

Sipos Béla

A konjunktúra-ciklusok elemzése és prognosztizálása

Magánkiadás. 2023

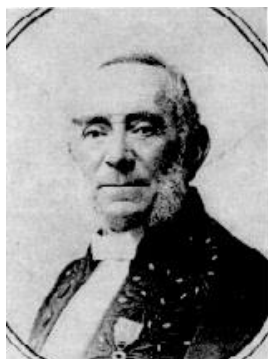
Tartalom

A konjunktúra ciklusok és a magyarázó innovációs elméletek felfedezői	3
Kutatási előzmények	4
Szerkesztéseim a Wikipédiában	7
A kutatás előzményei.....	8
A prognóziskészítés célja és folyamata	13
Az előrejelzések hibáinak a mérése.....	25
Az IBM értékesítésének prognosztizálása.....	28
A magyarországi bűnözés alakulása és a hosszú ciklusokkal való összefüggése.....	33
Ciklusok a divatban.....	37
Ciklusok Magyarországon az egyetemek integrációjában	40
A közgazdasági elméletek és a Kondratyjev ciklusok összefüggései.....	40
A tömeges kihalások ciklusai.	41
A konjunktúrakutatás hazai és nemzetközi előzményei és a konjunktúrabarméterek	44
A konjunktúra-kutatás információs rendszere	62
Az idősorok elemzési módszerei	66
A telítődési, a logisztikus (S-alakú)- és életgörbe trendfüggvények becslése	77
A szabályos rövid távú (szezónális) ingadozást leíró összetevő.....	101
A szabálytalan hosszabb távú ingadozásokat leíró ciklikus összetevő (konjunktúraciklus)	102
A bázis – innovációk és a hosszú – ciklusok összefüggései.....	112
A világ népességének duplázódása.....	120
A rövid (Kitchin) készlet vagy leltár ciklus kimutatása	122
Nyikolaj Dmitrijevics Kondratyjev tragikus élete és munkássága	125
A Kondratyjev ciklus vizsgálata.....	136
Késleltetett regressziós modellek	138
Hosszú idősorok elemzése.....	156
Hosszú (Kondratyjev) ciklusok kimutatása a Magyar mezőgazdaság idősoraiban.....	169
A rövid (Kitchin) ciklus kimutatásának az alkalmazása.....	184
Az exponenciális kiegyenlítés módszere.....	187
Naiv előrejelzési technikák	204
Spektrálanalízis.	211
25 idősortutatósi modell becslése	217
A tőzsdeindexek átlagolása, indikátorok.	219
ARIMA modellek.....	228
Feladatok	267

A konjunktúra ciklusok és a magyarázó innovációs elméletek felfedezői



[Nyikolaj Dmitrijevics Kondratyjev](#)

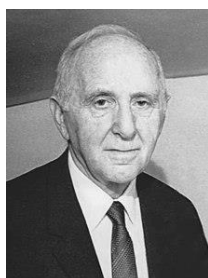


[Clément Juglar](#)



Joseph Kitchin
Source: Policonomics

[Joseph Kitchin](#)



[Simon Kuznets](#)



[Ernest Labrousse](#)



[Fernand Braudel](#)



[Gerhard Mensch](#)



[Joseph Schumpeter](#)

Kutatási előzmények

A konjunktúra ciklusok témakörében [megjelent fontosabb publikációim](#):

1. Értékesítési prognózis készítése idősorkutatási módszerekkel. Marketing – Piackutatás. pp. 66-71. (1980)
2. Termelési függvények - vállalati prognózisok. Budapest, Magyarország: Közgazdasági és Jogi Kiadó (KJK) (1982) 278 p.
3. Korinek Lászlóval. Idősorelemzési módszerek felhasználása a bűnügyi előrejelzés céljaira. Belügyi Szemle. pp. 20-28. (1980)
4. Vinkó Mátéval. [A nyersbőrárak prognosztizálása](#). Marketing – Piackutatás. pp. 279-283. (1981)
5. Iparvállalati prognosztika. Budapest, Magyarország: KG Informatik. 114 p. (1981)
6. Iparvállalati árprognózisok. Budapest, Magyarország: PRODINFORM Műszaki Tanácsadó Vállalat. 122 p. (1982)
7. Vinkó Mátéval. Marhanyersbőr import árak prognosztizálása a Pécsi Bőrgyárban. Bőr és Cipőtechnika. pp. 285-293. (1983)
8. Konjunktúraelemzés – és prognosztizálás. (A Heller Farkas iskola eredményeinek felhasználásával.) Budapest, Magyarország: PRODINFORM Műszaki Tanácsadó Vállalat. 142 p. (1983)
9. Vállalati tervezés II. Vállalati prognosztika. Budapest, Magyarország: Tankönyvkiadó (1983)
10. Rédey Katalinnal. [Az árak előrejelzése idősorelemzési módszerekkel](#). Statisztikai Szemle. pp. 1131-1149. (1983)
11. Vállalati tervezés V. Iparvállalati tervszámítások: Számítógépes esttanulmányok. Budapest, Magyarország : Tankönyvkiadó. 223 p. (1984)
12. A gazdasági fejlődés hosszú hullámai. Műszaki Élet. pp. 24 (1985)
13. Vállalati árelőrejelzések: módszertani kézikönyv. Budapest, Magyarország: Közgazdasági és Jogi Kiadó (KJK) 290 p. (1985)
14. A gazdasági fejlődés hosszú hullámainak felhasználása a prognosztizálásban. In: Nováky, Erzsébet (szerk.) A III. Magyar Jövőkutatási Konferencia előadásai : Budapest, 1985. február 12-14. Budapest, Magyarország: Szervezési és Vezetési Tudományos Társaság. pp. 125-131. (1985)
15. Rédey Katalinnal. [Az import és az export árak közötti kapcsolat vizsgálata](#). Statisztikai Szemle. pp. 898-907. (1985)
16. Oroszi Sándorral. [Heller Farkas közgazdasági iskolájáról a statisztikus szemléletében](#). Statisztikai Szemle. pp. 188-203. (1985)
17. A marhanyersbőr importárak prognosztizálása. Ipari és Építőipari Statisztikai Értesítő. pp. 23-32. (1986)
18. [A Kondratyjev-ciklus empirikus vizsgálata és prognosztizálása](#). Statisztikai Szemle. pp. 1209-1237. (1986)
19. Empiriceszkoje isszledoványije i prognoziroványije cikov Kondratyjeva. In: Trétyij mézsdunarodnűj szimpozium sztrancslenov SZEVI po problemam prognoziroványija naucsno-techniceszskovo progressza. Jereván. pp. 7-8. (1988)
20. Prognosztification and Empiric Research of Kondratiew Cycles (1987) Studia Oeconomica Auctoritate Universitatis Pécs Publicata. Pécs. 22. p. (1989) Előadás Novoszibirszkben megrendezett nemzetközi JJASA konferencián.

21. [Tanácskozás a tudományos-műszaki haladás prognosztizálásáról](#). Statisztikai Szemle. pp. 246-248. (1987)
22. [Empirical Research and Forecasting Based on Hungarian and World Economic Data Series](#). In: Tibor, Vasko (szerk.) The Long-Wave Debate : Selected Papers from an IIASA (International Institute for Applied Systems Analysis) International Meeting on Long-Term Fluctuations in Economic Growth: Their Causes and Consequences, Held in Weimar, GDR, June 10–14, 1985 Berlin, Németország: Springer-Verlag, pp. 119-126. (1987)
23. A gazdasági hullámozás prognosztizálása: Konjunktúraelemzés és prognosztizálás matematikai, statisztikai módszerekkel 213 p. MTA Doktori értekezés. 1988.
24. [Tanácskozás a jövő technológiájáról és társadalmi összefüggéseiről](#). Statisztikai Szemle. pp. 314-316. (1988)
25. [Goncsarovval és Kolosovval](#). A Kondratyjev – ciklusok és a technikai fejlődés kapcsolata. Marketing – Piackutatás. pp. 149-156. (1989)
26. [Heller Farkas](#). Budapest, Magyarország : Akadémiai Kiadó. 218 p. (1990)
27. Oroszi Sándorral. Heller Farkas. MAGYAR TUDOMÁNY 35: 12 pp. 1493-1499. (1990)
28. Szentmiklósi Miklóssal. [A hosszú hullámok alakulása a mezőgazdaságban](#). Statisztikai Szemle. pp. 798-812. (1991)
29. Hosszú ciklusok a gazdaságban. Marketing – Piackutatás. pp. 203-208. (1991)
30. A Kondratyjev – ciklusok alakulása a széntermelés hosszú sorai alapján. Ökonómia. pp. 20-29. (1991)
31. [Heller Farkas tudományos pályafutása és irodalmi munkássága](#). In: Mihalik, István Közgazdaságtani (f)irkák. 68. szám. Pilisborosjenő, Magyarország: Pedagógus-Továbbképzési Módszertani és Információs Központ. pp. 121-180. (1991)
32. [Egy úttörő közgazdász: Theiss Ede](#). („Sine praeteritis futura nulla”) Magyar Tudomány. pp. 240-244. (1992)
33. [A Kondratyjev-ciklus](#). Magyar Tudomány. pp. 328-331. (1993)
34. Vállalati prognosztika: Piaci és termelési prognózisok készítése. Pécs, Magyarország: Janus Pannonius Egyetemi Kiadó. 225 p. (1994)
35. Piaci előrejelzések készítése. I. rész. Számvitel és könyvvizsgálat. pp. 326-331. (1995)
36. Piaci előrejelzések készítése. II. rész. Számvitel és könyvvizsgálat. pp. 373-375. (1995)
37. Kiss Tiborral. Pénzügyi idősorok előrejelzése időszorkutatási módszerekkel. In: Vörös, József (szerk.) Studia Oeconomica: Jubileumi tanulmánykötet. Pécs, Magyarország: JPTE Közgazdaságtudományi Kar 509 p. pp. 340-361. (1995)
38. Kiss, Tiborral és Szentmiklósi, Miklóssal. [Az üzleti ciklus modellezése és prognosztizálása EXPS-programmal](#). Statisztikai Szemle. pp. 681-695. (1995)
39. Kiss Tiborral. Extrapolation Economic Indicators with REGAL, Expert System for Multiple Regression Analysis. In: Euro, Working Group On Financial Modelling (szerk.) The Newsletter of the EURO Working Group on Financial Modelling Newsflow. Bergamo, Olaszország: University of Bergamo. pp. 7-8. (1995)
40. Kondratyjev – hosszúciklus elméletének elterjedése és hatása Magyarországon a 30-40-es években. In: Halász, Géza; Mihalik, István (szerk.) Ünnepi dolgozatok Mátyás Antal tanszékvezetői kinevezésének 40. évfordulójára. Budapest, Magyarország : Aula Kiadó. 194 p. pp. 153-163. (1995)
41. Kiss Tiborral. Az ExpS program alkalmazása. Számvitel Adó Könyvvizsgálat. pp. 234-239. (1996)

42. Kiss Tiborral. Pénzügyi idősorok előrejelzése idősorkutatási módszerekkel. In: Temesi József; Csáki Csabáné; Csekő Imre; Magyar Beck István; Ságghi Gábor; Valcsicsák Imre (szerk.) Új utak a közgazdasági, üzleti és társadalomtudományi képzésben : Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Jubileumi konferencia. Budapest, Magyarország : Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem. 500 p. pp. 196-203. (1996)
43. Kiss Tiborral. Fogyasztói árindexek előrejelzése exponenciális simítással. In: Vörös, József (szerk.) Tanulmányok Nyitrai Ferencné Professor Asszony tiszteletére: Dolgozatok a közgazdaságtudományok köréből. Pécs, Magyarország: JPTE Közgazdaságtudományi Kar. 81 p. pp. 13-24. (1996)
44. Kiss Tiborral. REGAL: [Expert system for multiple linear regression analysis](#). Statisztikai Szemle. pp. 35-49. (1998)
45. Vállalati prognosztika: Elmélet – módszertan – szoftverek. Pécs, Magyarország: Janus Pannonius Egyetemi Kiadó (1999)
46. Kiss Tiborral. [ExpS for Windows, a software application](#). . Statisztikai Szemle. pp. 146-164. (2000)
47. A megatrendek azonosításának szükségessége a vállalati prognóziskészítésben. Számvitel Adó Könyvvizsgálat. pp. 108-113. (2001)
48. [Az időhorizont szerepe a prognóziskészítésben](#). Vezetéstudomány. pp. 16-24. (2001)
49. The Long-term Cycles of Economic Life in Hungary and in the World Economy. In: Varga, Attila; Szerb, László (szerk.) Innovation entrepreneurship and regional development : international experiences and Hungarian challenges. Pécs, Magyarország : Pécsi Tudományegyetem. pp. 51-78. (2002)
50. [Analysis of long-term tendencies in the world economy and Hungary](#). Statisztikai Szemle. pp. 86-102. (2002)
51. Heller Farkas (1877-1955) szerepe a hazai konjunktúrakutatás létrejöttében. In: Bekker, Zsuzsa (szerk.) Tantörténet és közgazdaságtudomány: Ünnepi dolgozatok Mátyás Antal professzor születése 80. és tanári pályájának 50. évfordulója alkalmából. Budapest, Magyarország: Aula Kiadó, pp. 193-229. (2003)
52. [A rendszerváltás utáni rövid konjunktúraciklusok vizsgálata](#). Statisztikai Szemle. pp. 340-364. (2005)
53. A hosszútávú demográfiai folyamatok hatása a felsőoktatási piacra. In: A felsőoktatási és civil szervezetek támogatásgyűjtési lehetőségei az amerikai filantróp közösségben konferencia. Pécs, Magyarország: Pécsi Tudományegyetem, (2005)
54. Hosszú ciklusok a felsőoktatásban (2005) előadás – A 638 éves Pécsi Tudományegyetem bemutatása. Magyar Professzorok Világszövetsége konferenciája Marosvásárhely, Románia, 2005.09.17.
55. A fenntartható fejlődés problémái, figyelembe véve a világmodelleket. In: Glück, Róbert; Lux, Gábor (szerk.) Környezetvédelem, regionális versenyképesség, fenntartható fejlődés: Évkönyv 2004-2005. Pécs, Magyarország: Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar (PTE KTK), pp. 9-16. (2005)
56. A szarvasmarha nyersbőrarak konjunktúra-ciklusainak elemzése és előrejelzése. Bőr és Cipőtechnika. pp. 379-385. (2005)
57. [Hosszú ciklusok és évszázados trendek alakulása a magyar mezőgazdaságban](#). Statisztikai Szemle. pp. 150-175. (2006)

