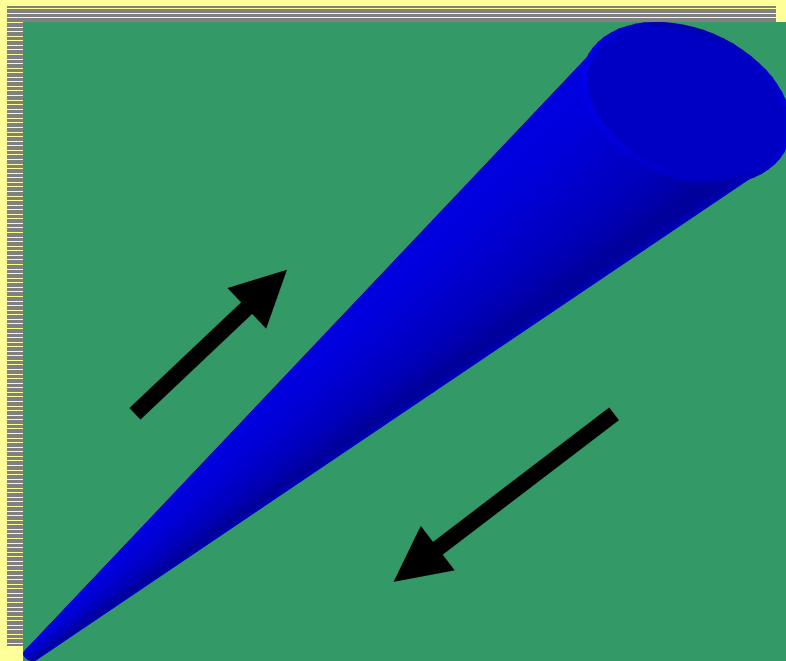


# **Lineáris programozás alkalmazása újabb felfogásban.**

**A döntésmegalapozás és a  
társadalmi - gazdasági  
törvényszerűségek általánosítása,  
matematikai modellezéssel.**



**Dr. Tóth József**

**Debrecen  
2011**

# **Tartalomjegyzék**

## **Recept a könyv olvasásához**

### **Előszó**

#### **1. Az alkalmazott matematikai modellrendszerek**

- 1.1. Klasszikus lineáris programozási modell**
- 1.2. Célrealisztikus lineáris programozási modell**
- 1.3. A matematikai modell általánosítása**
- 1.4. A modellszerkesztés automatizálása**

#### **2. Vizsgálataim alapján megfogalmazott néhány tétel és törvényszerűség**

- 2.1. Az optimális megoldás elhelyezkedése**
- 2.2. A korlátozó feltétel és a célfüggvények kapcsolata**
- 2.3. A korlátozó feltételek és célfüggvény kapcsolatának módosulása**
- 2.4. Több korlátozó feltétel egyidejű változásának hatása a célfüggvényre**

#### **3. A gyakorlati tények szembesítése az objektív törvényszerűségekkel**

#### **4. Lehetséges-e megoldás?**

### **Publikációim jegyzéke**

Inspiráció, a lineáris programozás újabb felfogásban történő alkalmazására, a döntésmegalapozás és a társadalmi gazdasági élet törvényszerűségeinek, komplex, rendszer-szemléletű, egzakt, vizsgálatára, matematikai modellezéssel. Ez könyvem célja! Megvalósításának lehetőségeit és célszerűségeit támasztják alá eddigi – publikációim jegyzékével reprezentált – munkásságom eredményei.

## Recept a könyv olvasásához

Talán kissé szokatlan, hogy a szerző receptet adjon könyve olvasásához. Egyrészt azonban ezzel elősegítem, hogy a terjedelmességet kerülve, röviden fogalmazhassak. Másrészt a könyvemben megfogalmazott modellekhez, tételekhez és gondolatokhoz **a kiindulási alapokat**, régebben megjelent publikációimban megfogalmazott és leírt modellek és tételek képezik. Ezek a könyvkereskedésekben már rég nem kapható, esetleg nehezen fellelhető, csupán könyvtárak polcain porosodó könyveimben és szakcikkeimben találhatóak. Végül **könyvem célja éppen ezeknek a régebben leírt modellrendszereknek és tételeknek, matematikai modellezéssel általam feltárt objektív törvényszerűségeknek a továbbfejlesztése**, s ennek során **a modellrendszerek és tételek, törvényszerűségek általánosítása**.

Munkámban röviden három komplex lineáris programozási modellrendszert ismertetek. Az egyik modell, amelyet klasszikus lineáris modellnek nevezek, s amelyet O. Lange lengyel közgazdász, igen világosan fejtett ki és elméletileg is indokolt. (Oskar Lange: Optimális döntések. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1966. 51. old.) Mint a modellrendszerek leírásánál látni fogjuk, ezt a modellt és O. Lange indokait is vitatom, s bizonyítom, hogy **ez a modell félrevezető**. Kidolgoztam tehát egy másik, reális eredményt nyújtó komplex modellt, amelyet célrealisztikus modellnek neveztem, (2, 45, 46), s amely az elméleti törvényszerűségek feltárása mellett a gyakorlatban is széles körben került alkalmazásra.

Végül úgy láttam, hogy a komplex modell ma már általánosítható, ezért a célrealisztikus modell szemléletét megtartva, egy újabb, általános lineáris programozási modellt dolgoztam ki.

**Szükségesnek tartom nyomatékosan megjegyezni, hogy az elméleti tételek vizsgálata során mindig optimális cselekvést feltételezek.** (Ha a tények ennek ellentmondanak, akkor „annál rosszabb a tényeknek.”) **Másrészt feltételezem, hogy ez az optimális cselekvés olyan szempontból is optimális, hogy eredményeire szükség, s fizetőképes kereslet is van.** (Olyan termékek, szolgáltatások, stb. megteremtéséhez vezet, amelyekre van igény és kereslet.)

Sajnos, ahhoz nincsenek feltételeim, hogy tételeimet minden esetben modellezéssel megvizsgáljam és alátámasszam. Éppen ezért megfogalmazok **bizonyított tételeket**, amelyeket az eddig vizsgált modellezéseim egyértelműen bizonyítottak, s megfogalmazok **sejtéseket**, valamint **kérdéseket**, azaz olyan tételeket, amelyek ugyan modellezéseim tapasztalataiból eredeztethetők, de még nem volt lehetőségem arra, hogy azokat modellezéssel egyértelműen bizonyíthatónak fogadjam el, valamint megfogalmazok olyan kérdéseket, amelyek megválaszolása további, – esetleg gyakorlati modellekkel végzett – vizsgálatokat igényelnének. Az általam megalkotott modellrendszerek gyakorlati alkalmazása adatrendszerének a kidolgozásához és a modellek adatbázisainak a folyamatos karbantartásához viszont felkészült kollektívának is hosszabb időre és megfelelő feltételekre lenne szüksége.

A tudomány emberei (egyébként talán részben helyesen), igen sok időt, energiát és anyagi forrásokat használnak fel a világu, a távol eső égitestek, a világ keletkezésének és számos más kérdéseknek a vizsgálatára. Mindenképpen felmerül azonban a kérdés, hogy vajon nem lenne ugyanilyen fontos, a jelenleginél sokkal több energiát fordítani a mindennapi életünket, jelenünket és jövőnket meghatározó, társadalmi gazdasági kérdések és törvényszerűségek egzakt, rendszerszemléletű, komplex vizsgálatára?

Régen volt, amikor német egyetemi oktatók és kutatók társaságában közvetlen beszélgetést folytattunk, s megkérdeztem tőlük, hogy mi a németek véleménye a magyarokról. Azt felelték, hogy szeretik és becsülik, nagyra tartják a magyarokat, csak azt nem helyeslik, hogy a magyarok sokszor beképzelték, önteltek. Mindenben túl szeretnének tenni másokon. Túlzottan sokat adnak arra, hogy más népekkel elismertessék magukat, felsőbbrendűségüket.

Az volt a véleményük, hogy a magyaroknak, mint viszonylag kis és egyáltalán nem gazdag, természeti kincsekben különösen szegény országban élőknek, nem kellene arra törekedni, hogy mindent meg akarjanak oldani, mindenben az elsők között legyenek, hiszen erre úgyszemint képesek, de sok energiát és anyagi erőforrást pazarolnak el. Ne az legyen a legfontosabb kérdés, hogy mások mit mondanak rólunk, magyarokról! Nem azt kellene legfontosabbnak tartani, hogy a világ elismerje, „csodálja” a magyar tehetségeket, hanem csendben azon dolgozni, hogy az országot, a fejlettebb országok színvonalára emeljük.

Elgondolkodtam a beszélgetésen. Talán van igazuk. Nekünk, magyaroknak valószínűleg kevesebbet kellene azzal foglalkozni, hogy a világ mit gondol rólunk. Nem feltétlenül szükséges például, hogy minden, nagyon sokba kerülő, s Magyarországnak közvetlenül nem sokat, vagy semmit sem használó tudományos munkákban, nagy energiával részt vegyünk. Annál többet kellene törődni, a mi gazdasági, egészségügyi, oktatási, társadalmi problémáink megoldásával, mind a tudományokban, mind pedig a politikában. Ne arra áldozzunk jelentős anyagi forrásokat és energiát, hogy magunkat, a saját tudományos felkészültségünket dicsérjük, hanem dicsérjen bennünket az ország fejlettsége, a nép jóléte. Dicsérjenek bennünket mások, eredményeink, teljesítményeink alapján!

De mit tehet az ember, ha vannak gondolatai, de megvalósításukhoz nincsenek feltételei? Örökre magába zárja, vagy nyilvánosság elé tárja azokat, hogy talán akadnak majd, érdeklődő, s megfelelő feltételekkel is rendelkező kutatók, akik e gondolatokat, vizsgálati lehetőségeket, tisztességben megvalósítják.

Úgy vélem, hogy az olvasó számára könnyebbséget jelent, ha **a könyv olvasásához az alábbi receptet adom:**

A kiindulási alapokat, a régebben megfogalmazott modelleket, tételeket, valamint az általános és a régebbi leírásokat, **fekete betűszínnel**, az új általánosított modellrendszert, s e modellrendszerek gyakorlati alkalmazásának a kérdéseit, valamint az újonnan megfogalmazott, bizonyított tételeket és törvényszerűségeket, s azok magyarázatait, bizonyításait **píros betűszínnel**, a sejtéseket és a munka során felvetődő, tovább vizsgálendő kérdéseket pedig **zöld betűszínnel** írom le, (a fontosabbakat vastag betűvel kiemelve). A zöld betűszínnel mintegy ösztönözni is szeretném az érdeklődő és a megfelelő feltételeket biztosítani képes kutatókat és a jövő kutatóit, az egyetemi hallgatókat, a vizsgálatoknak, vagy azok egyes részeinek, a tisztességes, a szerzői jogok megsértése nélkül történő elvégzésére, illetve továbbfejlesztésére. Munkásságom etikus és jogszerű felhasználásához kérhetik írásbeli hozzájárulásom és segítségem a [cadmas@chello.hu](mailto:cadmas@chello.hu) mailben.

A felszíni jelenségek, több törvényszerűség együttes hatásaként válnak érzékelhetővé! De ugyanazt a dolgot a különböző élethelyzetekben lévők eltérően érzékelhetik és eltérően érzékeltethetik.

## Előszó

Tudósok, politikusok, mindenféle rendű és rangú szakemberek, s mindenféle szakterületen dolgozók, gyakran vitatkoznak természeti, társadalmi, gazdasági jelenségek, valamint gyakorlati kérdések értelmezésén, megítélésén. Különböző, sokszor szöges ellentétben álló vélemények ütköznek ugyanazon jelenség megítélése, magyarázása során.

Távol esik tőlem, hogy vitassam ennek a jogosságát és hasznosságát, mindössze arra szeretném ráirányítani (nem először) a figyelmet, hogy **a viták gyakran a felszíni jelenségek alapján folynak, s a vitatkozók nem hatolnak a dolgok mélyére.**

Márpedig a jelenségek felszíni megjelenése általában igen sok, a felszínen gyakran nem is látható, nem is észlelhető, tényező, összhatásának az eredménye. Szükséges és lehetséges a felszíni jelenségeket vizsgálni, de – véleményem szerint a közgazdaságban különösen – legalább ennyire lehetséges és általában szükséges is, a felszíni jelenségeket kiváltó, mélyebben fekvő okok, törvényszerűségek vizsgálata. (7)

Mi több! Megfelelő módszerek alkalmazása esetén a mélyebben fekvő jelenségek hatásának, esetleg még leegyszerűsített modellezéssel történő vizsgálata során is biztosabban, s objektíven tudunk következtetéseket levonni, törvényszerűségeket feltárni, valamint gyakorlati döntéseket hozni, ellentétben a felszíni, gyakran objektíven nem is mérhető, vagy igen pontatlanul, torzultan megismert, sok esetben a szemlélődő felfogásától függő, néha szándékosan is eltorzított információk alapján. Sőt **esetenként éppenséggel a leegyszerűsítés vezethet el a pontosabb, a mélyebben ható információk feltárásához.**

Könyveimben, (amelyek az Országos Széchényi Könyvtár Magyar Elektronikus Könyvtárban az interneten is megtalálhatók), egyetemi jegyzeteimben és szakcikkeimben többször is rámutattam erre a problémára. (1,2,7, stb.) Törekedtem egzakt matematikai módszerekkel, modellekkel, objektív törvényszerűségek feltárására. Úgy vélem, ezen törekvéseim nem voltak sikertelenek, de leginkább egy konkrét szakterületen, az általam jobban ismert, mezőgazdaság horizontján mozogtam, illetve gyakran annak is egy-egy, vagy néhány területét, illetve területeit érintettem.

Most **megkíséreltem túllépni e terület határait, s általánosítani a mezőgazdasági jelenségekre megfogalmazott komplex modellezést és a komplex modellezés alkalmazása során megfogalmazott néhány törvényszerűséget.**

Tudatában vagyok annak, hogy nem könnyű feladatra vállalkoztam. Ismert szakterületre megalkotott és továbbfejlesztett modellrendszereknek, s ennek felhasználásával megállapított törvényszerűségeknek az általánosítása az élet számos területére, általam alaposan és részletesen nem ismert területekre is? Nehéz feladat! Úgy érzem azonban, hogy ezt vállalom kell, még a tévedés kockázata árán is, mert szerintem ezzel ártani nem ártok, legfeljebb vitát váltok ki megállapításaimmal, ami mindenképpen előbbre viheti a vizsgált területek, illetve törvényszerűségek megismerését.

Feltételeim – mint arról már szó volt – nincsenek is meg ahhoz, hogy az általánosított modellrendszert minden részletében kidolgozzam, s illusztrálásként konkrét adatokkal megtöltsen, s valamennyi ezzel kapcsolatos gondolataimat és sejtéseimet konkrét modellvizsgálatokkal is alátámasszam, így esetenként csupán eddigi elemzéseim modellezéseinek gondolati kivetítésére, elméleti továbbgondolására szorítkozhatok. Talán reménykedhetek abban, hogy lesznek követőim, akik észlelni fogják munkám lényegét, s rendelkezni fognak a szükséges feltételekkel is, a modellezések megvalósításához.

Célom elsősorban modellezési és elméleti kérdések, törvényszerűségek felvetése, vizsgálata és újabb vizsgálandó kérdések megfogalmazása, természetesen nem titkolva a modellek, az elméleti tételek és törvényszerűségek gyakorlati felhasználásának a lehetőségeit. Amennyiben lehetséges a matematikai formulákat igyekszem mellőzni, s lényegében csak néhány matematikai modelltípus megfogalmazására szorítkozom, részletesebb kifejtésüket, illetve az ehhez szükséges matematikai ismereteket az érdeklődő olvasók eddigi publikációimból – melyek jegyzékének közreadásával elősegíték – megismerhetik.

Helytelen problémamegfogalmazás esetén semmilyen matematikai eljárástól és valós adatoktól nem várhatunk helyes eredményt!

## 1. Az alkalmazott matematikai modellrendszerek

A mezőgazdasági vizsgálatokra eddig kifejlesztett modellrendszereimből kiindulva, azt továbbfejlesztve fogalmazom meg az általánosított modellrendszert. Ennek során tehát eltekintek a matematikai modell részletes felírásától, inkább a rövidebb tárgyalást lehetővé tévő, a mátrixformában történő megfogalmazást és a szövegszerű kifejtést alkalmazom. Az érdeklődő olvasó részletesebben tájékozódhat az 2. és 5. valamint más publikációimból.

Mielőtt a matematikai modelleket megfogalmaznánk, vezessük be a következő definíciókat:

### a. A vizsgálat tere.

A vizsgálat tere fogalmat eddig nem használtam, tekintve, hogy vizsgálataim általában konkrét terre, pl. adott területű mezőgazdasági vállalatra, adott épületre, illetve telephelyre, stb. vonatkoztak. Most azonban éppen a modellezés és a törvényszerűségek általánosítása a célom, ezért célszerűnek tartom a vizsgálat tere fogalom használatát. **A vizsgálat tere alatt azt a fizikai, és/vagy virtuális teret értem, amelyre a vizsgálat kiterjed.** Ilyenek lehetnek egy mezőgazdasági vállalatnál a vizsgálat időpontjában rendelkezésre álló, vagy számításba vehető földterületek, állattartási telepek, vagy/és egyéb épületek. Iparvállalatoknál a működésre rendelkezésre álló földterületek, épület területek, gépek. Adott ország rendelkezésre álló földterület, a lakosok száma, gyártó kapacitás, stb. vagy világmodell esetén a világ számára rendelkezésre álló terület, gyártókapacitás, stb.

Rögtön meg kell jegyezmem, hogy – mint érzékeltettem – **a vizsgálat tere alatt nem feltétlenül, vagy nem csak földterületet, vagy termőterületet, telephelyet, épületet, stb. értek, hanem bármilyen fizikailag, vagy virtuálisan meghatározott, vagy meghatározható teret, amelyre a vizsgálat vonatkozik.**

**A vizsgálat tere a matematikai modellben egy, vagy több feltétellel fogalmazható meg, pl. a rendelkezésre álló földterület, vagy a különböző talajminőségű földterületek, különböző kapacitású épületek, különböző szellemi képességek, stb.**

**A vizsgálat terét a matematikai modell feltételrendszerében, általában felső korlát, vagy egyenlet formájában lehet megfogalmazni. A vizsgálat tere mindenképpen korlátozó feltétel, általában merev, abszolút, vagy relatív korlát. Természetesen – mint később látni fogjuk – ez sem mindenképpen és nem általánosan érvényes, nem kőbe vésett dogma.**

### b. A tevékenységek halmaza.

Tevékenységek alatt eredetileg általában a termelési tevékenységeket értették. A mezőgazdasági vállalatok azonban, – mint már az első gyakorlati modellezésem során tapasztaltam és alkalmaztam, – nem csak termelési tevékenységeket folytattak, ezért modelljeimben már kezdetben kiterjesztettem ezt a fogalmat a termelési tevékenységek mellett a kereskedelmi, a pénzügyi, a szolgáltatási, stb., majd a műveleti, a fajlagos hozam, stb.

tevékenységekre. Később ezeket a kiterjesztéseket, (ha részben is), más szerzők is átvették. **A tevékenységek halmaza alatt értem tehát az adott vizsgálati térben folytatható bármiféle termelési, kereskedelmi, pénzügyi, szolgáltató, fogyasztási, fizikai és szellemi, stb. tényleges, vagy virtuális tevékenységeket. A tevékenységek halmaza képezi általában a modell változóinak rendszerét.**

### c. Erőforrások halmaza.

Az erőforrások halmaza fogalmán értették eredetileg mindazokat a fizikai és szellemi dolgokat, amelyek a termelési tevékenységek megvalósításához szükségesek. Ide tartoztak a munkaerő, a gépek, az anyagok, a rendelkezésre álló, vagy hitelként felvehető, tehát egyáltalán felhasználható pénz, stb. Az erőforrásokat a klasszikus matematikai modellben, általában a modell feltételrendszerében fogalmazták meg, úgy, hogy a tevékenységek fajlagos erőforrás-igényét, az úgynevezett technológiai mátrixban adták meg, a rendelkezésre álló forrásokat pedig a modell feltételrendszerének jobboldalán előírt kapacitásvektorban, korlátvektorban, rögzítették.

Az általam kifejlesztett célrealisztikus modellben azonban az erőforrásokat is változóként, mégpedig a termelési, kereskedelmi, pénzügyi, stb. változóktól történő megkülönböztetésül, forrásváltozóként kezeltem. Látni fogjuk azonban, hogy a jelen könyvemben kifejtésre kerülő általános modellben már ez a megkülönböztetés is elveszíti értelmét.

### d. Célfüggvény.

A tevékenységek általában valamilyen cél/célok megvalósításáért folynak. Ilyen célok voltak eredetileg, a nettó jövedelem, vagy a bruttó jövedelem, azaz a mai szóhasználat szerint a hozzáadott érték, a profit, valamint a termelési érték, a munkaerő foglalkoztatása, stb.. A matematikai modellben célfüggvény koefficiens lehet pozitív, vagy negatív is. Az általánosított modellben viszont – mint látni fogjuk – a célfüggvény kezelése is más megvilágításba kerül.

## 1.1. Klasszikus lineáris programozási modell

A klasszikus lineáris programozási modellt általában a következők szerint fogalmazták meg: (1,2,5)

<b>Határfeltételek</b>	$x \geq 0$
<b>Mérlegfeltételek</b>	$Ax \leq b, \quad (=, \geq)$
<b>Célfüggvény</b>	$px = \text{extrém (maximum, vagy minimum)}$

Ahol tehát előírták, hogy:

a. Az  $x$  tevékenységvektor elemei nem lehetnek negatív elemek, azaz negatív tevékenységet, pl. negatív termelést, nem folytathatunk.

b. Az egységnyi tevékenységek által az  $A$  (technológiai) mátrixban meghatározott fajlagos erőforrás igényeknek és a tevékenység méretének  $x$  szorzatösszege, azaz a tevékenységek összességének az erőforrás igénye, nem lehet több mint, azoknak a  $b$  vektor által meghatározott, rendelkezésre álló kapacitása.



c. A tevékenységek fajlagos célfüggvény értékét reprezentáló vektor (pl. fajlagos jövedelemtermelés) és a tevékenységvektor (azaz termelési szerkezet) szorzata, (pl. a vállalati összes jövedelem), legyen maximális. (Vagy pl. a munkabérszükséglet, az üzemanyag felhasználás, stb. legyen minimális.)

## 1.2. Célrealisztikus lineáris programozási modell (2, 5)

A célrealisztikus lineáris programozási modell ismertetése előtt röviden szólnom kell megalkotásának a körülményeiről.

Az 1960-as évek közepén, nem csak Magyarországon, de tudomásom szerint sehol a világon nem volt olyan, hogy a mezőgazdasági vállalatok számára matematikai programozásra alapozott komplex tervezési rendszert dolgoztak volna ki. Ebben az időszakban még csupán leegyszerűsített, a növénytermesztés, vagy a takarmánytermesztés szerkezetének, takarmányadagoknak az optimalizálását feladatul kitűző modellekkel lehetett találkozni.

Magyarországon a lineáris programozás mezőgazdasági alkalmazásával először az Agrárgazdasági Kutató Intézet munkatársa Sebestyén József foglalkozott. Összeállított és megoldott egy modellt, egy mezőgazdasági vállalat a növénytermesztési szerkezetének optimalizálására, s azt publikálta is. Nagy volt még ekkor az ellenállás! Még hogy a mezőgazdaságot matematikai formulákkal vizsgálni?

Tekintve, hogy Sebestyén József nem rendelkezett agrármérnöki képzettséggel, s mezőgazdasági elméleti és gyakorlati ismeretekkel, elkövette azt a hibát, hogy nem korlátozta, vagy nem megfelelően korlátozta a termelési szerkezet kialakításának a lehetőségeit, s olyan eredményt kapott, hogy az adott mezőgazdasági vállalatnál a szántóterület harminc százalékán mákot kell termeszteni. Rosszakarói? Irigyei? Ki tudja! Felkapták ezt a tételt, igyekeztek a szerzőt lejáratni, s bizonyítani, hogy a matematika a mezőgazdaságban nem vezethet használható eredményhez.

Aztán én is elkezdtem foglalkozni a matematikai programozás mezőgazdasági alkalmazásával, s igyekeztem bizonyítani, hogy megfelelő mezőgazdasági szakismeret birtokában, igenis eredményesen alkalmazható a matematikai modellezés a mezőgazdaságban. Igaz, kezdetben egyszerűbb feladatokkal foglalkoztam, takarmányadag optimalizálása, majd matematikai modelleket és rendszert dolgoztam ki a takarmánygazdálkodás optimalizálására, aztán a növénytermesztés szerkezetének optimalizálása, majd a komplex vállalati tervezési rendszer kidolgozás következett. Ekkor azonban még én is minden esetben a klasszikus modellezést alkalmaztam, azaz a termelési szerkezetet adott erőforrásokat feltételezve optimalizáltam.

