahol elvontabb fogalmakkal dolgozik, nagyon óvatos. A rostélyos ablakok likacsainak kiszámításáról így ír: „Meg tanitanálac hogy ha meg nem bántanám elmédet véle.” Vagy: „Iollehet hog nem igön hasznosoc, mert az konyhárra semmit nem hoznac.” Másutt: „Az Geometrica Progressiorol en mastan semmit nem szolloc, mert itt semmit nem használ.”

---

[110] Használja az íző nyelvjárást: törtinic (történeik); törtennic (történnék). Az őző nyelvjárás példái: leszön, teszön, igön, eszödbe, közönségös, követköznec.
[111] Néha az előző szóval egybeírja.
[112] Keresztesi Mária: A magyar matematikai műnyelv-története. Debrecen. 1935. p. 13. (Közlemények a Debreceni Tud. Egyet. Mat. Szemináriumából 11.)

Az aritmetikában szereplő pénzek és mértékek

Pénzek. Az indus-arab jegyekkel való számolásban magyar forinttal számol:

1 magyar forint = 100 pénz (denar)
1 magyar pénz = 2 fillér (fillyér)
1 fillér = 1 1/2 becs (becz)

Tehát 1 magyar forint = 200 fillér = 300 becs.

Ebben a részben számol néha garassal és silinggel is. Ezeknek sem egymáshoz, sem a forinthoz való váltószámai nem mutathatók ki a szövegből, sem a példákból.

Megemlíti még itt, hogy 1 magyar forint = 75 krajcár (kraiczar).

Tehát 1 krajcár = 1 1/3 pénz = 1 pénz és 1 becs.

A német forintról azt írja, hogy 80 magyar pénzt ér, vagyis 60 krajcárt.[113]

A kalkulusokkal való számolásban más váltószámok fordulnak elő. Az R_1 lap II. oldal 6. sorától kezdve azt írja, hogy a filléreket kettesével kell pénzzé tenni, a pénzeket 12-esével garassá, a garasokat 21-esével forinttá. A mellékelt példa összeadásának eredménye is ezeket a váltószámokat adja. Az R_4 lap II. oldalán a 4. sorban ugyanezeket a váltószámokat említi. Itt tulajdonképpen a kölni fontról lehet szó.

Egy kölni font = 240 pfennig (denár).

Később azonban a denárok megromlottak és 240 denárral nem lehet egy font ezüstöt kifizetni.[114] Itt már 21x12 = 252 denár tesz egy egységet.

Súlymérték
1 magyar mázsa = 120 font
1 font = 8 ferton
1 ferton = 96 nehezék
1 német mázsa = 100 font,[118]
1 font = 32 lot (lat)

Hosszmérték
Mérföld (mél föld),[115]
rőf (sing),[116]
hüvelyk (hüuel).[117]

Ürmérték
Csöbör (czöbör, czeber)
pint.[119]

Szövetmérték
1 bál = 50 vég
1 vég = 25 sing

Az Aritmetika formalizmusa

I. A SZÁMJEGYEK. Már a mai alakjukban használja. Némelyik közülük kissé gótosan stilizált, de általában jól felismerhetők és könnyen olvashatók. A számjegy neve Cota vagy figura.

A zérust cifrá-nak, az egyest (1) unitás-nak, néha eggyesség-nek mondja (egység).

---

113 Ez megegyezik Ereky Alfonz állításával. In: Mérték-, súly- és pénzisme. Székesfehérvár, 1881. p. 108.
114 Lásd: uo.
115 1 mérföld (régi magyar) = 8,354 kilométer.
116 1 bécsi rőf = 0,777 m.
117 1 bécsi hüvelyk = 2,634 cm
118 6 kölni font = 5 dunai (bécsi) font. Itt nyilván a bécsi mázsáról van szó. 1 kölni font = 480 gramm. 1 dunai font = 560 gr.
119 1 bécsi pint = 1,4147 liter. 20 pint = 1 czöbör. 32 czöbör = 1 hordó.

A páros szám feles, a páratlan feletlen.

A számlálás neve Numeratio.

Használja a törtvonást. A tört szám neve Fractio, frangalt szám, vagy frangaltatot szám.

A számláló Numerator, a nevező Denominator.[120]

II. TÖBBJEGYŰ SZÁM. Leírásánál a szám jobb oldalán álló jegyet nevezi elsőnek és onnan halad bal felé.[121] A szám bal oldalán álló jegy szerinte az utolsó (mai napság elsőnek nevezzük). És ez logikus, mert így az első helyen áll az egyes, a második helyen a tízes; a harmadik jegy a százas, a negyedik jegy az ezres, stb. Ez a magyarázata annak, hogy 100-zal való szorzásnál ezt mondja: „Irj eléje két cifrát." Tudva, hogy a cifra szó zérust jelent, tisztán áll előttünk, hogy a nullát nem a szám után, hanem eléje iratja. Az eljárás persze ugyanaz, mint ma, csak a jegyek sorszámának meghatározásánál halad ellenkező irányba.