58. A hosszú időszak jelentősége a gazdasági életben. In: Irk, Ferenc Globalizáció és kriminálpolitika: Emlékkönyv Pusztai László tiszteletére halála tizedik évfordulóján. Budapest, Magyarország: Országos Kriminológiai Intézet, pp. 11-35. (2006)
59. Kehl Dániellel. A gazdasági növekedés ciklikus változása az USA-ban. Fejlesztés és Finanszírozás. pp. 3-12. (2007)
60. Kehl Dániellel. Secular Trends and Long Cycles in the US Economy. Development and Finance. pp. 3-12. (2007)
61. A hosszú ciklusok társadalmi hatásai. Kriminológiai Közlemények. pp. 77-114. (2007)
62. Vállalati prognosztika: elmélet – módszertan – szoftverek. Pécs, Magyarország: Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar (PTE KTK) (2007), 387 p. ISBN: 9789636421588
63. Kehl Dániellel. [Évszázados trendek és hosszú ciklusok az Amerikai Egyesült Államokban, Kínában és a világ gazdaságában.](#) Hitelintézeti Szemle. pp. 248-282. (2007)
64. Kehl Dániellel. A bőr és a különböző bőrtermékek termelői árainak hosszú távú tendenciái az Amerikai Egyesült Államokban. I. rész. Bőr és Cipőtechnika. pp. 3-9. (2007)
65. Kehl Dániellel. A bőr és a különböző bőrtermékek termelői árainak hosszú távú tendenciái az Amerikai Egyesült Államokban. II. rész. Bőr és Cipőtechnika, pp. 47-57. (2007)
66. Kehl Dániellel. Ciklusok a természetben és a társadalomban (2008) I. Számviteli Konferencia, Tudomány-Szakma-Oktatás. Pécs, Magyarország, 2008.10.21-2008.10.22.
67. Konjunktúra-ciklusok az Amerikai Egyesült Államokban. In: Bugár, Gyöngyi; Farkas, Ferenc (szerk.) Elkötelezettség és sokoldalúság: Tanulmánykötet Barakonyi Károly tiszteletére. Pécs, Magyarország: PTE KTK (2009) 402 p. pp. 393-402.
68. Kehl Dániellel. Az egy főre jutó GDP változásának lehetséges hatásai. Fejlesztés és Finanszírozás. pp. 43-52. (2009)
69. Kehl Dániellel. Potential Impacts of Changes in per Capita GDP. Development and Finance. pp. 43-52. (2009)
70. Kehl Dániellel. [A telítődési, a logisztikus és életgörbe alakú trendfüggvények becslése Excel parancsfájl segítségével.](#) Statisztikai Szemle. pp. 381-411. (2009)
71. Kehl Dániellel. [Regressziós modellek becslése és tesztelése Excel-parancsfájl segítségével. \(szoftverismertetés\)](#) Statisztikai Szemle. pp. 833-855. (2010)
72. Hosszú ciklusok kimutatása a búza- és árpatermelés-mennyiségi idősorokban Magyarországon. In: Mezei, C; Bakucz, M (szerk.) Agrárátalakulás, környezeti változások és regionális fejlődés: Tanulmányok Buday-Sántha Attila 70. születésnapjára. Pécs, Magyarország: Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar (PTE KTK) (2011) 508 p. pp. 247-258.
73. A konjunktúra ciklusok prognosztizálása. In: Tóth, Attiláné (szerk.) Tudomány, gazdaság, jövő : Gidai Erzsébet emlékére. Budapest, Magyarország: Arisztotelész Stúdium Bt., (2011) pp. 182-195.
74. Kehl Dániellel. [Excel parancsfájlok felhasználása a statisztikai elemzésekben:](#) oktatási segédlet. (2011)
75. [Konjunktúra-ciklusok a gazdaságban.](#) In: Nováky, Erzsébet; S., Gubik Andrea (szerk.) A múltból átívelő jövő : VIII. Magyar (Jubileumi) Jövőkutató Konferencia : 50 éves a magyar jövő kutatás, 2018 : Budapest, 2018. november 14-15. : Konferenciakötet. Győr, Magyarország: Palatia Kiadó (2018) pp. 133-143.

Szerkesztéseim a Wikipédiában

Sipos Béla Wikipédia szerkesztő oldala

[SiposBéla1945](#)

Magyar és angol nyelvű Wikipédia szócikkeim:

[Nyikolaj Dmitrijevics Kondratyjev](#). Magyar Wikipédia

Akik publikációit felhasználtam, és akik szakmailag segítettek munkámat:

[Adorján Bence](#)

[Berend Iván](#)

[Bodnár Pál](#)

[Gyulay Ferenc](#)

[Heller Farkas](#) Magyar és angol Wikipédia

[Huszár Géza](#)

[Kádas Kálmán](#) Magyar és angol Wikipédia

[Komjáti Zoltán](#)

[Korán Imre](#) Magyar Wikipédia

[Kovács Géza](#) Magyar Wikipédia

[Köves Pál](#) Magyar Wikipédia

[Krekó Béla](#) Magyar és angol Wikipédia

[Marosi Miklós](#) Magyar Wikipédia

[Mundruczó György](#) Magyar Wikipédia

[Nováky Erzsébet](#) Magyar és angol Wikipédia

[Párniczky Gábor](#) Magyar Wikipédia

[Pongrácz László](#) Magyar Wikipédia

[Schmidt Ádám](#)

[Szép Jenő](#) Magyar és angol Wikipédia

[Stark Antal](#) Magyar Wikipédia

[Theiss Ede](#) Magyar Wikipédia

Általam javított, bővített szócikkek:

[Microsoft Excel](#) Magyar Wikipédia

[Idősor](#)

[Kondratyjev-ciklus](#). Magyar Wikipédia

[Nagy gazdasági világválság](#) Magyar Wikipédia

[1973-as olajválság](#) Magyar Wikipédia

A kutatás előzményei

1980 és 1989 között a Pécsi Bőrgyár árprognosztikai szakértője voltam. 1970 szeptemberétől a Pécsi Bőrgyár mindegyik közzgazdász vezetőjét tanítottam a vállalati szervezés és tervezés, majd 1977-től a prognosztika tantárgyakból. Így Szekeres Istvánné (Gizella) igazgatónőt, Vinkó Máté gazdasági igazgatót, Aczél József főosztályvezetőt, ifj. Komjáti Zoltán marketing osztályvezetőt. stb. 1980-ban bevezették a versenyár rendszert és javasolták az import- és export árak prognosztizálását (Az Országos Tervhivatal elnökének 1/1980 Tg. É. 2. OT számú utasítása és módszertani irányelvei a gazdálkodó szervezetek középtávú tervének elkészítéséhez. Tervgazdasági Értesítő, 1980. 2. sz. 26-45.) Aczél József javasolta a Bőrgyár vezetőinek, hogy foglalkoztassanak árprognosztikai szakértőnek, mellékállásban. Itt a szakmai eredmények, a konjunktúrakutatás és prognosztizálás módszertannak kimunkálása és gyakorlati alkalmazása mellett a Pécsi Bőrgyár jelentős megtakarításokat ért el, ennek

összege 1984-ben [húszmillió forint](#) volt. A nyersbőrák elég szabályos, ötéves konjunktúraciklusainak ismerete alapján a Pécsi Bőrgyár akkor vásárolt nyersbőrt a számítások alapján a nemzetközi piacon, amikor a bőrák a ciklus mélypontján voltak, és prognosztizálni lehetett, hogy az árak emelkedni fognak. Ezt a vásárlást taktikai elővásárlásnak nevezték. A nyersbőrák prognosztizálása során kiderült, ami nagyon fontos felismerésem volt, hogy az árak 1929–1933-ban és 1979-ben igen magas szintre emelkedtek, és ez rávilágított arra, hogy ez az ún. 50-60 éves [Kondratyjev ciklusok](#) hatásának tulajdonítható. 1948 után a szocialista országokban a konjunktúraciklusokkal nem foglalkoztak a témakör kutatói, a dogma az volt, hogy a [szocializmus alaptörvénye](#) szerint a használati érték tömege a szocializmusban szakadatlanul növekszik, tehát nincsenek konjunktúraciklusok. A Heller Farkas iskola eredményeinek feldolgozása és továbbfejlesztése ennek volt a következménye. Világviszonylatban elsőként bizonyítottam, hogy a Kondratyjev-ciklusok vagyis a hosszú, 50-60 éves ciklusok a szocialista országok idősaiban is igazolhatóak. MTA Doktori értekezésem vitájára csak 1987. július 16. (amikor a Szovjetunióban [Nyikolaj Dmitrijevics Kondratyjev](#) és 14 társát rehabilitálták, akiket 1936 és 1938 között koholt vádak alapján végeztek ki.) után [1988. október 25-én](#) kerülhetett sor. 1987 előtt a kijelölt három opponens közül támogató véleményét csak [Kovács Géza](#) egyetemi tanár merte elkészíteni. A kutatásomnak két iránya volt a rövid- és a hosszú konjunktúra ciklusok empirikus vizsgálata és prognosztizálása. Először a magyarországi hosszú ciklusok elemzését végeztem el. A szükséges adatbázist a következő könyvben találtam meg. Világgazdasági idősorok: 1860-1960. [közreadta] Központi Statisztikai Hivatal; [szerkesztette. Kenessey Zoltán] Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 1965. Ebben a könyvben Magyarországra, a világgazdaságra, a szocialista és tőkés országokra vonatkozó naturális (pl. szén, acél, bauxit stb.) és népességi idősorok voltak feldolgozva. A naturális idősorokat osztani kellett a népességi adatokkal. A vizsgálatokat 1981-ben kezdtem meg, így először az 1961-1980 közötti adatsorokat egészítettem ki a magyar és a nemzetközi statisztikai évkönyvek felhasználásával. Fontos forrás volt a Statistical Yearbook, (1964, 1971, 1976, 1970/80, 1982, 1983, stb. UN Publication. New York.) A legegyszerűbb a magyarországi adatsorok összeállítása volt, ezek általában 1876-1982 közötti időszakra voltak meg. A Mecseki Szénbányák Vállalatától megkaptam a szászvári bánya széntermelésének idősorát 1817-1983 között, továbbá a mecseki szénmedence termelését értékesíthető szénben 1900 és 1983 között. A Kondratyjev féle hullámok vizsgálata azt mutatta, hogy 1973-ban megindult a leszálló ág, aminek következménye 1989 után a szénbányák bezárása volt. A felszámolás [1991-ben kezdődött és 2005](#) végére zárult le. Kutatásaimat nagymértékben segítette, hogy 1980-ban megjelent: Kondratyjev, N. D. [A gazdasági fejlődés hosszú hullámai](#). Történelmi Szemle. 22. évf. 2. sz. pp. 241–269. c. eredeti 1925-ben oroszul publikált tanulmánya, javításokkal. (Кондратьев Н. Д. 1925: Большие циклы конъюнктуры. Вопросы конъюнктуры. – М., 1925. – Т. 1, вып. 1. – С. pp. 28–79) A történészek között a legaktívabb Kövér György volt, aki 1980-tól rendszeresen publikált Kondratyjev-ről és a hosszú hullámokról tanulmányokat. Ld.: [Köver György: A Kondratyjev ciklus. Szakasz vagy hullám ?](#) Egyetemi Szemle. 1980. 3. szám. Kövér, György. A Kondratyjev-ciklus története. AGRÁRTÖRTÉNETI SZEMLE 27: 3-4 pp. 435-457. (1985) Elhatároztam, hogy beadok egy ösztöndíjkérelmet 1982-ben Moszkvába, a [Moszkvai Lomonoszov Egyetemre](#) és megnézem, hogy Kondratyjev-ről milyen szakirodalmi források vannak a könyvtárakban. Nyugatra hivatalosan nem utazhattam, csak a szocialista országokban. Kievben 1970 nyarán voltam egy egyhónapos orosz nyelvstanfolyamon, ekkor már tudtam oroszul beszélni, 12 évi orosz tanulás után. 1971-ben Móczár József ([Móczár József](#) Wikipédia cikkét 2021-ben megcsináltam) barátommal egy agrárszakos hallgatói csoportot vittünk egy hónapra Leningrádba és Moszkvába, 1972 szeptemberében a Moszkvai Lomonoszov egyetemen voltam ösztöndíjjal Moszkvában. A beadott ösztöndíj kérelmemet az OM elfogadta. 1983. szeptemberében egy hónapos

ösztöndíjat nyertem el, Moszkvába, a Moszkvai Lomonoszov Egyetemre. Repülőgéppel érkeztem Moszkvába, feleségemnek írt levelemet megőriztem. Levelemben beszámoltam arról, hogy mikor megérkeztem senki nem várt. Mint kiderült a távirat nem érkezett meg, így nem tudtak érkezésemről. Az információs pulthoz mentem, ahol érdeklődtek, hogy mit kutatok, válaszom, közgazdász vagyok, bőr import árák alakulásával foglalkozom, vagy 10 telefon után azt mondták, hívjam fel a Magyar Nagykövetséget. Egy hölgy azt mondta menjek a nagykövetségre, ez taxival 9 rubel volt. A kulturális attasé Zimonyi nevű segítőkészen kezelésbe vett. Kiderült, hogy Zentai Edithez tartozom, kocsit szerzett és átmentünk hozzá. Zimonyi Edit azzal foglalkozott, hogy letolja azt, aki nem küldte el a táviratot neki. Elmondtam, hogy Danyi Pál és Borgulya István kollégáim is így jártak, mint Én, erre azt válaszolta, hogy nemrég van itt, amikor [Brezsnyevet](#) temették (1982. november 15.) Zimonyi Edit azt akarta, hogy fogjak taxit és menjek át az Egyetemre. Közöltem Vele, elmúlt 16 óra Én addig nem megyek el, amíg nem beszél az egyetemmel. Később kiderült, hogy csak engedéllyel lehetett a [Lomonoszov Egyetemre](#) belépni, így be se engedtek volna. Zimonyi Edit vagy 20 helyre telefonált, végül a Rektorral beszélt és közölték várnak a Külügyi Osztályon. Telefonált végül a nagykövetségre és a sofőr átvitt az Egyetemre. Nem engedtek volna be, de a sofőr megmutatta az igazolványát és beengedtek minket. Az Egyetem egy kisebb város, a sofőr nehezen, de megtalálta a kaput és a liftet és odaérkeztem a 812 szobába. Itt egy jóindulatú ember Tglebovics nevű fogadott, sok telefon után elintézte, hogy itt aludjak a Lomonoszovon a tanári vendégszobában és másnap mehetek az Univerzitatszaka szállóba, ahol 1972-ben is megszálltam, amikor 1 hónapos ösztöndíjjal voltam Moszkvában. Kiderült Tbiliszibe nem tudok elmenni, csak Moszkva volt megjelölve.



A Moszkvai Állami Egyetem főépülete a Veréb-hegyen. 1935-1989 között Lenin-hegy.

Ez a moszkvai tanulmányút igen fontos volt számomra. Találkoztam [Aron Jakovlevics Bojarszkij](#) (1906-1985) 77 éves statisztikus és demográfus professzorral. 1934 óta egyetemi tanár, 1940-ben lett a Tudományok Doktora. A sztálini rendszer kiszolgálója volt.



Арон Яковлевич Боярский. 1949 год

[Aron Jakovlevics Bojarszkij](#) 1949-ben

Bojarszkijnek elmondtam, hogy szeretném a kb. 50 éves Kondratyjev ciklusokat megvizsgálni az orosz adatsorok alapján. Vörös lett az arca, azt hittem, hogy gutaütést kap. Azt mondta Kondratyjev

ellenforradalmár volt, kivégezték, neki Sz. Sztrumilin (1877-1974) volt a barátja, aki 1929-ben feljelentette Kondratyjevét. Azt válaszoltam, hogy a Moszkvai Lomonoszov Egyetemen korszerű számítógépek vannak, rövid időn belül kiderül, hogy vannak-e hosszú hullámok vagy nincsenek a Szovjetunióban. Azt válaszolta, hogy volt két világháború, ezek okozták a visszaeséseket. Felcserélte az okot és okozatot, Kondratyjev elmélete és vizsgálatai szerint, amikor a gazdaság a mélypontból elindul felfelé, akkor vannak gyakrabban forradalmak és háborúk. A háború tehát nem ok, hanem okozat. A másik észrevételem az volt, hogyha valaki ellenforradalmár az helytelen politikai nézet, de attól az elmélete igaz is lehet, ez statisztikai módszertani kérdés. Kondratyjevét csak 1987 nyarán rehabilitálták a Szovjetunióban. Bojárszkij telefonált egy közgazdásznak, aki előadást tartott nekem, hogy a Szovjetunióban, az intézetük hogyan jelzi előre a következő hónapra a nemzeti jövedelmet. Amikor Bojárszkij felhívta a tervezési szakembert azt mondta előttem, itt van egy bolond (дурак) közgazdász, egyetemi docens Magyarországról, magyarázza el neki, mi a tervezés a Szovjetunióban. Bojárszkijjal többet nem találkoztam. 1985-ben amikor megjelent két angol nyelvű tanulmányom a Kondratyjev ciklusokról, az egyik a Springer Verlag kiadásában, elküldtem postán Moszkvába a két tanulmányom másolatát Bojárszkijnak, de az a válasz volt, hogy elhunyt. A külügyesnek mindig be kellett számolnom arról, mit csináltam, mit tervezek csinálni és mindenhez engedélyt kellett kérnem. 3 hétig vártam arra, hogy az [Oroszországi Állami Könyvtárba](#) vagyis a [Lenin Könyvtárba](#) belépjek. Már csak egy hetem maradt hátra moszkvai ösztöndíjamból. Kondratyjevnek csak az 1925-ben megjelent legfontosabb publikációját találtam meg: Большие циклы конъюнктуры. Kondratyjev könyvtári céduláján az volt oda írva, hogy meghalt 1942-ben. A tanulmányt nem tudtam lefénymásoltatni.