Jelentős hatással volt rám ekkor a már említett O. Lange: Optimális döntések című könyve. O. Lange a matematikai programozás elméletét a racionális cselekvésről szóló általános tudomány részének tekinti, azaz a praxeológiához sorolja. A gazdasági programozás szempontjából legfontosabb praxeológiai eljárási elvnek a racionális gazdálkodás, vagy gazdaságosság elvét tekinti, amelynek – szerinte – két változata van:

a./ A legnagyobb eredmény elve: ha adott eszközráfordítás mellett a kitűzött cél maximális fokát érjük el.

b./ A legkisebb eszközráfordítás, vagy az eszközökkel való takarékoság elve: ha az adott célt (vagyis a cél előre meghatározott fokát) a legkisebb eszközráfordítással érjük el.

A gazdaságosság elvének két változatát Oskar Lange egyenértékűnek tekinti. „Ki lehet mutatni, hogy a racionális gazdálkodás elvének mindkét változata egyenértékű. Lényegében a racionális gazdálkodás elvének második változatát alkalmazva – adott eszközkészlet mellett – végeredményben a cél megvalósításának maximális fokát érjük el. Ha ugyanis kevesebb eszközt használunk a cél megvalósítása meghatározott fokának elérésére, vagyis bizonyos mennyiségű eszközt megtakarítunk, akkor azzal a cél megvalósítási fokát megfelelően növelni lehet és ezen az úton elérhetjük annak maximumát.”

O. Lange helyteleníti a gazdaságosság elvének olyan megfogalmazását, amely a cél legnagyobb megvalósítási fokát kívánja elérni a legkisebb eszközráfordítás mellett, tehát nem ért egyet azzal a mindennapi szóhasználatban gyakran használt megfogalmazással, amely „minimális ráfordítással maximális eredmény” elérését kívánja. Ezt ugyanis ellentmondásosnak tartja.

O. Lange elmélete a klasszikus matematikai modell szemléleten alapul. Egy ilyen modellben valóban nem lehet legkisebb ráfordítás mellett legnagyobb jövedelem elérését célul kitűző modellt megfogalmazni, hiszen adott ráfordítások mellett maximalizáljuk, vagy minimalizáljuk a célfüggvényt, tehát az egyik oldal eleve rögzített. Másként vetődik fel a kérdés az általam kidolgozott célrealisztikus lineáris programozási modellben, különösen pedig a jelen könyvemben közreadásra kerülő általános modellemben.

Modelljeim ellentmondanak O. Lange állításának, hiszen ezekben nem adottak, nem meghatározottak a ráfordítások, amelyekhez a kitűzött célt maximalizáljuk. Nem adott a cél sem, amelyhez az eszközráfordítást minimalizáljuk. Itt éppen azt tűzzük ki feladatul, hogy a cél és a ráfordítások különbsége legyen a lehető legnagyobb! Vagy lehet feladat az is, hogy a cél és a ráfordítások aránya, azaz az egységnyi ráfordításra jutó cél értéke legyen maximális. Most tehát nem ellentmondásos az a megfogalmazás, hogy a minimális ráfordítással a cél maximumát kívánjuk megvalósítani!

Nem sokkal O. Lange könyvének olvasása után adódott számomra egy gyakorlati feladat. Egy közel 10.000 hektáros termelészövetkezet azzal keresett meg, hogy készítsek részükre egy fejlesztési tervet matematikai optimalizálással.

A gyakorlati alkalmazás folyamán a klasszikus lineáris programozási modell alkalmazására készültem, de ezzel kapcsolatban igen sok probléma merült fel, s ezek világítottak rá arra is, hogy a klasszikus lineáris programozási modell igen félreorientáló.

Már a modell elkészítése során az alábbi problémák vetődtek fel:

1. A rendelkezésre álló erőforrások (munkaerő, gépek, anyagok, épületek) mennyisége nem egyértelműen adott, hanem az (ha bizonyos korlátok között is, még éves tervezés esetén is) változtatható, ha máshogy nem, akkor hitelfelvételből. Nekem pedig akkor a termelészövetkezet „szabad kezett biztosított”, azt, hogy határozzam meg a termelési szerkezet és az erőforrások optimumát is.

Először arra gondoltam, hogy úgy oldom meg a problémát, (O. Lange alapján) hogy változtatgatom a rendelkezésre álló erőforrások vektorát (**b** vektort), s valahogy megközelítek egy optimális lehetőséget. Aztán éjszakai tovább gondolkodások, töprengések vezettek el a célrealisztikus modell megalkotásához. (2, 45, 46)

2. Már akkor felvetődött ugyanis bennem, hogy a klasszikus modellben az eleve meghatározott erőforrásokért a tevékenységek, csak a változó költségeik figyelembevételével versenyeznek, vagy pedig egy kalkulált, fiktív fix költség viselése mellett, vagyis az erőforrások

fix költségei (amortizáció, biztosítás, karbantartás, stb.) valójában nem vesznek részt, vagy nem reális adatok alapján vesznek részt a versenyben. (2). Ez pedig a célfüggvény tekintetében félrevezető! Pedig a célfüggvény a döntő láncszem a termelési szerkezet optimalizálását illetően.

3. Megfogalmazódott bennem az a gondolat is, hogy a klasszikus modellben csak a tevékenységek versenyeznek az erőforrásokért, de az erőforrások lényegében nem versenyeznek a tevékenységekért.

Ekkor dolgoztam ki tehát, az általam célrealisztikus lineáris programozási modellnek nevezett modellt és egy komplex tervezési rendszert, amely nem csak a növénytermesztést, de a mezőgazdasági vállalatoknál fellelhető bármely tevékenységet (állattartás, ipari, kereskedelmi, pénzügyi tevékenység, háztáji segítése, stb.) magába foglalhatta, és amely aztán több éven keresztül a gyakorlatban is, igen eredményesen alkalmazásra került. Ennek ismertetésétől eltekintek, hiszen a Magyar Elektronikus Könyvtárban megjelent könyvben részletesen megtalálható.

A célrealisztikus modell leegyszerűsített formában, a következőképpen fogalmazható meg:

<b>Határfeltételek</b>	$\mathbf{x}, \mathbf{y} \geq \mathbf{0}$
<b>Mérlegfeltételek</b>	$\mathbf{Ax} - \mathbf{By} \leq \mathbf{0}, \quad (=, \geq)$
<b>Célfüggvény</b>	$\mathbf{px} - \mathbf{cy} = \text{extrém (maximum, vagy minimum)}$

a. A modell tehát előírja, hogy a tevékenységváltozók ( $\mathbf{x}$ ) és az erőforrás-változók ( $\mathbf{y}$ ) nem vehetnek fel negatív értéket.

b. A tevékenységek erőforrás igénye (a tevékenységek fajlagos igényeinek ( $\mathbf{A}$ ) és tevékenységek terjedelmének ( $\mathbf{x}$ ) szorzata), nem lehet több mint, az erőforrások teljesítménykapacitása (fajlagos a teljesítménykapacitások ( $\mathbf{B}$ ) és a rendelkezésre álló erőforrások ( $\mathbf{y}$ ) szorzata), sem időszakonként, sem összességében.

c. A tevékenységek erőforrások fix költsége nélkül számított jövedelmének (árbevétel és a tevékenységekre közvetlenül ráterhelhető jövedelem különbözete ( $\mathbf{p}$ ) és a tevékenységek terjedelmének ( $\mathbf{x}$ ) szorzata) és az erőforrások fix költségösszegének (erőforrásokra közvetlenül terhelhető fix költség ( $\mathbf{c}$ ) és az erőforrások mennyiségének ( $\mathbf{y}$ ) szorzata) a különbözete, azaz a vállalat jövedelme legyen maximális, vagy a vállalati költség legyen minimális. (Természetesen most csak egy konkrét példát adtam, de a leírtak értelemszerű alkalmazásával, a célfüggvény igen sokféle lehet.)

A fentiekben a célfüggvényt egyszerűsített formában írtam le, az interneten is olvasható könyvben (2, 5) részletezve is kifejtettem.

A célrealisztikus modellben tehát a klasszikus modellel kapcsolatban említett problémákat megoldottam. Ebben a modellben a változóknak két csoportját különböztettem meg, a tevékenységváltozók csoportját ( $\mathbf{x}$ ) és az erőforrás változók ( $\mathbf{y}$ ) csoportját, vagyis az erőforrások, illetve az erőforrások biztosítása, szintén modell változóként szerepelnek, s azokat nem merev korlátként adjuk meg, hanem a tevékenységeket és a forrásokat egymással kölcsönös kapcsolatban optimalizáljuk.

Ebben a modellben tehát nem a tevékenységek versenyeznek az erőforrásokért, vagy viszont, nem a rendelkezésre álló erőforrások versenyeznek a tevékenységekért, hanem, ha úgy tetszik, **a tevékenységek és az erőforrások, egyenrangú partnerként, kölcsönös egymásra hatás-ként versenyeznek egymásért, illetve egymással is.**

A tevékenységváltozók célfüggvény koefficiensei az adott tevékenység árbevételének és változóköltségeinek a különbségeit (tehát az adott változó árbevételének és az adott változóra közvetlenül terhelhető költségeknek a különbségeit) tartalmazzák, az erőforrás változók célfüggvény koefficiense pedig az adott erőforrás éves fix költségeit (amortizáció, karbantartás, biztosítás, stb.) tartalmazza.

Ebben a modellben különösen jelentős az, hogy a tevékenységek az erőforrások fix költségeit is számításba véve versenyeznek, azaz az erőforrások fix költségeit igazságosan, azok igénybevételének arányában viselik. Az erőforrások nem eleve adottak, hanem azokat, esetleg meghatározott korlátok, intervallumok által behatárolva, az optimalizálás során határozzuk meg. (2)

**Most írom le először a következőket:**

A klasszikus matematikai modellt alkalmazva az erőforrások fix költségeit két módon is figyelembe lehet venni. Egyrészt előzetes kalkulációval, úgy, hogy minden tevékenység-egység, azaz minden tevékenységváltozó esetén a célfüggvényben, egy fiktív, valamilyen módon kalkulált, tehát nem valóságos, hanem a valóságostól általában nagyon messze eső, fix költséget számolunk fel. Másrészt utólagos kalkulációval, úgy, hogy a modell megoldása után vesszük figyelembe az erőforrások fix költségeit, s ezt utólag, valamilyen kalkuláció, esetleg igénybevett erőforrások alapján terheljük a tevékenységekre.

Az első megoldás tehát igen messze eshet a valóságos költségektől. A második megoldás pedig egy igen bonyolult számítást igényel, erőforrásonként figyelembe véve a fix költségeket és tevékenységenként azt, hogy az adott erőforrásokból azok mennyit használnak, (erőforrásonkénti fixköltség kalkuláció), vagy csak az összes fix költséget osztjuk el a tevékenységek között, valamilyen kalkulált arányban (globális kalkuláció).

Az erőforrásonkénti fix költségkalkuláció igen sok és bonyolult számítást igénylő módszer, de nem jelent megoldást, mert az így számított költség szintén messze eshet a valóságos költségtől, másrészt a klasszikus modellben a tevékenységek versenye a fix költségek figyelembevétele nélkül történik, s a tényleges fix költség csak a fix költség nélküli verseny alapján létrejött erőforrás igény szerint kerül elosztásra. Ez pedig nagyon félrevezető eredményt adhat.

**Ha egy adott optimalizálást a klasszikus lineáris programozási modellel oldunk meg, akkor attól függően, hogy a fix költségeket milyen módon, előzetes kalkulációval, vagy utólagos kalkulációval vesszük figyelembe, a tevékenységek sem igazságosan versenyeznek, hanem vagy a kevesebb állóeszközt használó, tehát inkább kézimunkát igénylő tevékenységeket, vagy technológiai változatokat részesíti igazságtalanul előnybe, vagy fordítva, éppen az állóeszköz igényes változóknak kedvezünk.**

Ennek a kérdésnek a részletesebb vizsgálatát bízuk a jövőbeli kutatókra. Sejtésem azonban, hogy a klasszikus modellezés során azoknak a tevékenységeknek kedvezünk, amelyeknek a fix költségigénye magasabb, azaz, amelyek több állóeszközt igényelnek, s hátrányba részesítjük a kevesebb állóeszközt, de több kézimunkát igénylő tevékenységeket, azaz a vállalatokat a kevesebb élőmunka felhasználása irányába ösztönözzük! (Ez a munkanélküliség fokozódását segítheti, ha a feleslegesé vált munkaerő nem tud más ágazatokban elhelyezkedni.)

### 1.3 A matematikai modell általánosítása.

**Ezt a modellrendszert most írom le először.** A célrealisztikus modellben az erőforrások – mint azt láttuk – a verseny során a tevékenységekkel „egyenrangúak”, s a modellben megfogalmazott célfüggvény, illetve célfüggvények szempontjából, mind a tevékenységek, mind az erőforrások között egy igazságos versenyt teremtünk.

Egyébként a mezőgazdasági vállalati gyakorlatban, (de iparvállalatoknál is), gyakran ugyanott, ugyanánál a vállalatnál tevékenységként állítják elő valamely másik tevékenységük előállításához felhasználható erőforrást (eszközt, anyagot, stb.), tehát **ugyanaz a jelenség egyik szempontból tevékenység, a másik szempontból erőforrás lehet, ugyanazon gyártási folyamatban, azaz ugyan azon matematikai modellben.** (Így például a takarmánytermesztési tevékenység, a tejtermeléshez erőforrást, táplálóanyagot szolgáltat. A tejtermelés pedig a növénytermesztés számára állít elő istállótrágyát, azaz tápanyagot. Egy alkatrész, vagy szerszám előállítási tevékenység, az adott vállalatnál gyártott gép, gépalkatrész, eszköz, előállítása szempontjából erőforrást előállító tevékenység, stb.)

Tovább bonyolítva a problémát, adott tevékenységhez szükséges erőforrás is más erőforrások segítségével valósulhat meg. **(Erőforrás erőforrása.)** Eklatáns példa erre, hogy a munkaerőnek, mint erőforrásnak az erőforrásai például az élelmiszer termékek, iparcikkek, mint termelési tevékenységek, de ezek előállításához erőforrás a munkaerő, stb.

Az általános modellben az **erőforrásokat biztosító változókat** (függetlenül attól, hogy saját előállítású, vagy más vállalattól, vagy importból beszerzett erőforrásokról van szó), **ugyanúgy változóként kezeljük, mint bármely más tevékenységváltozókat, illetve nem különböztetünk meg tevékenység változókat és erőforrás változókat.** Ebben a modellben egyszerűen csak egyenrangú, egymással versenyző modellváltozók vannak.

**Külön meg kell azonban említeni a fogyasztási változókat.** Ez azt jelenti, hogy a matematikai modellben, a fogyasztási tevékenység is változóként építhető be. Lényegében, amikor a termelési változóról és az erőforrás biztosítási változóról beszélünk, akkor a termelési változó tulajdonképpen erőforrást fogyasztó változónak fogható fel. Ugyanúgy foghatjuk fel a népességet, mint munkaerő szolgáltató tevékenységet, s fogyasztását, mint erőforrást fogyasztó tevékenységet.

Tovább lépve az általánosítás tekintetében. A vizsgálat tere sem minden esetben és feltétlenül abszolút, merev korlát, hanem lehetséges relatív, rugalmas korlát is. Ebben az esetben, (de egyébként abszolút, merev korlát estén is), **a vizsgálat tere, illetve terének a biztosítása is kezelhető modellváltozóként, ugyanúgy, mint a tevékenységváltozók.** Még a legkevésbé relatív, rugalmas változónak tartott termőföldterület is változtatható a föld adás-vétele, vagy földbérlet következtében, vagy a termelés terének bővítése céljából akár emeletes vízkultúrák termelés is megvalósítható, esetleg mesterséges fény alkalmazásával, s az üzemi épületek is többemeletesek lehetnek, stb.. De megvan a lehetősége annak is, hogy a modellt, egységnyi tevékenység tere (1, 100, vagy 1000 hektár területre, termékegységre, állati férőhelyre, épület négyzetméterre, vagy éppen pénzegységre, stb.) állítsuk össze, s a megoldás után terjesszük ki a szükséges, illetve tetszőleges mértékre.

Már csak egy lépés van a modell általánosításához, a célfüggvény megfelelő kezelése. Csakhogy célfüggvény változó modellbe építésével ez is megoldódható, hiszen a profittermelés, profitbiztosítás stb. is tevékenységként fogható fel.

Lehetnek célok pl. valamilyen szükségletek (élelem, ruházat, gépek, stb.) iránti igények maximális kielégítése, profitszerzés maximalizálása, gazdagodás maximalizálása, valamely erőforrás, vagy költség felhasználásának a minimalizálása, stb.. Ezeket a célokat az adott modellváltozóra, illetve modellváltozókra vonatkozóan, a modell célfüggvényében, illetve célfüggvényeiben írjuk elő.

**Az így általánosított modellben tehát már csak modellváltozók (ha úgy tetszik tevékenységváltozók) vannak, s ezek között kell megteremteni a kölcsönös kapcsolatot, vagy ezekre, (egyedileg, vagy csoportosan), írhatunk elő alsó, vagy felső korlátokat, arányokat, s ezek közül választhatunk ki valamely változót, vagy változókat (bármelyeket), amelyeket, illetve amelyeket, a kölcsönös kapcsolatok biztosítása mellett a célfüggvényben maximalizálni, vagy minimalizálni kívánunk.**

Nyomatékosan fel kívánom hívni a figyelmet arra, hogy az általános modellben a célrealisztikus modell nyomán bekövetkezett szemléletváltás továbbra is fennáll! Most tehát, ha megnevezésben nem is teszünk különbséget a változók között, a szerint, hogy valamely változó más változók forrása, illetve, hogy ez a változó, amit a célrealisztikus modellben forrásváltozónak neveztem, most is forrásváltozóként viselkedik, vagyis paraméterei negatív értékkel, illetve ellenkező előjellel szerepelnek a modellben, azon változók paramétereivel szemben, amelyeknek a forrásául szolgálnak. Másrészt célfüggvényük most is a fix költségeket jeleníti meg, természetesen negatív (azaz ellenkező) előjellel.

Általánosított lineáris programozási matematikai modellünk tehát a következő egyszerű formában fogalmazható meg:

<b>Határfeltételek</b>	<b><math>x \geq 0</math></b>
<b>Mérlegfeltételek</b>	<b><math>Ax = 0</math> (<math>\leq, \geq</math>)</b>
<b>Korlátozó feltételek</b>	<b><math>Bx = b</math> (<math>\leq, \geq</math>)</b>
<b>Célfüggvény</b>	<b><math>px = \text{extrém! (maximum vagy minimum)}</math></b>

Mindenekelőtt célszerű megjegyezni, hogy a feltételeket ugyan egyenletek formájában fogalmaztam meg, valójában – mint azok mellett látható – itt lehetségesek kisebb-egyenlő, illetve nagyobb-egyenlő feltételek is.

a. Az első feltétel most is azt írja elő, hogy a változók negatív értéket nem vehetnek fel.

b. A második feltételben, (nevezzük ezeket technológiai feltételeknek), a változók közötti technológiai kapcsolatokat fogalmazzuk meg. Az  $x$  vektor tartalmazza valamennyi tevékenységet, illetve azoknak valamennyi változatát, tehát a termelési, munkaműveleti, értékesítési, kereskedelmi, szolgáltatási, pénzügyi, erőforrás biztosítási, fogyasztási, célfüggvény, stb. tevékenységeket és az  $Ax$  azok kapcsolataira vonatkozó feltételeket. Ezekhez a feltételekhez tartozó paraméterek egyaránt lehetnek pozitív, vagy negatív előjelűek. A feltételrendszer jobboldalán zérus vektort találunk, (kivétel itt is lehetséges!), hiszen ezekben a feltételekben általában nem írunk elő semmiféle korlátot, ezek a feltételek csak a változók egymáshoz való viszonyát, arányait tartalmazzák, természetesen (az  $A$  mátrixban megadott) megfelelő paraméterek alkalmazásával.

c. A harmadik feltételben, egyenlet- illetve egyenlőtlenségrendszerben (nevezzük korlátozó feltételeknek) viszont a változókra (tevékenységekre) vonatkozó korlátozó egyedi, vagy

csoportos feltételeket, korlátokat fogalmazzuk meg. A  $b$  vektor elemei gyakran pozitív számokat tartalmaznak, meghatározva egy-egy változó, vagy változó csoportra vonatkozó alsó, vagy felső korlátot. Természetesen ezek között a feltételek között is lehetnek olyanok, amelyek változók, vagy változó csoportok, egymáshoz való viszonyát, arányát, korlátozzák, s ez esetben a változókhoz szükség szerint pozitív, vagy negatív paraméterek egyaránt tartozhatnak, s a feltétel jobb oldalán zérus érték is szerepelhet. (Valójában a második feltételcsoport ezt a harmadik feltételcsoportot is tartalmazhatja, mégis célszerűnek tartom – csupán értelmezési, egyszerűsítési, szempontból – ennek a megkülönböztetését.)

Célszerű talán itt megjegyezni, hogy e feltételek között lehetnek olyanok is, amelyek egy-egy célfüggvény, vagy a célfüggvények meghatározott csoportja, vagy csoportjai számára írhatnak elő korlátokat, illetve arányokat pl. a profit maximalizálása esetén előírhatunk egy felső korlátot, amelynél több profit (vagy magasabb profitráta) már (adózási, vagy egyéb szempontok miatt) számunkra nem fogadható el.

Mindkét feltételrendszerben igen jelentős számban vannak zérus paraméterek, s mindkét feltételrendszerben bármilyen pozitív, vagy negatív érték előfordulhat, a másodikban pedig jelentős lehet az (pozitív, vagy negatív) egység paraméter.

d. A célfüggvényben tulajdonképpen az általunk kiválasztott bármely tevékenység, illetve azok egy általunk megválasztott csoportja szerepeltethető, s itt a kiválasztott változók értéke általában (de nem feltétlenül, hiszen lehetséges egy vagy több célfüggvényre arányok megadása is) 1-es, a szerepeltetni nem kívánt változók értéke zérus paraméter.

**Az elméleti vizsgálatok és a gyakorlati alkalmazások szempontjából fontos a modell megfelelő megalkotása. Ennek érdekében szükséges részletesebben kifejteni a modell felépítését, a benne szereplő paraméterek jellemzőit. Éppen ezért célszerű még a modell változóival kapcsolatban annak a vizsgálatát, hogy mi legyen a változók tartalma és mértékegysége, hiszen a változók tartalma és mértékegysége még adott modellben is igen sokféle lehet.**

Vonatkozhatnak a változók pénzben kifejezett értékre (forint, dollár, euró, stb.), vonatkozhatnak termékegységekre (darab, tonna, kilogramm, stb.), vagy földterületre (egy hektár, száz hektár, adott tábla területe, stb.), munkaerőre (fő, munkanap, stb.) és sorolhatnánk még a lehetőségeket. Lehetséges például, hogy egy vállalat különböző ipari, mezőgazdasági, erdészeti, stb. tevékenységgel foglalkozik. Ebben az esetben az iparcikk termelési változó vonatkozhat termék darabszámra, termék értékre, stb. a szántóföldi növénytermesztés területre, az állattenyésztés darabszámra, vagy száz anyára és szaporulatára, istállókapacitásra, stb., az erdészeti tevékenység területre, vagy kitermelhető fa mennyiségére, stb.

A területhez kötött (pl. mezőgazdasági termelési) változók esetében a változók általában 100 hektárra vetített termelésre vonatkoznak. Természetesen lehet ez egy hektár, tíz hektár, ezer hektár, vagy más területi mértékegység is (négyzetméter, négyszögöl, stb.). A 100 hektár alkalmazása praktikus szempontból vált gyakorlattá, mert egyrészt a 100 hektárra vonatkoztatott termelési paraméterek már nem is nagyon kicsik és még nem is nagy értékűek, másrészt a 100 hektár igen könnyen, és jól érzékelhetően, könnyen elemezhetően, átszámítható bárhány hektárra alkalmasan megválasztott paraméter használatával.

Természetesen az sincs kőbe vésve, hogy a területhez kötött mezőgazdasági termelést feltétlenül területalapú változóval kellene reprezentálni. Reprezentálható a változó a termelés

volumenével (kilogramm, tonna, stb.), vagy a termelési értékkel (forint, ezer forint, stb.), vagy bármilyen vonatkozási alapon. Legelterjedtebb azonban a terület, vagy esetleg a termelési érték.

**Speciális változóként szerepelhetnek a modellben átcsoportosítási változók is.** Ha például valamely tevékenység egyidejűleg és ugyanazon paraméterekkel lehet önálló terméket előállító változó, vagy más változó előállításához szolgáló forrásváltozó, akkor lehetséges, hogy az adott változó csak egyszer szerepel a modellben minden technológiai paraméterével, mint önálló terméket előállító változó, s átcsoportosító változó, vagy változók segítségével oldjuk meg, hogy az adott termék egy része más termék, vagy termékek előállításának forrásául, pl. alkatrészéül szolgáljon.