A többjegyű számokat jobbról számítva három-három jegyből álló csoportokra osztja függőleges vonalkával.[122]

A számok neve százezerig a maival teljesen megegyező; a millió neve azonban „ezerni ezer", a milliárdé „ezerszer valo ezreni ezer".

III. ALAPMŰVELETEK (SPECIES).

A) Az *összeadás* neve Additio.[123]

Az összeadandókat egymás alá írja rendesen. Az összeadás jeléül ma használatos álló keresztet még nem ismeri.[124] Az oszlopok összeadásánál fennmaradó tízes maradékot nem írja le, hanem rögtön hozzászámlálja a következő oszlophoz. A számok oszlopát rend-nek mondja.[125] A rend szó néha oszlopot, néha sort jelent.

Az összeget (az összeadás eredményét) „Sommá"-nak nevezi és az egyenlőségjel ismeretének hiányában rendszerint így jelöli: „Teszön somma szerint…forintot es …pénzt".

A legalsó összeadandót vízszintes vonallal aláhúzza és ez alá írja a sommát.

Az összeadás ellenőrzése a kilences próbával történik. Itt állandóan keresztecskéről és keresztről beszél, a példákon azonban (nyilván hiányzott a nyomdában a fekvő kereszt) mindig két összeérő körívet látunk. A kilences próbánál a kilences maradékokat e kereszt fölé és alá írja.

A törtek összeadása (Az Additionac Fractioia) csak az egyszerűbb törtek összeadására szorítkozik. A nevezők legkisebb közös többesét ki tudja keresni akkor, ha van a nevezőknek közös osztója. Ha a nevezők viszonylagos törzsszámok, akkor már nem boldogul velük.[126]

B) A *kivonás* (Subtractio, vagy Svbtractio).

A kivonás elrendezése ugyanolyan, mint ma: a kisebbítendő alá írja a kivonandót (Svbtrahendus), ezt aláhúzza és a vonal alá írja a különbséget.[127]

Ha a kivonandó jegy nagyobb a kisebbítendőnél, akkor az előző oszlop egy jegyét fel kell váltani. Ezt a váltást mindig megjelöli a kivonandó jegy alá tett ponttal. Ez a pont néha lent

---

[120] A törtek egyszerűsítését minuálás-nak, kissebítés-nek mondja.

[121] Ugyanígy jár el György mester is.

[122] Mint Gemma Frisius

[123] Add össze = addald özve (özue).

[124] Schreiber Henrik: Rechenbuch in deutscher Sprache (1523) c. művében használja először rendszeresen. Használata jóval később lett általános.

[125] „Meny ismeg a harmadic rendre", azaz menj tovább a harmadik oszlopra.

[126] Lásd a törtek összeadásának utolsó példáját.

[127] Nem úgy mint György mester, aki akkori szokás szerint mind az összeadásban, mind a kivonásban, mind a szorzásban az eredményt felüliratja. Ennél az elrendezésnél az eredményt a legfelül álló számjegyek adják. Aritmetikánk ettől az eljárástól eltér és ezzel a lépésével nagy haladást tett a számírás mai formája felé.

van a vonalon, néha a jegy felső részénél. Az utóbbi esetben olyan a számkép, mintha tizedespont volna benne, sőt néha több is. Ez azonban csak látszat, mert e pontok a tizedesponttal semmiféle rokonságban nincsenek.

A kivonás jelölésére szolgáló vízszintes vonalkát éppúgy nem használja példáiban, mint az összeadás jelölésére szolgáló álló keresztet sem. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy az összeadásnak és a kivonásnak ezek a ma használatos jelei a Regula Falsi c. fejezetben mégis előfordulnak.[128] Ezekkel azonban mint távoli, új, idegen jelekkel bánik. Felírásukat magyarázgatja. Látszik, hogy csak a regula falsival kapcsolatban találkozott velük a szerző, de nem ismerte fel az alapműveletek jelölésére szolgáló általános szerepük fontosságát. A plusz jelre[129] több vízszintes vonalat használ, amelyek közé középen egy függőleges vonalat tesz. A mínusz jelet[130] több vízszintes vonallal jelöli.