[Lenin könyvtár épülete.](#)

Később 1989 után derült ki, hogy 1938. szeptember 17-én végezték ki és 1932-től a Szuzdáli átnevelőtáborban raboskodott. 1930-ban 8 évi börtönre ítélték és a 8 év elteltével 14 társával együtt kivégezték. Engedély nélkül voltam [Szuzdalban](#), akkor skanzen (szabadtéri néprajzi múzeum Skansen svéd helynévből; magyar neve: falumúzeum) volt, nem tudtam, hogy Kondratyjev élete utolsó 6 évét itt töltötte rabságban. 1967-ben indult Szuzdal fejlesztésének programja, amely során a település múzeumvárossá vált. Elköltöztették a büntetésvégrehajtási intézményeket, a külvárosban turista komplexumot építettek és megindult az épületek restaurációja. A külügyes tudta, hogy voltam Szuzdalban és letölt, ehhez engedélyt kellett volna kérnem. Az elektricskán amivel Szuzdálba mentem odamenet mellettem ült egy orosz férfi és estefelé is mellém ült. Szidta az orosz rendszert, rögtön tudtam, hogy egy provokátor kgb-és. Azt mondtam neki, milyen elegáns ruhája van, mindent lehet kapni Moszkvában, még déli gyümölcsöket is. hol van itt a probléma. Megkérdeztem, hogy mit csinált Szuzdalban, azt mondta festett, de a kezén ez nem látszott, értelmiségi embernek tűnt. Amikor Moszkva belvárosában narancsot vettem, egy mellettem álló orosz ember azt mondta Nekem, ezért Afrikában sokan meghaltak. Merész kijelentés volt.

Mikor hazajöttem eldöntöttem, hogy megcsinálom a Szovjetunió hosszú ciklusait. [Nyitrai Ferencné](#) 1973-1979 között a Tagozatunkon Pécsett tanított. 1980-ban a KSH elnökének nevezték ki. Aki dolgozott annak segített. Én 1979-ig segítségével az Ipari és Statisztikai Értesítőben publikáltam, több alkalommal a felesgemmel és a tanítványaimmal, majd 1980-tól a Statisztikai Szemlében. A KJK-nál megjelent 3 könyvemnek a lektora volt, 1988-ban pedig az MTA doktori értekezésem vitáján a bíráló bizottság elnöke. Politikai védelmet jelentett számomra segítése. Amikor 1983 októberében megkerestem és elmondtam, hogy a [Szovjetunió](#) hosszú ciklusait szeretném kutatni, azt mondta ezt így nem lehet, szélesítsem ki a kutatásaimat a szocialista és a kapitalista országokra. 1985-ben elnyertem egy OTKA pályázatot (címe: „[Konjunktúraelemzés és prognosztizálás](#)”. A támogatás összege 300 ezer Ft.) a Kondratyjev ciklusok témaköréből és hallgatók (pl. Endrei György, Falus Béla, Forró Ilona, Fuchs Mária, Hegedűs Ilona, Vida Istvánné és mások) bevonásával megcsináltattam az adatgyűjtést és a számítógépes futtatást. A szükséges számítógépes programot a BMDP és a TSP programcsomagok felhasználásával Kiss Tibor kollégám fejlesztett ki és ő végezte a gépi futtatást is, a Pollack Mihály Műszaki Főiskola számítógépes központjában. Összesen 45 időszorra végeztük el a számításokat. A számítógépes lepedőket két hatalmas szekrényben tároltam. A következő OTKA pályázatot 1988-ban nyertem el.

([A gazdasági élet hosszú hullámainak \(Kondratyjev-ciklus\) alakulása és hatása a magyar gazdaság fejlődésére](#). (A vizsgálat 30 országra — kapitalista, szocialista és fejlődő — terjed ki. A támogatás összege 200 ezer Ft) 1986 nyarán adtam le tanulmányomat a Statisztikai Szemlének, ami december hónapban jelent meg. [A Kondratyjev-ciklus empirikus vizsgálata és prognosztizálása](#). Gyulay Ferenc ([Gyulay Ferenc](#) magyar Wikipédia cikkét 2022-ben megcsináltam) a Statisztikai Szemle főszerkesztője azt mondta, hogy [Nyitrai Ferencnével](#) attól tartanak, hogy az orosz nagykövetség tiltakozni fog. Ez nem történt meg. Kövér Györgytől megkaptam Kondratyjev 1925-ben megjelent orosz nyelvű tanulmányát másolatban. Ennek már nem volt jelentősége, mert magyarul, mint említettem 1980-ban megjelent a tanulmány. Kondratyjev ciklusokról 1989 előtt a következő nemzetközi konferenciákon tartottam előadást: 1985-ben Konferencia Weimarban pécsi előadóval. [Sipos Béla előadása](#) a Kondratyjev-ciklusok empirikus igazolása Magyarországon és Szovjetunióban.

Előadásom 1987-ben a [Springer – Verlag kiadásában](#) egy tanulmánykötetben megjelent. 1986-ban Jerevánban tartottam előadást, amiről a Dunántúli Napló is tudósítást adott: „Tudományos szimpózium. Október végén harmadszor rendezték meg, ezúttal Jerevánban, a KGST műszaki-tudományos szimpóziumot. A plenáris ülésen kívül négy szekcióban, valamint a fiatal kutatók találkozáján folyt a vita. A harmadik szekció vitaindító előadását [dr. Sipos Béla](#), a JPTE egyetemi docense tartotta; előadásának témája a Kondratyjev-féle hosszú ciklusok érvényesülése a KGST-országokban és a világgazdaságban.” Jerevánba [Kovács Géza](#) egyetemi tanár segítségével jutottam el. Egy Leontyjev nevű egyetemi tanár, aki Moszkvában a KGST egyik főosztályvezetője is volt, Kondratyjev rehabilitálásában részt vett és meghívott a KGST palotába. Erre a látogatásra 1988-ban kerítettem sort, amikor Novoszibirszkben tartottam előadást és hazafelé jövet Moszkvában töltöttem néhány napot. A Dunántúli Naplóban a következő tudósítás jelent meg: „Pécsi előadó Novoszibirszkben. A technikai-tudományos haladás szabályszerűségeiről és a gazdasági fejlődés hosszú ciklusairól nemzetközi konferenciát rendeztek az elmúlt napokban a szovjetunióbeli Novoszibirszkben, ahol részt vett és előadást tartott [dr. Sipos Béla](#), a JPTE Közgazdaságtudományi Karának docense. Témája: A Kondratyjev ciklusok alakulása a szocialista országokban és kapcsolatuk az innovációs ciklusokkal.” Kondratyjev rehabilitálása és a Jerevánban majd Novoszibirszkben tartott előadásaim után [Berend Iván](#) és Pillis Pál opponensek megírták MTA doktori értekezésem támogató opponensi véleményüket és 1988. október 25-én megvédhettem értekezésem az MTA-an. A Dunántúli Napló közlése szerint:

„Nagydoktori értekezés a Magyar Tudományos Akadémián. Tegnap ítélték oda [Sipos Bélának](#), a pécsi Janus Pannonius Tudományegyetem docensének a nagydoktori címet. Csaknem négyórás szenvedélyes, magas szintű tudományos vitában védte meg a jelölt „A gazdasági hullámlás prognosztizálása” című doktori értekezését. Az MTA bíráló bizottságának elnöke [dr. Nyitrai Ferencné](#), a KSH elnöke, titkára pedig [dr. Gidai Erzsébet](#), az MTA Jövőkutató Bizottságának az elnöke volt.”
[Herman, Sándor. Sipos Béla doktori értekezésének vitája](#). Statisztikai Szemle 1989. április. 424-428.

A prognóziskészítés célja és folyamata

Babits Mihály: [Esti kérdés](#) c. verse végén ezt írta „vagy vedd példának a piciny fűszálat: miért nő a fű, hogyha majd leszárad? miért szárad le, hogyha újra nő?”.

A konjunktúra kutatás és prognosztizálás területén is hasonló kérdéseket lehet feltenni. Pl.:

1. Miért nő a gazdaság, aztán miért torpan meg a növekedés és kezdődik el a leszálló ág, és miért folytatódik így tovább ? A konjunktúra ciklusok, mint időbeli folyamatok ellentétbe kerülhetnek a térbeli szerkezettel, pl. épületek, gépek, munkaerő stb. állományával. Ha elkezdődik pl. a leszálló ág, gondot okoznak a felesleges épületek, gépek és a munkaerő, továbbá probléma lehet a felvett hitelek törlesztése is. A felszálló ágban fordítva, egy idő után újabb épületekre, gépekre, munkaerőre, pénzügyi forrásokra van szükség. A kérdés az, hogy miért nem sikerült eddig kiküszöbölni a konjunktúra ciklusokat, ami jó lenne.
2. Miért duplázódik a ciklusok periódusa, mivel az éven belüli szezonális hullámzásokon kívül, vannak különböző periódusú, 3-5, 8-10, 15-20, 45-60 éves konjunktúra ciklusok is, sőt az évszázados trendek is ciklusos mozgást mutatnak. Mi a különböző periódusú ciklusok létrejöttének oka ?
3. Mi az oka annak, hogy pl. a Kondratyjev féle 45-60 éves ciklusok nem maradnak a gazdaság keretei között, hanem kimutathatóak a politikában, a divatban, a bűnözésben, az egyetemek integrációjában illetve dezintegrációjában stb. ?
4. Milyen tényezők okozzák a különböző ciklusos mozgásokat a gazdaságban, mi a szerepe ebben a technológiai innovációknak.
5. Mi az oka annak, hogy a válság az egész világra kihat, minden korábbi elképzeléssel szemben a ma már csökkenő szocialista világra (pl. Kína) is, továbbá kimutatható az 1800 előtti idősorokban is.

Könyvem egy része a téma iránt érdeklődő nagyközönségnek szól, akik nem rendelkeznek a megfelelő matematikai-statisztikai ismeretekkel. A könyvem másik része módszertani kézikönyv illetve tankönyv. Ez a munkám a Kehl Dániel - Sipos Béla. [Excel parancsfájlok felhasználása a statisztikai elemzésekben](#) közös munkánk felhasználási lehetőségeit mutatja be a prognosztika és a konjunktúrakutatás területén. Munkánk ismertté vált a magyar szakirodalomban, ugyanis a mai napig (2023.04.27) 1641-en töltötték le. Ebben a munkámban (A konjunktúra-ciklusok elemzése és prognosztizálása) olyan adatsorokat használtam fel, amelyeknél az adatközlés időben folyamatos. A felhasználást Excel fájloknak nem csak a forrását, hanem a felhasznált Excel fájlokat is zipelve (A konjunktúra-ciklusok elemzése és prognosztizálása-Felhasználtadatsorok.zip) közreadom. Két bonyolultabb idősorkutatási eljárás - 25 idősorkutatási modell becslése és az ARIMA becslése – esetén

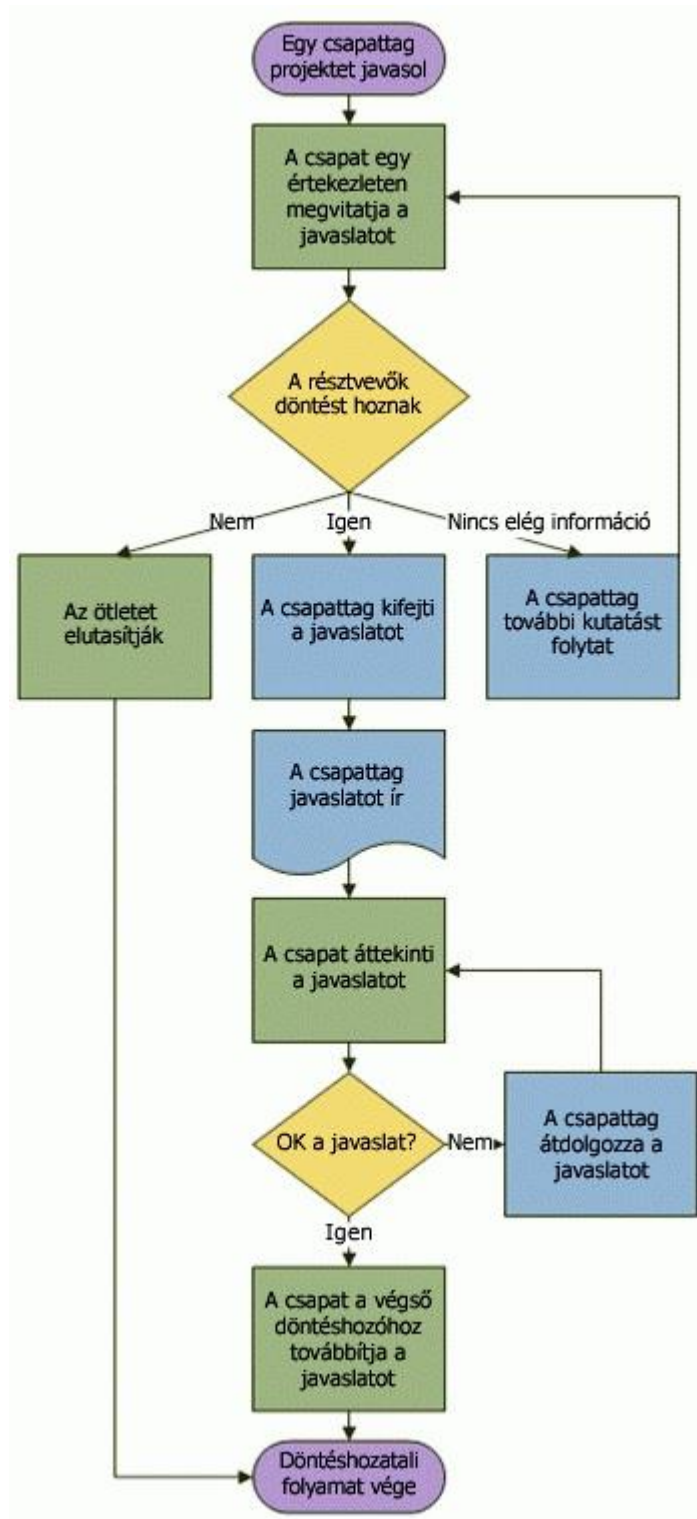
a számított Excel fájlokat is közreadtam, mert az eredmények terjedelmes volta miatt csak részben lehetett a szövegben ezeket közölni.

René Descartes: Értekezés a módszerről. c. könyvében hangsúlyozta, hogy az egyszerű problémáktól és összefüggésektől kell haladnunk az egyre összetettebbek felé (a szisztematikus dedukció szabálya). Ezt a szabályt igyekeztem követni könyvemben.