**Most tehát egy olyan általános és igen rugalmas lineáris programozási modellel állunk szemben, amely bármely mezőgazdasági, ipari, kereskedelmi, stb., valamint vegyes tevékenységet folytató vállalatra, régiókra, országokra, világi problémákra alkalmazható.**

**A fentiekben vázolt matematikai modellek tehát lineáris programozási modellek. Vizsgálataink során azonban ezen minden további nélkül túlléphetünk, s az elméleti következtetéseink (de a gyakorlati alkalmazások is) érvényesek általában a matematikai programozási modellekkel végzett elemzésekre és megállapításokra, tehát bármely nemlineáris matematikai programozási modell alkalmazására is, azaz a későbbiekben megállapított törvényszerűségek, tételek és sejtések is általánosak.**

#### **1.4 A modellszerkesztés automatizálása**

Az 1980-as években E. O. Heady az Iowa Állami Egyetemének professzora, a Magyar Tudományos Akadémia tiszteletbeli tagja, a Debreceni Agrártudományi Egyetem Honoris Causa Doktora, valamint számos ország akadémiajának tagja és egyetemének Honoris Causa Doktora elmondta, hogy az USA-ban már 10.000 változót és 10.000 feltételt tartalmazó lineáris programozási modell van. Egy ilyen nagyméretű matematikai modell létrehozása, karbantartása és megoldása igen bonyolult feladat.

Egyik tagja voltam a Kornai János által annakidején szervezett kollektívának, amelyiknek az volt a feladata, hogy készítse el Magyarország lineáris programozási tervezési modelljét. Igen nagyméretű modellről lévén szó, az akkori feltételek aligha tették lehetővé egy ilyen feladat egy lépésben való megoldását. Nyilván ezért született meg a kétszintű tervezés gondolata, mely munkában az én feladatomban a mezőgazdasági ágazat adatainak és összefüggéseinek, modelljének a kidolgozása volt.

Ma már sokkal kedvezőbbek a számítástechnikai feltételek. Az 1.3. pontban általam ismertetett általános modell megalkotásának és megoldásának már nem feltétele a kétszintű modellezés. Természetesen egy hatalmas országos modellt célszerű lehet blokkokból felépíteni, úgy hogy annak blokkjai könnyebben kezelhetők, karbantarthatók legyenek.

Elképzelhető tehát, hogy megalkotunk egy blokkokból felépített hipermodellt, amelynek megalkotása és karbantartása blokkonként egyszerűbb, de megoldását egy lépésben biztosítjuk. Egy ilyen modell karbantartása és egy lépésben történő megoldása annál inkább lehetséges, mivel az ilyen modell igen sok zérus elemet tartalmaz, vagyis elég üres modellel állunk szemben. Ilyen szempontból is jelentős szerephez juthatnak az átcsoportosítási változók.

Véleményem szerint azonban, ma már ennél járhatóbb út lehetséges, az automatizált tervezési rendszer kiterjesztése, illetve általánossá tétele. Ebben az esetben ugyanis a modell-



rendszerhez szükséges adatok adattárakban vannak, s ezek az adattárak a változó feltételeknek megfelelően, célszerű adattárkezelő szoftverrel viszonylag egyszerűbben karbantarthatók. Szükséges természetesen megfelelő modellszerkesztő és a megoldás eredményeit megfelelő rendszerbe foglaló szoftver is, amely az adattárak információi és a tervező utasításai alapján automatizáltan készíti el a matematikai modellt, majd annak megoldása és a döntés után a megoldás eredményeit rendszerbe foglalja, stb.

A mezőgazdasági vállalatok (termelőszövetkezetek, állami gazdaságok) modellezése annak idején elég bonyolult volt, annál is inkább, mivel ezek a mezőgazdasági vállalatok gyakran nem csak mezőgazdasági termelési tevékenységet folytattak, hanem ipari, építőipari, kereskedelmi, háztáji gazdaságokat kiszolgáló, stb. tevékenységeket is. Másrészt a mezőgazdasági termelési tevékenységek nem egysíkúak, hanem igen bonyolultak, sokféle gépet, eszközt, anyagot használnak, s a munkafolyamat idényszerű, stb., tehát viszonylag bonyolult termelési technológiákat kellett automatizált módon kidolgozni.

Sikerült egy olyan rendszert megalkotni, amely ezt a bonyolult folyamatot automatizált úton megoldotta, s elkészítette, illetve megfelelő rendszerbe foglalta a tevékenységek technológiai folyamatát és paramétereit, szükség szerint elkészítette azok kívánt, vagy összes lehetséges változatait. Kívánságra ezeket kilistázta, illetve elkészítette a vállalat, gyakran (az akkori feltételeket tekintve), igen bonyolult matematikai modelljét, majd a modell megoldása és a tervező kívánsága szerinti variánszámítások elvégzése, s a döntés után elkészítette az adott megoldásváltozat teljes információs rendszerét. (5)

Ha ez a rendszer nem is volt átvehető változatlan formában, hogy egyaránt alkalmas legyen a különböző gazdasági ágazatoknál a vállalati alkalmazásokra, valamint regionális, és/vagy országos vizsgálatokra, mindenképpen alapul szolgált ilyen általánosan használható rendszer részletes koncepciójának a kialakításához, illetve megalkotásához.

Egy ilyen rendszerben a modellblokkok nem a Kornai János által kidolgozott kétszintű tervezésben alkalmazott ágazati alrendszerek szerint épülnek fel, hanem egészen más rendszerben.

A már említett, s a gyakorlatban már a múltban is széles körben sikeresen alkalmazott vállalati rendszer leírása, komplex mezőgazdasági vállalati modellezést tekintve, az interneten is olvasható publikációmban (5) megtalálható. Ez a rendszer eleve nem csak mezőgazdasági vállalatoknál alkalmazható, hanem célszerű felhasználással bármely más vállalatnál.

Ahhoz, hogy a matematikai modell általánosan alkalmazható legyen, különböző vállalatok, regionális egységek, országok, világrészek, illetve világ gazdaságának vizsgálatára, valamint az azóta bekövetkezett gazdasági változások követéséhez, szükségessé vált a rendszer továbbfejlesztése, sokoldalúbbá tétele.

Erre vonatkozólag e helyütt nem kívánok részletekbe bocsátkozni, annál inkább, hogy nem kívánom megkönnyíteni a plagizálók dolgát. Másrészt, az automatizált rendszer kifejtése terjedelmes lenne, s a jelenlegi feltételeim úgysem teszik lehetővé egy ilyen rendszer és erre alapozott szoftver részletes kidolgozását, illetve megalkotását. Különböző e rendszert működtető szoftver többféle változatban is megalkotható, hiszen maga a rendszer is sokoldalú és többféle változatban alkalmazható.

Az általam, matematikai eljárásokkal meghatározott objektív törvényszerűségek általános érvényűek, minden társadalmi rendszerben érvényesülnek.

Ha a tények ellentmondva az objektív törvényszerűségeknek, s öntörvényűvé válnak, az társadalmi – gazdasági katasztrófákhoz vezethet, tehát akkor „annál rosszabb a tényeknek”.

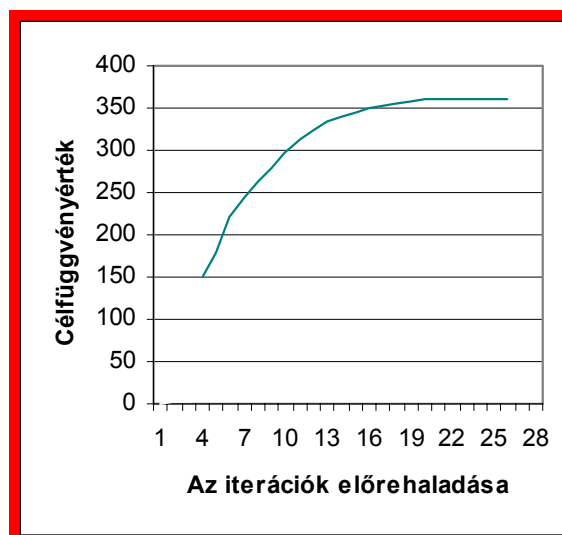
## 1. Vizsgálataim alapján megfogalmazott néhány tétel és törvényszerűség

### 2.1. Az optimális megoldás elhelyezkedése

Vizsgáljuk meg egy adott lineáris programozási modellnek a szimplex módszerrel történő megoldását, követve a klasszikus lépéseket, amikor a célfüggvény maximalizálása alkalmával minden iterációt úgy hajtunk végre, hogy a legnagyobb célfüggvény értéknél választunk generáló oszlopot és a legkisebb hányadosnál választunk generáló elemet. Kövessük az iterációk előrehaladásával a célfüggvény értékének a változását, amikor a célfüggvény maximalizálását írjuk elő. „Ha a mezőgazdasági vállalat modelljének megoldását lépésről lépésre nyomon követjük, (...) azt tapasztaljuk, hogy az optimális megoldás a célfüggvény változását tekintve nem egy hegyes csúcson található, hanem általában egy lapos domborulat legmagasabb pontján.” (5) **Igaz ez általában is, nem csak a mezőgazdasági modelleket tekintve, s megfogalmazhatjuk általánosan az alábbi törvényszerűségeket.**

**Maximum feladatok esetén az iterációk során, a célfüggvény értéke csökkenő ütemben növekedik, s az optimum nem egy hegyes csúcson, hanem egy lapos domb legmagasabb pontján található. (1. ábra)** Természetesen ez akkor igaz, ha a modellben több változó is szerepel, s minél több változó kerül be a megoldásba, (bázisba), annál több iterációval jutunk el a megoldáshoz, s annál több adatot kapunk, annál hosszabb és szemléltetőbb lesz a megoldást reprezentáló ábránk. (Valójában az 1. ábrával illusztrált tendencia lineáris szakaszokból áll. Ezt az ábrázolási módot a továbbiakban általában is fogom alkalmazni, amikor a lineáris szakaszokból álló függvényt, (szakaszosan lineáris függvényt), annak tendenciáját jobban érzékeltető, s a konkrét adatokhoz nem kötődő trendet szemléltető, grafikonnal ábrázolom.

#### 1. ábra. A maximalizált célfüggvény értékének változása lineáris programozási modell megoldásakor az iterációk előrehaladása során



**A célfüggvény minimalizálása esetén, a célfüggvény mínusz egyszeresét maximalizáljuk, s ugyanezt tapasztaljuk, vagyis a célfüggvény mínusz egyszeresének maximális értéke szintén egy lapos domb legmagasabb pontján található, illetve, a megoldás során nyert célfüggvény értékek mínusz egyszeresét véve, tehát visszatranszformálva, a célfüggvény minimuma egy lapos völgy legalacsonyabb pontján helyezkedik el.**

Ezekből a törvényszerűségekből következik, hogy az optimum környékén elhelyezkedő megoldások célfüggvény értéke csak kismértékben tér el az optimális megoldástól. Célszerű lehet tehát az optimális megoldások előtti iterációk során nyert változatokat is megvizsgálni, mert lehetséges, hogy a célfüggvény értéke kismértékben eltér az optimumtól, tehát nem a matematikai optimumhoz jutunk, azonban más szempontból, gyakorlati megvalósításra célszerűbb eredményt kapunk.

„A matematikai optimum azonban kizárólag azt jelenti, hogy a modellben megfogalmazott feltételeket kielégítő lehetséges megoldások közül kiválasztjuk azt, amelyik a vizsgált célfüggvény szempontjából a legkedvezőbb. A matematikai optimum tehát nem feltétlenül jelent a gyakorlati megvalósítás szempontjából is optimális tervváltozatot.” (5)

Könyvemben részletesen foglalkozom a vállalati tervezés tekintetében a döntéshozatal kérdéseivel, a termelési korlátok, a célfüggvény, árnyékárak, az alternatív optimumok, stb. problematikájával, most azonban figyelmünket a gazdasági törvényszerűségek általánosítására fordítjuk. Mindenekelőtt célszerűnek látom rámutatni a korlátozó feltételek és a célfüggvények kapcsolatában tapasztalható törvényszerűségekre.

## **2.2. A korlátozó feltétel és a célfüggvények kapcsolata**

A korlátozó feltétel, illetve feltételek vizsgálatakor mindenekelőtt az eddig elvégzett vizsgálataimból, s azok alapján megfogalmazott néhány tételből indulok ki. Tekintsük tehát a mezőgazdasági vizsgálatok alapján régebben megfogalmazott néhány tételtemet, majd általánosítsuk azokat.

Első lépésben vegyük azt az esetet, hogy adott mezőgazdasági vizsgálat során olyan modellel állunk szemben, ahol (természetesen több technológiai feltétel mellett) csupán egy korlátozás van, a vizsgálat tere és mondjuk egy célfüggvény változó maximumát kívánjuk meghatározni, s legyen ez a célfüggvény most a (régebben bruttó jövedelemnek nevezett), hozzáadott érték. (Természetesen, mint arról már szó volt ez a korlátozás sem merev és abszolút korlát, hanem lehet relatív, rugalmas korlát is, amikor pl. 100, vagy 1000 ha területre készítjük a modellt, de azzal a céllal, hogy azt majd tetszés szerint bármely területnagyságra kiterjeszthetjük. De lehetséges más relatív, rugalmas korlát alkalmazása is.)

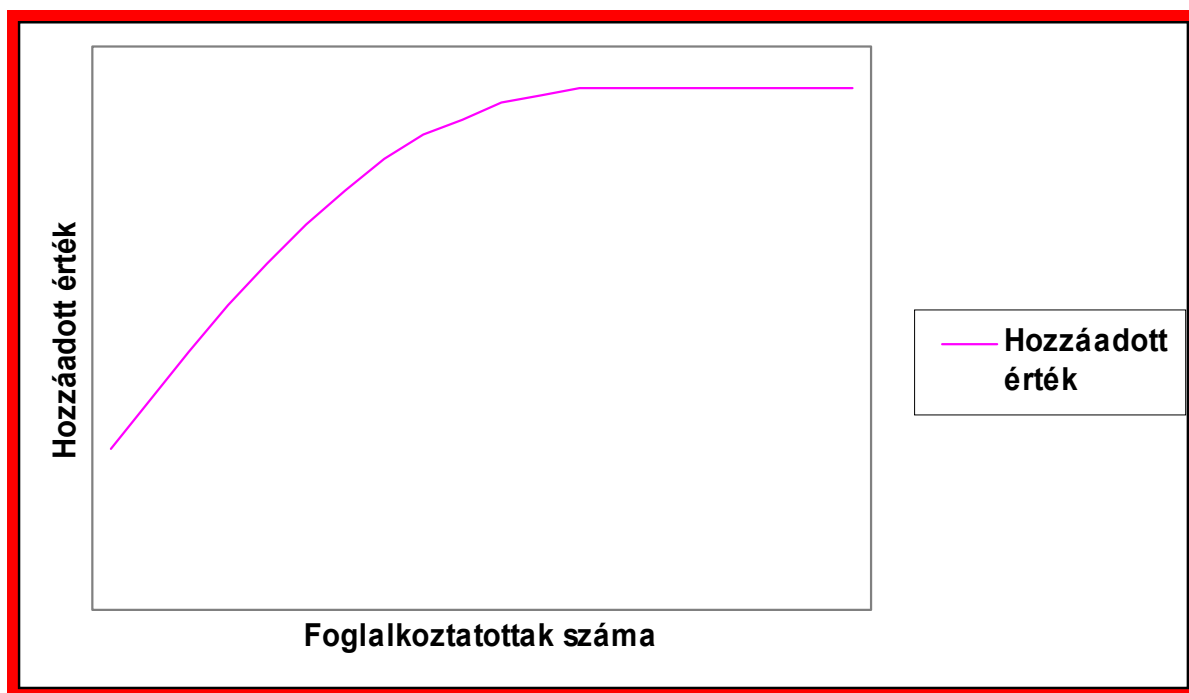
Most tehát modellünkben egyedüli korlát a vizsgálat tere. Természetesen – látni fogjuk – nem kizárt más, esetleg a tevékenységekre (pl. termelési tevékenység és erőforrásigény aránya, stb.) vonatkozó arányokra, piaci lehetőségekre, stb. vonatkozó feltételek megadása sem.

Oldjuk meg a modellt, amely tehát korlátlan lehetőséget biztosít arra, hogy a vizsgálat adott terén, a tevékenységek optimális szintjét határozzuk meg.

Most kezdjük el valamely tevékenység, vagy a tevékenységek adott csoportjának a korlátozását, azaz szűkítését. Vegyük először azt az esetet, hogy az élők munká felhasználást biztosító tevékenység terjedelmét, azaz az élők munká felhasználásának a lehetőségeit szűkítjük.

Vizsgáljuk meg, s a szemléltetés érdekében ábrázoljuk, hogy mi történik az élőmunka felhasználás korlátjának a szűkítése során, azaz hogyan alakul egy mezőgazdasági vállalatnál a hozzáadott érték tömege, a munkaerőlétszám, vagy relatív korlátot feltételezve a munkaerő ráfordítás, illetve a munkaerő sűrűség csökkenésének a hatására. (2. ábra.)

**2. ábra. Az élőmunka ráfordítás és a célfüggvény (hozzáadott érték) kapcsolata.**



A 2. ábra, amely tendenciájában azonos az 1. ábrával, (lineáris programozás alkalmazása során ez is lineáris szakaszokból áll), valójában jól szemlélteti, hogy adott vizsgálati teret és adott technikai színvonalat véve alapul, a munkaerő létszámának, illetve a munkaerő sűrűségnek a csökkenése a hozzáadott érték tömegének gyorsuló ütemű csökkenéséhez vezet. Csupán praktikus okokból, a megfogalmazásra kerülő tételek könnyebb értelmezhetősége érdekében, célszerűbb azonban a tendenciát megfordítva vizsgálni, azaz kiindulni egy lehetséges minimális munkaerő sűrűségből, s azt vizsgálni, hogy a munkaerő sűrűség növekedésének hatására hogyan változik a hozzáadott érték.

**1. tétel: A mezőgazdaság speciális törvényszerűsége, hogy adott földterületen, adott technikai színvonalon a mezőgazdasági munkaerő ráfordítás növekedésével a megtermelhető hozzáadott érték tömege lassuló ütemben emelkedik, majd egy bizonyos ponton a növekedés megáll.**

Ez egyébként a csökkenő földhozadék törvényének felel meg. (Liebig 1840-ben fogalmazta meg a minimum-törvényt. E szerint a növények fejlődését mindig az igényekhez képest legkisebb mennyiségben jelenlevő tápanyag határozza meg.) Idézzünk néhány mondatot az interneten is megtalálható, idevágó irodalomból:

„Az egymást követő pótlólagos jószágjegységek felhasználása után az elérhető haszon egyre kisebb mértékben nő.” [2]

„A csökkenő hozadék törvénye azt mondja ki, hogy amikor a fix inputtényezőhöz változó inputtényezők pótlólagos egységeit rendeljük hozzá, egy bizonyos pont elérése után a változó inputtényező határterméke csökken. Először David Ricardo fogalmazta meg a csökkenő hozadék törvényét, aki a 19. századi Anglia mezőgazdaságának megfigyelése alapján vonta le ezt a következtetést, amely szerint, ha egy adott földterületen egyre több tőkét és munkát fektetünk be a gabonatermelés növelése érdekében, a gabonatermés növekedése egyre kisebb és kisebb lesz. A csökkenő hozadék elve a gyakorlatban

azt jelenti, hogy egy vállalat termelési kapacitásának határaihoz közeledve csak egyre nagyobb nehézségek árán tudja termelését növelni.” [3]

„Egyre kevesebb és kevesebb pótlólagos kibocsátásra tehetünk szert, ha az egyik inputtényező felhasznált mennyiségét fokozatosan növeljük, miközben a többi ráfordítás változatlan. Egy ráfordítás mennyiségének növelésével minden újabb egységének határterméke csökken, a többi ráfordítás változatlansága mellett.” [4]

Malthus, Thomas Robert (1776-1843) angliai közgazdász, filozófus, anglikán lelkész 1798-ban adta ki „Tanulmány a népesedés törvényéről” c. művét. Ebben fejti ki elméletét, amely szerint az élelmiszertermelés a föld csökkenő termőképessége folytán nem tud lépést tartani a népesedés növekedésével. Szerinte a népesség mértani arányban, a megélhetéshez szükséges anyagi javak, különösen az élelem számtani arányban növekednek, s ez túlnépesedéshez, szegénységhez, nyomorhoz vezet. Ennek fékezői többek között a háborúk, járványok, éhínség, stb.

A csökkenő földhozadék törvényéből az is következik, hogy hiába növeljük az élők munkára fordítást, ha a termelés többi tényezője, tárgyasult munkaráfordítás, víz, hőmérséklet, stb. változatlan marad. Látni fogjuk, hogy a technológia és a technika fejlődése módosítja a csökkenő hozadék törvényének általános érvényességét.

**Általánosíthatjuk tehát az 1. tételt a következőképpen:**

**2. tétel: Adott teret vizsgálva változatlan technikai színvonal és egyéb feltételek mellett a munkaerő ráfordítás növekedése esetén bármely maximalizálandó célfüggvény értéke csökkenő ütemben növekszik, majd egy bizonyos ponton a növekedés megáll.**

Most tehát általánosítottunk, azaz kimondtuk, hogy az 1. ábra által szemléltetett törvényszerűség nem csak a hozzáadott értékre, de (speciális esetet kivéve) bármely maximalizálandó célfüggvényre is igaz!

Egy speciális eset mindenképpen létezik. Mégpedig az, amikor a korlátozott változó egyben a célfüggvény is. Például, amennyiben a munkaerő sűrűség változását úgy vizsgálnánk, hogy a munkaerő felhasználás maximalizálását íránk elő, akkor nyilván a munkaerő sűrűség növekedésével a célfüggvény lineárisan növekedne. Egyéb esetekben az 1. ábra által ábrázolt törvényszerűség érvényesül. **Természetesen a függvény szintje és meredeksége a különböző célfüggvényeket és feltételeket tekintve eltérő.**

**A törvényszerűségek vizsgálatánál mindig feltételezzük, hogy a modellnek van megoldása, tehát nincs, illetve nincsenek olyan modellváltozók, amelyek felülről, (vagy minimumfeladat esetén alulról) nem korlátozottak. Gyakorlatilag nem fordul elő olyan feladat, amely nem korlátozott. Elméletileg, vagy hibás modellfelépítés esetén azonban előfordulhat ilyen eset.** (Erre vonatkozólag egy velem történt példát említek meg. Egy mezőgazdasági vállalat konkrét tervét készítettem, célrealisztikus modell alkalmazásával, tehát a termelési szerkezet és a termelési források egyidejű, egymással kölcsönös kapcsolatban történő optimalizálásával. Korlátozó feltétel csupán a rendelkezésre álló terület volt. Nem figyeltem fel azonban arra, hogy a modellben van egy, kizárólag vásárolt takarmányra alapozott baromfitartási tevékenység is, aminek a terjedelmét semmi nem korlátozta. A számítógép hosszú ideig dolgozott, de optimális megoldás még mindig nem volt. Végül türelmemet vesztve megnéztem az egymás utáni iterációkat. Szegény számítógép, minden iteráció során növelte a baromfitartás és a hozzá kapcsolt takarmányvásárlás terjedelmét. Talán még ma is dolgozna, ha le nem állítom, vagy a gép nem mondja fel a szolgálatot. Természetesen ez a régi időkben, egy ODRA 1013-as számítógépen történt, az akkori szoftver színvonalon, így aztán a gép nem érzékelte, hogy a feladat felülről nem korlátozott, tehát nem megoldható.)

## **Az előbbieken vázoltak további kérdéseket és vizsgálati lehetőségeket vetnek fel:**

1. Ha a célfüggvény a hozzáadott érték, amely tehát a munkabért és a profitot foglalja magába, hol van az optimális foglalkoztatási szint például a magánvállalat és hol az állam szempontjából?
2. Ha a rendelkezésre álló munkaerő állomány adott, s ennek egy, a vállalatok szempontjából optimális részét foglalkoztatják a vállalatok, a munkaerő egy része munkanélküli, akik az államtól (társadalomtól) munkanélküli járadékot, vagy szociális segélyt kapnak. Milyen törvényszerűségek játszanak itt szerepet, s hol van a társadalmi optimum különböző nagyságú munkanélküli segélyt és munkabért feltételezve?
3. Nemzetgazdasági szempontból hol van a foglalkoztatás optima különböző gazdasági feltételek esetén, hogyan egyeztethető össze a nemzetgazdasági és a vállalati optimum, állami és magán vállalatok tekintetében? Lehetséges, hogy a MTA Doktori Értekezésében „A termelési tényezők optimális elosztásának problémája” c. fejezetben kifejtettek megfelelő adaptálása segítene az általános modell célszerű alkalmazásával ennek vizsgálatában?
4. A munkaerő szabad vándorlása esetén milyen tényezők határozzák meg, a munkaerő vándorlás irányát, s milyen tényezők játszanak ebben szerepet, hogyan lehet ezt tudatosan befolyásolni?
5. A munkaerő, vagy a tevékenységek (pl. termelési feladatok) irányítása, áthelyezése, illetve ennek tudatos ösztönzése a célszerűbb?
6. Mi lenne adott ország, régió, világ tekintetében a munkaerő, illetve a termelés optimális elhelyezkedése?
7. Érdekes lenne például a matematikai modellt úgy megszerkeszteni, hogy abban az adott, rendelkezésre álló munkaerő, a foglalkoztatott és a munkanélküli munkaerő, a szociális segélyen lévő munkaerő, valamint az adózás és a különböző munkaerő-csoportok, esetleg népesség csoportok fogyasztása is szerepelne, s mi több, esetleg az import, export lehetőségek is. Márpedig ilyen modell elkészítése, lehetséges lenne! Sőt kidolgozása, s a változó feltételek szerint történő állandó módosítása, aktualizálása, nagyfokú automatizálással is megvalósítható volna. Nagy feladat lenne? Igen! De nem biztos, hogy többbe kerülne, vagy kevésbé hasznos lenne, mint sok más, olyan kutatási tevékenység, amely nem vezet hasznosítható eredményre, vagy az országon belül hasznosítható eredményhez.