A plusz jel még Maróthi György 1743-ban kiadott Arithmetikájában is igen kezdetleges és csak ritkán fordul elő; a mínusz jel szintén. A mínusz jel Maróthinál vízszintes vonal, a plusz jel azonban olyan mínusz jel, amelynek nem a közepén megy át a függőleges vonal, hanem a jobb vége közelében. Ez a függőleges egészen rövid. Látszik, hogy a plusz jel a mínuszból származott úgy, hogy a jobb vége közelében áthúzták, mintegy megsemmisítették.[131]

Aritmetikánkban az egyenlőség jele nem fordul elő. A műveletek eredményét szavukkal írja le a szerző. A kivonásét így: „Megis maradot benne”, vagy: Megis maradot magadnac”, vagy: „Látod hogy…forint és…pénz maradot meg benne.”

A törtek kivonásánál az egyszerűbb feladatokat oldja meg ’Az Subtractionac Fractioiárol’ cím alatt.

A fertály negyedet (viertel), a fél fertály nyolcadrészt jelent. 1 1/2 = másfél, 2 1/2 = harmadfél, 3 1/2 = negyedfél, stb. Mert az előzők egészek, az utolsó már nem egész, hanem csak fél. Pl nyolcadfél: ebben van hét egész a nyolcadik rész már csak fél.

C) A *szorzás* (Multiplicatio vagy Mvltiplicatio)[132]

Ennek az alapműveletnek a következő definícióját adja: „Az Multiplicatio…egy számnac az második számmal valo meg sokasitása.”

A szorzót multiplicans-nak nevezi.

Szorozd meg nála: „multiplicald meg”, vagy „multiplicallyad”. Ismerteti a tényezők felcserélésének szabályát.

A tizedespont gondolata és másféle jelölése is előfordul.[133]

„Mindenkoron pénz számot teszön az két vtolsó figura, mikor az kivel meg multiplicalod ha az pénz.” A pénz a forint századrésze volt, tehát azt jelenti ez a mondat, hogyha a szorzó századforint, akkor a szorzat két utolsó jegye mindig századforint. Elvégzi a szorzást és a

---

128 A P_3 lap 2. oldalán

129 Betűkkel is kiírja: „…iegez többet az az Plus”. (Többet jegyez, jelöl)

130 „…iegez keuessebbet, az az Minus.” (Kevesebbet jegyez.)

131 E jelek némelyek szerint a kereskedői gyakorlatból valók. Egy csomag elküldésekor ráírták a fedélre a csomag súlyát. Átvételkor lemérvén, a csomagot gyakran kevesebbnek találták. Ezért piros vízszintes vonalat húztak és utánaírták a különbözetet: a hiányt. Ez a piros vonal a mínusz jel őse. Ha kivételesen előfordult, hogy a csomag nehezebb volt a feltüntetett súlynál, akkor a piros vízszintes vonalat egy függőleges vonallal megsemmisítették; jelezvén, hogy nem kevesebb, hanem több. Windmann János 1485-től a lipcsei egyetem magisztere 1489-ben Lipcsében adja ki Behende und hubsche Rechnung auf alle kauffmann schafft c. könyvét. Ennek második részében fordulnak elő először nyomtatásban a + és a – jelek. (V. ö. Moritz Cantor: Geschichte der Mathematik. 2. köt. 1. kiad. Leipzig, 1892. p. 210.) Robert Recorde (1510–1558) VI. Eduard angol királynak, később Mária királynénak háziorvosa 1540-ben adta ki ’The Grounde of Artes’ c. könyvét, amelyben a + és – jeleket rendszeresen használja. 1556-ban adta ki ’The Wettston of witte’ c. munkáját, amelyben bevezeti az egyenlőség jelét. (Lásd M. Cantor id. műve 2. köt. 1. kiad. Leipzig, 1892. p. 440.)

132 „Effele exempiomot ezen speciesen vethecz meg” azt jelenti, hogy efféle példát ezzel az alapművelettel oldhatsz meg.

133 A G_1 lap II. oldalán 2. sortól.

szorzat két utolsó jegyét egy függőleges vonallal levágja. Ez a függőleges vonal zsugorodott össze később tizedesponttá.[134]

Szorzandóul a több jegyből álló számot választja és ez alá írja a kevesebb jegyből álló szorzót úgy, hogy az egyes helyértékű jegy az egyes alatt legyen. Aláhúzás után a szorzó legkisebb helyértékű jegyével végigszorozza a szorzandó jegyeit. Aztán sorra a többivel is.

Külső alakra nézve csak annyiban tér el a szorzás mai formájától, hogy szorzójelet nem használ és hogy a szorzót nem a szorzandó mellé, hanem alá írja.