Az idő és a tér az anyag sajátos létformája, az idő a tér három dimenziójához, mint negyedik dimenzió kapcsolódik, s bár a mindkettő folytonosságot (kontinuumot) alkot, a folytonosság sajátosságai azonban eltérnek az idő esetében. A tér az egymásmelletti folytonosságot jelöli, ahol elvileg minden egyes résznek azonos a természete. Az idő - kontinuum egyes részeinek már nem egyforma a jelentése, mert az idő egymásutániségben áll előttünk, magában foglalja a múltat, a jelen és a jövőt. Az időt a jelenben, a reális létezésben érzékeljük és értelmezzük, amikor múlt már nincs, ugyanakkor jövő még nincs. Mondhatjuk, hogy a jelen a jövő múltja a múlt jövője. Az idő tehát előrehaladó, vagyis megfordíthatatlan (irreverzibilis) folyamat, és mindig a múltból kiindulva a jelenen át halad a jövő felé. Ami megtörtént, még egyszer nem történhet meg, csak valami hasonló. A tér és az idő a vállalkozások életében ellentmondásokhoz vezethet, mint ahogy az előzőekben erre felhívtuk a figyelmet. Az épületek, a gépek, a nyersanyagok, a munkaerő stb. térben léteznek, nagyságuk adott, viszont a gazdasági - társadalmi-műszaki folyamatok időbeli hullámozása (a szezonális hullámozástól a különböző periódusú ciklusokig illetve évszázados trend változásokig) konfliktusba kerülhet és sokszor kerül a térbeli szerkezettel. A közgazdászok általában rövidebb időszakokkal (2-5 év) foglalkoznak. Ennek veszélyeire hívta fel a figyelmet Hartmann német filozófus. Hartmann N.¹ többek között ezt írta: „Mi hát az idő? Ha lényegét tekintjük a legkézenfekvőbb mozzanat alighanem az, hogy a világ soha nincs együtt, hogy széthúzódik a folyamat stádiumaiba. Ami pedig érvényes a világra, éppúgy érvényes mindenre, ami a világban van, a dolgokra, az élőlényekre, az emberre; minden alárendelődik annak a törvénynek, hogy ami volt, nincs többé és ami most van, holnapra már nem lesz” [] „A világot szakítjuk szét, ha az idő lényegét az egyidejűleg lezajló folyamatok sokaságára hasítjuk. Az idő éppen az, ami minden reálist összeköt, minden reálisban közös. Az idő egységétől függ a világ egysége. És nem kevésbé tőle függ minden mulékony szituáció, minden élethelyzet és tényállás egysége a pillanatban. Mert látható és a láthatatlan, a térbeli és a tér nélküli, a dologi és az emberi - bensőséges mindig összekapcsolódik benne, és sajátos függőségeken keresztül illeszkedik egy-másba.” A folyamat tehát a történés lefolyása, menete, ahogy az egymás utáni események az időben végbemennek.

A vállalati gyakorlatban alkalmazzák a folyamat ábrákat. A folyamatábra egy folyamat lépéseit ábrázoló diagram. Az egyszerű folyamatábrákat könnyű elkészíteni, és mivel az alakzatok egyszerűek és látványosak, könnyen értelmezhetők is. Pl.: az ajánlat alakulásának folyamata, amely az alábbi ábrán is látható.

¹ Hartmann N. [1972]: Lételméleti vizsgálódások. Gondolat Kiadó, Budapest. 346-347.



Nagy bizonyossággal megjósolható az, hogy azok a vállalkozások fognak talpon maradni és válnak rövidebb-hosszabb idő alatt sikeressé, amelyek vezetői nem csupán a túlélésre koncentrálnak, hanem kiépítik saját vállalkozásuk stratégiáját, s ez nem képzelhető el a prognózisok során összeállításuk nélkül. A vállalkozások központi kérdése az általuk előállított termékek illetve szolgáltatások iránti kereslet előrejelzése, valamint a beszerzési árak illetve költségek, az eladási árak illetve a nyereség prognosztizálása. A vállalkozások helyzetének alakulása függ a gazdaság, a nemzetközi környezet, stb. teljesítményeitől, illetve a világ gazdaságban érvényesülő trendektől és ciklusoktól is, amit többek között az inflációs ráta, a munkanélküliek aránya, a GNP ([Bruttó nemzeti termék](#)) és GDP ([Bruttó hazai](#)

termék) alakulása, a költségvetési deficit és a nemzetközi adóság állomány nagysága illetve változásának iránya stb. jellemez. A vállalatok gazdálkodásának eredményessége attól függ, hogyan készülnek fel a jövőre. Ennek jelentősége napjainkban különösen megnőtt. Nem csupán egyszerű létüket, fennmaradásukat, hanem versenyképességüket és fejlődésüket is biztosítani kell. A „jövőre való felkészülés” konkrét módjai közé tartozik a vállalati prognóziskészítés. A jövőre készüléshöz a vállalatok többségének a feltételeket (pl. szemlélet, számítógép, szakemberek) is meg kell teremtenie. Megnőtt a perspektivikus gazdálkodás jelentősége, a vállalatok több részénél létrejöttek az előrebecslés feltételei (módszerek, számítógépek stb.), így a vállalati prognóziskészítés érthetően a figyelem középpontjába került. Napjainkban eddig is sok és várhatóan növekvő számú multinacionális cég létesített vállalkozásokat Magyarországon. Ezek egy része regionális központtá is válhat. Ezek a multinacionális cégek központilag prognosztizálnak, az egész globalizálódó világ folyamatait figyelembe véve. Ez nem teszi feleslegessé a nálunk létesült önálló vállalkozások számára a prognózisok készítését, saját jövőjük felmérését. Előrejelzésekre a gazdasági élet számos területén szükség van, mivel a mai gyorsan változó, bonyolult, turbulens környezetben csak akkor tudunk helyes döntéseket hozni, ha ismerjük a jövő alapvető fejlődési folyamatait. A vállalati gyakorlatban nem egyszer szükség van a tervezett, vagy prognosztizált árak kialakítására olyan iparágaknál, ahol a végső termék kibocsátási ideje az üzletkötések időpontjától jelentősen eltér, és a termék átfutási időtartama alatt jelentős ármozgás következhet be. A bőr- és cipőipar például rendelkezik az előbbi sajátosságokkal és ez azt a követelményt veti fel, hogy a végső késztermék kibocsátásának árai akkor és ott legyenek versenyképesek, amikor és ahol konkrétan kiszállításra kerülnek. A prognózisok az okozati összefüggéseket feltárva adnak választ a lehetséges jövőre. Az belátható, hogy egy esemény bekövetkezését annál nehezebb prognosztizálni, minél több tényező játszik szerepet alakulásában, és minél gyorsabban változnak ezek a tényezők. A gazdasági életben kevés olyan esemény van, amelyet ne tenne nehezen vizsgálhatóvá az alakító tényezők sokasága és változékonysága. Különösen igaz ez az árakra, és akkor, ha világgazdasági környezetben kell várható alakulását viszonylag pontosan megbecsülni. A tényezők nagy száma mellett szólni kell arról is, hogy az alkalmazott módszerek mellett igen jelentős szerepe van az adott terület, vagy szakma technikai-technológiai jellegű ismeretének is, amelyeknek fontosságát sokszor nem méltányolják és ezért nemegyszer gyakorlatilag alkalmazhatatlan munkák kerülhetnek gazdasági vezetőink elé. Még bonyolultabbá válik ez a kérdéskör, ha a politika, a gazdaságpolitika folyamatok árakra gyakorolt hatását akarjuk tudatosan figyelembe venni. Ez utóbbi árakra gyakorolt hatása módszertanilag még nem megoldott, pedig gyakran az árakra, azok nagyságának alakulására nagyobb hatást fejt ki, mint bármelyik tényező. Hogy csak a legkézenfekvőbb ilyen jellegű témát említsük, vegyük például a vámokat vagy az árfolyam politikát, amelyek változása gyakori. A műszaki-gazdasági változások bonyolultsága növeli a vállalati szakemberek világpolitikai, nemzetközi ismereteinek szükségességét, mert a matematikai statisztikai módszerek eredményét elemzéssel, kritikai kiegészítésekkel lehet teljessé és alkalmazhatóvá tenni. Gyakorlati alkalmazást végzők előtt ismeretes az információk megbízhatóságának általános problémaköre. Ellentmondó adatsorok, a fejlődő országok statisztikai adatainak kétségbevonható számai, deviza átszámítási problémák teszik sokszor nehezzé a prognosztizálást. Nem beszélve az adatsorok megfelelő hosszúságának hiányáról. Ez azt a feltételezést erősíti meg, hogy a szakemberek becsléssel sok esetben kisebb pontatlanságot okoznak, mint a nem megbízható adatsorok alkalmazása. Szólni kell a folytonosságról is. A prognosztikák javításának, jóságának legfontosabb kritériumát a folytonos adatszolgáltatáson alapuló alkalmazás adja. Ez teszi lehetővé a prognózisok ellenőrzését, ha bekövetkezett a prognosztizált esemény (ex-ante ellenőrzés) illetve az új prognózisok készítését és ex-post ellenőrzését. Az ex-post azt jelenti, hogy "az esemény után", míg az ex-ante azt jelenti, hogy "az

esemény előtt". Az ex-post visszatekintő, és az eredményeket azután vizsgálja, hogy azok már bekövetkeztek. Az ex-post múltbeli időszak két részre bontható, a becslési és a teszt időszakra. A becslési időszak adatai alapján elkészített előrejelzést a teszt időszakban lehet ellenőrizni, a tény – és a prognosztizált adatok összehasonlításával. Ha pontatlan a prognózis, akkor biztos, hogy a jövőbeni, ex-ante időszakban sem lesz pontos. Ha pontos a prognózis, akkor van esély arra, hogy a jövőben is pontos lesz. Az ex-ante latin szó, jelentése "az esemény előtt", vagyis az esemény még nem következett be, meg kell várni, hogy bekövetkezzen. (ha 2023-ban éves adatok alapján készítettünk 2027-re ex-ante prognózist, akkor tényadatok alapján csak akkor tudjuk ellenőrizni a prognózis pontosságát, ha bekövetkezett a 2027-es év vége.) Ld.: Az előrejelzések hibáinak a mérése.

A könyvemben csak olyan adatbázisok alapján történő prognosztizálást mutatok be, ahol az adatszolgáltatás folytonos, legalább is 2023-ig folytonos volt.

Találóa fogalmazza meg a paradoxont Makridakis² "meglehetősen biztos, hogy a jövő eltér majd a múlttól, [] az előrejelzésektől a bizonytalanság csökkenését várjuk, mégis figyelmesebben vizsgálva a jövőt megállapíthatjuk, hogy a váratlan események lehetségesek, így a bizonytalanság növekszik, az előrejelzések pontatlanok lehetnek, ennek ellenére stratégiaalkotás és tervezés nem lehetséges prognosztizálás és a bizonytalanság becslése nélkül." A tudományos megközelítés a prognosztika területén is azonos vagy nagyon hasonló ahhoz, mint bármely más tudományterületen. Magában foglalja mindenekelőtt annak megértését, hogy mi történt a múltban, mi történik jelenleg és miért. Csak a vizsgált jelenség okainak megértése, összetevőinek megismerése és elemzése után nyílik lehetőség arra, hogy pontosan előre jelezzünk, mi fog történni a jövőben, és a prognózis fényében dolgozzuk ki a megfelelő válaszlépéseket. A vállalati prognosztizálás előtérbe kerülésének főbb tényezőit a következőkben foglaljuk össze. Napjainkban a célszerű cselekvést befolyásoló tényezők száma rendkívül megnőtt, és kölcsönös függésük egymással olyan sokrétűvé vált, hogy egyre nehezebb hagyományos módszerekkel a vállalati döntések megalapozott meghozatala. A legutóbbi évtizedekben kerültek előtérbe azok a módszerek (pl. az idősortutató, a faktoranalízis, a regresszióanalízis, a lineáris és nem lineáris programozás, a sztochasztikus idősortutató, pl. az ARIMA stb.), amelyek áttekinthetővé teszik az egyes tényezők közötti kapcsolatokat. Változnak például a termékek, a műszaki lehetőségek, illetve eljárások, és ezek nyomán a fogyasztók kívánsága és igénye is. A műszaki fejlődés az ipart mind nagyobb összegű és átfutási idejű beruházásokra kényszeríti, amelyek csak akkor lehetnek nyereségesek, ha a beruházások nyomán keletkező gyártmányok elég hosszú ideig piacképesek. A feladat tehát: összhangba hozni a technikai változások növekvő ütemét és a változó fogyasztói szokásokat a korszerű üzemek növekvő tervezési és kivitelezési idejével. A prognózisoknak tehát olyan kérdésekre kell választ adniuk, hogy a beruházás üzembe helyezése után biztosítva lesz-e a termékek iránti kereslet, mikor térül meg a befektetés stb. A gazdasági előrejelzések, az ex-ante információk segítségével megkönnyítik a piacra kerülés előtt a gazdasági mérlegelést. Egyre inkább bővülnek a nemzetközi gazdasági kapcsolatok. Nyilvánvaló, hogy a vállalatoknak szakmai sajátosságaik – a profil jellege, vertikálitás, telepítési helyzet, a gyártás típusa stb. - szerint fokozottan figyelembe kell venniük a világ iparának várható fejlődését az elkövetkező időszakban. Az utóbbi évtizedekben, a rendszerváltást követően országunk nyitottabbá vált és a külföldi cégekkel való verseny élénkülése, az Európai Unióba belépésünk után is igényli a reális mérlegelést, a variánsokban való gondolkodást, a stratégiai tervek megalapozását prognózisok készítésével. A prognózis kifejezést leggyakrabban az előrejelzés szinonimájaként használják. A prognóziskészítés talán legegyszerűbb definíciója lehet, hogy annak célja a jövőbeni események és feltételek előrejelzése. Pontosabban

² Makridakis, S.-Wheelwright, S.C.-McGee, V.E. [1983]: Forecasting. Methods and Applications. 2. Ed. John Wiley & Sons, New York, 66.

megfogalmazva: a prognózis a jövőbeni események változását, a változások irányát és mértékét igyekszik előre jelezni. A prognózis meghatározásában a különböző szerzőknél általában az a közös, hogy a prognózis valamely jelenség, vagy folyamat jövőbeni valószínű alakulására, állapotára vonatkozik. Véleményünk szerint a vállalati prognózis (előrejelzés) valamilyen vállalatgazdasági folyamat, vagy esemény jövőbeni várható és valószínű fejlődésére, illetve bekövetkezésére vonatkozó tudományosan megalapozott állítás. A vállalati prognózisra általában az a jellemző, hogy a gazdasági fejlődés múltbeli menetének és tendenciáinak elemzése kapcsán feltárt összefüggések felhasználásával, a vállalat gazdasági fejlődésének valószínű alakulását, vagy állapotát próbálja felvázolni egy jövőbeni időpontra vonatkozóan. Ezen kívül a prognózisok alapismérve a többféle lehetséges fejlődés változatainak kimunkálása a döntést hozók sokoldalú informálására. A prognózis jellegzetessége, hogy egyfelől nem a valóság, hanem a lehetőségek feltárása, másfelől nem elhatározás, hanem elképzelés. A prognózis nem végtermék, hanem input eszköz a döntéshozatal folyamatához. Annak előrejelzése, mi fog történni, bizonyos feltételek fennállása mellett. A prognózis gyakran egy vagy több változó jövőbeni értékét adja, „szokásos üzleti feltételek” mellett. Ezt alapesetnek nevezzük. Prognózisokra van szükség a „mi történne ha” szituációkhoz és egyebek mellett az üzleti tervek variációinak kialakításához is. A variánsok lehetnek pl. optimista (pl. gyorsuló hazai és nemzetközi gazdasági növekedés, kedvező konjunktúra) vagy pesszimista (pl. gazdasági visszaesés, világválság) jövőképekre kidolgozva. Feltételezhetjük, hogy a hazai és nemzetközi környezet tartósan nem változik. Hasonlóan a piaci keresletet befolyásoló tényezőknél a lehetséges konkurencia nagyságára is különböző feltételezésekkel élhetünk. A kereskedelemben meghatározóak a tőkeerős multinacionális cégek, amelyek képesek jelentős árengedményekkel a piaci részesedésüket növelni. *A prognóziskészítés során követett alapelv tehát a következő: ha bizonyos meghatározott feltételek érvényesek, akkor valószínű, hogy valamely meghatározott esemény be fog következni.* Ebből következően a prognóziskészítésnél a múlt fejlődés-törvényeinek és fejlődési tendenciáinak vizsgálatánál különös figyelmet kell fordítani az ok-okozati összefüggések feltárására. Ha a jövőbeni események egyszerűen bemutathatók a múltbeli események mennyiségi változásaiból, a jövőbeni eseményeket és feltételeket prognosztizálhatjuk a történeti trendek kvantitatív kivetítésével a jövőbe. Azokat a módszereket, amelyek matematikai egyenleteket (vagy modelleket) használnak a jövőbeni események előrejelzésére kvantitatív kivetítési technikáknak nevezzük. Tapasztalati és intuitív érvelések gyorsan kimutatják, hogy a jövőbeni események és feltételek nem a múltbeli tendenciák kizárólagos függvényei. Még olyan közismert fogalmak esetén, - mint a trend, a ciklus, amelyek különösen hasznosak az üzleti prognózisokban, sem lehetünk teljesen biztosak abban, hogy bekövetkezik a prognosztizált jövőbeni esemény. A kereskedelemben a személyek az árukat olyan okok miatt is vásárolják, amelyek nem számszerűsíthetők. Ezért az üzleti előrejelzésnek egyéb alkotóelemeket is tartalmaznia kell, kiegészítve a kvantitatív kivetítési módszereket. A vállalatgazdasági problémáinak sokrétűsége, ezek kölcsönhatásai miatt csak helyes absztrakcióval és megfelelő matematikai, számítástechnikai apparátus felhasználásával biztosítható az optimális döntés. Optimális döntés alatt gyakorlati értelmezésben azt értjük, hogy adott eszközráfordítással a kitűzött cél maximális fokát, vagy a cél adott megvalósítási fokát a legkisebb eszközráfordítással érjük el. Optimális döntés mindig részoptimumot ad, egyrészt mert nincs olyan matematikai eljárás, amely a bonyolult vállalatgazdasági folyamatok összességét figyelembe tudja venni, másrészt egy adott döntés csak valamilyen szempontból vagy néhány szempontból adhat optimális eredményt, más szempontokból viszont nem az optimális megoldást választja. Olyan döntés elképzelhetetlen, amely minden szempontból optimális. Az optimalizálást lehetővé teszi a vállalatgazdasági-matematikai modell elkészítése. A vállalatgazdasági modell a vállalaton belül megvalósuló gazdasági folyamatok és azok fontosabb kapcsolatainak egyszerűsített