Még számos kérdés vizsgálatát lehetne felvetni, amelyek modellezése igen jelentős munkát és eredményt ígérhetne.

Az 2. ábrából az is következik, hogy a munkaerő létszámnak, illetve a munkaerő sűrűségnek van egy minimuma, amely feltétlenül szükséges ahhoz, hogy a vizsgálat adott terét teljes mértékben felhasználjuk, s van egy maximuma, amelyen túl a munkaerő egy részére már egyáltalán nincs szükség, mert az még az év egy rövidebb időszakában sem foglalkoztatható. Megfogalmazhatók tehát az alábbi tételek:

**3. tétel:** A mezőgazdaságban van a munkaerő létszámnak egy alsó határa, amely feltétlenül szükséges ahhoz, hogy adott földterületet teljes mértékben művelés alatt tartsunk, illetve adott ágazati termelési méretet megvalósítsunk. Ha nem rendelkezünk ezzel a munkaerővel, akkor a terület, illetve annak egy része parlagon marad, illetve az adott méretű ágazati termelést nem, vagy nem megfelelő színvonalon tudjuk megvalósítani.

**Ez a tétel általánosítható, tehát nem csak a mezőgazdaságra igaz, hanem bármely vállalatra, régióra, országra, világra igaz, hogy adott technikai és technológiai és más feltételek mellett van a munkaerőnek egy alsó határa, amely szükséges ahhoz, hogy a rendelkezésre álló termelési, kereskedelmi, stb. kapacitást legalább az év egy bizonyos szakában ki lehessen használni.**

**4. tétel:** Van a munkaerő létszámnak egy felső határa, amely az adott vizsgálati tér és technikai színvonal mellett legalább az év egy töredék részében foglalkoztatható úgy, hogy ez által, még az elérhető hozzáadott érték (munkabér + profit) növekszik, de ettől több munkaerő esetén a munkaerő egy része már egész évben munkanélkülivé válik, s a hozzáadott érték már nem növekszik.

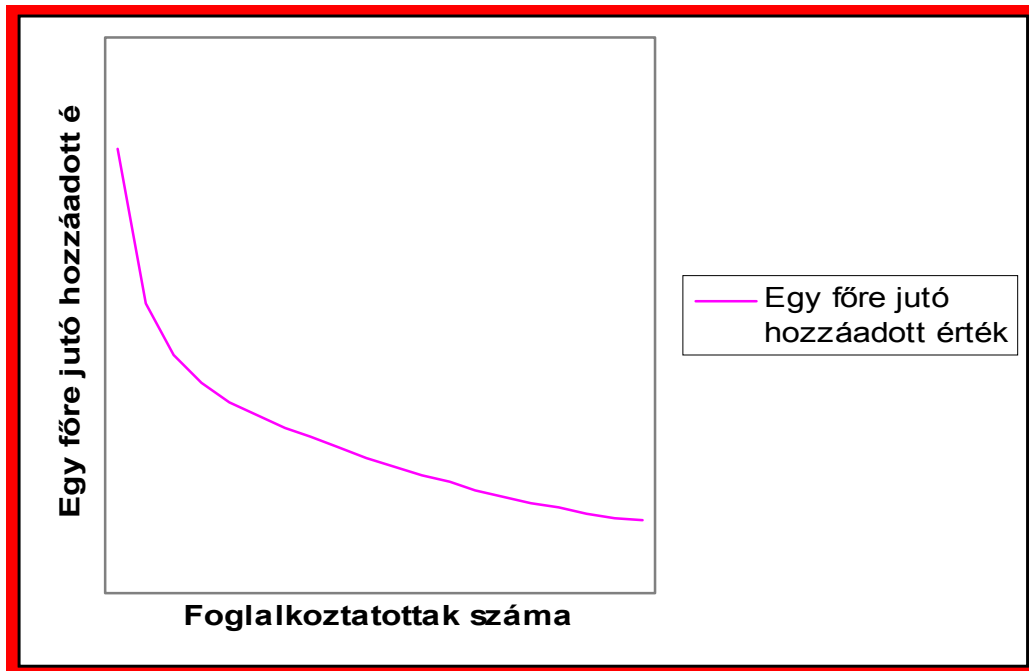
**Ez a tétel szintén általánosítható, s nem csak a mezőgazdasági vállalatokra igaz, hanem (az előbbieket értelemszerű megfogalmazása szerint) általánosan érvényes, bármely gazdasági, politikai, stb. egységre.**

**Megfogalmazhatjuk tehát általánosan, hogy ha a vizsgálat tere adott, s a célfüggvényt maximalizáljuk, akkor a tevékenységek terjedelmét és/vagy szerkezetét korlátozó bármely feltétel, illetve feltételek,  $M_0$  és  $M^0$  intervallumban történő folytonos tágításával, a célfüggvény értéke tendenciájában monoton növekvő konkáv függvény, amelynek differenciái csökkenő sorozatot alkotnak. Az  $M_0$  alatt nincs megoldás, az  $M^0$  felett pedig a korlát valójában már nem korlát, mert az már nem meríthető ki teljesen, azaz annak egy része kihasználatlan marad.**

**5. tétel:** A munkaerő létszám alsó és felső határa, valamint a munkaerő felhasználás hatására történő jövedelem változásának szintje és üteme természetesen az adott és állandóan változó feltételektől függ. (Többek között a termelhető termékektől, azok piaci és ár viszonyaitól, a rendelkezésre álló technikai felszereltségtől és a technika üzemelési költségeinek az alakulásától stb.) Más szintű lesz a munkaerő létszám alsó és felső határa, valamint kihasználása és felhasználásának az idényszerűsége is, különböző ágazatok termelésekor, illetve az ágazatok különböző társítása esetén. Az ezzel kapcsolatos vizsgálatok ismertetésétől eltekinthetünk.

**6. tétel:** A munkaerő-sűrűség növekedésével az egy főre jutó hozzáadott érték, lassuló ütemben csökken. **3. ábra** (az 1. tételben a hozzáadott érték tömegének a változását fogalmaztam meg a munkaerő sűrűség függvényében, most pedig az egy főre jutó hozzáadott érték változását.)

### 3. ábra. A munkaerő sűrűség és a célfüggvény (egy főre jutó hozzáadott érték) kapcsolata



**Ez a tétel is általánosítható a következőképpen.**

**8. tétel: Adott teret vizsgálva, változatlan feltételek mellett a munkaerő ráfordítás növekedése, bármely maximalizálandó célfüggvény egy munkaegységre vetített értéke, lassuló ütemben csökken.**

De természetesen igaz az előbbi tételek fordítottja is, azaz hogy adott területen a munkaerő-sűrűség csökkenésével a hozzáadott érték tömege gyorsuló ütemben csökken, s az egy főre jutó bruttójövedelem gyorsuló ütemben növekszik.

Az eddig megfogalmazott tételekből következően ismét felvetődik, hogy a tulajdonosnak meddig érdeke, hogy egy meghatározott minimális létszámnál több munkaerőt foglalkoztasson? E tekintetben ellentétes lehet az ország és a vállalat érdeke!

Tekintsük előbb a problémát a vállalatok szemszögéből. A vállalat célja a maximális vállalati profit biztosítása. Ilyen szempontból a hozzáadott érték tömegének maximalizálása lenne a célszerű. Ez azonban csak abban az esetben biztosítható korlátlanul, ha a vállalatnak módjában áll idénymunkásokat alkalmazni, tehát rendelkezésre áll a munkaerő, azaz elegendő munkanélküli tartaléksereg létezik, s a foglalkoztatottaknak csak akkor kell munkabért fizetni, amikor ténylegesen dolgoznak.

Másrészt, a magánvállalatot nem a hozzáadott érték, hanem a profit érdekli, tehát lényeges számára a munkabér nagysága is, vagyis, hogy a hozzáadott értékből mennyi a munkabér (és természetesen a munkabérre rakódó közterhek, stb.) és mennyi a profit. Minél magasabb a hozzáadott értékben a munkabér és az arra rakódó költségek aránya, annál kevesebb a profit, ami egyáltalán nem csábít a foglalkoztatás növelésére.



Ellenkezőleg a magánvállalat érdeke éppen az, hogy minél kevesebb munkaerővel dolgozzon! Ezt az érdekeltséget a mi mezőgazdaságunkban az utóbbi években végbement folyamatok még fokozták!

Ha ugyanis a tulajdonos a munkaerő foglalkoztatást a szükséges alsó határon tartja, akkor az összes hozzáadott érték viszonylag alacsony szintű lesz, de az egységnyi munkaerőre jutó jövedelem igen magas. Természetesen azt, hogy az egy főre jutó hozzáadott értékből a tulajdonos valójában mennyit fizet ki munkabéreként, s mennyit tart meg a saját jövedelmeként, az (egy bizonyos intervallumban) nagyjából a tulajdonostól függ. Ha a tulajdonos növeli a munkaerő foglalkoztatottságot, akkor az egységnyi munkaerőre jutó hozzáadott érték, lassuló ütemben csökken. Végül eléri a lehetséges munkabér szintjére, ahol már a tulajdonosnak, ha a munkabért kifizeti, nem lenne módja saját jövedelemre.

Most ismét elérkeztünk az egyik megoldandó problémához. Hol lehet adott esetben a munkaerő foglalkoztatásának az optimuma? Hogyan egyeztethető a magántulajdonos, az alkalmazott és az állam (az összes népesség) érdeke?

További probléma az adózás, illetve az állam által történő jövedelem elvonás kérdése, illetve optimuma, belehelyezve az előbbi problémakörbe. Nagy kérdés ugyanis, hogy az állam az elvonás és újraelosztás, a vállalatok vissza nem térítendő támogatása, a kamattámogatás, a munkanélküli segély, a szociális segély, az oktatás és az egészségügy ingyenessége, a közlekedés állami támogatása, stb. vagy a munkabér szabályozás, stb. útján avatkozzon a gazdaságba.

**A munkanélküliek a nemzetgazdaság számára jelentenek terhet, tehát a nemzetgazdaság tekintetében a foglalkoztatás növelése, ha úgy tetszik, a teljes foglalkoztatottság lenne a célszerű, hogy ne kelljen munkanélküli, vagy szociális segélyt kifizetni.**

**Nemzetgazdasági szempontból tekintve, adott időtartam alatt, a különböző tevékenységek révén keletkezik meghatározott mennyiségű GDP. Ennek elosztása történik meg, leegyszerűsítve a profitra, munkabérre, munkanélküli és szociális segélyekre. Tekintve, hogy a GDP adott, elosztása az egyes részek között, csak egymás rovására történik. Az egyik kérdés az, hogy mennyi legyen a profit aránya. A magánvállalatok tulajdonosainak érdeke, hogy a profit aránya minél magasabb legyen. A foglalkoztatottaknak viszont az érdeke az, hogy a munkabér aránya legyen minél magasabb. A társadalom azonban nem engedheti meg, hogy a foglalkoztatásból kizártak, vagy fogyatékosok, betegek, stb. éhen vessenek, sőt legalább egy minimális, elviselhető életet kell számukra biztosítani. Ennek terheit azonban az előbbi két csoportnak kell viselni.**

Most ismét felvetődik egy vizsgálatra érdemes, s modellezéssel – véleményem szerint – vizsgálható kérdés. Milyen foglalkoztatottsági arányban érdekeltek a magánvállalatok, a foglalkoztatottak, valamint a nemzetgazdaság? Ha a foglalkoztatás növelése az egy főre vetített hozzáadott érték, illetve országos kivetítést tekintve az egy főre vetített GDP csökkenő növekedését eredményezi, meddig célszerű a foglalkoztatást növelni?

Érdekes lenne tehát általános modellünket úgy felépíteni, hogy a célfüggvényben, a hozzáadott érték maximalizálását, a munkabér és a munkanélküli, valamint a szociális segély figyelembevételével íránk elő. Illetve netalán a modellt külön – külön mindhárom tényező értékének, – esetleg valamilyen általunk meghatározott arányának megvalósítása melletti –

maximalizálásával megoldanánk, vagy az egyes célfüggvények maximumát úgy határoznánk meg, hogy közben a másik két tényezőt alulról, vagy felülről korlátoznánk, vagy a három tényező meghatározott arányát, esetleg általunk meghatározott intervallumokban korlátoznánk. Igen sok lehetősége lenne e tekintetben a vizsgálódásoknak.

A hozzáadott értéken hárman osztoznak, gyakran kemény küzdelmek, sőt egymás kijátszása árán, az állam, a tulajdonos és az alkalmazottak csoportja. Az állam törekszik a megtermelt hozzáadott érték meghatározott részének, arányának, az elvonására. Tudott dolog, hogy ez nem mindig sikerül, hiszen a másik két szereplőnek az érdeke éppen az, hogy ne kerüljön nyilvánosságra a hozzáadott érték teljes tömege, hanem egy része titokban maradjon, s minél kevesebb legyen nyilvánvaló.

A tulajdonosnak éppen az az érdeke, hogy a hozzáadott értékből minél kevesebb jusson az állam tudomására, ezért annak egy részét eleve eltitkolja az állam elől, (erre való a szürke, valamint a feketegazdaság), más részét termelési költségként számolja el.

Az alkalmazott szintén arra törekszik, vagy arra kényszerül, hogy jövedelmének egy részét elrejtse az állam elől, hogy kevesebb legyen az adóterhe.

Ami az alkalmazottakat illeti, az egyszerű alkalmazottnak kevés lehetősége van jövedelme eltitkolására, legfeljebb kényszerből, kénytelen belemenni a szürkegazdaság csapdájába. Valamivel nagyobb lehetőségük van a vezető alkalmazottnak, (minél nagyobb vállalatnál és minél magasabb beosztásban annál inkább), hiszen módjuk van arra is, hogy saját fogyasztásuk egy részét költségként számolják el, ezzel tulajdonképpen a tulajdonos tudta nélkül, vagy tudtával, csökkenteni tudják a hozzáadott érték kimutatható tömegét.

A tulajdonosnak van természetesen a legnagyobb lehetősége arra, hogy a hozzáadott érték nagyságát kisebbítse. Ki tudja azt ellenőrizni, hogy egy külföldi tárgyalás valóban a vállalat érdekében történik-e, vagy üdülést szolgál? Ki tudja ellenőrizni, hogy a reprezentációs költségek valóban a vállalat érdekeit szolgálják, vagy személyes fogyasztást, stb.?

Valójában tehát a statisztikailag kimutatott hozzáadott érték, valamint a kimutatott, illetve adózáskor bevallott személyi jövedelem mennyisége messze esik a ténylegestől. Az eltérésben a nagyobb jövedelmű, a gazdagabb embereknek van nagyobb részük.

**Milyen érdekes lenne az általános modellel olyan vizsgálatot végezni, amikor a modellben három célfüggvény változót építünk be, a hozzáadott érték maximalizálását célul kitűző modellben. Az állami elvonásnak, a tulajdonos jövedelmének, valamint az alkalmazott jövedelmének a nagyságát, valamint különböző arányát, stb..**

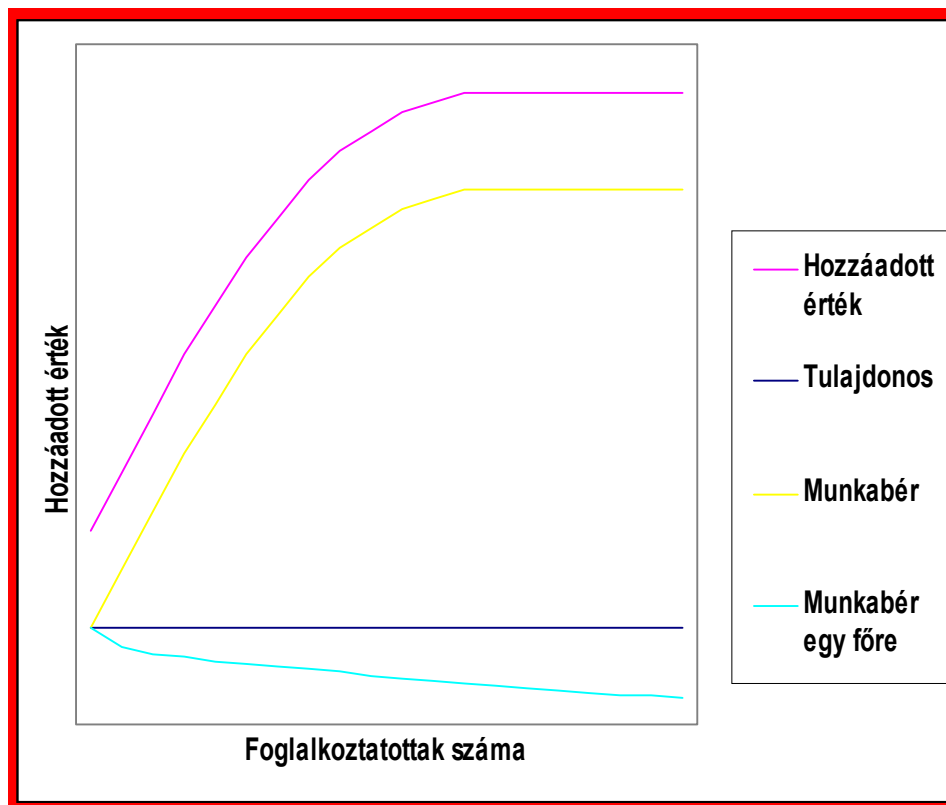
Bizonyosan bonyolultnak tűnik, hogy ilyen vizsgálatot országos modellekkel végezzünk. Hangsúlyozom azonban, hogy az adott feladat tényleges megoldása igen bonyolult és terjedelmes matematikai modellt igényelne, de a törvényszerűségek feltárásához bizonyos fokig leegyszerűsített modellekkel végzett vizsgálatok is alkalmasak lehetnek, tehát a törvényszerűségek vizsgálatát célzó országos modellvizsgálat nem feltétlenül jelenti minden (sok ezer) tevékenység modellbe építését, bár megfelelő automatizált rendszerben ez sem lehetetlen. Más kérdés, hogy a törvényszerűség szempontjából legfontosabb tényezőknek, szerepelni kell a modellben, s ennek megválasztása megfelelő közgazdasági és modellezési ismereteket igényel.

Az előbbieken említett három szereplő vizsgálata más szempontból is érdekes lehet. Az alkalmazottak munkabére adott időintervallumban, általában egy kialakult színvonalon van, s nem, vagy kevésbé függ az általa előállított hozzáadott érték nagyságától. Érdekes lenne egy modellvizsgálat, amely a következő problémákra irányulna: Mi lenne akkor, ha a tulajdonos jövedelme a hozzáadott érték tömegével lenne arányos? Mi lenne akkor, ha a tulajdonos minden munkaerőre vonatkozólag meghatározott jövedelem nagyságot kíván elérni? Mi lenne akkor, ha a minden munkaerő azonos bért kapna? Mi lenne akkor, ha a munkaerő a hozzáadott értéknek egy meghatározott hányadát kapná? Melyik módszer milyen termelési szerkezetre, milyen foglalkoztatási helyzetre orientálna? Folytathatnám a vizsgálati lehetőséget az állam, valamint a tulajdonos jövedelmére, stb. vonatkozóan is.

Arra nincs lehetőségem, hogy ezeket a problémákat gyakorlati modelleken vizsgáljam, de az adott kérdésekben meglévő törvényszerűségek egyszerűbb modellvizsgálatok alapján is feltárhatók. Tekintsünk el az állami elvonás vizsgálatától is, tehát hozzáadott értéként a tulajdonos és az alkalmazottak jövedelmét vegyük figyelembe.

Vegyük először azt az esetet, hogy a (jószívű) tulajdonos megelégszik egy általa meghatározott jövedelem tömeggel, függetlenül attól, hogy hány munkaerőt foglalkoztat, s a foglalkoztatottak számának a növelése számára csupán emberbaráti kérdés. (4. ábra)

**4. ábra. A hozzáadott érték megoszlása a tulajdonos és a foglalkoztatottak között, ha a tulajdonos egy általa meghatározott jövedelem tömeghez ragaszkodik, az alkalmazottak számától függetlenül.**



Érdekes, hogy bár példánkban a tulajdonos viszonylag alacsony szinten határozta meg a saját részesedését a hozzáadott értékből, s ennek következtében az összes alkalmazottnak kifizetendő munkabér a hozzáadott értékkel azonos tendenciát mutat, az egy alkalmazottra jutó munkabér lassuló ütemben ugyan, de csökkenő tendenciát követ. A foglalkoztatottak számának a növekedése tehát a munkabér csökkenésével járna még akkor is, ha a tulajdonos részesedése változatlan szinten marad.

**Miért alkalmazna több élők munkaejét és állítatna elő több hozzáadott értéket a tulajdonos, ha abból semmi haszna nem származik? Minél több munkaejét alkalmaz, annál több gondja lehet! Miért is vállalná fel ezt?**

**De az alkalmazottnak miért lenne érdeke, hogy például többen dolgozzanak egy adott vállalatnál, több hozzáadott értéket állítva elő, de egyedileg csökkenő jövedelemmel?**

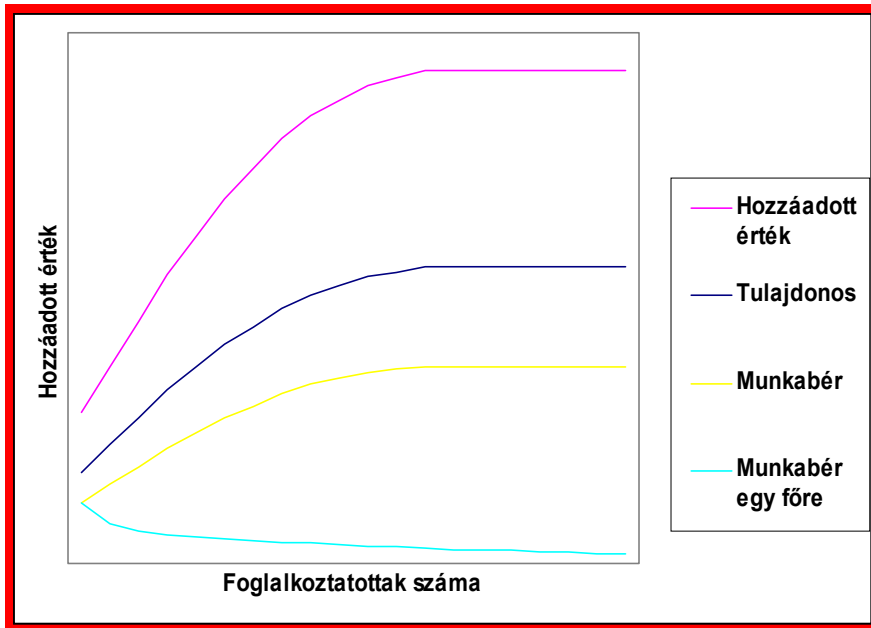
Sajnos a kérdés nem úgy vetődik fel, hogy „jó tőkés, vagy rossz tőkés?” Nem is úgy vetődik fel, hogy „egymással szolidárisak az alkalmazottak, vagy nem?” A valóságban úgy vetődik fel a kérdés, hogy adott technikai, technológiai szint mellett a foglalkoztatottság növekedése a hozzáadott érték lassuló ütemű növekedése miatt sem a tőketulajdonosoknak, sem az alkalmazásban állóknak nem érdeke! Sajnos a technikai és technológiai fejlődés ezt a tényt nem negligálja, sőt mélyíti, s arra számíthatunk, hogy a munkanélküliség növekvő tendenciát követ.

Érdekes, hogy jelenleg világszerte tapasztalható törekvés a nyugdíjkorhatár emelése. Ez az előbbieken kifejtett törvényszerűség követelményeivel ellentétes tendenciát követ. Kérdés, hogy ez esetben nem éppen az ellenkezőjét kellene megvalósítani? Sőt mindinkább tapasztalható, a 8 órás napi munkaidő meghosszabbítása! Nem a munkaidő csökkentése és a foglalkoztatottak számának ily módon való növelése lenne a követendő?