Megemlíti, hogyha a szorzó valamelyik jegye zérus (cifra), akkor az ezzel való szorzás fölösleges.[135] Későbbi példáiban mégis a nullával is gyakran végigszorozza a szorzandó jegyeit, sőt le is írja a zérusokat mondván: „Négyszer czifra vgyan czifra”, vagy „háromszor czifra vgyan tsac czifra” stb.

A szorzás eredményét sommának nevezi, gyakran körülírja: „Somma szerint teszön”, vagy „leszön es teszön”, később a latin „facit” szóval jelöli.

A szorzás kilences próbájánál a szorzandó kilences maradékát a már említett kereszt egyik oldalára írja, a szorzó kilences maradékát a kereszt másik oldalára. A kilences maradékok szorzatának kilences maradékát a kereszt fölé írja. Helyes szorzás esetén ennyinek kell lenni a szorzat kilences maradékának is. De említi a szorzás próbájául az osztást is.

Azok számára, akik az egyszeregyet csak 5x5-ig tudják, elmondja a regula pigrorumot, a lusták szabályát.

Pl. $7 \times 8 = ?$

Levonom mindegyik számot a tízből:

$$10 - 7 = 3$$
$$10 - 8 = 2.$$

Azután így rendezem el a számokat:

$$\begin{array}{cc} 7 & 3 \\ \underline{8} & \underline{2} \end{array}$$

Mármost az egyes helyértékű számot megkapom, ha a jobb oldalon egymás alatt levő számot szorzom: $2 \times 3 = 6$.

A tízes helyértékű számot pedig megkapom, ha vagy a hétből vonom ki a ferdén alatta álló kettest: $7–2 = 5$, vagy a nyolcból vonom ki a ferdén felette lévő hármast: $8–3 = 5$.

Ezt így jelölték:

$$\begin{array}{ccc} 7 & & 3 \\ & \times & \\ 8 & & 2 \end{array}$$

[134] Stevin Simon (1548–1620) németalföldi matematikus az 1585-ben megjelent La Disme c. értekezésében kimondja, hogy a kereskedelmi életben előforduló minden számítás elvégezhető törtek nélkül, kizárólag egész számokkal. Vele egyidejűleg vezette be Bürgi Jobst (Svájc) a tizedestörtekkel való számolást. Bürgi az első, aki a tizedes törteknek az egész számoktól való elválasztására a tizedespontot használta. A rövidített szorzást és a logaritmust is tanította. Lásd A. Sturm: Geschichte der Mathematik. Leipzig, 1906. p. 98. És F. Cajori: A History of Mathematical Notations. 1. köt. Chicago–London, 1928. p. 314.

[135] A G_2 lap I. oldalán: „Ha mind az alsoban s mind az felsőben czifra vagyon az számban, ackoron ird ki mindiarast az línia ala, mindenic czifrát rekezd ki mint im látod:

$$\begin{array}{r|l} 34 & 0 \\ 2 & 0 \\ \hline 68 & 00 \end{array}$$

Eredmény: 6 egyes és 5 tízes, ami 56. Tehát 7 x 8 = 56[136]

Valószínűnek látszik, hogy ebből a fekvő keresztből, amelyhez hasonló az 1591-es (Kolozsvári) Aritmetikában a törtek összeadásánál és kivonásánál is előfordul és amely határozottan a szorzás elvégzésére utal, fejlődött ki idővel a szorzásjel.

Az egyszeregy tábázatának 'Tabvla Pytagorica', azaz Pythagoras tábla a neve.

A törtek szorzásánál ('Az Multiplicationac Fractioiarol' címen) csak felet és harmadot tartalmazó vegyes számokkal számol.

D) Az *osztás* (Divisio, vagy Diuisio)[137]

Itt is meghatározással kezdi: „Az Diuisio oll' species, mellyen egy számot részekre oszthacz."

Az osztót Diuisor-nak mondja, az osztandót Diuidendus-nak.[138]

A hányados Quotiens.[139]

Az osztót az osztandó alá írja.

Pl: 86980
28

Ha az osztó legnagyobb helyi értékű jegye ilyen leírás mellett nem foglaltatnék a fölötte álló jegyben, akkor az egész osztót egy hellyel jobbra viszi. A hányadost egy kezdőzárójel mögé írja. „Az Quotiens penig ollyan mint egy fél hold. (3".

86980
28 (3

A hárommal visszaszoroz: $3 \times 28 = 84$.

Ezt az osztó alá írja és kivonja az osztandó első két jegyéből. A maradékot kis jegyekkel az osztandó második jegy fölé és kissé melléje írja, így:

$86^2\,980$
28 (3
84

Azt a hat számjegyet, amellyel végeztünk, át kell húzni, hogy zavart ne okozzon. Mondja ugyan szerzőnk, hogy a 86 áthúzandó, de nem húzza át, míg Heltai Gáspár az 1591-es 'Kolozsvári Arithmeticá'-jában tényleg át is húzza e számokat.