képe. A matematikai modellben az egyszerűsített vállalatgazdasági folyamatokat matematikai formulákkal, relációkkal fejezzük ki. A modell kialakítása során tehát kétszer egyszerűsítünk. Ebből következik, hogy a kapott eredményeket csak döntés-előkészítő információként használhatjuk fel. Gyakran előfordul, hogy a számítógép korlátozott kapacitása miatt harmadszor is egyszerűsíteni kell. Ez a probléma elsősorban a termékösszetétel optimalizálásánál fordulhat elő. A megbízható prognózismódszerek alkalmazása lehetővé teszi az egyes döntési variánsok értékelését. Minden döntés kockázattal jár, de a jó vállalati prognózisok csökkentik, vagy legalábbis kiszámíthatóvá teszik a kockázatot, és ezáltal növelik a döntések biztonságát.

Néhány terület, ahol a prognosztika fontos szerepet játszik, a következő:

Ütemezés: Az erőforrások hatékony felhasználása szükségessé teszi a termelés, a szállítás, a készpénz, a személyzet, és így tovább ütemezését. A termék, nyersanyag, munkaerő, finanszírozás és szolgáltatás szintjének prognosztizálása nélkülözhetetlen inputjai az ilyen ütemezésnek.

Erőforrások beszerzése: A nyersanyagok beszerzésének, az alkalmazottak felvételének, vagy gépek, berendezések vásárlásának származtatási ideje néhány nap és több év között változhat. Prognóziskészítésre van szükség a jövőbeli erőforrásigények meghatározásához.

Az erőforrás-szükségletek meghatározása: minden szervezetnek meg kell határoznia, milyen erőforrásokat igényel hosszú távon. Az ilyen döntések a piaci lehetőségektől, környezeti tényezőktől, és a pénzügyi-, emberi-, termék- és technológiai erőforrások belső fejlődésétől függenek. Ezek meghatározása mind jó előrejelzéseket igényel, és olyan menedzsereket, akik értelmezni tudják az előrejelzéseket, és megfelelő döntéseket képesek hozni. Jóllehet sok különböző terület van, amely prognóziskészítést igényel, az előző három kategória a mai szervezetek rövid-, közép- és hosszú távú prognóziskészítési igényeinek tipikus példái. Az igényeknek ez a skálája megköveteli, hogy a szervezet többszörös megközelítést fejlesszen ki a bizonytalan események előrejelzésére, és felépítse a prognóziskészítési rendszert. Ez viszont szükségessé teszi, hogy a szervezet birtokában legyen legalább négy területet átfogó ismereteknek és készségeknek: a prognosztizálási feladat azonosítása és definiálása; prognóziskészítési módszerek választékának alkalmazása, a konkrét helyzetekre megfelelő módszerek kiválasztási eljárásai; és a formalizált prognóziskészítési módszerek alkalmazásának és felhasználásának szervezeti támogatása. A prognóziskészítési rendszernek kapcsolatot kell létrehoznia a különböző vezetési területek által készített előrejelzések között. Magas fokú kölcsönös összefüggés van a különböző osztályok prognózisai között, melyet nem hagyhatunk figyelmen kívül ahhoz, hogy a prognózis sikeres legyen. Például az értékesítési előrejelzés hibája reakciósorozatot okozhat, melyek befolyásolják a költségvetési prognózist, a működési költségeket, a pénzáramot, a készletszinteket, az árképzést, és így tovább. Hasonlóan, költségvetéskészítési hiba az egyes osztályok számára rendelkezésre álló pénzügyi összeg előrejelzésében érinti a termékfejlesztést, a berendezések modernizációját, az alkalmazottak felvételét és a reklámkiadásokat. Ez viszont befolyásolja, ha nem meghatározza, az értékesítés, a működési költségek, és a pénzáram szintjét. Egyértelműen erős kölcsönhatás van a különböző prognóziskészítési területek között. A külső környezethez általában alkalmazkodni kell, ugyanakkor a belső környezet befolyásolható és irányítható.

A prognosztizálás hosszú távra eltérő megközelítést igényel, mivel hosszú távon sok olyan dolog változhat és változik, ami lényegesen megváltoztatja a létrehozott megállapított sémákat és/vagy létező összefüggéseket. Ez prognózisainkat pontatlanná és félrevezetővé teszi és lényeges lett a megatrendek azonosítása és extrapolálása visszamenve az időben, ameddig szükséges. A sikeres stratégia és a hatékony hosszú távú tervezés (pl.: tőkeköltségvetés készítés) szükségessé teszi a hosszú távú trendek

következményeinek kiszámítását, és az ilyen trendek megkülönböztetését a hozzájuk kapcsolódó ciklusoktól. Jóllehet a hosszú távú gazdasági trendek is változhatnak, nem valószínű, hogy megteszik, mivel definíció szerint nagyon hosszú ideig tartottak ahhoz, hogy a szabad verseny gazdasági rendszerének következményei legyenek. Ezért az ilyen trendeket elfogadható mértékű biztonsággal extrapolálhatjuk, hacsak nincs okunk azt gondolni, hogy a jelenlegi gazdasági rendszer valamilyen alapvető módon változik a jövőben.

A prognózis modell

A prognózis modell a prognózis-készítő munkáját segíti: megkísérli megalkotni a valóság egyszerűsített ábrázolását. A prognózis készítője megpróbálja figyelembe venni a döntő tényezőket, és kizárni a nem döntőket. A lényegtelen kiküszöbölése és a lényegesre koncentráció folyamata a modellkészítés alapja, ami, jóllehet egyszerűsített, azonban a modell lehetővé teszi a prognózis-készítő számára, hogy megbecsülje a fontos jövőbeni események és trendek hatásait. Például, a távközlési iparágban ezer oka van, amiért az előfizetők beköttek vagy sem a telefonjukat. Meghaladja a prognóziskészítő feladatkörét, hogy az összes ilyen okkal foglalkozzon. Ezért megpróbálja csökkenteni ezt a sok befolyásoló tényezőt korlátozott számú helytálló változóra.

A tudományos megismerés folyamata általánosan az alábbi részletekből áll:

1. A modellépítés. A modell a valóság kicsinyített, de nem szükségszerűen teljesen hű mása, amely mindig a valóságnak valamilyen előre meghatározott cél szempontjából lényeges tulajdonságait, részeit mutatja csak be. A modellépítés célja az, hogy a bonyolultabb folyamatokat leegyszerűsítse, és ezáltal lehetővé tegye azok alaposabb vizsgálatát. A modellépítés során az induktív és a deduktív kutatási módszereket alkalmazhatjuk. A deduktív modelleket induktív módszerekkel (statisztikai indukció) ellenőrizhetjük, viszont az indukció csak azt bizonyíthatja, hogy mi nem igaz. Ez a fizika területén is így van: pl. a Merkúr perihéliummozgása a newtoni fizika alapján nem magyarázható szabálytalanságokat mutatott (amit véletlennek vagy megfigyelési hibának tartottak, ugyanis megmagyarázhatatlan maradt 38"-nyi mozgás), amely azonban az [Einstein](#)-féle relativitáselmélet [illetve [Riemann](#)-féle geometria,] alapján teljesen szabályosnak bizonyult.

2. A modellből származó következtetések levezetése. A modell lehetőségeinek, korlátainak számbavétele (pl. a Cobb-Douglas termelési függvénynél a helyettesítési rugalmasság értéke egy). A modell lehet viszonylag teljes vagy részmodell. A jövőt leírhatja verbálisan, grafikusan, numerikusan, vagy szimulációval. A modell lehet rövid-, közép-, és hosszú-távú. Az időtáv növekedésével a mennyiségi előrejelzések jelentősége csökken, a minőségi tényezőkké pedig nő.

3. Adatgyűjtés. (Lehet teljes körű vagy részleges, az adatok lehetnek elsődleges vagy másodlagos forrásból származó adatok, lehetnek keresztmetszeti vagy idősoros adatok stb.)

4. A modell becslése.

5. A modell verifikálása, tehát a modell paramétereinek és előrejelzéseinek tesztelése. Erre szolgál a hipotézisellenőrzés módszertana. A modell szembesítése a valósággal lehetővé teszi az 1. pontban tett feltételezések igazolását vagy elvetését.

6. A 3., 4., 5., eredményétől függően visszatérhetünk egy új modell – formához és a folyamat ismétléséhez. Az ökonometria területéhez - szorosabb értelemben – a 3., 4., 5. pontok tartoznak.

A matematikai módszerekkel kapcsolatban általában igaz Krekó Béla - a matematikai módszerek és a számítástechnika fejlődésével kapcsolatos – megállapítása: „Bármilyen messze is halad ezen az úton a fejlődés, a matematika valójában mindig csak eszköz marad a közgazdászok kezében. Éppen úgy, mint ahogy mind a mai napig csak eszköz marad a fizikusok kezében. A matematika fejlettségének mai fokán – a legáltalánosabb relációk tudományának tekinthető, eltekintve e relációk konkrét tartalmától. Már ebből a megfogalmazásból is következik, hogy a matematika sohasem léphet a közgazdasági tudományok helyébe. Ezzel szemben igen komoly, sok esetben mással nem pótolható segítséget nyújthat

a gazdasági döntések meghozatalánál. 'A matematikai módszerek elsősorban a döntés-előkészítést segítik elő, többek között a prognózisok kidolgozásával, a döntés azonban továbbra is közgazdasági (vezetési) funkció marad' állapítja meg ezzel kapcsolatban Krekó Béla.³

A közgazdaságtanban általában nincs lehetőség arra, hogy laboratóriumi körülmények között ellenőrzött és megismételt kísérleteket végezzünk, ez azonban nem döntő jelentőségű, mert a tapasztalati tények éppen olyan bizonyító erejűek. A hipotézisek valószerűsége teszteléssel dönthető el. A fizika területén a hasonló fizikai tulajdonságok alapján történik a klasszifikáció. Az itt működő kutató elméletei alapján rekonstruálja a világot. A társadalomtudományok körébe tartozó diszciplínák vizsgálódásának tárgya az ember és a dolgok, valamint az ember és a másik ember közötti viszony. Az emberi cselekedeteknek azonban előre be nem tervezett, előre meg nem határozott kimeneteik és így nem prognosztizálható következményeik lehetnek és vannak. *Jól szemlélteti az elmondottakat a pénz intézménye.* A pénz ugyanis nem önmagában való értéke miatt pénz, hanem emberek közötti viszonyt testesít meg. Az emberek egy adott árut elfogadnak értékmérőnek, általános csereeszköznek. Az árutermelő gazdaság eltér a közvetlen termékcsere alapjánuló gazdaságtól, mivel az eladás és a vásárlás elkülönül egymástól. Ez az oka a készletek változásának illetve a különböző periódusú ciklusos mozgásnak. A pénz közvetítésével működő piacgazdaságban a személy nem függ attól az egybeeséstől, hogy találjon valakit, akinek éppen arra a termékre van szüksége, amit ő el akar adni, ugyanakkor a vevő rendelkezik-e azzal a termékkel vagy szolgáltatással, amit az eladó szeretne megvenni. Árutermelő gazdaságban csak olyan személyt kell találnia, akinek szüksége van arra a dologra, amit ő el akar adni. Ezután kicserélheti áruját vagy szolgáltatását pénzért és kereshet valaki mást, akitől pénzért megveheti a számára szükséges terméket vagy szolgáltatást. Mivel a vásárlás és az eladás időben és térben elkülönül egymástól, lennie kell egy bizonyos eszköznek, amelyet általánosan elfogadnak a fizetésekben, ami csereeszközként szolgál. Ezzel az eszközzel az eladó fenntartja az eladás folyamatát, amíg fel nem készül a vásárlásra. Ez az eszköz a pénz.