**Bonyolult probléma! A tények ellentmondanak a törvényszerűségeknek! Annál rosszabb a tényeknek! Növekvő termelékenység, növekvő árutömeg előállításának a lehetősége, s növekvő szegénység, eladhatatlan árutömegek? Kinek jó ez?**

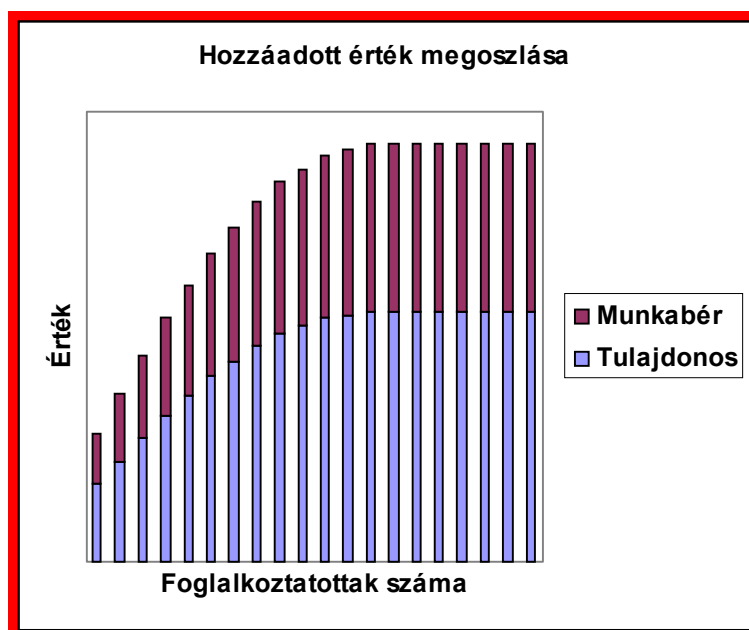
Vegyük most azt az esetet, amikor a tulajdonos emberbaráti önzetlenségéből, minden alkalmazott után azonos részesedést kíván a megtermelt, s növekvő hozzáadott értékből. (5. ábra)

**5. ábra. A hozzáadott érték megoszlása a tulajdonos és a foglalkoztatottak között, ha a tulajdonos minden alkalmazott után azonos részesedést kívánna a hozzáadott értékből.**



Az 5. ábrával szemléltetett adatok alapján a hozzáadott érték megoszlását jól mutatja a 6. ábra. E szerint mind a tulajdonos, mind az alkalmazottak részesedésének tendenciája azonos. Láttuk azonban az 5. ábrán, hogy micsoda különbség lehet az egy, vagy néhány tulajdonos és a nagyobb létszámú alkalmazott egy főre jutó jövedelme között.

**6. ábra. A hozzáadott érték egy feltételezett megoszlása.**



Az ábra azt mutatja, hogy ha a tulajdonos a hozzáadott értékből minden dolgozó után azonos arányú részesedést igényel, (példánkban dolgozónként alig többet, mint az adott dolgozó által létrehozott hozzáadott érték ötven százaléka), akkor az összes alkalmazottak bére csökkenő ütemben növekszik, majd stagnál, az egy alkalmazottra jutó bér viszont lassuló ütemben csökken.

**Ugyancsak érdekes lenne a vizsgálat kiterjesztése, s az állami elvonást, illetve az állami támogatást, a munkabér hozzájárulás támogatását, vagy éppen adóztatását is vizsgálat alá vetni. Igen sokoldalú vizsgálat lenne tehát elvégezhető, de e helyütt ettől eltekintek.**

Képzeljük el, hogy az általános modellünk alkalmazása során a modell  $i$ -edik feltétele a hozzáadott értéket tartalmazza. Az  $j$ -edik tevékenység egységnyi mennyiségével elérhető hozzáadott értéket jelölje  $a_{ij}$ . E szerint az összes hozzáadott érték  $n$  féle tevékenységet feltételezve a következő:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$$

Jelöljük most  $x_{j+1}$  – el azt a változót, amely a hozzáadott érték összesítését oldja meg, s amelyet aztán célfüggvény változónak nevezhetünk ki, ha például a hozzáadott értéket kívánjuk maximalizálni. Ez esetben feltételünk a következő lesz:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - x_{j+1} = 0$$

És, ha a hozzáadott értéket kívánjuk maximalizálni, akkor még előírjuk, hogy

$$x_{j+1} = \text{maximum!}$$

Tegyük fel, hogy hasonló feltételeket építünk be a modellbe az állami elvonásra, illetve az állami támogatásra, a tulajdonos jövedelem igényére, a munkabérre, az anyagjellegű költségekre, a fix költségekre, stb., s az így nyert  $x_{j+1}, x_{j+2}, x_{j+3}, \dots, x_{j+k}$  változókat, illetve ezek bármelyikét, külön – külön, vagy együttesen, illetve egy – egy csoportjait tekintve célfüggvény változónak nevezzük ki, s keressük ezek maximumát, vagy minimumát, illetve meghatározott arányukat.

Igen sok vizsgálatot tudnánk így elvégezni, s esetenként érdekes eredményekhez juthatunk.

Lehetne még tovább ragozni a problémát, például mi történik, ha a tulajdonos részesedési igénye növekvő arányú, azaz, csak akkor hajlandó új munkaerőt foglalkoztatni, ha az a korábbiaknál nagyobb jövedelmet biztosít. Az sem mindegy, hogy az alkalmazottak keresetét egy főre vetítjük, vagy az általuk ledolgozott munkaidőre. Utóbbi esetben természetes, hogy a létszám növekedése a ledolgozott munkaidő csökkenésével jár, tehát még magasabb időbér esetében is csökken az alkalmazottak éves keresete, stb.

A legnagyobb problémának azt tartom, hogy mivel a tárgyiasult munkaráfordítás növekedése, – a technikai és a technológiai fejlődés következtében is – az élők munkára fordítás szükségességének a csökkenésével jár, mind nagyobb embertömegek válhatnak feleslegessé, egyre nagyobb tömegek válhatnak munkanélkülivé, s ez nem csak egy országban, vagy egy földrészben tapasztalható, hanem világtendencia. Az egyik oldalon kevesek mind nagyobb jóléte, a mások oldalon hatalmas tömegek nyomora halmozódik fel. Sajnos e tekintetben Magyarország sem kivétel! Nem vigasztalja az embereket, hogy a rendszerváltozás „meghozta számukra a demokráciát”, ha ez egyben nagy tömegek számára meghozta a munkanélküliséget, a hajléktalanságot, a nyomort!

Az egyszerű embereket, s pláne a szegénysorban lévőket, a hajléktalanokat, a nyomorban élőket, nem a demokrácia, a szólásszabadság érdekli, hanem a megélhetésük!

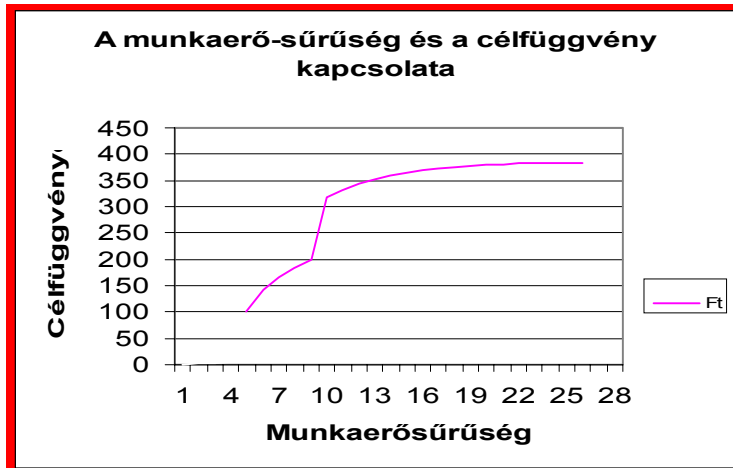
### **2.3. A korlátozó feltételek és célfüggvény kapcsolatának módosulása.**

**Ezzel a problémával most foglalkozom először. Abból indulok ki, hogy a 2. ábra által jelzett tendencia, akkor érvényes, ha a tevékenységek tere és a technika színvonala, a beruházás, sőt az állami elvonások és támogatások stb., függetlenül az alkalmazott munkaerő létszámtól, illetve munkaerő sűrűségtől adottak, meghatározottak. Felvetődhet azonban a kérdés, hogy elképzelhető és van is olyan szituáció, amikor ezek, vagy ezek közül bármelyik az alkalmazott munkaerő mennyiségétől is függ valamilyen formában.**

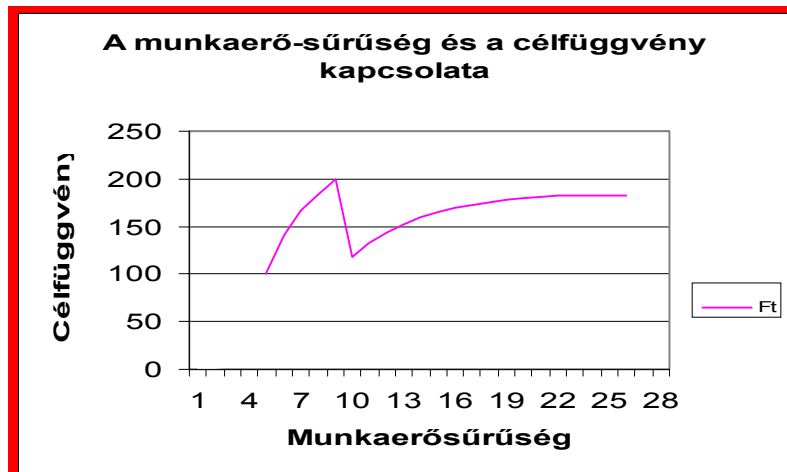
Például, lehetséges, hogy az állam a támogatás biztosítását, vagy annak nagyságát, vagy az adókedvezményt, stb. attól is függővé teszi, hogy mennyi munkaerőt alkalmaz adott vállalat, illetve a támogatásokat bizonyos létszámú munkaerő foglalkoztatásához köti. Bár az állami támogatás egyszeri támogatás, de hosszútávra hatással van a vállalat jövedelmére. Az állami kamattámogatás viszont évente, vagy havonta azonnal jelentkezik, s érezteti hatását, a vállalat jövedelmére.

Ez csak kiragadott példa, de számos más, beruházási, stb. probléma, vagy országos szinten más országból alkalmazott munkaerőlétszám megengedhetősége, illetve célszerűsége, stb. is közrejátszhat, hogy a 2. ábrával szemléltetett tendencia egy bizonyos alkalmazott munkaerő létszámot követően hirtelen megemelkedik, vagy hirtelen lecsökken. Ebben az esetben azt tapasztalhatjuk, hogy ezen a ponton a tendenciavonal hirtelen megemelkedik, vagy lejjebb száll, de ettől kezdve a tendencia az eredetihez hasonlóan visszaáll. Ezt szemlélteti a 7 és a 8. ábra.

**7. ábra. Célfüggvény értéke egy ponton hirtelen emelkedik**



**8. ábra. A célfüggvény egy ponton hirtelen csökken**



**Ez tehát tulajdonképpen valódi probléma, hiszen a nagyvállalatok, amelyek jelentős számú munkaerő alkalmazását vállalják könnyebben és nagyobb összegben kaphatnak állami támogatást, a vállalat létrehozásához szükséges ingyen területet, illetve adó-elengedést, stb.**

**Általánosíthatjuk a fentieket is aszerint, hogy az 7. és 8. ábrák által szemléltetett tendencia bármely termelési korlátra és bármely maximalizálandó célfüggvényre igaz, tehát ismét általános tendenciáról van szó.**

Újra felvethetünk vizsgálati lehetőségeket.

A vállalat vezetése és az állam tárgyalása során milyen megoldások szülehetnek. Melyik fél részére melyik megoldás lehet elfogadható, illetve optimális. E tekintetben a játékelmélet is igen jól alkalmazható lehet. Mi több! Adott vállalat egyidejűleg több országban is folytathat tárgyalásokat, illetve adott ország egyidejűleg több vállalattal is folytathat tárgyalásokat. Nyilvánvalóan ezek a tárgyalások titkos keretekben folynak, azaz a tárgyaló feleknek bizonytalan körülmények között kell dönteniük.

Meddig célszerű adott vállalatnál a működés terének a bővítése, vagy a létesítendő vállalat méretének bővítése, s ez által az alkalmazott munkaerőlétszám növelése, ha ettől függ az állami támogatás, az adókedvezmény, az ingyenesen, vagy kedvezményesen rendelkezésre adott terület nagysága, a vállalat jövőbeni bővítési lehetőségét is figyelembe véve, stb.



## 2.4. Több korlátozó feltétel egyidejű változásának hatása a célfüggvényekre.

Az eddigiekben azzal a feltételezéssel éltünk, hogy egy korlátozó feltétel változik, s vizsgáltuk annak hatását egy célfüggvényre, azaz egy független és egy függő változót vettünk alapul. Láttuk, hogy ez a helyzet kétdimenziós síkon ábrázolható.

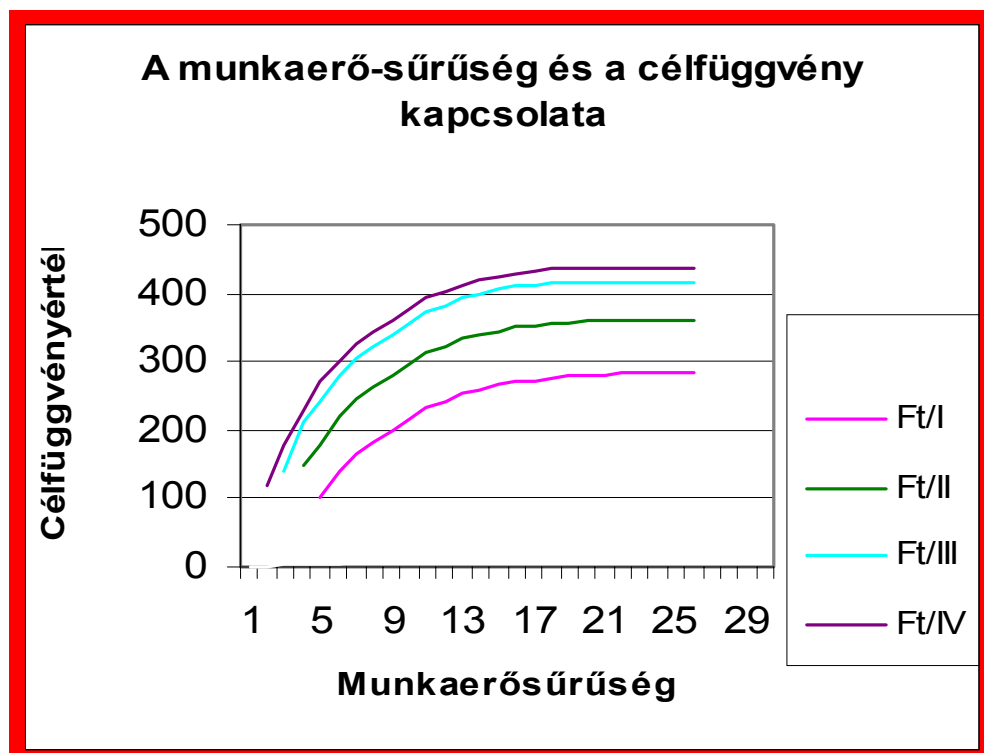
Felvetődik azonban a kérdés, hogy mi van akkor, ha egyidejűleg két korlátozó feltétel változik? Milyen hatása van ennek a célfüggvényre? Vagyis mi történik akkor, ha két független változó hatását vizsgáljuk egy adott célfüggvényre?

Első lépésben tekintsünk egy olyan esetet, amikor a két független változó, azaz korlátozó tényező a munkaerőlétszám és a beruházásra rendelkezésre álló pénzösszeg.

Arról már szó volt, hogy a munkaerő felhasználás változását kifejező tendenciavonal szintje és meredeksége számos tényező függvénye, többek között függ a technika szintjétől, amit most a beruházás értékével jellemzünk.

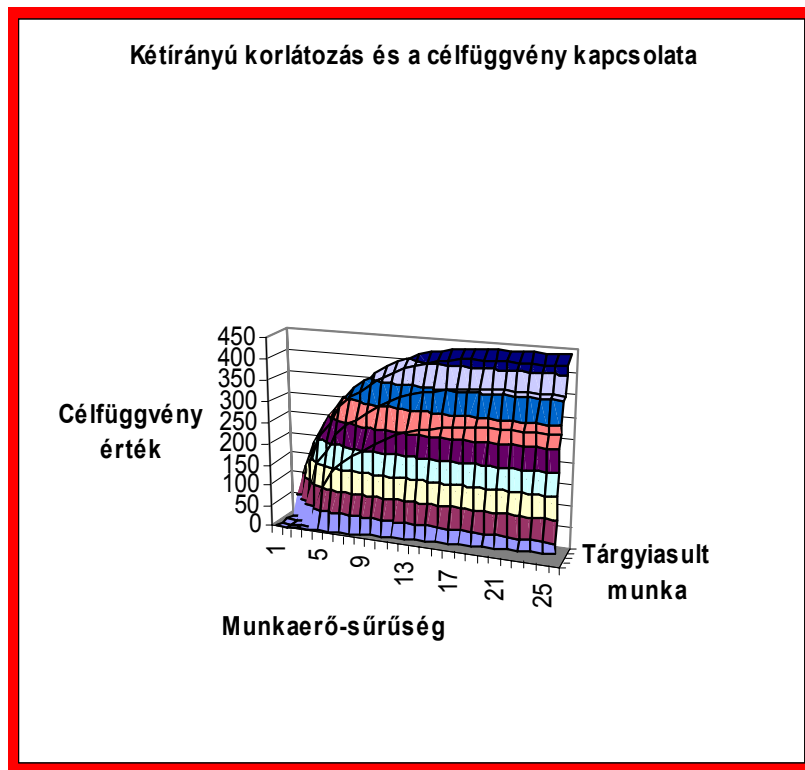
A 7. ábra azt szemlélteti, hogy hogyan alakul a célfüggvény, a munkaerő sűrűség függvényében különböző technikai szint, azaz beruházási érték esetén. Négy beruházási (technikai) szintet vettünk alapul. Az ábrából kitűnik, hogy a munkaerő függvényében a maximalizált célfüggvény változása ugyanazt a tendenciát mutatja, mint a 2. ábrában láttuk.

**9. ábra. A célfüggvény változása a munkaerő sűrűség függvényében különböző beruházási szintek esetén.**



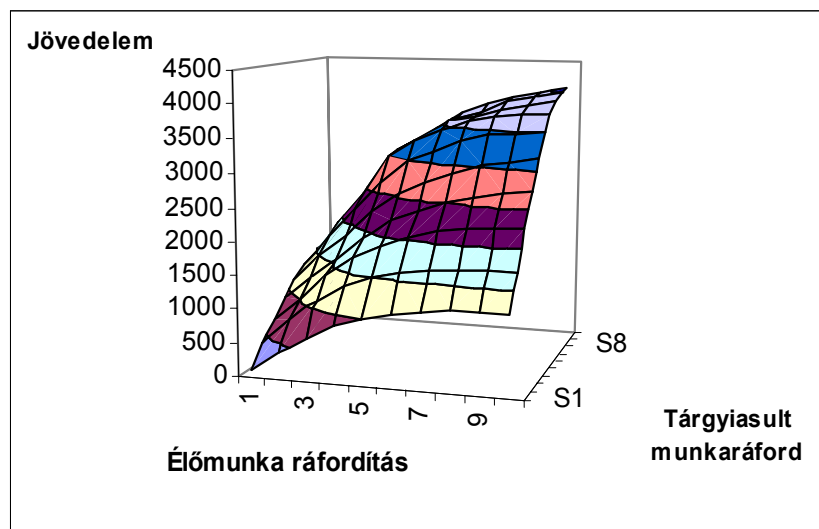
Megfigyelhetjük azonban, hogy a szintvonalak a tárgyiasult munkaráfordítás értékének a nagyságától függően emelkedő tendenciát mutatnak. Azt is megfigyelhetjük, hogy a szintvonalak emelkedése a tárgyiasult munkaráfordítás nagyságának emelkedése során mindinkább csökkenő mértékű. Célszerűbb ezt a problémát háromdimenziós ábrával szemléltetni. (10.-11. ábra.)

**10. ábra. A célfüggvény értékének a változás az élómunkaerő sűrűség és a tárgyiasult munkaráfordítás függvényében.**



Érdeemes a problémát más dimenzióban is szemléltetni. (11. ábra.)

**11. ábra. A célfüggvény értékének a változás az élómunka ráfordítás és a tárgyiasult munkaráfordítás (technikai színvonal), illetve általában kétirányú korlátozás változásának a függvényében.**



Érdeemes megfigyelni, hogy a célfüggvény tendenciája a tárgyiasult munkaráfordítás hatására ugyanúgy változik, mint a munkaerő felhasználás hatására, azaz csökkenő ütemben növekedik. Levonhatunk ismét egy általános törvényszerűséget.

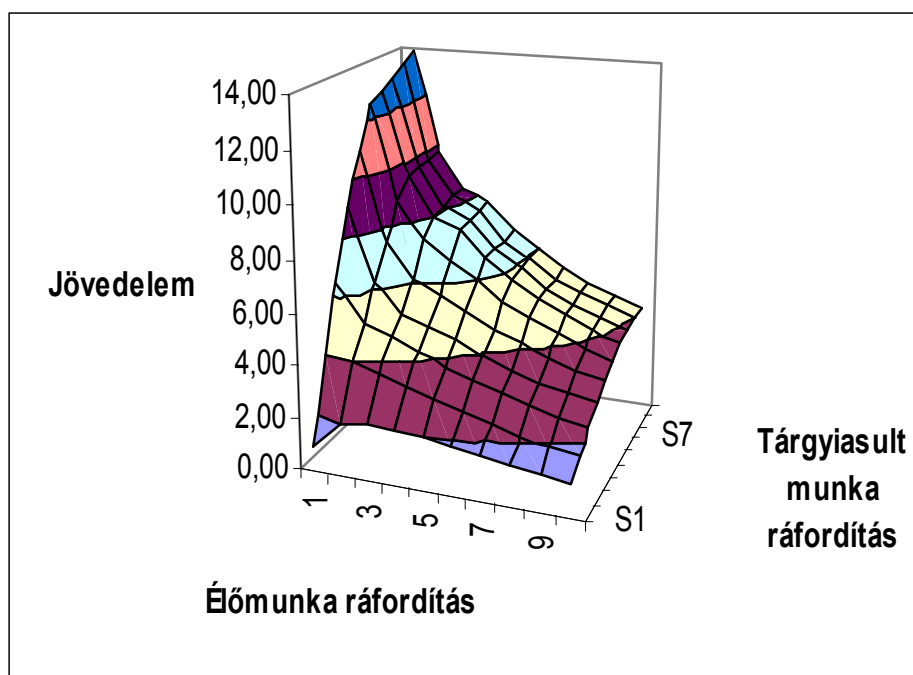
**9. tétel:** Bármely korlátozó tényező bővítésének függvényében, (ha az valóban korlátot jelent), bármely célfüggvény csökkenő ütemben növekszik. Ez a tétel tulajdonképpen a csökkenő földhozadék törvényének az általánosítását foglalja magába, azzal a megszorítással, hogy a tendencia szintjét és meredekségét más korlátozó tényezők módosítják.

A valóságban azonban a probléma bonyolultabb. Ha valamely korlátozó tényező értékét tágítjuk, egy idő után a további tágításnak már nincs értelme, mert az már nem jelent korlátot, s nincs hatással a célfüggvényre. Itt már más korlátozó tényezők jutnak szerephez. A modell duális megoldása, azaz az árnyékárak nagysága érzékelteti, hogy melyik korlátozó tényező tágításával lehetséges legjobban emelni a célfüggvény értékét.

A 3. ábra szemléltette, hogy az egységnyi élőmunka felhasználásra jutó jövedelem viszont lassuló ütemben csökken. Igaz ez kétirányú korlátváltozás esetén is (10. 11. ábra.) Megfogalmazhatjuk általánosan is a következő tételt.

**10. tétel:** Bármely korlátozó tényező bővítésének függvényében, bármely célfüggvény egységnyi ráfordításra vonatkozó értéke, csökkenő ütemben csökken. Természetesen a tendencia szintjét és meredekségét más korlátozó tényezők (pl. tárgyiasult munkaráfordítás, technológia, technika, stb.) módosítják.

**12. ábra.** Az egységnyi ráfordításra jutó célfüggvény-érték.

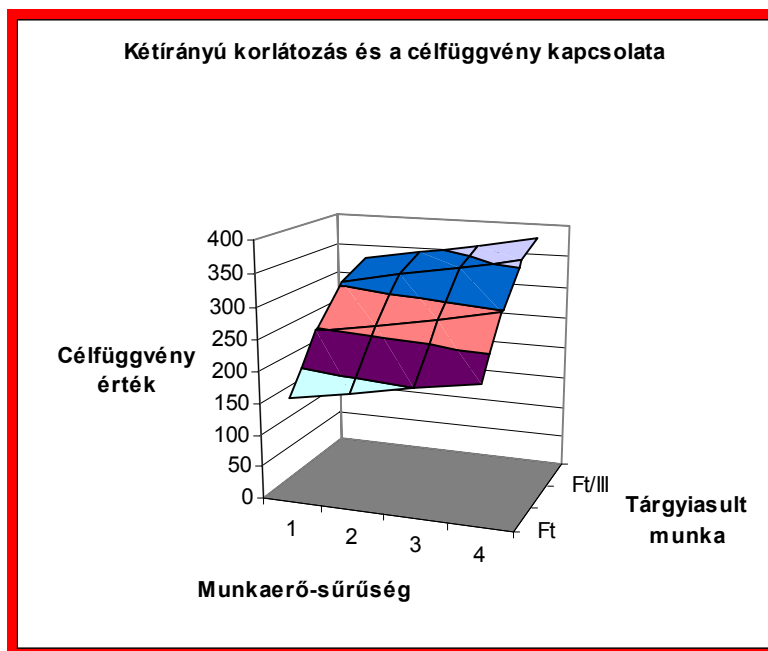


Megismétlem, hogy a valóságban azonban a probléma bonyolultabb. Ha valamely korlátozó tényező értékét tágítjuk, egy idő után a további tágításnak már nincs értelme, mert az már nem jelent korlátot, s nincs hatással a célfüggvényre. Itt már más korlátozó tényezők jutnak szerephez. A modell duális megoldása, azaz az árnyékárak nagysága érzékelteti, hogy melyik korlátozó tényező tágításával lehetséges legjobban emelni a célfüggvény értékét.