Most az osztót egy hellyel jobbra kell írni: a 28 szám kettes jegye a második oszlop negyedik sorába írandó, a 8-as jegye pedig a harmadik oszlop második sorába (tehát a 9-es alá).[140]

---

136 Mert $(10–a)\,(10–b) + [a– (10–b)] \cdot 10 = ab$

137 Elosztod = el diuidálod, vagy meg dividalod.

138 „Az felső számot penig az Deac vraim mind Diuidendusnac híjác, az az, el osztandonac, mell' számot szukségös keppen el kell osztani. Az masikat penig tsac Diuisornak hijác, mellyet magyarul el osztonac hiuunk, az mellyel valamit el osztunc."

139 Az osztás maradékával igen egyszerűen bánik el: „De azt az operalo igya meg." Más helyen: „De hiszem el osztia az kinek kell."

140 Általános elv, hogy az osztót minden bevégzett lépés után egy hellyel jobbra visszük és abba az oszlopba írjuk, amelyikbe való és abba a sorba írjuk legalul, amelyikbe lehet.

$86^{2}980$
28 8 (31
84
2

29-ben a 28 megvan egyszer; ez a hányados második jegye. Az ezzel való visszaszorzás 28-at ad, amit ugyanúgy kell leírni, mint az előbbi 28-at. Azután a legalul álló jegyeket kell kivonni a még át nem húzott legfelső számokból: 29–28 = 1. Ezt az egyet az osztandó harmadik jegye fölé jobbra írom:

$86^{2}9^{1}80$
28 8 (31
84 8
2
2

A feleslegessé vált jegyek áthúzandók.

Így folytatjuk az osztást addig, amíg az utolsó áthuzatlan maradékhoz (12) érünk. Ez lesz a hányados tört részének számlálója.

$8\ 6^{2}9^{1}8^{1}0^{2}$
2 8 8 8 8
8 4 8 0 8 (3106 12/28
2 2 2
2 0 6
1.

Az osztásnak ezt a módját gálya-módon való osztásnak nevezték, mert az osztás bevégzésekor olyan az egész számcsoport alakja, mint egy elülről nézett hajó.

Az osztás próbája a szorzás. (A szorzathoz az osztás maradékát is hozzáadja) Az arányos osztást (Divisio inaequalis) már mai alakjában tanítja.

IV. Az aritmetikai sorban (De Progressione). A sor első tagját az utolsó alá írja és összeadja. Ezt felezi és szorozza a tagok számával. Ha azonban az első és utolsó tag összege páratlan szám, akkor ezt az összeget szorozza a tagok számának felével.[141] „Rostélyos ablakoknac meg veteseről” címen több háromszög és négyszög alakú háló likacsainak számát is kiszámítja az aritmetikai sor alkalmazásaként.

V. A hármas-szabály (De regvia detri). Feladatainál a három megadott ismert számot egy sorba írja úgy, hogy az első és harmadik szám egynevezetű legyen.[142] A középső számot a harmadik alá írja szorzóul, az így kapott szorzatot elosztja az első számmal.[143]

Pl. 2 pénz 8 tojás. 12 pénz hány tojás?

---

[141] György mester teljesen hasonlóan jár el: „Vagy a tagok számának felét, vagy az összekapcsolt szélsők összegének felét szorozzuk a másik nem felezett egésszel.” Lásd Hárs János: Hogyan számolt Magyarországi György mester 1499-ben? Bp., 1936. p. 18. (Klny. a Kereskedeklmi Szakoktatásból)

[142] „Valaminémű elöl vagyon de utol-is az legyen.”

[143] A regula detrit a kor szokása, a könyv gyakorlatias iránya és a kereskedelmi számításokban való fontossága miatt behatóan tárgyalja és számos feladattal példázza. Ide tartozik a „Baalrol valo pelda” is.

2 pénz	8 tojás	12 pénz
		8
		96 : 2 = 48 tojás vehető.[144]

Az összetett hármas-szabályt (Regvia wlgaris)[145] több egyszerű hármas-szabályi feladatra bontja. Pl. 12 libra[146] árút 20 mérföldre szállítunk 4 forintért, 24 librát 40 mérföldre mennyiért szállítunk?