A társadalomtudományok, így a közgazdaságtan tárgya a komplex, bonyolult jelenségek vizsgálata. Ebből következik, hogy lehetetlen minden tényezőt tekintetbe venni a tanulmányozás és az elemzés során. A fentiekből helytelen lenne azt a következtetést levonni, hogy a közgazdaságtudomány területén lehetetlen előrejelzéseket készíteni. A társadalomtudományokban a jelenségek komplex természetéből és a változók végtelen nagy számából következően az előrejelzések csak egy adott jelenségszálra, egy adott mintára vagy egy adott irányra vonatkozhatnak. Ezt a következő példával szemléltethetjük. Mondhatjuk, hogy a kereslet vagy kínálat változása milyen hatást gyakorol az árakra, de nem tudjuk megmondani egy adott áru adott piacon kialakuló konkrét árát egzakt pontossággal. Adott valószínűségi szinten képesek vagyunk prognosztizálni a vizsgált jelenség alapirányzatát, azaz a trendet, a jelenséget befolyásoló rövidebb és hosszabb távú hullámzásokat, más néven ciklusokat, és a véletlen ingadozásokat. A piaci trend az egyedi gazdasági szereplők cselekvéseinek komplex összegzéséből kiemelkedő alapvető tendenciákat ragadja meg. A természettudományok és a társadalomtudományok vizsgálati módszerei különböznek egymástól. A társadalomtudományok által vizsgált emberek közötti viszonyok komplexitását semmilyen modellbe, semmiféle módszerrel nem tudjuk teljes körűen belefoglalni. Ez azonban nem jelenti azt, hogy le kellene mondanunk a modellalkotásról és annak segítségével az előrejelzések készítéséről. Tisztában kell lennünk azzal, hogy mit akarunk modellezni, milyen részletezettséggel, az absztrakció milyen fokán. A kapott eredményeket a kiinduló feltevések keretei között kell értelmeznünk. A valóság kapcsolatait, összefüggéseit kell a lehető legpontosabban leképeznünk, és nem a kiválasztott modell struktúráját kell a valóságra visszavetítenünk. Semmiképpen nem szabad abba a hibába esnünk, hogy a valóságot próbáljuk egy nekünk tetsző modellbe kényszeríteni. Ez úgysem sikerül, s ha így járnánk el, hamis következtetéseket kapnánk. A valóság és a jövő megismerhető, ennek elvi korlátai nincsenek. Gyakorlati korlátokat viszont számosat találhatunk, amelyek következtében minden prognózis bizonyos valószínűségi szinten teljesül. A jövő modellje szubjektív folyamat eredményeként jön létre úgy, hogy a modellező mindig az ember (egyén vagy csoport). A szubjektum a valóság lényeges tulajdonságainak teljes körét nem tudja átfogni, éppen a jelenségek komplex volta miatt. A jövő

³ Krekó Béla. [1966]: Lineáris programozás. KJK, Budapest, 14.

modelljének megalkotásával a lehetőség-variánsokat igyekszünk megkeresni, annak érdekében, hogy a kapott eredményeket a lehetőségek közötti választásra: azaz döntési célra használjuk fel. Úgy is fogalmazhatunk, hogy a jelenben már embrionális állapotban ott a jövő. Ennek az embrionális jövőnek a lehetséges fejlődését igyekszünk megismerni. A fejlődésnek lehetnek csomópontjai, fordulópontjai. Ezek megtalálása, azonosítása nagyon fontos az előrejelzések megbízhatósága szempontjából. Nem szabad a múltbeli fejlődési irányokat mechanikusan extrapolálni, pusztán egyszerűen kivetíteni a jövőbe. Különösen igaz ez a mai gyorsan, szinte követhetetlenül változó világban. Manapság általánosnak vélt tendenciák törnek meg hirtelen, illetve fordulnak teljesen új irányba. Az előrejelzések készítése során véleményünk szerint az előzőek alapján a következő módszertani problémák adódhatnak: egyrészt a prognózis megalkotásakor a jövő még nem ismert. Másrészt a modell a valóságnak – struktúrájában, funkciójában, működésében, valamely tulajdonságaiban megfelelő – absztrahált képe, amely kiemeli a fő elemeket, fontosabb tényezőket, kapcsolatokat, összefüggéseket, a valóság lényegi vonásait tükrözi. A modellépítés folyamán leegyszerűsítjük a bonyolultabb folyamatokat, kapcsolatokat és ezáltal lehetőség nyílik azok alaposabb elemzésére. Ebből következően a modell a jelenre nézve is általánosításokat, egyszerűsítéseket, becsléseket tartalmaz, és az előrejelzésekhez használt adatok mérési hibát rejtenek. Az elkészített modell csak bizonyos előfeltételek érvényessége mellett tükrözi a valóságot, pontosabban a valóság egy szegmensét, területét és megkísérli előrejelezni például a gazdaság szereplőinek jövőbeni viselkedését. A prognózis modell főbb sajátosságai a következőkben foglalhatók össze.⁴

1. a prognózis modell tárgya még egyáltalán nem létezik, ezért a modell csak lehetőségeket fogalmazhat meg bizonyos valószínűségi szinten;
2. a modell jövőbeni tárgyára csak indirekt módon, a jelenen keresztül lehet befolyást gyakorolni, ha egyáltalán mód nyílik erre;
3. a jövő modellje nem alapulhat csupán az eddigi elméleteken és tapasztalatokon, figyelembe kell venni a jövőre vonatkozó szubjektív tényezőket is.
4. Minden, ami létezik valamilyen formában, direkt vagy indirekt módon, kapcsolódik a múlthoz. Így a jövő is a jelenhez, amiről elmondhatjuk, hogy a múlt jövője és egyben a jövő múltja is. Ezt azonban semmiképpen sem szabad úgy értelmezni, hogy a jövő a jelen mechanikus folytatása és így elegendő a jelenlegi tendenciákat, trendeket kivetíteni ahhoz, hogy képet alkothassunk a jövőről.
5. A megismerésnek elvi akadályai nincsenek, gyakorlatilag azonban különbséget kell tennünk a megismerhetőség és a tényleges megismerés között: a megismerés lehetősége akkor is fennáll, amikor a tényleges megismerés még nem következett be.

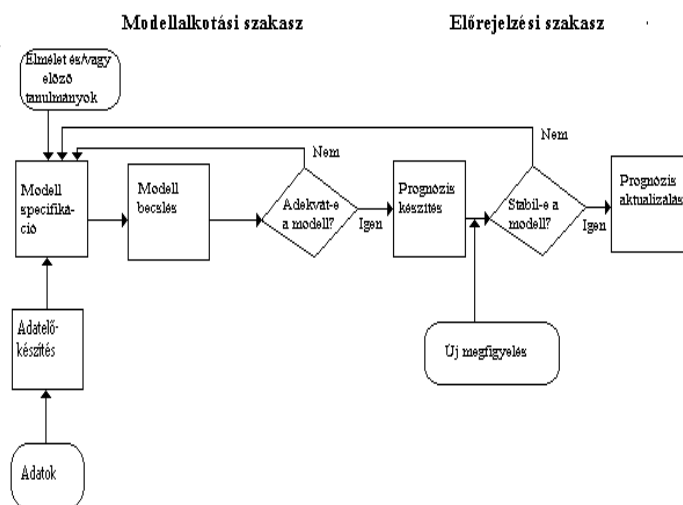
A modellalkotás és prognóziskészítés folyamatát követhetjük nyomon az 1.1 ábrán.

Láthatjuk, hogy mind a modell specifikációja során alapvető fontosságú a visszacsatolás, mindig ellenőrizzük adekvát-e modell, illetve stabil-e a kapott prognózis. A megfelelő modell kiválasztását a következő tényezők befolyásolják:

- milyen pontosságú előrejelzésre van szükség,
- milyen hosszú a prognózis időhorizontja,
- a feladat elvégzéséhez rendelkezésre álló pénzösszeg,
- a rendelkezésünkre álló és beszerezhető adatok,
- milyen fokú komplexitásra tartunk igényt.

⁴ Besenyei Lajos – Gidai Erzsébet – Nováky Erzsébet. [1982]: Előrejelzés. Megbízhatóság. Valóság. KJK, Budapest, alapján.

Az alábbi ábra az előrejelzés készítésének folyamatát mutatja be:



Az utóbbi 50 évben jelentős mennyiségű empirikus bizonyíték és tapasztalat gyűlt össze a prognózisok alkalmazásával kapcsolatban.⁵ Az ilyen tanulmányokból, a prognosztizálás időhorizontja alapján, sok általános megfigyelést, valamint konkrét következtetést levonhatunk. Empirikus bizonyítékok alapján (a prognosztizálás területén belülről és a véleményező pszichológiából is) arra következtetnek, hogy az emberek nagy többsége túlzottan optimista prognózisaikban, miközben a jövő bizonytalanságát is jelentősen alábecsülik. Kevés az az ember, akik például új üzletekbe kezd, komolyan tekintetbe veszi, hogy nagy valószínűséggel csődbe mehet két vagy három éven belül. Ugyanez igaz azokra a termékmenedzserekre vagy vezetőkire, akik nem hajlandók elfogadni, hogy termékük értékesítése vagy költségvetési becslésük sokkal nagyobb mennyiséggel vagy százalékkal csökkenhet, mint amennyit hajlandók elfogadni. Egyébként sok álmatlan éjszakájuk lenne, ami könnyen elkerülhető túlzott optimizmussal. Mivel gyakran összekeverjük a prognosztizálást az ábrándozással, vagy valamilyen kívánt cél elérésével, szükségünk van statisztikai előrejelzéseken alapuló objektív prognózisokra, mielőtt véleményalkotó képességünket használjuk prognosztizálásra. A másik empirikus bizonyítékokon alapuló megfigyelést a pszichológusok az újdonság torzításának neveznek. Mi emberek emlékszünk a legújabb eseményekre és következményeikre, és azok nagyon befolyásolnak minket. A részvénytőrségi krach például valószínűleg 90 %-ban pszichológiai és 10 %-ban reális, mivel az emberek pánikba esnek és hajlandók erősen csökkentett áron eladni, mivel attól félnek, hogy az árak örökké csökkenni fognak. Ugyanez igaz a recesszió folyamán, amikor a beruházások jelentősen csökkennek, mivel az üzletembereket jelentősen befolyásolják az akkori rossz üzleti feltételek, és nem ismerik fel, hogy a recesszió ideiglenes, több, mint egy évig tartó esemény (a leghosszabb háború utáni recesszió 1973-ig 18 hónapig tartott). Hasonlóan a kutatási eredmények megmutatták, hogy a legtöbb árvíz elleni biztosítást éppen az árvíz után kötik, és a legkevesebbet a következő árvíz idején. Más szóval, az embereket befolyásolja az a tény, hogy árvíz volt, és biztosítást kötnek, de ahogy az idő telik és nincs árvíz, azt hiszik, hogy elpazarolják a pénzüket, ezért felmondják biztosítási kötvényeiket. A következő komoly árvíz érkezésének idejére (gyakran sok évvel vagy évtizedekkel későbbre) kevés embernek marad biztosítása. A bizonytalanság reális szintre állítása, elkülönítése az objektív

⁵ S. Makridakis-S. C. Wheelwright-R. J. Hyndman]: Forecasting. [1998] i. m. alapján.

prognózisoktól az ábrándozástól, vagy a kívánt célok elérésétől, és a felismerés, hogy a rendkívüli, fenyegető események bekövetkeztek, és ez a jövőben is így lesz, döntő aspektusok, melyekkel foglalkozni kell a prognosztizálás folyamán. A jövőt reálisan és objektíven kell tekintetbe venni, ha így teszünk, akkor is lehetnek fenyegető események, melyek növelik a bizonytalanságot, és fokozzák aggodalmát. A legfontosabb, hogy a legújabb esemény(ek)e)t vagy fejlemény(ek)e)t hosszú távon kell szemlélni, történeti értelemben, úgy, hogy ne befolyásoljon minket túlságosan az újdonság torzítása, ami jellemző ránk. Ezért fel kell ismernünk és el kell fogadnunk, hogy a vihart (még akkor is, ha eltart egy bizonyos ideig) szélcsend követi, és hogy hosszan tartó szélcsend után a vihar kétségtelenül bekövetkezik, még akkor is, ha nem tudjuk prognosztizálni pontos idejét és erejét. Középtávon viszonylag könnyű a prognosztizálás, ha a sémák és összefüggések nem változnak. Azonban mivel a prognózis időhorizontja növekszik, ezen sémák/összefüggések változásának esélye is növekszik. A gazdasági ciklusok, először is, meg tudják változtatni és meg is változtatják a sémákat, és befolyásolják az összefüggéseket. Sajnos azonban még nem tudjuk pontosan prognosztizálni a recessziók idejét és mélységét, vagy a fellendülések kezdetét és erősségét. Továbbá a közgazdászok és egyéb szakértők nem voltak sikeresebbek, mint a statisztikai módszerek a recessziók kezdetének és mélységének prognosztizálásában. Ez kockázatosá teszi a középtávú prognosztizálást, mivel a recessziók és fellendülések bármikor elkezdődhetnek a 18 hónapos tervhorizont (a közép táv szokásos hossza, amely tartalmazza a költségvetési prognózisokat) folyamán. Továbbá a prognózis bizonytalansága növekszik, mivel kevésbé könnyű mérni, vagy kezelni, konkrét, gyakorlati értelemben. Ez így van, mivel a prognózisok és a tényleges eredmények közötti különbség jelentős lehet, főként a ciklikus ágazatokban, ahol az üzleti ciklusok bekövetkeznek. Továbbá a prognosztizálási hibák már nem függetlenek, mivel a recessziók gyakorlatilag minden vállalatot és terméket/szolgáltatást érintenek, legalábbis a ciklikus szektorokban. Középtávú prognózisok főként költségvetési célokra szükségesek. Ez szükségessé teszi az értékesítés, az árak és a költségek becslését az egész vállalatra, valamint a divíziókra, földrajzi területekre, termékvonalakra, és így tovább. Továbbá igénylik azon gazdasági és ipari változók prognosztizálását, melyek befolyásolják a vállalati értékesítést, árakat és költségeket. Ha a recesszió bekövetkezik, az minden prognosztizálandó változót azonos irányban és hasonló mértékben befolyásol; ezért nagy hibák keletkezhetnek, melyek szükségessé tehetik gyárak bezárását, dolgozók elbocsátását, és egyéb kellemetlen megszorító intézkedéseket. Minél mélyebb a recesszió, annál nagyobbak a prognosztizálási hibák, és annál nagyobbak a kellemetlen meglepetések és következmények. A fellendülés folyamán rendszerint ellenkező típusú hibák következnek be, a kereslet, a munkaerő szükséglet és hasonló alábecslését okozva. Az, hogy nem tudjuk prognosztizálni a fellendüléseket, vagy alábecsüljük azok mértékét, lehetséges veszteségeket okozhat, komoly következményekkel a vállalat versenyképességére. Ez azt jelenti, el kell fogadnunk, hogy nem tudjuk prognosztizálni a recessziókat és a fellendüléseket, valamint nem tudjuk mérni az ehhez kapcsolódó bizonytalanságot, és ezt figyelembe kell vennünk nemcsak a költségvetés megfontolások folyamán, hanem a olyan stratégia alkotásában is, amely elfogadja ezt a bizonytalanságot és annak következményeit. Másrészt a recesszió végét (ha már elkezdődött) könnyebb prognosztizálni. Nem minden vállalatot befolyásolnak azonosan a ciklusok. Általában a termelő vállalatokat jobban befolyásolják, mint a szolgáltató vállalatokat; a luxus (rugalmas) árukat termelő vagy szolgáltató vállalatokat erősebben érintik, mint az alapvető szükségleti cikkeket (rugalmatlan termékeket vagy szolgáltatásokat) termelőket vagy szolgáltatókat; a termelőeszközöket gyártó vállalatokat jobban befolyásolja, mint a fogyasztási cikkeket termelőket; jobban érinti az olyan ágazatokban működő vállalatokat, ahol erős verseny van, mint ahol kisebb verseny van. Ezek az általános szabályok segíthetnek a vezetőknek, hogy döntsenek a ciklikus ingadozás mértékéről, így meg tudják határozni,