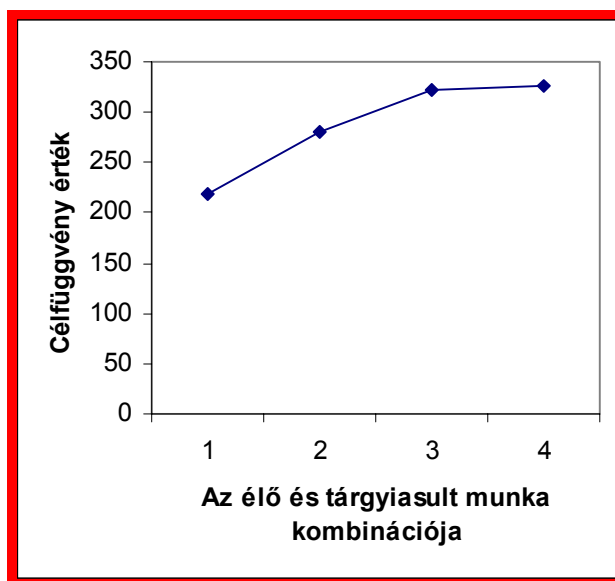
Mint láttuk, két korlátozás változásának a hatása egy célfüggvény értékének alakulására, háromdimenziós ábrával szemléltethető. Ennél több korlátozás és célfüggvény kapcsolatát is tudjuk vizsgálni, de szemléltetéséről le kell mondanunk.

Érdekes még megvizsgálni, hogy ha egy hozzáadott érték változását ábrázoló háromdimenziós ábrából (13. ábra), kivágunk egy részt és megvizsgáljuk, hogyan alakul ezen belül az élőmunka ráfordítás és a tárgyasult munka ráfordítás hatására a hozzáadott érték. Tekintsük azt az esetet, amikor a vizsgált intervallumban a legtöbb élőmunka és legkevesebb tárgyasult munka ráfordításból indulunk ki, s haladunk a legkevesebb élőmunka és legtöbb tárgyasult munka ráfordítás felé. (14. ábra)

**13. ábra. A hozzáadott érték változása az élőmunka és a tárgyasult munka változásának a hatására, egy általunk választott intervallumban.**

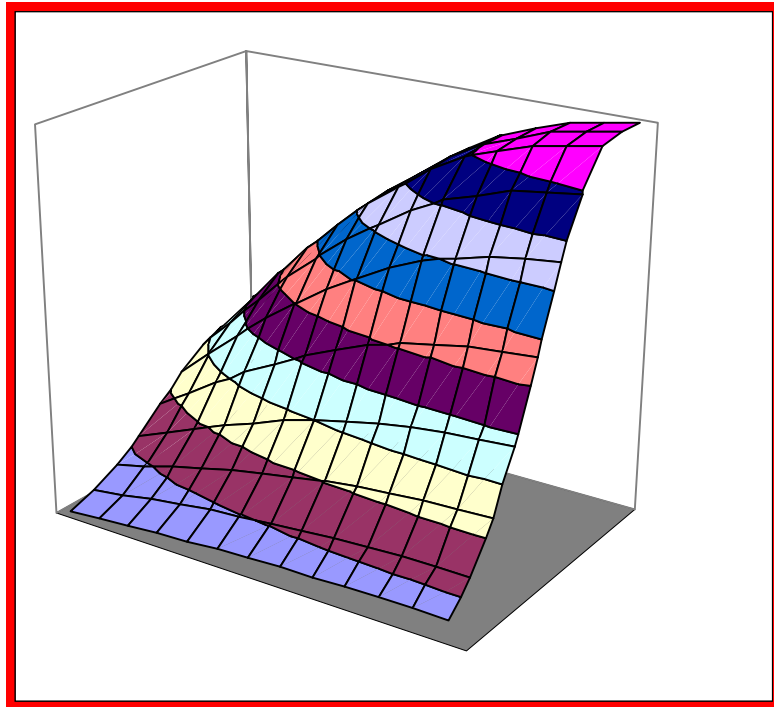


**14. ábra. A hozzáadott érték változása, ha az általunk kiválasztott intervallumban a legtöbb élőmunka és legkevesebb tárgyasult munka ráfordításból kiindulva, haladunk a legkevesebb élőmunka és legtöbb tárgyasult munka ráfordítás felé.**



Természetesen nem mindenesetben ilyen egyszerű a helyzet. A 15. ábra részletesebben megjelenített helyzetet mutat. (15. ábra)

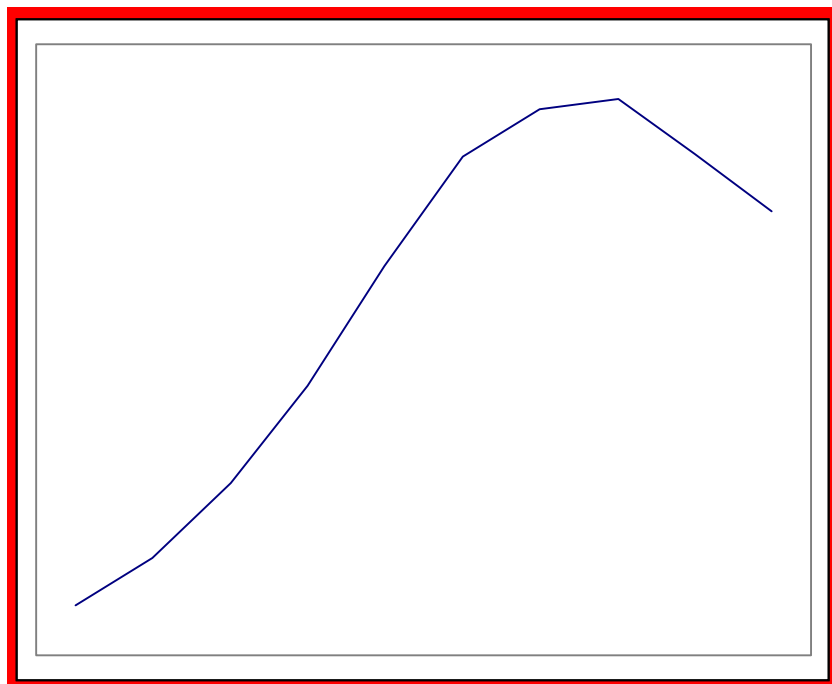
**15. ábra. Az élő és a holtmunka felhasználás és a hozzáadott érték kapcsolata, részletesebb vizsgálat esetén.**



Az alapvető tendencia itt is fellelhető, de közelít egy S alakú görbe irányába.

Ha most szintén a legtöbb élőmunka és legkevesebb tárgyasult munka ráfordításból kiindulva, haladunk a legkevesebb élőmunka és legtöbb tárgyasult munka ráfordítás felé, lépésről-lépésre fokozatonként kiragadva a palást pontjait, akkor a 16. ábrával megjelenített görbét kapjuk.

**16. ábra. A 15. ábra kiragadott pontjai, ha a legtöbb élőmunka és legkevesebb tárgyasult munka ráfordításból kiindulva, haladunk a legkevesebb élőmunka és legtöbb tárgyasult munka ráfordítás felé, lépésről-lépésre fokozatonként kiragadva a palást pontjait.**



Most azt látjuk, hogy a hozzáadott érték tendenciája egy hosszabb szakaszon a megegyezik az általános tendenciával, azaz kezdetben gyorsabban, majd egyre lassuló ütemben növekedik, azonban az alsóbb szinten a növekedés lassúbb, majd felgyorsul, azt követően szintén lassuló, majd pedig csökkenő tendenciába csap át. A csökkenő tendencia már azt az esetet szimbolizálja, amikor az adott technikai és technológiai szinten, az újabb élő, vagy újabb tárgyiasult munka ráfordítással sem lehet, emelni a hozzáadott értéket. A görbe alakja és szintje alapvetően az élömunka és a tárgyiasult munka ráfordítás nagyságától, illetve növekedésének a nagyságrendjétől, egymáshoz viszonyított arányától, valamint a hozzáadott értékkel szembeni helyettesítési arányától függ.

A tények egyidejűleg több törvényszerűség hatásaként alakulnak ki. Nehéz tehát egy-egy, vagy néhány törvényszerűség szembesítése a tényekkel.

### **3. A gyakorlati tények szembesítése az objektív törvényszerűségekkel**

Nem véletlen, hogy a gyakorlati tényeket kívánom szembesíteni az objektív gazdasági törvényekkel és nem fordítva. Az objektív gazdasági törvényszerűségek ugyanis objektíven adva vannak, s mindenképpen hatással vannak a tények alakulására, legfeljebb arról lehet szó, hogy természeti, vagy/és társadalmi katasztrófák, illetve jelentősebb változások megakadályozhatják, illetve módosíthatják a törvény érvényesülését. Ilyenkor gyakran valóban igaz, hogy annál rosszabb a tényeknek! Nem a gazdasági törvényeket kell tehát szembesíteni a tényekkel, hanem éppen a tényeket a gazdasági törvényszerűségekkel!

Természetesen az objektív gazdasági törvényszerűségek érvényre jutását nem csak azért nehéz a gyakorlati statisztikai adatokkal bizonyítani, mert azokat jelentősen befolyásolhatják a természeti és közgazdasági feltételek, amelyek körülményei között érvényesülnek, hanem azért is, mert az általam hozzáférhető statisztikai legtöbbször nem olyan formában, nem olyan bontásban, részletezésben adattak, amelyek éppen szükségeltetnének az adott vizsgálatokhoz.

Amikor e fejezet megírásához kezdtem, még nem tudtam, hogy valójában megtalálom-e a számomra szükséges adatokat valamilyen formában, illetve, hogy ezek az adatok bizonyítják-e az objektív gazdasági törvények létezését, illetve hatását. Úgy gondoltam, hogy meglepetésként hatnának, ha a statisztikai adatok a törvényszerűségek gyakorlati érvényesülését tiszta formában bizonyítanák.

Láttuk a matematikai modellezéssel végzett vizsgálatok alapján, hogy általános törvényszerűség, hogy mind a munkaerő felhasználás, mind a beruházás, illetve a tárgyiasult munka felhasználás növekedése a GDP csökkenő növekedésével jár.

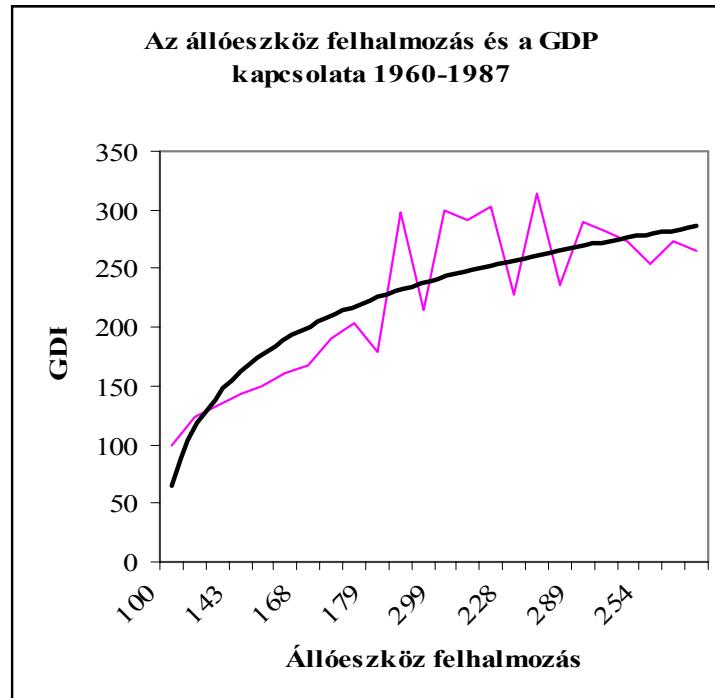
Most a rendelkezésemre álló statisztikai adatok alapján azt vizsgálom meg, hogy vajon milyen mértékben érvényesülhetnek, vagy egyáltalán érvényesülnek-e a matematikai modellvizsgálatokkal feltárt gazdasági törvényszerűségek a gyakorlatban.

Abból az anyagokból dolgozhatok, amely statisztikai adatokat az interneten megtaláltam.

Lássuk először azt, hogy Magyarországon az állóeszköz felhalmozás és a GDP között milyen kapcsolat van? (17. ábra.)

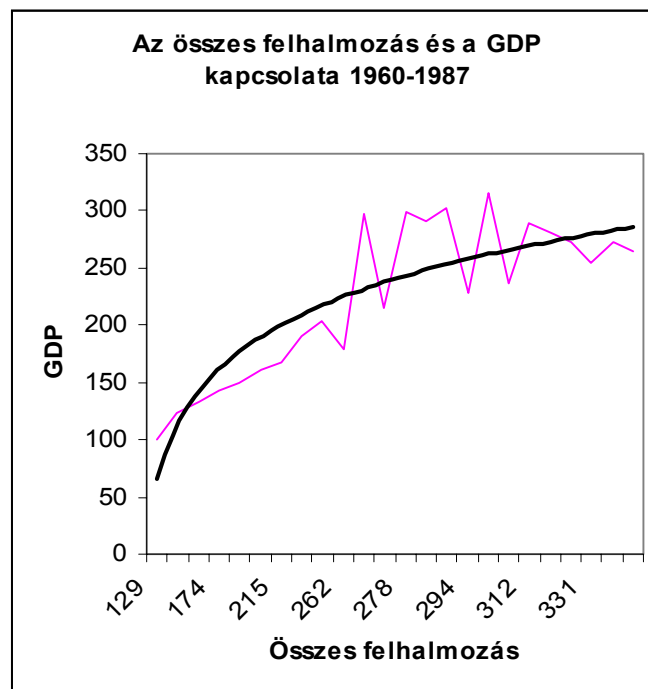
Magam is meglepődtem, hogy Magyarországon, viszonylag hosszú időt vizsgálva, mely idő alatt még egy rendszerváltozás és az ezzel járó privatizálás, vagyis a gazdasági rendszer gyökeres átalakulása is bekövetkezett, a statisztikai adatok tendenciájukban bizonyítják a matematikai modellezés által kimutatott gazdasági törvényszerűséget, vagyis hullámzásokkal ugyan, de az állóeszköz felhalmozás növekedésével a GDP kezdetben gyorsabb, majd csökkenő ütemben növekszik.

**17. ábra. Az állóeszköz felhalmozás és a GDP kapcsolata Magyarországon az 1960-1987 években.**



Megnéztem azt is, hogy vajon ugyanilyen összefüggést találunk-e, ha nem csak az állóeszköz, hanem az összes felhalmozást vetjük össze a GDP alakulásával. (18. ábra)

**18. ábra. Az összes felhalmozás és a GDP kapcsolata Magyarországon az 1960-1987 években.**

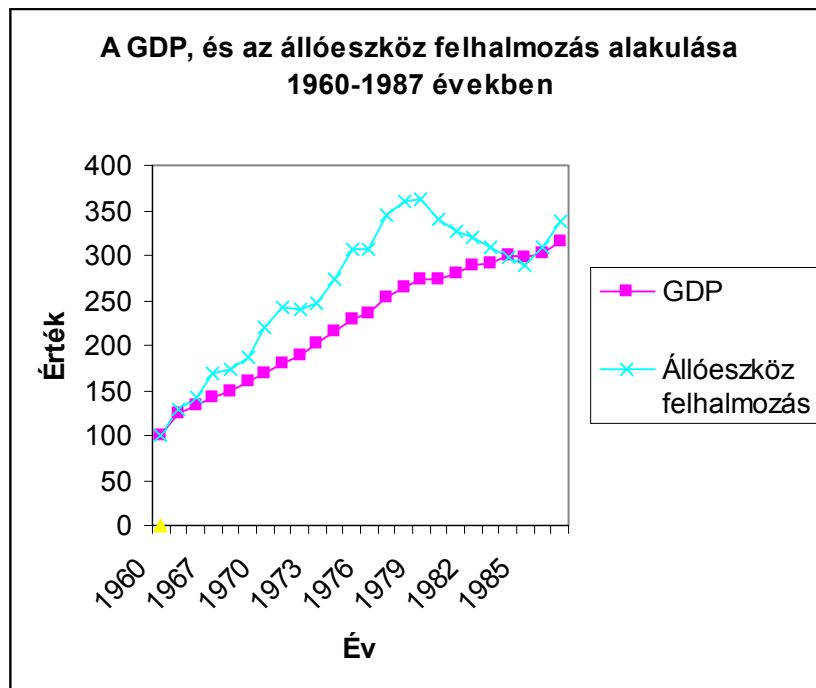


Lényegében most is ugyanazt a tendenciát találjuk.

Pedig, ha nem egymás függvényében vizsgáljuk a felhalmozás és a GDP kapcsolatát, hanem azok időbeli alakulása tekintetében, akkor egészen más tendenciát találunk. (19. ábra)



### 19. ábra. A GDP és az állóeszköz felhalmozása alakulása az 1960-1987 években

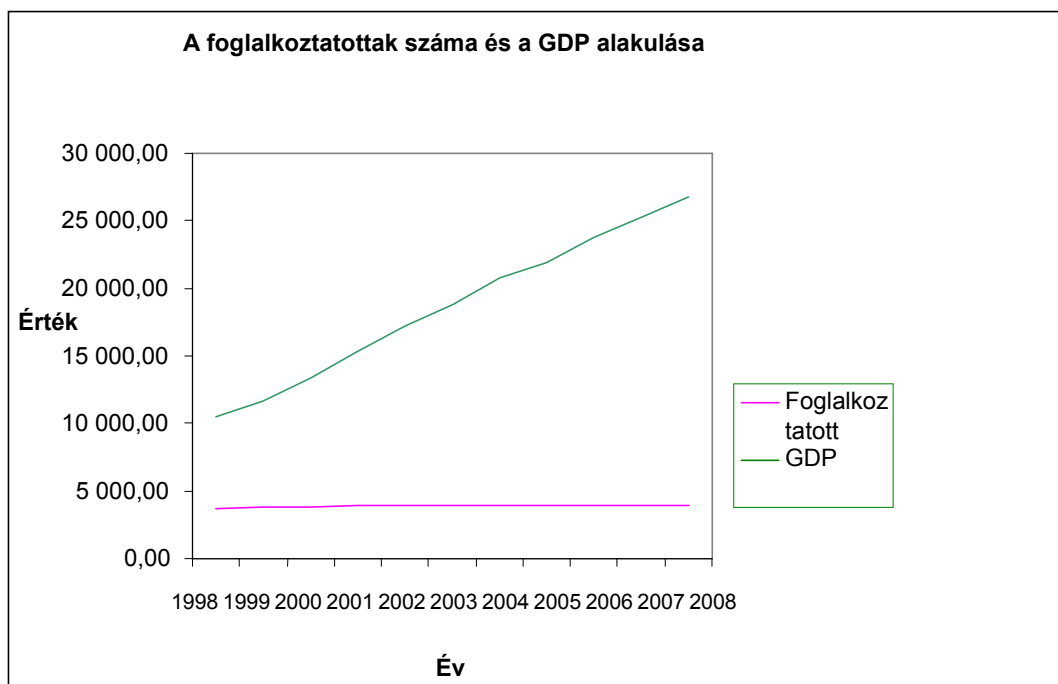


A 19. ábra jól szemlélteti, hogy a vizsgált időszakban a GDP csaknem lineárisan emelkedett, az állóeszköz felhalmozás viszont jelentős kilengéseket mutat.

Mindenképpen felvetődik az a kérdés is, hogy milyen kapcsolat van a GDP és a munkaerő felhasználás alakulása között.

Először talán vizsgáljuk meg azt, hogy hogyan alakul a foglalkoztatottak száma és a GDP értéke. Itt nem rendelkezem olyan hosszú időszakra statisztikai adattal, csak az 1998-2008 éveket tudom egybevetni. (20. ábra)

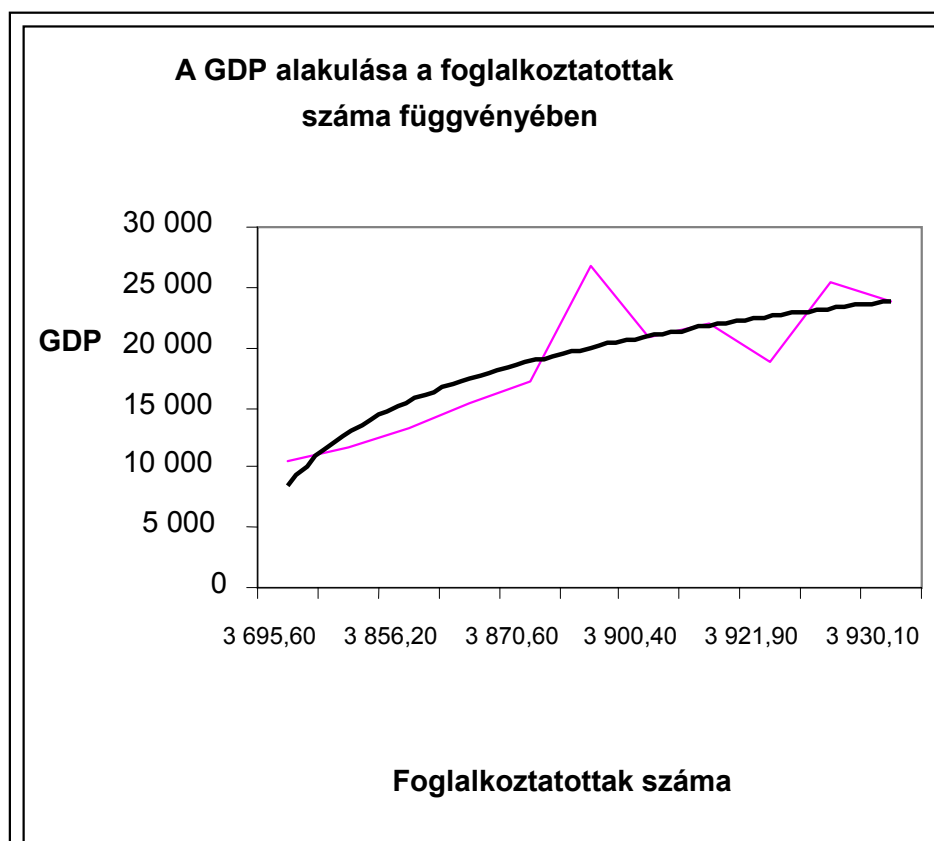
### 20. ábra a foglalkoztatottak száma és a GDP alakulása 1998-2008 években.



Az ábra azt mutatja, hogy az adott időszakban a foglalkoztatottak száma stagnált, a GDP viszont, lényegében lineárisan emelkedett.

Most aztán vizsgáljuk meg, hogyan alakult a GDP a foglalkoztatottak számának a függvényében. (21. ábra)

**21. ábra. A GDP alakulása a foglalkoztatottak számának függvényében**



Itt már lényegében, (ha nem is markánsan), a matematikai modellezéssel megállapított törvényszerűséget találjuk.

Érdekes megvizsgálni a népesség, alkalmazottak, utóbbiak keresete és a GDP alakulását. Erre vonatkozólag 1992-2009 évekre találtam statisztikai adatokat. Ezeket az alábbi táblázat valamint 22. ábra szemlélteti.

## A foglalkoztatás, GDP és keresetek alakulása 1992-2009 években

Év	Gazdaságilag aktív népesség	Alkalmazásban állók átlagkeresete Ft/hó	Alkalmazásba állók összkeresete millió Ft/hó	Bruttó hazai termék milliárd Ft	Alkalmazotti összkereset a bruttó hazai termék %-ában
1992	4 876	22 294	108706	2 943	3,69
1993	4 774	27 173	129724	3 548	3,66
1994	4 541	33 309	151256	4 365	3,47
1995	4 346	38 900	169059	5 614	3,01
1996	4 279	46 837	200416	7 114	2,82
1997	4 251	57 270	243455	8 815	2,76
1998	4 263	67 764	288878	10 453	2,76
1999	4 263	77 187	329048	11 640	2,83
2000	4 349	87 645	381168	13 369	2,85
2001	4 319	103 553	447245	15 307	2,92
2002	4 296	122 482	526183	17 231	3,05
2003	4 321	137 193	592811	18 838	3,15
2004	4 352	145 520	633303	20 822	3,04
2005	4 382	158 343	693859	21 971	3,16
2006	4 403	171 351	754458	23 730	3,18
2007	4 412	185 017	816295	25 322	3,22
2008	4 400	198 964	875442	26 754	3,27
2009	4 376	199 837	874487	26 054	3,36
%	89,75	896,37	804,45	885,39	91

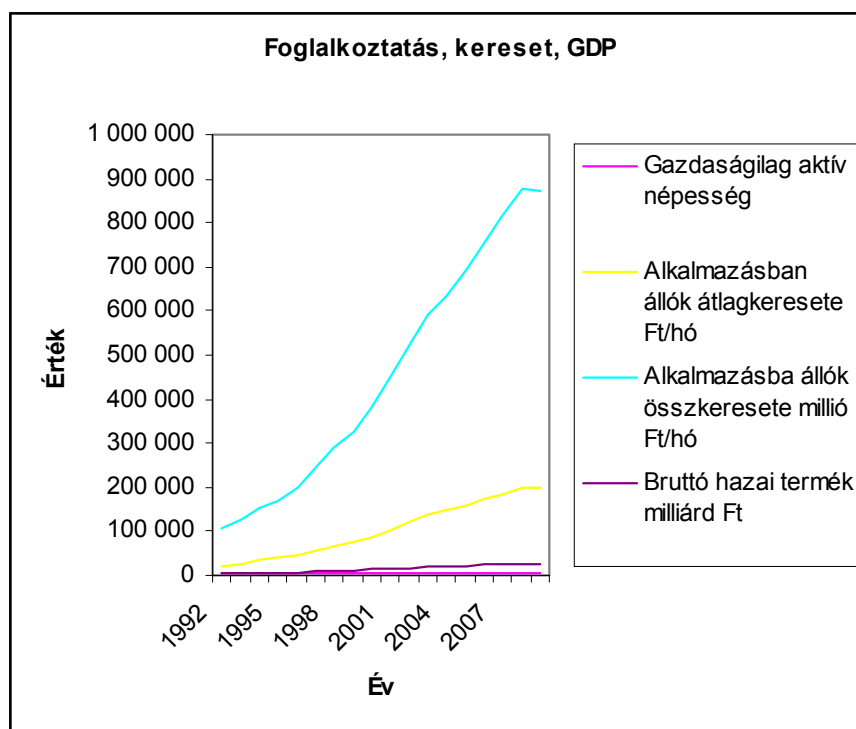
A táblázat utolsó sora a 2009 évi adatot az 1992 évi adatok százalékában fejezi ki.