I. lépés:	12 lib.	4 fl.	24 lib.
			4
			96:12 = 8 forintért
II. lépés:	20 mérföld	8 fl.	40 mérföld
			8
			320:20 = 16 forintért

VI. A TÁRSASÁGSZABÁLY (REGVLA SOCIETATIS). Feladatait a hármas-szabályra vezeti vissza és mint ilyet oldja meg.

A regula societatis temporum (vagyis az időt is számbavevő társaságszabály) példáiban a kölcsönadott összegeket sorban szorozza a hozzájuk tartozó idővel. Az így kapott kamatszámok az arányszámok. A felosztásra kerülő összeget először az arányszámmal szorozza és csak azután oszt az arányszámok összegével.[147] Ezért nagy számokkal kell számolnia és annyi osztást kell elvégeznie, ahány a felosztásban részesülő személyek száma. Ma előbb osztunk az arányszámok összegével és azután szorzunk az arányszámokkal.

VII. A REGULA FALSI. Mint már említettük, használja a plusz és mínusz jelt. E jelek többször fordulnak elő és pedig a plusz jel ötször, a mínusz jel háromszor.

a) A P_3 lap II. oldalán a plusz jelet 6 vízszintes vonalkával írja, a harmadik és negyedik vonal közé függőleges vonalkát rajzol. A mínusz jelet 7 vízszintes vonalkával írja.

b) A P_4 lap I. és II. oldalán a plusz jelet 4 vízszintessel írja, a második és harmadik vonal közt levő függőlegessel. A mínusz jelet 6 vízszintes vonallal rajzolja.

c) A P_4 lap II. oldalán a plusz jelet 8 vízszintessel jelöli a negyedik ötödik vonal közti függőlegessel. A mínusz jelet 8 vízszintessel írja.

d) A Q_1 lap I. oldalán a plusz jel kétszer fordul elő. Mindkettőt 8 vízszintes vonalkával írja, középre helyezett függőlegessel.

A regula falsival elsőfokú egyenleteket old meg. A regula falsi tulajdonképpen próbálgatás: a helyes értéknek találgatás alapján való megközelítése.

Példa. Ha kétszer annyian volnánk, mint ahányan vagyunk, és még félszer annyian, akkor volnánk harmincan. Hányan vagyunk?

[144] A hármasszabály feladatait törtszámokkal hosszasan tárgyalja „Az regvia detrinec fractioiarol” címen.
[145] Regula vulgaris.
[146] Font.
[147] Ugyanígy jár el György mester is. Lásd Hárs János: Hogyan számolt Magyarországi György mester 1499-ben? Bp., 1936. p. 25–26. IV. és VI. szabály.

I. Tegyük fel, hogy 16-an.
16 + 16 + 8 = 40. Ez 10-zel több a harmincnál.

II. Tegyük fel, hogy 14-en.
14 +14 + 7 = 35. Ez 5-tel több a harmincnál.

Veszem a két eltérés különbségét: 10–5 = 5
Most így rendezem be:

$$\left.\begin{array}{l} 16\ldots+10 \\ 14\ldots+5 \end{array}\right\}\ \text{5 az eltérések különbsége; ez az osztó}$$

Ezután keresztbe szorzok

$$\left.\begin{array}{l} 16 \times 5 = 80 \\ 14 \times 10 = 140 \end{array}\right\}\ 140–80 = 60.\ \text{Osztandó}$$

60 : 5 = 12. Tehát 12-en vagyunk.

Ha az eltérések ellenkező jelűek volnának egymással (az egyik plusz, a másik mínusz) akkor az eltéréseket össze kellene adni, hogy az osztót megkapjuk. A szorzatokat is össze kellene adni és úgy kapnánk az osztandót.

VIII. A PÉNZEKNÉL ÉS MÉRTÉKEKNÉL előforduló váltószámok közül több csak közelítőleg pontos.

IX. A KALKULUSOKKAL könnyen és gyorsan számol; lépései összevontak. Látszik, hogy ugyanúgy érti, mint az indus-arab jegyekkel való számolást.

A 'Debreceni Aritmetika' jelentősége

A matematikát a középkorban és az újkor kezdetén, minden más ismerettel együtt, a tudományok nemzetközi nyelvén: latinul tanították. A matematika műnyelvét a több évszázados használat kifejlesztette és használatra alkalmassá tette. A latin iskolát nem végzett tömegek Magyarországon is, mint mindenütt másutt, az ujjakon való számolást ismerték és gyakorolták; legfeljebb még a számolótáblán kalkulusokkal számoltak.

A matematikai ismeretek megszerzésének szükséges föltétele a latin nyelv ismerete volt. A tudományok semmiféle áldásában sem részesülhetett az, aki kellő nyelvérzékkel nem rendelkezett. A tudományokkal való foglalkozást meg kellett előzni a latin szókincs megszerzésének és a latin grammatika megtanulásának. Csak ezekkel és ezek után lehetett az alapműveleteket a hármas-szabályt, az aritmetikai- és a geometriai sorokat megismerni.