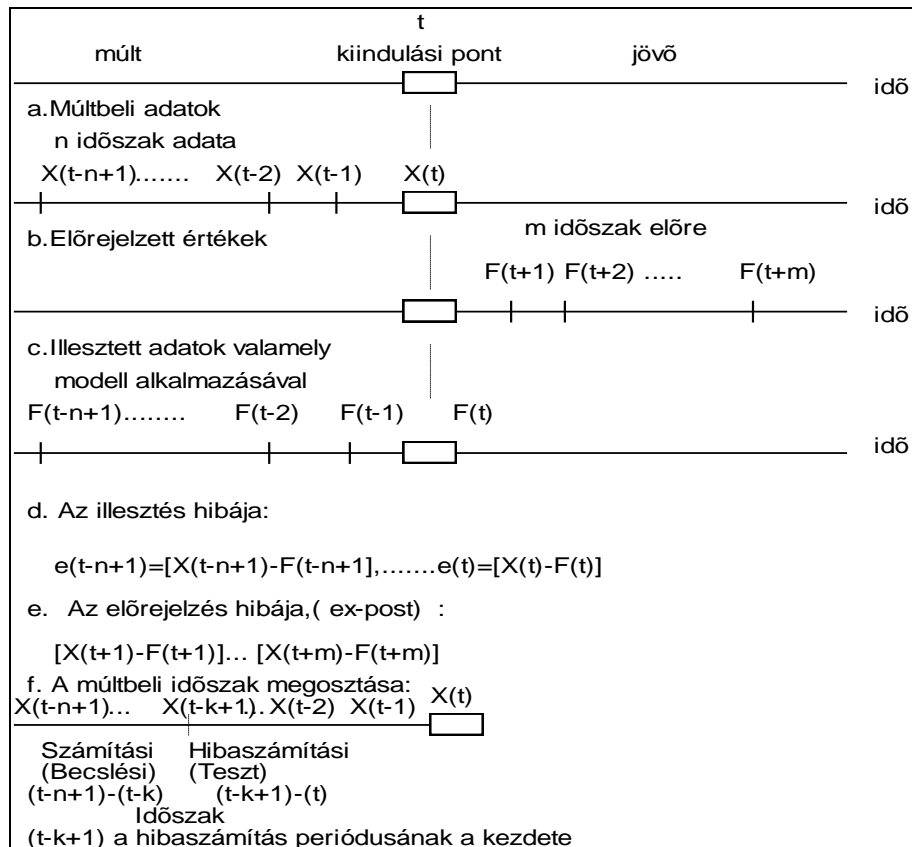
mit kell tenni, hogy felkészüljenek a recesszió vagy fellendülés eshetőségére. Nagy mennyiségű információ gyűjthető az üzleti ciklusok hosszáról, a recessziók mélységéről, a fellendülés erősségéről, konkrét ágazatokra és vállalatokra a történeti adatokból, melyeket komponensekre bonthatunk, hogy elkülönítsük és tanulmányozzuk a bennük levő trendet és ciklusokat. A tervezésben vagy prognosztizálásban egy dolog biztos: hosszú fellendülés után elkerülhetetlen a recesszió. Egyetlen dolog nem ismert csak, mikor kezdődik és milyen mély lesz. Ezért szükség lesz a kontingencia (szoros egymásmellettség) tervezésre, beleértve tartalékok képzését, hogy szembenézzenek a közeledő recesszióval. Ugyanez igaz a recesszió folyamán. A megélénkülés biztos. Az egyetlen kérdés, pontosan mikor kezdődik és milyen erős lesz. Nyilvánvalóan mindig lehetséges, hogy a recesszió nagyon hosszú ideig tart, vagy depresszióba fordul. Azonban valamikor véget kell érnie. A recesszióra felkészülés másik módja az egyensúlytalanságok figyelése a saját ágazatban, a gazdaságban vagy a nemzetközi pénzügyi rendszerben. Minél nagyobbak és minél szélesebb körben elterjedtek ezek az egyensúlytalanságok, annál nagyobb a valószínűsége a korrekciónak, amely rendszerint recesszió formáját ölti. Hasonlóan minél nagyobb a fellendülés, annál nagyobb a recesszió valószínűsége, és fordítva. Ezért minden beszéd a recessziók végéről korai (ugyaneyt hitték az 1960-as évek végén, éppen az 1973-1979-es recesszió előtt), amikor a hosszú- ún. Kondratyev ciklus felszálló ága véget ért és megkezdődött a leszálló ág.

Az ARCANUM adatbázisában a [Prognosztika 1969-1987](#) között megjelent tanulmányai letölthetők. Prognózisokat a tudományok számos területén készítenek, pl.: meteorológiában, az időjárás előrejelzése, a csilagászatban, a nyelvészetben, az orvos-, kémiai és fizikai tudományokban, stb. Az első gazdasági témájú prognosztikai publikáció 1928-ban jelent meg: [Oscar Morgenstern](#) [1928]: *Wirtschaft Prognose, eine Untersuchung ihrer Voraus-Setzungen und Möglichkeiten.* (Gazdasági előrejelzés előfeltételeinek és lehetőségeinek alulbecslése) Springer. Wien. Nováky Erzsébet: [A magyar jövőkutatás 50 éves:](#) visszapillantás és előre tekintés. 2018.

Az előrejelzések hibáinak a mérése.

Tételezzük fel, hogy n időszak adata áll rendelkezésre a t kiindulási időpontban és m időszakra készítünk előrejelzést. A megfigyelt értékeket jelöljük X -szel, az előrejelzett értékeket pedig F -fel. (forecast = prognózis) A prognózist akkor tudjuk ellenőrizni, ha a prognosztizált időpont vagy időszak bekövetkezett és így van tényadatunk. Az alkalmazott modell lehet bármely prognóziskészítési módszer. Ha ex-post ellenőrizzük az előrejelzés hibáját, akkor az idősort két részre osztjuk, az első időszak a becslési-, a második a teszt-időszak. A becslési időszak lehet az idősor fele, vagy annál nagyobb érték. A becslési időszak adatai alapján előrejelzéseket készítünk a teszt időszakra vonatkozóan és így a prognózis hibáját mérni tudjuk, mivel tényleges adatokkal is rendelkezünk. Ex ante előrejelzés esetén csak akkor tudjuk ellenőrizni a prognózis hibáját, ha az előrejelzési időszak bekövetkezik. Pl. havi adatok esetében a következő hónapban, negyedéves adatok esetében a következő negyedévben, stb. Az előrejelzések hibáinak mérésére az alábbi mutatókat használtuk.

Az előzőek alapján a következő előrejelzési forgatókönyv készíthető el.



Ha e_i értéke pozitív akkor alá, ha negatív akkor fölé becsültük az előrejelzett értéket a tényleges értékhez viszonyítva. Az előjelváltás miatt a hiba valós értékét csak akkor tudjuk mérni, ha négyzetes vagy abszolút hibaképletekkel is dolgozunk. A dimenzió különbsége miatt [pl. Ft., ezer Ft., kg. ezer kg. stb.] célszerű a relatív hibát is mérni.

Az alkalmazott jelölések:

A hiba (e = Error):

$$e_i = X_i - F_i$$

F_i = előrejelzett vagy illesztett értékek

X_i = megfigyelt érték

Az egyszerűség miatt a tesztperiódus időszakot (amikor tényleges és prognosztizált értékekkel is rendelkezünk) jelöljük így:

$$i = 1, 2, \dots, T.$$

Átlagos hiba. [ME=Mean Error]

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^T e_i}{T}$$

Az a kedvező, ha a hiba mértéke 0 körüli érték. Főlé becslés esetén a hiba negatív, alábecslés esetén pozitív. Az előjelváltások miatt az átlagos hiba [ME] a hiba valóságos mértékéről nem tájékoztat.

Átlagos abszolút hiba. [MAE = MEAN ABSOLUTE ERROR⁶]

⁶ Használják a nemzetközi szakirodalomban a Mean Absolute Deviation (MAD) kifejezést is.

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^T |e_i|}{T}$$

Átlagos négyzetes hiba. [MSE = MEAN SQUARE ERROR⁷]:

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^T e_i^2}{T}$$

A hiba szórása [SDE = STANDARD DEVIATION OF ERRORS⁸]:

$$SDE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^T e_i^2}{T-1}}$$

Átlagos relatív [%-os] hiba [MPE = MEAN PERCENTAGE ERROR]

Relatív [%-os] hiba [PE_i = PERCENTAGE ERROR]:

$$PE_i = \frac{X_i - F_i}{X_i} \times 100$$

$$MPE = \frac{\sum_{i=1}^T PE_i}{T}$$

Az előjel váltások miatt az átlagos relatív hiba mutató a hiba valóságos mértékéről nem tájékoztat. Ezt a problémát úgy lehet kiküszöbölni, hogy a hiba abszolút értékével vagy négyzetével számolunk.

Átlagos relatív [%-os] abszolút hiba [MAPE = MEAN ABSOLUTE PERCENTAGE ERROR]:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^T |PE_i|}{T}$$

MAPE 20%-nál kisebb értéke az elfogadható.

Theil féle U-statisztika. [Theil's U-Statistic]:

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{T-1} \left(\frac{F_{i+1} - X_{i+1}}{X_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^{T-1} \left(\frac{X_{i+1} - X_i}{X_i} \right)^2}}$$

Ha $U = 0$, akkor $F_i = X_i$, vagyis az előrejelzés megegyezik a valósággal. Különben U értéke 0-tól különbözik. A nevezőben az a relatív négyzetes hiba van feltüntetve, amikor az előrejelzett érték az

⁷ Használatos még az ASE – Average Squared Error.

⁸ Használják a nemzetközi szakirodalomban a Root Mean Square Error (RMSE) mutatót is, amikor az MSE mutató négyzetösszegét veszik.

utolsó tényadattal egyenlő, ezt naiv előrejelzésnek hívjuk. A számláló az idősorkutatási módszerrel elkészített előrejelzés relatív négyzetes hibáját tartalmazza. Ha ez utóbbi jobb előrejelzést adott, mint a naiv előrejelzés, akkor a számláló értéke (a hiba) kisebb mint a nevező értéke, tehát az U-statisztika értéke egyenél kisebb. Értelemszerűen, ha a naiv és az idősorkutatási modellel készített előrejelzés azonos értéket ad, akkor a számláló és nevező megegyezik, így az U-statisztika értéke eggyel egyenlő. Ha a naiv előrejelzés ad jobb eredményt, akkor az U-statisztika értéke egyenél nagyobb.

8. MBA. [McLaughlin Batting Averages]

$$MBA = [4 - U] \times 100$$

U=0 esetén, MBA = 400

U=1 esetén, MBA = 300

U>1 esetén, MBA < 300

A Theil- féle U statisztika egy másik képlete az MBA mutató.

9. Arányosított átlagos abszolút hiba. ([MASE](#) = MEAN ABSOLUTE SCALED ERROR)

A prognosztizált modell átlagos abszolút hibáját (MAE) elosztjuk a naiv modell (az utolsó tényadat az előrejelzett érték) MAE értékével. Az előrejelzés pontosságát tehát a naiv előrejelzés pontosságával hasonlítjuk össze. Ebben az esetben a Theil féle U-statisztika számításánál a gyökvonástól eltekintünk, továbbá a számláló és a nevező abszolút értékével és nem a négyzetével számolunk. Az értelmezés hasonló: Ha a MASE = 0, akkor $F_i = X_i$, vagyis az előrejelzés megegyezik a valósággal. Ha a MASE nagyobb, mint 1, akkor a modell rosszabb, mint a naiv modell. Minél alacsonyabb a MASE, vagyis minnél kisebb, mint 1, annál jobb a modell a naiv modellhez képest.

Az IBM értékesítésének prognosztizálása.⁹

Az adatok forrása:

Az [IBM története](#) (History of IBM)

A hosszú távú trendek extrapolálása veszélyes akkor is, ha rövidebb periódusokat tekintünk, és rövid idősorokat használunk. Például 1984-ben John Opel az IBM elnöke, feltételezte, hogy a vállalat értékesítése, ami 50 milliárd \$ volt akkor, megkétszereződik 100 milliárd \$-ra 1990-re, míg profitjuk exponenciális növekedése folytatódik. Az első 3 ábra (értékesítési bevétel, nyereség és foglalkoztatott létszám sorrendben) az IBM adatainak 1915-2005 közötti változását mutatja. A negyedik és az ötödik ábra ábrázolja az IBM értékesítését 1954 és 1984 között, míg a következő két ábra a profitjukat jelzi, exponenciális- illetve másodfokú parabolikus trend extrapolálásával. A nyilak a tényleges változást jelzik és az utolsó nyolcadik ábrában az extrapolációs időszak 1985-1995 közötti évek tényleges értékeit is feltüntettük. Az IBM történeti értékesítésének extrapolálása exponenciális trenddel évi átlagos 14.8 %-os növekedést jelez előre, ami 1990-re 110 milliárd \$ eladást eredményez, 10 milliárd \$-ral többet, mint Opel 1984-es prognózisa – melyet ezért konzervatívnak tekinthetnénk, mivel alábecsüli az IBM múltbeli értékesítésének sima extrapolációját. Az exponenciális trend R^2 értéke 0.99, tehát az illesztés pontossága majdnem 100 %-os. A valós értékeket mutatja a piros nyíl, 1985 és 1988 között 60 milliárd alatt volt a bevétel, 1989 és 1994-között 60 milliárd felett, de 70 alatt és csak 1995-

⁹ S. Makridakis-S. C. Wheelwright-R. J. Hyndman. [1998] i. m. 457-458.

re érte el a 72 milliárdot. A másodfokú parabolikus trend is jó illesztést ad, az R^2 értéke 0.98 az előre jelzett érték 1990-re 80 milliárd \$, de ez a függvény is túl optimista előrejelzést adott. Az IBM történeti profitjának az extrapolálása exponenciális trenddel 1990-re 38 milliárd \$ nyereséget prognosztizált, az 1984-es 6.6 milliárd \$-val szemben. A tényleges profit 6 milliárd \$ lett 1990-ben, de 1991 és 1993 között a veszteség 2.8 és 8.1 milliárd \$ közötti értékeket mutatott. 1995-re érte el a 4.2 milliárd \$-t. A másodfokú parabolikus trend 8 milliárd \$ nyereséget extrapolál. Ezen prognózis alapján az IBM több, mint 100000 személyt vett fel, hogy ellássa a meglevő és új vevőket magas minőségű szolgáltatásokkal, melyeket sokan lelkesen üdvözöltek, és amely megalkotta az IBM erős versenyelőnyének alapjait. A dolgok azonban nem úgy alakultak, ahogy várták. 1996-ban az értékesítés csak 72 milliárd \$ volt (28 milliárd \$-al kisebb az 1990-re prognosztizált 100 milliárd \$-nál), miközben több mint összesen 16 milliárd \$ veszteséget szenvedtek 1991-ben, 1992-ben és 1993-ban. Továbbá munkaerő-állománya 1996-ra közel fele volt az 1986/1987-es 430000 főnek. Az IBM menedzsmentje feltételezte, hogy az üzleti környezet és az IBM önmaga nem változik a következő hat évben, és ezért indokoltnak érezte a történeti sémák extrapolálását és átfogó stratégiájuk és bővítési terveik ilyen extrapolációból származó prognózisokra történő alapozását. Az a feltételezés, hogy a múltbeli adatokra legjobban illeszkedő modell garantálja a legpontosabb prognózist a jövőre, nem helyes, három okból. Először: ha semmi nem változik, a jövő determinisztikus, mivel a sima extrapoláció triviális és mindenki megteheti – beleértve az IBM meglevő valamint új versenytársait, akik szintén terveket készítenek a bővítésre, és annyi növekvő részt vesznek maguknak a tortából, amennyit lehetséges. De a magas növekedés és nagy profit csalétke felesleges kapacitást hoz létre, kielezi a versenyt és árháborút eredményez, ami csökkenti a profitot, sőt veszteséget okoz. Másodszor: a 15 – 20 %-os éves növekedési ütem lehetséges kis és közepes méretű vállalatokra, de rendkívül nehéz lehet egy 50 milliárd \$-os óriásra (az IBM mérete 1984-ben), mivel 16 %-os növekedés 8 milliárd \$-os éves növekedést jelentett, többet, mint az összes vállalat bevétele 1984-ben, a néhány tucat legnagyobb vállalat kivételével. Végül, ha sikerül is az IBM bevételét növelni, nagyon valószínűtlen, hogy a profitjuk is ugyanolyan jól növekszik. John Opel és az IBM nem vette figyelembe ezeket a hosszú távú előrejelzésekre vonatkozó egyszerű prognosztizálási elveket, helyett extrapolálták a megállapított trendet, nem akarták elhinni, hogy az ilyen trendek változhatnak a jövőben.