Az adatokból kitűnik, hogy a gazdaságilag aktív népesség száma mintegy 10 %-al csökkent (népességcsökkenés, nyugdíjazás, rokkant nyugdíjazás, stb.). Az alkalmazásban állók átlagkeresete közel kilencszeresére nőtt. Ebben igen jelentős infláció is rejlik. Ugyanakkor mivel az alkalmazásban állók létszáma is jelentősen csökkent, az alkalmazásban állók összkeresete alig több mint nyolcszorosára emelkedett. Közben a bruttó hazai termék közel kilencszeresére emelkedett.

Az adatokból az következik, hogy a bruttó hazai terméknek csak 3-3,7 %-át kapják az alkalmazottak, de ez is csökkenő tendenciát követ, s 2009 évre az 1992 évinek a 91 %-ára, tehát több mint 10 %-al csökkent.

A 22. ábra nem adja vissza ezt a változást, mert egyrészt nem is szemlélteti a táblázatban megtalálható összes tényezőt, másrészt az adatok igen eltérő nagysága miatt az ábra nem elég kifejező.

## 22. ábra. A népesség, foglalkoztatás és bruttó hazai termék alakulás 1992-2009 években

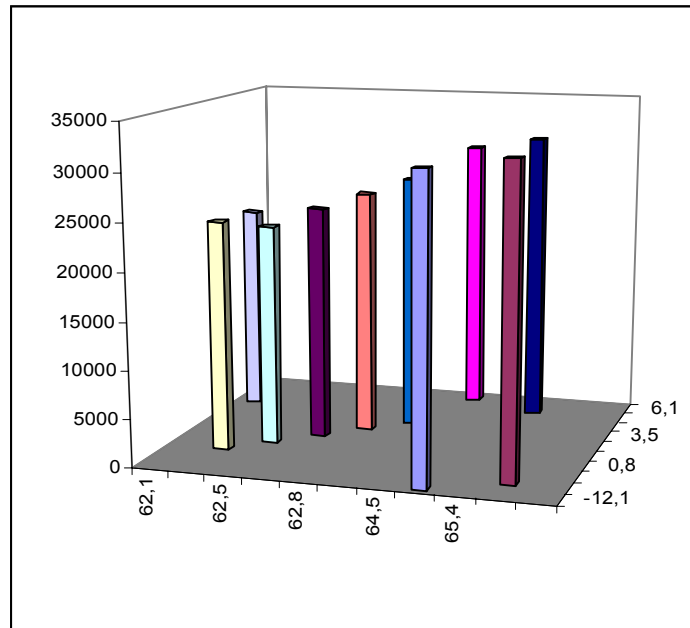


Kíváncsi lettem arra, hogy a nemzetközi adatok tükrözik-e valamennyire a gazdasági törvényszerűségeket. Sajnos a magyar statisztikai adatok között nem találtam megfelelő adatokat, így aztán meg kellett elégednem a fellelhető, de az adott jelenséget legalább némileg tükröző adatokkal.

Alapul vettem tehát a 2000-2009 évek adatai közül a foglalkoztatást megközelítőleg talán kifejező foglalkoztatási ráta változását, a tárgyiasult munkaráfördítést talán valamennyire tükröző bruttó állóeszköz felhalmozási ráta változásának ütemét (mindig a megelőző évhez viszonyított adatot, láncviszonszámot), valamint a GDP vásárlóerő paritáson számolt alakulását. (23. ábra)

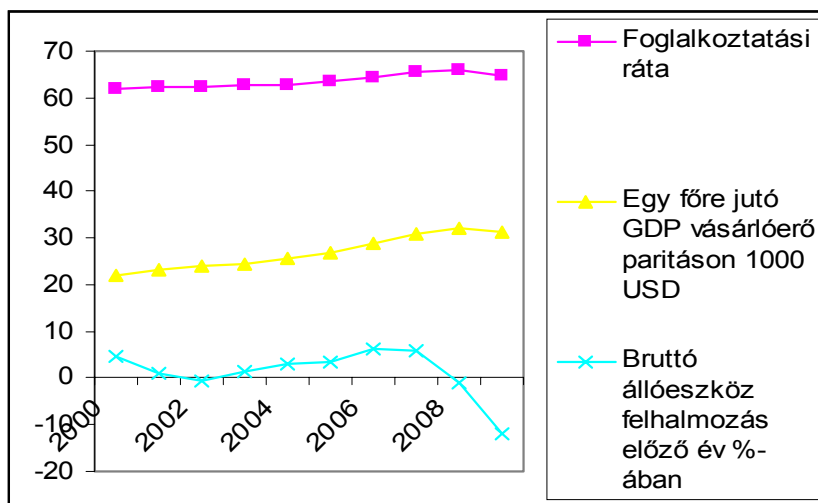
Ezekből az adatokból legfeljebb csak következtetni lehet az élőmunka, tárgyiasult munka és a GDP kapcsolatára, mégis úgy tűnik, hogy ezek az adatok is tükrözik, a matematikai modellezéssel kimutatott törvényszerűségeket, tendenciákat, (ha nem is tisztán, sőt egy-egy esetben az adatsorból kilógva). A vizsgált tényezők változásának a hatására a GDP most is csökkenően emelkedő tendenciát követ.

**23. ábra. A foglalkoztatási ráta, a bruttó állóeszköz felhalmozás az előző év %-ában, valamint az egy főre jutó GDP (vásárlóerő paritáson, USD-ben) kapcsolata az EU-27-ben a 2000-2009 években.**



Talán érdekes lehet még szemrevételezni ezeknek a mutatószámoknak az időbeli változását. Látható, hogy a foglalkoztatási ráta stagnál, majd némileg emelkedik, aztán 2009-ben újra süllyed. A vásárlóerő paritáson számolt, egy főre jutó GDP a foglalkoztatási rátánál valamivel jobban emelkedik, majd 2008-ban az emelkedés kevesebb, 2009-ben pedig csökken. Az állóeszköz felhalmozás hullámzik, majd jelentősen csökken.

**24. ábra. A foglalkoztatási ráta, a bruttó állóeszköz felhalmozás az előző év %-ában, valamint az egy főre jutó GDP (vásárlóerő paritáson USD-ben) időbeli alakulása az EU-27-ben a 2000-2009 években.**



**Képesek lehetünk-e megváltoztatni, vagy jelentősen befolyásolni az objektív törvényszerűségek hatását?**

**Az anyagi javak termelésének törvényszerűségei objektívek, azt az emberek nem képesek megváltoztatni. A megtermelt javak elosztásáért küzdenek, háborúznak egymással, s ennek kimenetelét a történelemből ismerhetjük.**

#### **4. Lehetséges-e megoldás?**

**Nehéz kérdés! Legegyszerűbb válasz, hogy „Nem”! Úgy tűnik, hogy nincs megoldás!**

Nem tartom feladatombnak a törvényszerűségek ellenében azt bizonygatni, hogy javulni fog az emberi társadalom helyzete, s jön egy jobb korszak, (Kánaán), amely mindenkinek jobb, elviselhetőbb életet fog biztosítani. Legyen ez a politikusok, a politológusok, az erre esetleg hajlamos közgazdászok, valamint az egyházi emberek feladata. Céloom kizárólag az objektív törvényszerűségek vizsgálata, s ennek alapján következtetések levonása.

Láttuk, hogy a matematikai modellezéssel feltárt törvényszerűségek szerint, mind az élőmunkaerő, mind a tárgyasult munka ráfordítás növekedése, csökkenő eredménnyel jár. De láttuk azt is, hogy az élőmunka ráfordítás növekedésével járó csökkenő tendenciát, a tárgyasult munka ráfordítás növekedése módosítja, magasabb szintre emeli és viszont, a tárgyasult munka ráfordítás növekedésével járó csökkenő tendenciát, az élőmunka ráfordítás növekedésével magasabb szintre lehet emelni. Ebből azt következtethetnénk, hogy mind a munkaerő, mind a tárgyasult munka ráfordítását állandóan növelni kellene, vagy a tárgyasult munka ráfordítást gyorsabban növelni kellene, mint az általa kiváltható élőmunka ráfordítást, s ez által növekedne a hozzáadott érték előállítás is.

A probléma sajnos nem ilyen egyszerű! Egyrészt a gazdasági törvényszerűségek megfogalmazása során mindvégig optimális cselekvést feltételeztünk, másrészt feltételeztük azt is, hogy a társadalomnak a megtermelt értékekre szüksége van, s van fizetőképes kereslet azok megszerzésére is.

A valóság azonban az, hogy a gazdasági cselekvés általában nem optimális, sőt messze esik az optimálistól. Másrészt a megtermelt javak és a társadalom szükséglete, különösen pedig a fizetőképes kereslete is messze esik egymástól. Ez pedig óhatatlanul a megtermelt termékek egy részének eladhatatlanságához, felhalmozódásához, gazdasági válságokhoz, valamint a luxusfogyasztás kiterjedéséhez vezethet.

A társadalmi gazdasági élet állandó és fokozódó versenyhelyzetben van. A létrehozott hozzáadott érték elosztását a tulajdonosok határozzák meg, s azok természetesen nagyjából a tulajdonosok, a gazdagok tulajdonába kerülnek. A tőketulajdonosok versenyben állnak egymással, tehát minden tulajdonosnak érdeke, hogy minél nagyobb tőketulajdonnal rendelkezzen. Ez pedig tőkefelhalmozásra ösztönöz.

Szó volt arról is, hogy az élőmunka és a tárgyasult munka helyettesítési aránya jelentős szerepet játszik abban, hogy adott esetben melyik felhasználásának a növelése jelenti a hozzáadott érték nagyobb emelkedését. **A technikai technológiai fejlődés általában a tárgyasult munkaráfordítás hatékonyságának a növekedését eredményezi, szemben az élőmunka hatékonyságával. Vagyis mind kevesebb élőmunka ráfordítással, mind nagyobb**

**tárgyasult munka érték használható fel, s ezzel egyetemben gyorsulhat a hozzáadott érték előállítás. Ezzel viszont növekedik a tőketulajdonos vagyona, felhalmozási lehetősége, amit a versenyben kénytelen messzemenőig kihasználni. Közben az élőmunkaerő mind nagyobb arányban feleslegesé válik, s nő a munkanélküliség, (különösen a kevésbé képzetek körében, de a diplomásoknál is), növekszik a tömegek elszegényesedése. Az élő és tárgyasult munka helyettesítési aránya a tárgyasult munkaráfordítás javára változik, a tulajdonosnak tehát az az érdeke, hogy a tőkefelhalmozást a korszerűbb, kevesebb élőmunka ráfordítást igénylő termékek irányában alkalmazza.**

**Hasonlóképpen éles verseny folyik az országok között is. Ez napjainkban a televíziók és az internet jóvoltából, a szemünk előtt zajlik. A verseny élesedik! Egyelőre helyi konfliktusok, helyi háborúk, terrorista tevékenységek, gazdasági problémák, válságok, stb. jelzik a verseny éleződését. De vajon mi lesz a jövő? Hová vezet a verseny éleződése?**

Vajon szükséges a társadalom számára ez a hatalmas, gyorsuló verseny? Békésebben, nyugodtabban élünk most, mint 100 – 500 évvel ezelőtt? Nem lenne célszerűbb némi fékezés, pihenés, a nagy versenyben? Nem lehet! A lejtőn, a társadalmi lejtőn, nincs megállás!

**1998-ban könyvemben azt írtam, – s ebben, a fentebb kifejtett törvényszerűségek alapján, azóta még inkább megerősödtem, – hogy „ha ezer éveken keresztül a szenny és vér jellemezte a világot és a jobb világ eljövételének a hirdetése és a reménye évezredekken keresztül hiú ábrándnak, csalóka álomnak bizonyult a jövő sem kecsegtet semmi jóval.” Sajnos!**

## Publikációim jegyzéke

### I. Könyvek:

1. A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. (A nagyüzemi gazdálkodás kérdései sorozat.) Akadémiai Kiadó. Budapest. 1969. (165 p.) (<http://mek.oszk.hu/07400/07428>)
2. A termelési tényezők felhasználásának optimalizálása a mezőgazdaságban. Közgazdasági Kiadó. Budapest. 1973. (232 p.) (<http://mek.oszk.hu/07400/07430>)
3. A takarmányadagok optimalizálása egyszerűen. (Társszerző: Varga Károly) (Nagyüzemi gazdálkodás kérdései sorozat.) Akadémiai Kiadó. Budapest. 1974. 121 p. (<http://mek.oszk.hu/07400/07429>)
4. A mezőgazdaság műszaki fejlesztésének gazdasági kérdései. (Társszerzők: Gönczi Iván, Kádár Béla, Matos Károly, Vadász László) Mezőgazdasági Kiadó. Budapest. 1979. 179 p.
5. Mezőgazdasági Vállalatok automatizált tervezése. Mezőgazdasági Kiadó. Budapest. 1981. 240 p. (<http://mek.oszk.hu/05200/05296>)
6. Biologická a ekonomická optimalizácia vyziv y hospodárskych zvierat. (Szerk: Michal Kovác, Társszerzők: G.A. Bogdanov, J. Pitel, L. Kabát, M. Kovac) Priroda. Bratislava. 1987. 422 p.
7. A gazdasági törvényszerűségek absztrakt matematikai vizsgálata. Szerzői kiadás. Debrecen, 1998. 128 p. (<http://mek.oszk.hu/01600/01621>)
8. A növénytermesztési technológiák és a mezőgazdasági vállalatok komplex tervezése számítógéppel. Debrecen, 2004. (<http://mek.oszk.hu/02400/02471>)
9. A növénytermesztési technológiák és komplex vállalati tervezés számítógéppel. Debrecen, 2004. (<http://mek.oszk.hu/02700/02710>)
10. Az újratermelés dinamikájának szimulációs, matematikai modellezése. (<http://mek.oszk.hu/02200/02202>)
11. Miért problémás és lehet-e ismét sikeres a magyar mezőgazdaság? Debrecen, 2006. (<http://mek.oszk.hu/03900/03982>)
12. Tandíj vagy átfogó reform a felsőoktatásban. Debrecen. 2006. (<http://mek.oszk.hu/03900/03976>)
13. A növénytermesztési technológiák döntésmegalapozására, tervezésére és elemzésére szolgáló, a jelenlegi viszonyok között széleskörű gyakorlati felhasználásra alkalmas automatizált rendszer. Debrecen, 2007. (<http://mek.oszk.hu/04900/04997>)
14. A Debreceni Egyetem Agrárcentrumában polgárjogot nyert a szerzői jogsértés? 1. kötet. Debrecen, 2008. (<http://mek.oszk.hu/05900/05918>)
15. Gyógyszeradagolás optimalizálásának matematikai modellje és automatizált rendszere. Debrecen, 2008. (Társszerző: Dr. Tóth Emese) (<http://mek.oszk.hu/06000/06009>)
16. A Debreceni Egyetem Agrárcentrumában polgárjogot nyert a szerzői jogsértés? 2. kötet. Debrecen, 2008. (<http://mek.oszk.hu/06000/06021>)
17. A Debreceni Egyetem Agrárcentrumában polgárjogot nyert a szerzői jogsértés? 3. kötet. Debrecen, 2008. (<http://mek.oszk.hu/06200/06260>)



18. A gyorsabb tudományos előrehaladás útjai és buktatói. AD LIBRUM KIADÓ, Budapest, 2009. <http://adlibrum.hu>, illetve (<http://www.adlibrum.hu/Prof.-Toth-Jozsef/>)
19. Speciális mátrixok és mátrixsorozatok inverze, gazdasági alkalmazási lehetőségek. Debrecen, 2009. (<http://mek.oszk.hu/07300/07318>)
20. A Debreceni Egyetemtől eltiltott alkotásaim, s ennek okai. Debrecen, 2010. (<http://mek.oszk.hu/08100/08104>)

## **II. Egyetemi jegyzetek:**

21. Segédlet a Mezőgazdasági Statisztika általános részének tanulmányozásához. Debreceni Mezőgazdasági Akadémia. Debrecen. 1961.
22. Útmutató a Mezőgazdasági Statisztika tanulmányozásához. Debreceni Mezőgazdasági Akadémia. Debrecen. 1963.
23. Matematikai alapok. Jegyzetpótló útmutató a vállalati programozás tanulmányozásához. Debreceni Agrártudományi Egyetem. Debrecen. 1968.
24. Gazdasági matematika és számítástechnika. 1-2. kötet. Egyetemi jegyzet. GATE Gödöllő. 1974. (403 p.) (Utánnnyomások: Gödöllő. 1975. Debrecen. 1979., 1984.)
25. Útmutató a lineáris programozással megalapozott komplex vállalatfejlesztési tervek készítéséhez. (Társszerzők: Nemessályi Zsolt, Ertsey Imre) Egyetemi jegyzet. DATE Debrecen. 1978.
26. Gazdaságmatematika I. (Társszerző Szabó Mátyás) Egyetemi jegyzet. DATE. Debrecen. 1980.
27. Gépi adatfeldolgozás. Egyetemi jegyzet. (Társszerző: Drimba Péter) DATE. 1983.
28. Gazdasági rendszer- és információelmélet. (Társszerző: Tarnóczi Tibor) Egyetemi jegyzet. DATE. Debrecen. 1984.
29. Gazdaságmatematika II. (Társszerző: Szabó Mátyás) Egyetemi jegyzet. DATE. Debrecen. 1984.
30. A számítástechnika alkalmazása az operatív irányításban. Egyetemi jegyzet. DATE. Debrecen. 1987.
31. Operációkutatási ismeretek és mezőgazdasági alkalmazásuk. Egyetemi jegyzet. DATE. Debrecen, 1988. 363 p.

## **III. Cikkek:**

32. Az élő és holtmunka felhasználás összefüggése a termelőszövetkezetek jövedelmezőségével. Debreceni Mezőgazdasági Akadémia Évkönyve. Debrecen. 1960.
33. A szerveztrágyázás hatása Hajdu-Bihar megye termelőszövetkezeteinek gazdálkodására. Magyar Mezőgazdaság. Budapest. 1960. X. 17.
34. A takarmánynövények vetésterülete optimális arányainak meghatározása. Statisztikai Szemle. Budapest. 1961. 12. sz.
35. Beszédés számok a fel nem osztható szövetkezeti alap növeléséről. (Társszerző: Kádár Béla) Magyar Mezőgazdaság. Budapest. 1961. I. 11.

36. A takarmánytermesztés legkedvezőbb területi arányainak megállapítása. Mezőgazdasági Akadémia Gyakorlati Szaktanácsadója. Debrecen. 1962. 4. sz.
37. A lineáris programozás alkalmazása különböző talajféleségekkel rendelkező üzemben a takarmánynövények optimális vetésszerkezetének meghatározására. Debreceni Mezőgazdasági Akadémia Évkönyve. Debrecen. 1962.
38. Az élő- és holtmunka ráfordítások hatékonysága a termelészövetkezetekben. (A tiszántúli termelészövetkezetek gépesítésének üzemgazdasági kérdései. 1961. XII. 14-15-én megtartott Tudományos ülészak anyaga.) DATE. Kiadványa. Debrecen. 1962.
39. „Krekó Béla: Matrikszámítás” recesszió. Gazdálkodás. Budapest. 1964.
40. A takarmányadagok összeállítása a lineáris programozás módszerével. Gazdálkodás. Budapest. 1964. 1. sz.
41. Uziti lineárniho programovani pri vytváreni nejacinnejsi struktury ve vyrobe krmiv. (Lineáris programozás alkalmazása a takarmánytermelés szerkezetének meghatározására.) Zemedelská ekonomika. Praha. 1964. 1-2. sz.
42. Pouziti lineárniho programovani pri reseni specializáce ve vyrobe krmiv. (Lineáris programozás alkalmazása a takarmánytermelés szakosításának meghatározására.) Zemedelská Ekonomiká. Praha. 1964. 5. sz.
43. A lineáris programozás alkalmazása a takarmánytermesztés szakosításának megoldására. A Debreceni Agrártudományi Főiskola Évkönyve. Debrecen. 1964.
44. A takarmánytermelés programozása öntözéses gazdaságban. (Társszerző: Kádár Béla) A Debreceni Agrártudományi Főiskola Tudományos Közleményei. Debrecen. 1965.
45. Optimális munkaerősűrűség és termelési szerkezet. Statisztikai Szemle. Budapest. 1966. 11. sz.
46. A termelési szerkezet, munkaerő és gépsűrűség, valamint a jövedelmezőség kapcsolatainak vizsgálata matematikai programozással. Georgikon Napok Keszthely 1966. szept. 1-3. Keszthely. 1966.
47. Az alaptakarmány és a pótabrak optimális arányának meghatározása teheneknél matematikai módszerrel. Gazdálkodás. Budapest. 1967. 4. sz.
48. Adott tehénállomány optimális elosztása különböző technológiák között. Gazdálkodás. Budapest. 1967. 12. sz.
49. Eine Untersuchung der Verteilung der Produktivkräfte unter den Betrieben auf Grund mathematischer Methoden und unter Berücksichtigung der Preispolitik. (A termelőerők üzemek közötti megoszlásának vizsgálata matematikai módszerekkel, tekintettel az árpolitikára.) Vortrang an der Wissenschaftl. Tanung, 1968. Martin-Luther Univ. Halle. 1968.
50. Stand und Ergebnisse der Anwendung der Programmierung in der Landwirtschaft von Ungarn. (Programozás mezőgazdasági felhasználásának helyzete és eredményei a magyar mezőgazdaságban.) Bedeutung und Methodik der Prognoseforschung und ihre Stellung in ökonomischer Planung und Leitung der Landwirtschaft und Nahrungsfüterwirtschaft. Hrsg. AdL der DDR, Institut für Agrarökonomik. Neetzow. 1968.
51. Takarmányozás gazdaságossági vizsgálatok a Debreceni Agrártudományi Főiskola gazdaságában lineáris programozással. (Társszerzők: Kocsis Sándor, Veress Imre) Debreceni Agrártudományi Főiskola Tudományos Közleményei. Debrecen. 1968.

52. Hozzászólás „Az időjárás hatása a mezőgazdasági termelési eredmények alakulására.” c. cikkhez. Statisztikai Szemle. Budapest. 1969. 4. sz.
53. A termelési Szerkezet és források optimumának meghatározása. Statisztikai Szemle. Budapest. 1969. 5. sz.
54. A komplex közgazdasági elemzés fontossága az élelmiszergazdaság fejlesztésében. Előadások és hozzászólások az Első Országos Agrárgazdasági Konferencián. Gazdálkodás. Budapest. 1969. 6. sz.
55. A műszaki fejlesztés ökonómiai problémái a mezőgazdaságban. Az 1969. márc. 12-13-án Debrecenben megtartott vita anyaga. Kiad. az MTA Agrárgazdasági és Üzemszervezési Bizottság. Budapest. 1969. Agroinform. 6. (Hozzászólások az 54-57 és 95-97 oldalon)
56. A komplex szemlélet érvényesítése a tervezésben. (Előadások és hozzászólások az Első Országos Agrárgazdasági Konferencián) Budapest. 1969.
57. A matematikai programozás alkalmazása a termelőszövetkezetek távlati tervezésében. Debreceni Agrártudományi Főiskola Tudományos Közleményei. Debrecen. 1970.
58. Ein Versuch zur Annäherung wirtschaftlicher Konsequenzen der technischen Entwicklung im Modell der LPG. (Társszerző: Gönczi Iván) Acta Econ. Budapest. 1970. 5. sz.
59. Korszerű módszerek alkalmazása a mezőgazdasági döntések megalapozásában. Vezetés. Budapest. 1970. 2. sz.
60. A matematika felhasználása a közgazdasági tevékenységben. (MSZMP Hajdu-Bihar megyei Bizottsága Oktatási Igazgatóságának kiadványa a decemberi jubileumi tudományos ülésről. 1. kötet) Debrecen. 1970.
61. Matematikai módszerek felhasználása a mezőgazdasági üzemi tervezésben. (ATF. cent. ünnepei 1868-1968.) Debrecen. 1970.
62. Kísérlet a technikai fejlesztés gazdasági hatásának megközelítésére. Statisztikai Szemle. Budapest. 1971. 4. sz.
63. A mezőgazdasági vállalatok tervezése célrealisztikus lineáris programozási modellel. Vezetés. Budapest. 1972. 2. sz.
64. A célfüggvény néhány problémája a matematikai tervezésben. DATE tud. közl. Debrecen. 1972. 17. sz.
65. A lineáris programozás felhasználása a mezőgazdasági vállalatok középtávú tervezésében. Magyar Operációkutatási Konferencia, 5. Balatonfüred. 1973. okt. 1-4. Kiad. Magyar Közgazdasági Társaság Mat. Közgazd. Szakosztálya. Budapest. 1973.
66. A termelés szerkezet, a termelési technológia és a termelési források egyidejű optimalizálása egy gazdaságban. (Társszerzők: Acsay Ferenc, Balla Sándor) Vezetés. Budapest. 1973. 10. sz.
67. A termelési szerkezet, a termelési tényezők és a termelési források egyidejű, összefüggő optimalizálása. (Társszerzők: Acsay Ferenc, Balla Sándor.) Vezetés. Budapest. 1973. 2. sz.
68. A célrealisztikus lineáris programozási modell gyakorlati alkalmazásának módszere. (Társszerző: Balla Sándor) Kiad. Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet. Időszaki Tájékoztató. Gödöllő. 1974. 1. sz.
69. Az egészértékű programozás egy alkalmazási lehetősége mezőgazdasági vállalatok tervezésében. (Társszerző: Varga Károly) Sigma. Budapest. 1974. 1-2. sz.