Bizonnyal voltak magyar nyelven való oktatásra irányuló törekvések Hoffhalter előtt is. Ezek azonban csak a 'Debreceni Aritmetiká'-ban öltöttek testet. Ez a – fél lábbal még latin őstalajon álló – számolókönyv tette lehetővé, minden olvasni tudó magyarnak a számolástudomány rejtelmeibe való betekintést. Éppen ezért komoly érdeklődésre tartana számot még akkor is, ha időbeli elsőségénél egyéb érdeme nem volna.

Elég korán jelent meg. (Az olasz, francia, angol és német nyelven nyomtatott aritmetikák nem sokkal előzték meg.)[148]

A matematika magyar műnyelvének megalkotása szempontjából úttörő jelentőségű. A szerző komoly nyelvművelő munkát végzett a magyar műszavak megalkotásával. Lehet, hogy az előforduló magyar műszavak már jórészt megvoltak. Erre mutat az 'Aritmetiká'-nak az a helye, ahol azt írja, hogy a dividendust el osztandónak, a divisort pedig osztónak „hijác az Deák vraim",[149] de ez semmit sem von le a szerző munkájának értékéből, mert a már meglévő műszók átörökítése is érdem; a még hiányzókat pedig pótolni kellett és így alkotómunkával hozzájárulni a magyar tudományosság fejlődéséhez. A könyv első részében több latin szó szerepel, később azonban nekilendül és bátrabban használja a magyar szavakat.

Ilyenek: iegy (számjegy), eggyesség (egység, egy), ud hozza, özue adas, egybe adas, tegi hozza, szamláld egybe, a Fractio kissebítese (a tört egyszerűsítése), szedgyed feleket, vöd felét, ki hanias (kihányás, kidobás), el ves kilenczet (dobj ki kilencet), altal való vonas (áthúzás), rendeld egybe (rendezd el, írd egymás alá), iegyzendö hel (az értékes egész számok helye), egy neuezetre kell mindeniket vennöd (közös nevezőre kell hoznod), ki vetel, ki veszek, meni maradot meg benne (mennyi maradt meg belőle), ilyen modot tarcz (ily módon járj el), meg sokasítás (szorzás), háromszor czifra ugyan czifra (háromszor nulla az nulla), ozd el, osztiác, oszszad 9 altal, 100 felé töröc, szegdeld el, maradéc szám, tsináld pénzé, (váltsd fel pénzekre), egy vrnac tisztartoia vöt fel az ö vratol, keszpenzul (készpénzben), mield ezt (tedd ezt), valch meg a felsö calculusnac egikét (váltsd fel a felső kalkulusok egyikét), rakd le erötte (rakj le érte), azért meg el ozthatod ha katsinkáuá teszöd, de en nem oztom, stb.

Helyesírása több tekintetben közelebb áll a maihoz, mint sok később írott könyvé. Ilyen az ö betű két ponttal való jelölése. A cs betűt gyakran cz-vel írja, ami szláv hatás lehet.[150]

A 'Debreceni Aritmetika' kortörténeti szempontból hézagpótló, mert bepillantást enged a 16. századba, főképpen ennek gazdasági viszonyaiba.

Megtudjuk, hogy
32 alma ára egy pénz, (1 pénz = 0,01 forint, vagy 2 fillyér, vagy 3 becz),
2–3 tojás ára egy pénz,
egy sing posztó ára 17, 28, 32, 33, 62, 80 pénz,
egy sing baraszlai posztó ára 25 pénz,
egy sing karasia posztó ára 40, 66 pénz,
egy sing Bárson (bársony) ára 2 forint 50 pénz,
egy sing gyolts 14, 20 pénz,
egy sing gallos (francia) gyolts ára 12 pénz, (dömping áru),
10 so (kocka-alakú sódarab lehetett) 10 forint 62 pénz,
100 süveg 15 forint,
1 font arany fonal (aranyfonál) ára 16 forint,
2 hüuel kés (hüvelyes kés) ára 1 forint,
a Beczi olai fontia (a bécsi olaj fontja) 13 pénz és 1 becz,

[148] Trevizói aritmetika (olasz) 1478., Bambergi számolókönyv (német) 1482., Etienne de la Roche, Larismetique (francia) 1520 (Chuquet munkája nyomtatásban csak a 18. század végén jelent meg.) R. Recorde, The Ground of Artes. (angol) 1540. és 1582.
[149] Keresztesi Mária: A matematikai műnyelv története. Debrecen, 1935. p. 13.
[150] Talán Hoffhalter lengyelországi gyermekkori tanulmányainak az emléke.

4 mázsa rezet 20 mérföldre 20 forintért szállítanak.