70. A lucerna betakarítás műszaki megoldásának összehasonlító vizsgálata matematikai programozással. (Társszerzők: Pfau Ernő, Varga Károly) DATE tud. közl. Debrecen. 1974. 19. sz.
71. A számítástechnikai oktatás helyzete, perspektívája és hasznosítási lehetőségei a Gödöllői Agrártudományi Egyetem Mezőgazdaságtudományi Karán. (A számítástechnikai oktatás a hazai felsőoktatásban tud. konferencián elhangzott előadások. Visegrád 1974. máj. 13-14.) ESzK. Budapest. 1974.
72. Pouziti ekonomicky-matematickych metoda pri rizeni zemedelstvi. (Gazdasági-matematikai módszerek felhasználása a mezőgazdasági irányításban.) Zemedelska ekonomika. Praha. 1975. 21. roc. 10. c.
73. Hiperbolikus integer programozás alkalmazása a mezőgazdasági vállalatok tervezésében. (Társszerző: Felleg László) Agrártud. Egyetem Közleményei. Gödöllő. 1975.
74. Optimális termékszerkezet, technológia és átlaghozamok. (Társszerző: Karlik Erzsébet) Sigma. Budapest. 1976. 5. sz.
75. A műszaki fejlesztés döntésmegalapozásának néhány kérdése. DATE 1974 évi nemzetközi tud. ülés előadásai. Kiad. DATE. Debrecen. 1976.
76. A technológiai tervezés matematikai programozással. (Társszerző: Király Endre) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban 1. Országos Tud. Konferencia előadásai. Gödöllő. 1976. ápr. 8-9. Kiad. GATE Gödöllő. 1976.
77. Operációkutatás és számítástechnika helyzete és perspektívái a mezőgazdaságban. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban. 1. Orsz. Tud. Konf. előadásai. Gödöllő. 1976. ápr. 8-9. Kiad. GATE Gödöllő. 1976.
78. Technológiai tervezés számítógéppel. (Társszerző: Kertész János) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban. 1. Orsz. Tud. Konf. előadásai. Gödöllő. 1976. ápr. 8-9. Kiad. GATE Gödöllő. 1976.
79. Integer programozás mezőgazdasági alkalmazása. (Társszerző: Felleg László) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban. 1. Orsz. Tud. Konf. előadásai. Gödöllő. 1976. ápr. 8-9. Kiad. GATE Gödöllő. 1976.
80. Termelés szerkezet, források és termésátlag tervezése nemlineáris modellel. (Társszerző: Karlik Erzsébet) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban. 1. Orsz. Tud. Konf. előadásai. Gödöllő. 1976. ápr. 8-9. Kiad. GATE Gödöllő. 1976.
81. Számítógépes tervezés és döntésmegalapozás a mezőgazdasági vállalatoknál. Zalai Műszaki és Közgazdasági hónap. Nagykanizsa. 1976. okt. 8-9. Kiad. Neumann János Számítógéptudományi Társaság. Nagykanizsa. 1976.
82. Lineáris és hiperbolikus vegyes egészértékű programozással készített vállalatfejlesztési terv tapasztalatai. (Társszerző: Kasza Miklós) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban. 1. Orsz. Tud. Konf. előadásai. Gödöllő. 1976. ápr. 8-9. Kiad. GATE Gödöllő. 1976.
83. Lineáris programozással készített középtávú mezőgazdasági vállalatfejlesztési terv karbantartásának tapasztalatai. (VII. Magyar Operációkutatási Konferencia előadaskivonatok) Pécs. 1977.
84. Lineáris-hiperbolikus programozás alkalmazása komplex vállalati tervezésben. (VII. Magyar Operációkutatási Konferencia előadaskivonatok) Pécs. 1977.
85. Tervkészítés programozással. Figyelő. 1977. 21. évf. 22. sz.

86. A mezőgazdasági vállalatok tervezésének fejlesztési, korszerűsítési lehetőségei. DATE Tessedik S. Tiszántúli Mg. Tud. Napok. Debrecen. 1978. Kiad. DATE Debrecen. 1978.
87. A Debreceni Agrártudományi Egyetem szerepe a Tiszántúl mezőgazdaságának fejlesztésében. DATE Tessedik S. Tiszántúli Mg. Tud. Napok. Debrecen. 1978. Kiad. DATE Debrecen. 1978
88. Zárszó. DATE Tessedik S. Tiszántúli Mg. Tud. Napok. Debrecen. 1978. Kiad. DATE Debrecen. 1978.
89. Voproszju podgotovki kadrov neobhodimuh dlja realizacii avtomatizirovannoj szisztemü upravlenija v uszlovijah Vengerszkoj Narodnoj Reszpubliki. Doklad po probleme „Razrabotka i vnedrenije matemacseszkih metodov elektronno vücsiszlitel'noj tehnikai v szel'szkom hozjajsztve. (Az automatizált irányítási rendszer megvalósításához szükséges káderképzés problémái Magyarországon) Bjuletin' Koordinacionnogo centra sztrancslenov SZEVI dlja naucsnuh iszszledovanij. 1978.
90. Egy mezőgazdasági termelőszövetkezet erőforrásainak értékelése lineáris paraméteres programozással. (Társszerző: Ferenczi Zoltán) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban 2. Orsz. Tud. Konf. előadásai. Debrecen 1978. szept. 13-14. DATE Debrecen. 1978.
91. Mezőgazdasági vállalatok automatizált tervezése. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban 2. Orsz. Tud. Konf. előadásai. Debrecen 1978. szept. 13-14. DATE Debrecen. 1978.
92. A mezőgazdasági vállalatok automatizált irányítási rendszerének koncepciói. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban 2. Orsz. Tud. Konf. előadásai. Debrecen 1978. szept. 13-14. DATE Debrecen. 1978.
93. Mezőgazdasági vállalatok automatizált tervezése. MÜSZI Információ 1978. 5. sz. melléklete.
94. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban címmel tudományos konferencia Debrecenben. MÜSZI Információ 1978. 4. sz.
95. A növénytermelési technológiák automatizált tervezése. (Társszerzők: Király Endre, Szenteleki Károly) Gazdálkodás. Budapest. 1978. 10. sz.
96. A mezőgazdasági vállalatok és a számítástechnika. Magyar Mezőgazdaság. Budapest. 1978. 42. sz.
97. Számítógépes tervezés mezőgazdasági vállalatoknál. Magyar Mezőgazdaság. Budapest. 1978. 52. sz.
98. Egy speciális elrendezésű modell költségmegtakarító megoldása. Statisztikai Szemle. Budapest. 1978. 10. sz.
99. A mezőgazdasági vállalati irányítás számítástechnikai feltételei. Számítástechnika alkalmazása. Mezőgazdaság. Székesfehérvári Nyári Egyetem előadásai. Budapest. 1979.
100. A mezőgazdasági vállalatok automatizált tervezési rendszere. Rendszerelméleti Konferencia előadásai. Sopron. 1979.
101. Automatisierte planung und optimierung der technologie der pflanzenproduktion. II. Mechanisierungstagung. Berlin. 1979.
102. A DATE tudományos kutatási tevékenysége és főbb eredményei. DATE „Tessedik Sámuel” Tiszántúli Mezőgazdasági Tudományos Napok. Mezőtúr. 1979.

103. Egy mezőgazdasági termelőszövetkezet erőforrásainak értékelése lineáris paraméteres programozással. (Társszerző: Ferenczi Zoltán.) Mosonmagyaróvári Mezőgazdaságtudományi Kar Közleményei. Mosonmagyaróvár. 1979.
104. A mezőgazdasági vállalatok automatizált tervezési rendszere és alkalmazásának tapasztalatai. METESZ Neumann J. Számítógéptudományi Társaság I. Országos Kongresszusának előadásai. Szeged. 1979.
105. Avtomatizirovannaja szisztema planyiroványija i opütü ee primenyija. IX. Mezsdunaraodnovo cimpoziuma sztran-cslenov SZEVI po koordinovannoj probléme. Praga. 1980.
106. Számítástechnikai módszerek alkalmazása a mezőgazdaságban válogatott előadások az „Operációkutatás és Számítástechnika a mezőgazdaságban” II. Orsz. Tud. Konf. anyagából. Mérnök és vezető továbbképző Intézet kiadványa. Budapest. 1980. (Szerk. dr. Tóth József)
107. A mezőgazdasági vállalatok automatizált tervezési rendszere és alkalmazásának tapasztalatai. Vezetéstudomány. 1980. 1. sz.
108. Modeliroványije szelszkohozjájstvennovo proizvodstva. Bulletin Koordinacionnovo centra sztran-cslenov SZEVI dljá naucsnuh isszledoványij. (Társszerző: Szabó Mátyás) No 31/80. Prága 1980.
109. Automatisiertes System zur Planung in landwirtschaftlichen Betrieben und dessen Anwendung in der Praxis. Halle (Saale) 1980.
110. A matematikai tervezés mezőgazdasági alkalmazásának távlati problémái. Magyar Operációkutatási Konferencia előadásai. DATE: Debrecen. 1980.
111. Automatisiertes Planberechnungssystem für landwirtschaftliche Betriebe und ertse Erfahrungen über seine Anwerdung. Martin-Luther Univ. Halle (Saale) 1981
112. A X. Magyar Operációkutatási Konferencia. Közgazdasági Szemle. Budapest. 1981.
113. A matematikai tervezés mezőgazdasági alkalmazásának problémái és távlatai. Közgazdasági Szemle. Budapest. 1981.
114. Lineáris programozás a takarmánygazdálkodásban. (Társszerzők: Nemessályi Zsolt, Kárpáti László) Magyar Mezőgazdaság. 1981. 6. sz.
115. Otázky Automatizácie Polnohospodárskeho Podnikového Planovania a Organizácie Podnikového Planovania a Organizácie Vyroby. Teoria a Prax. Racionalizácia Operativneho Planovania Riadenia, Polnohospodárskej Vyroby. Prevádzkovo Ekonomická Fakulta VSP V HALLE NDR Sopcialistická Akadémia CSSR ov v Nitre. Nitre. 1981
116. Az alaptakarmány optimalizálása. Magyar Mezőgazdaság. 1982. 1. sz.
117. Relationships between Subsystems of Agricultural Enterprises by LP Models. (Társszerző: Ertsey Imre) Új eredmények az operációkutatási módszerek mezőgazdasági alkalmazásában konferencia előadásai. Salgótarján. 1982
118. Számítógépes mezőgazdasági rendszerek. (Számítástechnikai kiállítás és vásár: márc. 24-31.) Magyar Mezőgazdaság. Budapest. 1982. 9. sz.
119. A tudomány felelőssége a nukleáris katasztrófa elhárításában. Tud. Konf. előadásai. Tudósok Korunkról. 7. füzet. Budapest. 1982.
120. Az alrendszerek kapcsolatainak vizsgálata a mezőgazdaságban. (Társszerző: Ertsey Imre) Statisztikai Szemle. Budapest. 1982. 8-9. sz.

121. A Számítástechnikai Központi Fejlesztési Program és a mezőgazdaság. Magyar Mezőgazdaság. Budapest. 1982. 51-52. sz.
122. Kié a Hortobágy? A Hortobágy és a gazdálkodás. Hajdú-Bihari Napló. Debrecen. 1998. ápr. 4. sz.
123. Application of multiobjective method in foundation of the developing of agricultural firms. (Társszerző: Szenteleki Károly) Karl Marx Univ. of Economics Budapest-Applications- Tud. Konf. előadásai. Salgótarján. 1982.
124. Studying the relationships between subsystems of agricultural farms bz LP models. (Társszerző: Ertsey Imre) Karl Marx Univ. of Economics Budapest-Applications- Tud. Konf. előadásai. Salgótarján. 1982.
125. Komplex tervezési rendszer kialakítása. (Társszerző: Herdon Miklós) DATE 1981-82 évi kutatási eredmények füzete. DATE. Debrecen. 1983.
126. Mezőgazdasági vállalati célok elemzése kompromisszumos-programozás segítségével. (Társszerző: Szenteleki Károly) Sigma. Budapest. 1983. 3. sz.
127. Vplyv plánovania a riadenia na ucinnost a diferenciáciu polnohospodárskych podnikov Zbornik referátov z XI. spolckej vedeckej konferencie Vysoká Skola Polnohospodárska v Nitre. Nitre. 1983.
128. Obucsenyie primenyenyiju vücsiszlityeljnovo techniki v debrecenszkom unyiverszityétye szelszkohozjásztvennüh nauk. Vücsiszlityelnaja technika szocoaliszticeszkih sztran. Szbornyik sztatyej. Finanszü i sztatiztika. Moszkva. 1983.
129. Elnöki megnyitó. Pethe Ferenc élete és munkássága tudományos emlékülés. Bessenyei György Tanárképző Főiskola kiadványa. Nyíregyháza. 1983.
130. Zárszó. Pethe Ferenc élete és munkássága tudományos emlékülés. Bessenyei György Tanárképző Főiskola kiadványa. Nyíregyháza. 1983.
131. Automatizált rendszer a mezőgazdaságban. (Számítógépes automatizált döntésmegalapozási és tervezési rendszer.) Mezőgazdasági és Élelmiszeripari Szervezés Szakfolyóirat. Budapest. 1984. 4. sz.
132. DIE OPTIMIERUNG UND AUTOMATISIERUNG IN DER BETRIEBSPLANUNG. Wissenschaftliche zeitschrift der Wilhem-Pieck Univ. Rostock. Jahrgang XXXIII - 1984 Naturwissenschaftliche Reich Heft 1-2. (Thünen-Symposiumi előadás anyaga.) Rostock. 1983.
133. Automatizált tervezés - növekvő eredmények. Figyelő. Budapest. 1984. 14. sz.
134. The application of an automated technological planning system and linear programming in the foundation of decisions relating to the utilization of machines. (Társszerző: Ertsey Imre) Bulletin for Applied Mathematics, PAMM' s 65 th Country Meeting, Debrecen 1985 jan. 16-20. BAMB kiadv. XXXVIII.
135. A new method for the determinátion of the optimal ratio of basic fodder and supplementary food. (Társszerző Szabó Mátyás) Bulletin for Applied Mathematics, PAMM' s 65 th Country Meeting, Debrecen 1985 jan.16-20. BAMB kiadv. XXXVIII.
136. The metod of automated agricultural company planning and the experiences of its application. (Társszerző: Gyarmathi Attiláné) Bulletin for Applied Mathematics, PAMM' s 65 th Country Meeting, Debrecen 1985 jan.16-20. BAMB kiadv. XXXVIII.

137. The work and effectiveness of practical applications of the computing laboratory of the Agricultural University of Debrecen. (Társszerző: Herdon Miklós) Bulletin for Applied Mathematics, PAMM' s 65 th Country Meeting, Debrecen 1985 jan. 16-20. BAMB kiadv. XXXVIII.
138. Mezőgazdaság és számítástechnika. Debreceni Szemle. V. évf. 1. sz. Debrecen. 1985.
139. Számítástechnika a gyakorlatban, az oktatásban és a kutatásban. MŰSZI Számítástechnikai Tájékoztató. Budapest. 1985. II.
140. Debreceni agrarinių mokslų universiteto Ekonomikos ir organizacijos instituto direktorius. Vengrija - Lietuva. Mokslas ir gyvenimas. Vilnius. 1985. 6. sz.
141. Számítástechnika alkalmazásának eredményei. Gazdálkodás. Budapest. 1985. 8. sz.
142. Számítógépes vizsgálatok és tervváltozatok Somogy megye termelőszövetkezeteinek 1986 - 1990. évi ötéves tervének megalapozásához. Mg.-i Termelőszövetkezetek Somogy Megyei Szövetségének kiadványa. Kaposvár. 1985.
143. A számítástechnikai oktatás és gyakorlat a Debreceni Agrártudományi Egyetemen. Fórum' 85. Számítástechnika a mezőgazdaságban Tudományos Konferencia előadásai. Szarvas. 1985.
144. Az irányítás automatizálása és a hatékonyság néhány kérdése a mezőgazdaságban. Tudományos konferencia előadásai. Debrecen 1985. (DATE - Vilniuszi Agrárkutató) Tudományos Közlemények. DATE kiadvány. Debrecen. 1985.
145. Automatizacija obosznovaniya reseniy i effektivnosztyi szelszkohozjajsztvennovo proizvodstvo. Metod povüseniyja gyejsztvennosztyi faktorov intenzifikácii szelszkohozjajsztvennovo proizvodstvo. Gaszudarsztvennüy Agropromüslennüy Komité Litovszkoj SzSzR, Litovszkij Naucsno - Issledovatyellszkij Insztitut Ekonomiki Szelszkovo Hozjajsztva Reszpublikanszkoje Pravlenie NTO Szelszkovo Hozjajsztva Dom Tedniki Lit. NTO. Vilnius. 1986.
146. Az állattenyésztés gazdasági elemzése. Takarmányadagok optimalizálása. Magyar Mezőgazdaság. Budapest. 1987. 21. sz.
147. WIEDER NEUE ERGEBNISSE IN DER ANWENDUNG DER AUTOMATISIERTEN SYSTEME FÜR DIE LANDWIRTSCHAFT. Bulletins for Applied Mathematics BAM. 505 / 87 / XLVIII / ISSN 0133-3526. Belgrád-Rijeka Konferencia anyaga. BAM. kiadv..Budapest. 1987.
148. Automatizált tervezés és operatív irányítási rendszer a növénytermesztésben. (Társszerző: Herdon Miklós) Elektronizáció az élelmiszergazdaságban tud. konf. előadásai. Kaposvár. 1987.
149. Az automatizált tervezési rendszer alkalmazása a vállalati viselkedés elemzésében. (Társszerző: Tögyi Sándor) Kaposvár. 1987.
150. Vezetésorientált döntések számítógépes megalapozása. (Társszerző: Szenteleki Károly) Gazdálkodás. Budapest. 1987. 7. sz.
151. Egy speciális mátrix és néhány tulajdonsága. Statisztikai Szemle. Budapest. 1987. 2 -3 sz.
152. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdasági vállalatok irányításában. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban III. Országos Tud. Konf. előadásai. DATE. Debrecen, 1988.



153. Függvényszámítások és modellezési vizsgálatok alkalmazása a takarmánygazdálkodásban. (Társszerző: Drimba Péter) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban III. Országos Tud. Konf. előadásai. DATE. Debrecen, 1988.
154. Állattenyésztési technológiák automatizált tervezése. (Társszerző: Iván Béla) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban III. Országos Tud. Konf. előadásai. DATE. Debrecen, 1988.
155. Növénytermesztési technológiák automatizált tervezésének rendszere és felhasználása az egyes ágazatok ökonómiai elemzésében. (társszerző: Sárvári Tibor) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban III. Országos Tud. Konf. előadásai. DATE. Debrecen, 1988.
156. A hatékonyabb vállalati gazdálkodás lehetőségének vizsgálata az automatizált tervezési rendszer felhasználásával. (Társszerző: Tőgyi Sándor) Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban III. Országos Tud. Konf. előadásai. DATE. Debrecen, 1988.
157. Heady professzor magyarországi kapcsolatai. (Társszerző: Fekete Ferenc, Enese László) Gazdálkodás. Budapest. 1988. 5. sz.
158. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdasági vállalatok irányításában. MŰSZI Információ. Budapest. 1988. 2. sz.
159. Döcögő szekér. Computerword Számítástechnika. (Nemzetközi informatikai hírlap) Budapest. 1988. VI. 15. sz.
160. Computing sciences in the Agricultural University of Debrecen. Bulletins for Applied Mathematics BAM 570 /88/L/ Pannonian Applied Mathematical Meetings Belgrade 1987. aug. 23 - 29) Budapest. 1988.
161. Demonstration of software developed at the Agricultural University of Debrecen. (Társszerző: Herdon Miklós) ORCS'88 Proceedings, Agricultural University Debrecen, 1988.
162. Some questions on the complex planning of agricultural companies. ORCS'88 Proceedings, Agricultural University Debrecen, 1988.
163. A termelési tényezők időbeli változásának és kölcsönhatásának vizsgálata. (Társszerzők: Soós Csaba, Drimba Péter) XXXII. Georgikon Tudományos Napok KATE. Keszthely. 1990.
164. A termelési tényezők közötti összefüggések elemzése a mezőgazdasági nagyüzemekben. (Társszerzők: Soós Csaba, Drimba Péter) Georgikon Tudományos Napok KATE. Keszthely. 1990.
165. Különféle módszerek a takarmányozásban. Magyar Mezőgazdaság. (Melléklet) Budapest. 1991. 4. sz.
166. Kísérlet a gazdasági törvények és vállalati magatartás tanulmányozására matematikai modellezéssel. CAFPA'91 Szimpózium (1991. jún. 4 - 6.) előadásai. Budapest. 1991.
167. Szerkezetváltás, foglalkoztatás és a munkaerő hatékonysága. Közgazdasági Szemle. Budapest. 1991. 7 - 8. sz.
168. Gondolatok a gazdasági törvények matematikai vizsgálatáról. MTA Szabolcs-Szatmár-Bereg Megyei Tudományos Testületének Közleményei 1. Nyíregyháza. 1992.

- 169. Néhány gondolat a mezőgazdasági ágazatok versenyképességéről és az állam szerepéről. MTA Szabolcs-Szatmár-Bereg Megyei Tudományos Testületének Közleményei 11. Nyíregyháza. 1993.
- 170. Dinamikus alma. HVG. Budapest. 1995. jan. 20. sz.
- 171. A statisztika válsága vagy a válság statisztikája. Statisztikai szemle. 1995. jún. 445-451 old.

#### **IV. Egyéb:**

- 172. Az üzemi takarmánytermelés optimális szerkezetének meghatározása lineáris programozással. Egyetemi doktori értekezés. Debrecen. 1961.
- 173. A gazdaságos takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Kandidátusi értekezés. Debrecen. 1967.
- 174. A termelési tényezők felhasználásának és elosztásának optimalizálása a mezőgazdaságban. MTA doktori értekezés. Gödöllő. 1976.
- 175. Gazdasági törvények matematikai vizsgálata. A mezőgazdasági ágazatok belső törvényszerűségeit kifejező matematikai összefüggések. Kutatási zárójelentés az OTKA 3041. sz. kutatási témáról.
- 176. Továbbá mintegy 400 gyakorlati gazdasági elemzés, számítógéppel készített fejlesztési és éves vállalati terv és más a gyakorlati szaktanácsadás során készített tanulmány. kutatási jelentés stb.

#### **V. Megalkotott számítógépes rendszerek és irányításommal létrehozott szoftverek.**

- 177. Adattárkezelő rendszer és szoftver a mezőgazdasági vállalatok tervezéséhez szükséges adatok kezeléséhez.
- 178. Növénytermelési technológia tervezési rendszere és szoftver
- 179. Állattenyésztési technológia tervezési rendszere és szoftver
- 180. Nem mezőgazdasági tevékenységek tervezési rendszere és szoftvere
- 181. Vállalati komplex matematikai modellszerkesztő rendszer és szoftver
- 182. Tervtáblázat készítő és tervelemző rendszer és szoftver
- 183. Takarmányadag optimalizáló rendszer és szoftver
- 184. Alaptakarmány és pótabrak arányát optimalizáló rendszer és szoftver
- 185. Tehénészet gazdasági elemzési rendszere és szoftvere
- 186. Mezőgazdasági vállalatok automatizál komplex döntésmegalapozásának és elemzésének rendszere és szoftvere.
- 187. Termelési rendszerek (és tájak) információs és döntésmegalapozási rendszere.