Említi még a „feier onot” (fenér ónt) is.

Az egységár megadásánál az egységár utolsó szavát megismétli: „Mindeniknec adoc 7 1/2 nyolczad fel fel forintot, vallyon mível erem meg üket.”

Korának színvonalán áll az Aritmetika matematikai nézőpontból is.

A számok régi elnevezését: a digitus, articulus és compositus szavakat nem használja. (A digitus szó egyszer fordul elő.) A mai értelemben vett, akkor még modern indus-arab számolást tanítja minden sallang nélkül. Az összeadásnál hosszú oszlopokat összegez. A szorzásnál említi, hogy nullával fölösleges a szorzandó jegyeit végigszorozni (de nem igen tartja meg, nyilván a gyöngébb számolók miatt.) 10-zel, 100-zal, 1000-rel a mai szabály szerint szoroz. (Ves ket czifrat eléje = vess két zérust utána.) Számításaiban nehézséget okoz az, hogy a mértékek és a pénzek váltószámai nem tízesrendszerbeliek.

Tanítja a restek szabályát (Regula pigrorum), de hangsúlyozza, hogy az egyszeregy megtanulása ennél sokkal fontosabb.

Osztási eljárása teljesen megfelel a 16. század osztási módjának. A kettőzést és felezést még a kalkulusokkal való számolásban sem tanítja.

A plusz és mínusz jelek használata nagy teljesítmény. A modern matematika e fontos jeleinek ily korai szereplése az első magyar aritmetikának nagy dicséretére válik.

Az elemi kamatszámítás és a közkereseti társaság nyereségének felosztási módja is helyet kap.

Aritmetikánk itt-ott némileg zavaros, nem eléggé érthető helyei, majdnem kivétel nélkül csak sajtóhibák folytán ilyenek. Így a különnevű törtek összeadásánál levő zavar onnan van, hogy a szerző az ott levő 6/10 és 4/16-okat nem adja össze, hanem őket az eredményben a 38 egész után akarja írni egymás mellé. E törtek számlálója (a 6 és a 4) az összegzővonal fölé került; a törtek nevezője (a 10 és a 16) az összegzővonal alá került. Ez a tisztán látható sajtóhiba okozta a zavart.

Hasonló sajtóhiba csúszott be a kalkulusokkal való számolásban az első osztási föladatba. Itt a számításokat végig helyesen végzi, eredményül azonban egy másik föladat eredményét írja be: az Aritmetikában levő legutolsó föladatét, a három jeggyel való osztási példa eredményét. Ez nyilvánvaló elírás.

A ’Debreceni Aritmetika’ lépten-nyomon hangsúlyozza a gyakorlat fontosságát. Nem feledkezik meg a kereskedelmi gyakorlatban szerezhető tapasztalatok fontosságáról. Egy bálban 25 vég van, de „téged az Arithmetica erre nem tanít, hanem a Beczi vtnac gyakorlatossága, auag’ gyakorlasa tanít meg hany veg s’ hany sing vagyon egy balban: hán’ font, s hán lot vagyon egy masában: ha igen szukség leszen meg tanulhad nem nagy munkaual.”

Minden művelet eredményét próbával ellenőrzi. A kilences próbát használja az első három alapműveletnél. (Az osztásnál nem.)

A kivonást összeadással is, a szorzást osztással is ellenőrzi, az osztást azonban csak szorzással.

Mindent alaposan megmagyaráz és ebbeli törekvése teszi – látszólag – bőbeszédűvé. A sok beszéd okát a kor alacsony matematikai műveltségében kell látnunk. Az első fejezetben azt írja, hogy az az ember, aki számolni nem tud, nem különbözik az oktalan állattól.

Nehéz tárgyát érdekessé és vonzóvá is teszi. Helyenként tréfás hangot üt meg. Föladatai közé hangulatos példákat iktat, mint: „Jer lássuc meg esztendeig hányat öt az óra”, vagy a barát, bot, kenyér, luk és egér feladata, továbbá „Ha meg akarod tudni tarsodnac hani pénz vagyon erszenieben, így probald meg.”

*

Mindezeket egybevetve elmondhatjuk, hogy a ’Debreceni Aritmetika’ nemcsak vonzó, kedves olvasmány, hanem nyelvészeti, kortörténeti, gazdasági és kultúrtörténeti szempontból is igen bő forrás számunkra. Továbbá mind matematikai formalizmus, mind tartalom, mind aritmetikai eljárások tekintetében, a 16. század második feléhez mérten, teljesen korszerű, önálló munka. Büszkén hivatkozhatunk rá, és méltán sorolhatjuk a vele egykorú, legértékesebb tudományos irodalmi emlékeink közé.