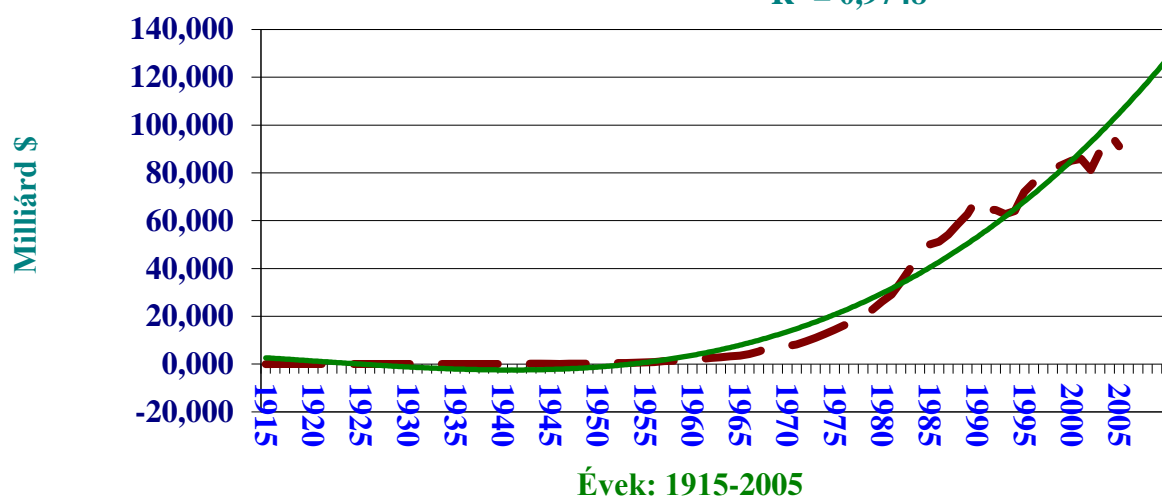


[John R. Opel](#)

Az IBM értékesítési bevételének alakulása

$$y = 0,0002t^3 - 0,0037t^2 - 0,249t + 2,9134$$

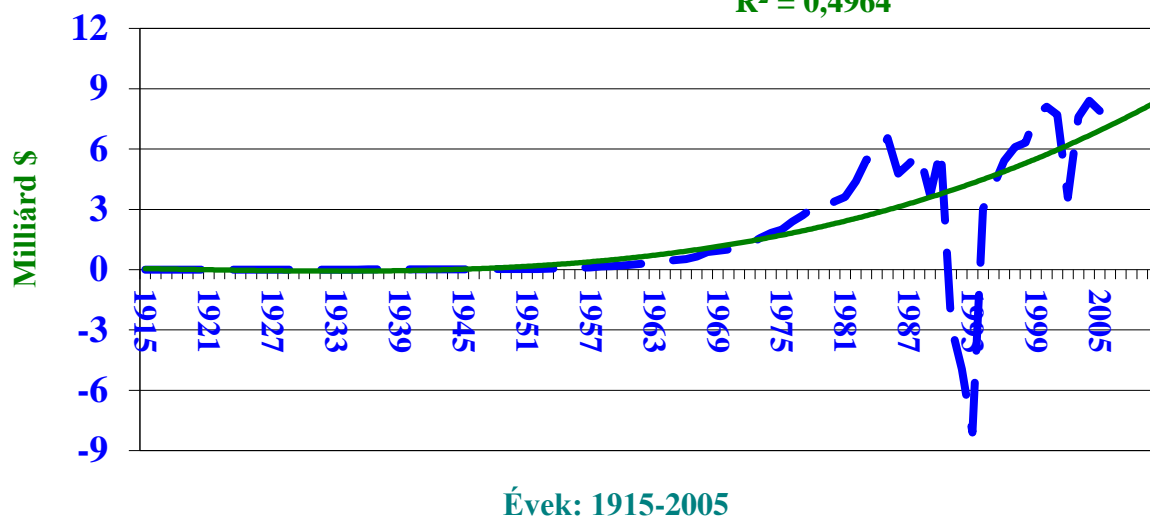
$$R^2 = 0,9748$$

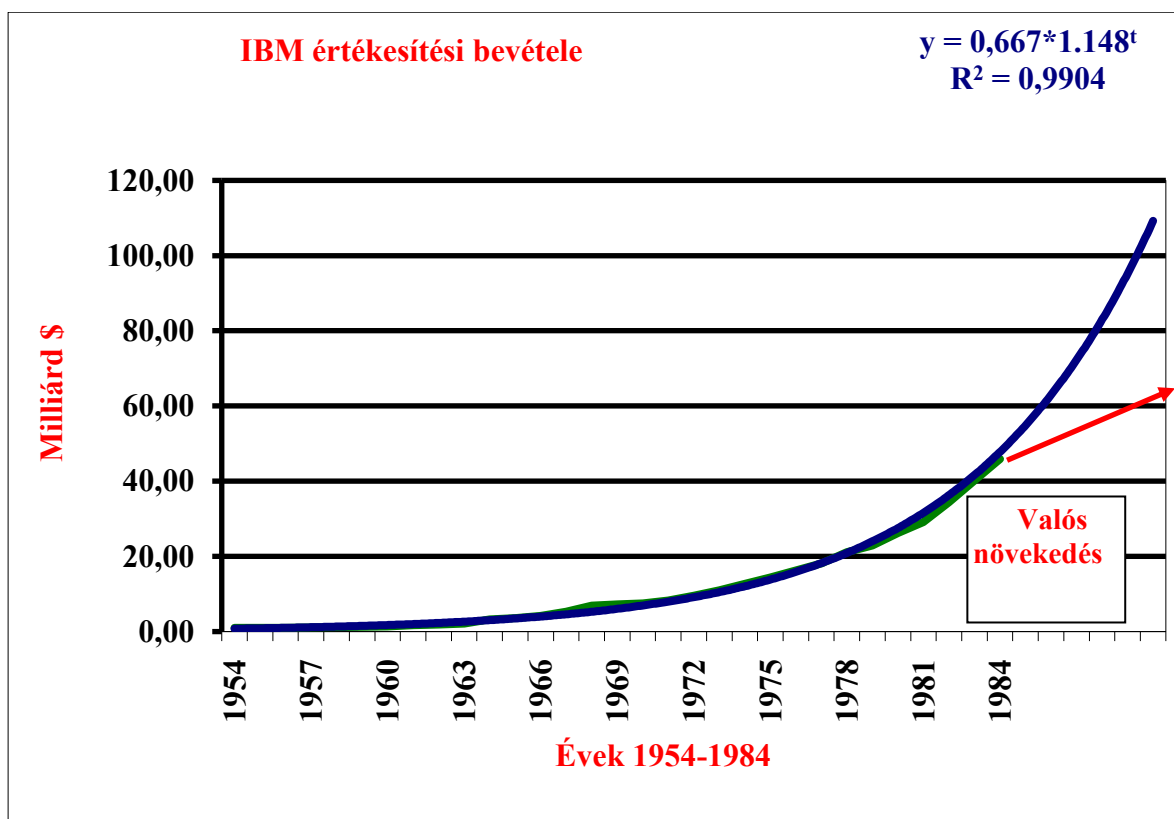
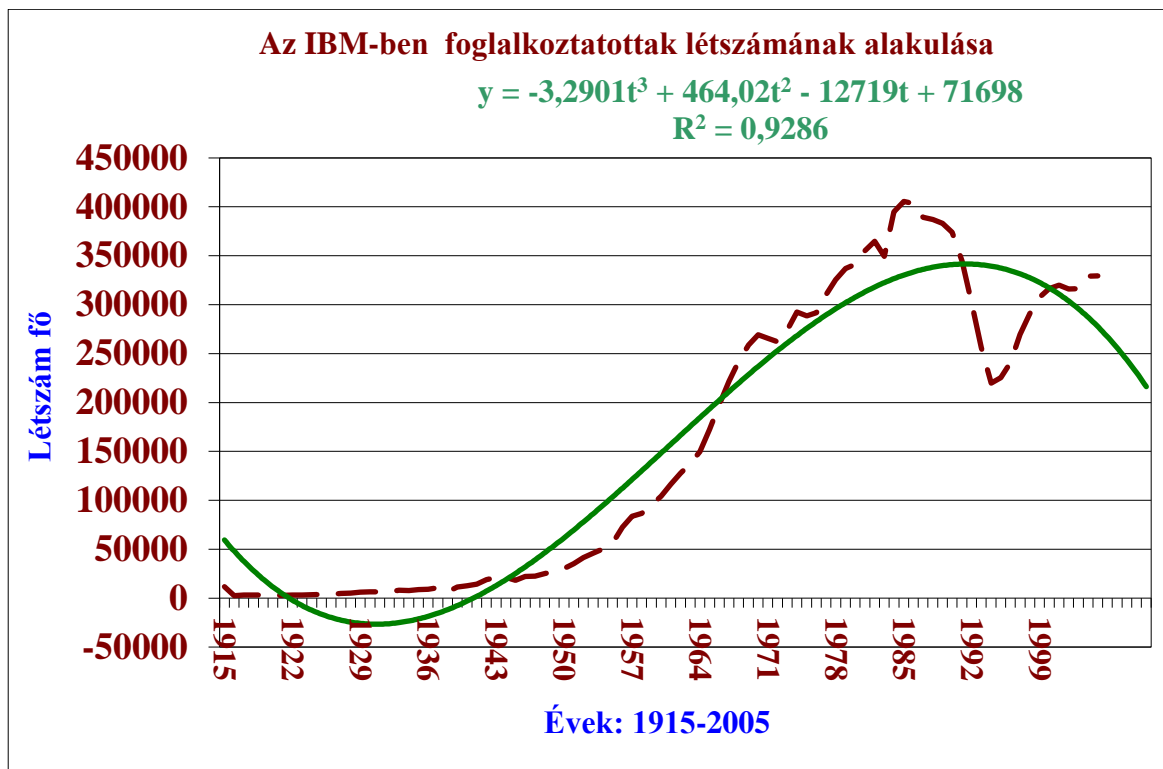


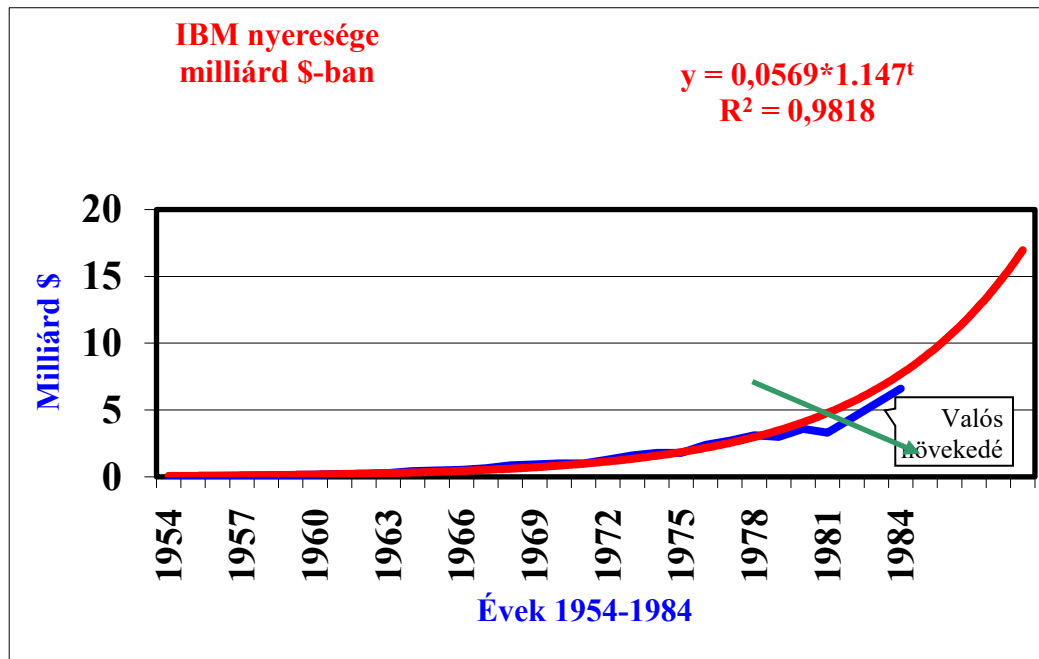
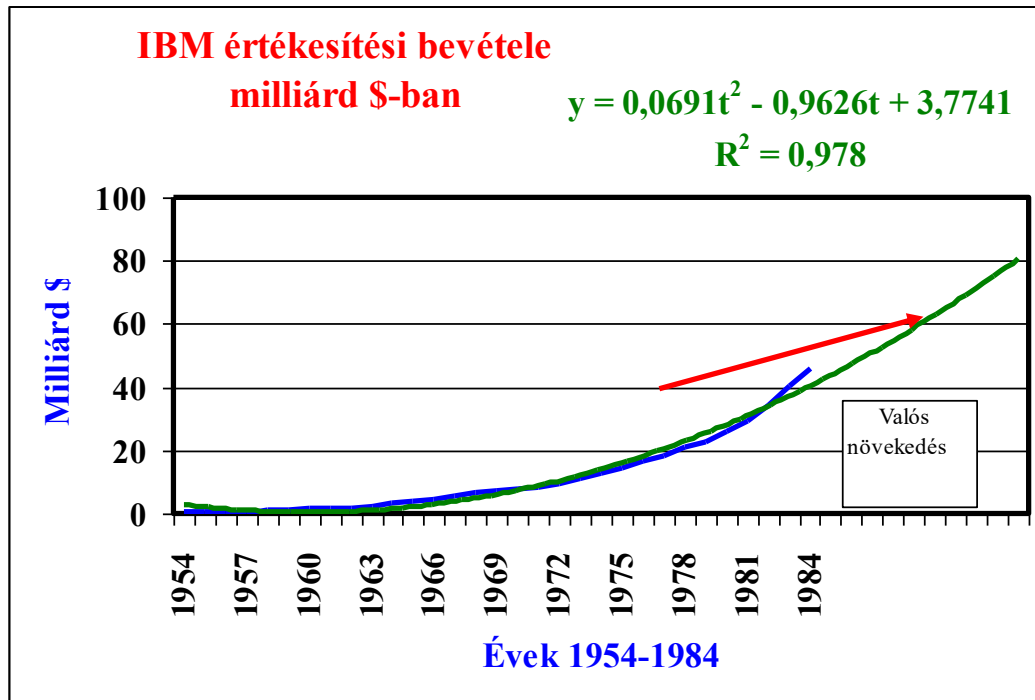
A nettó nyereség alakulása az IBM-nél

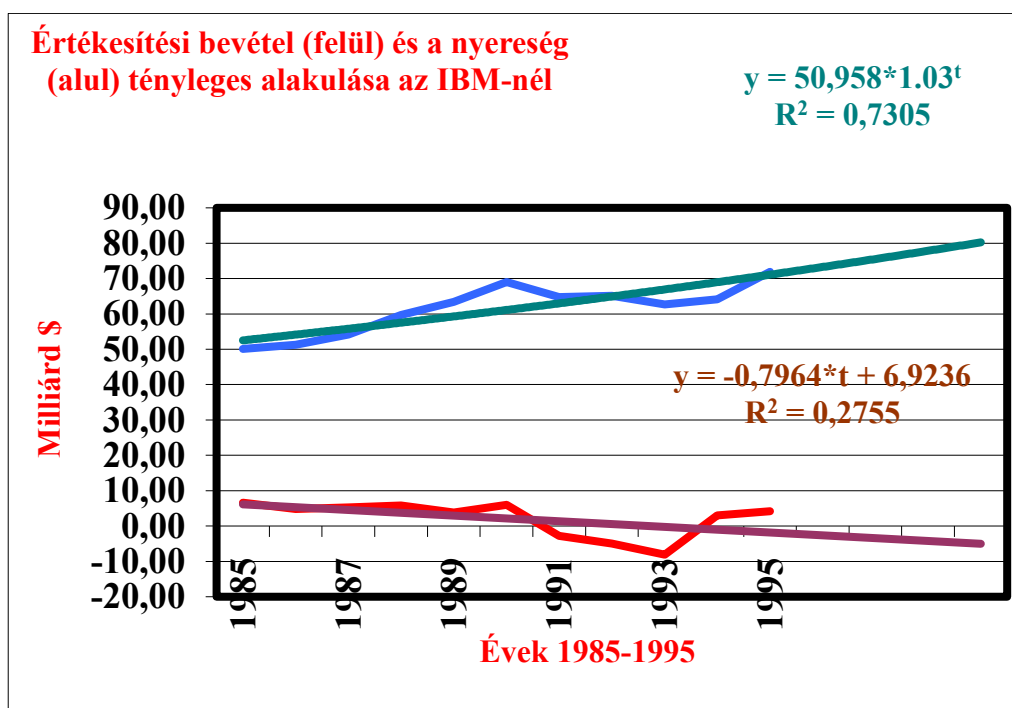
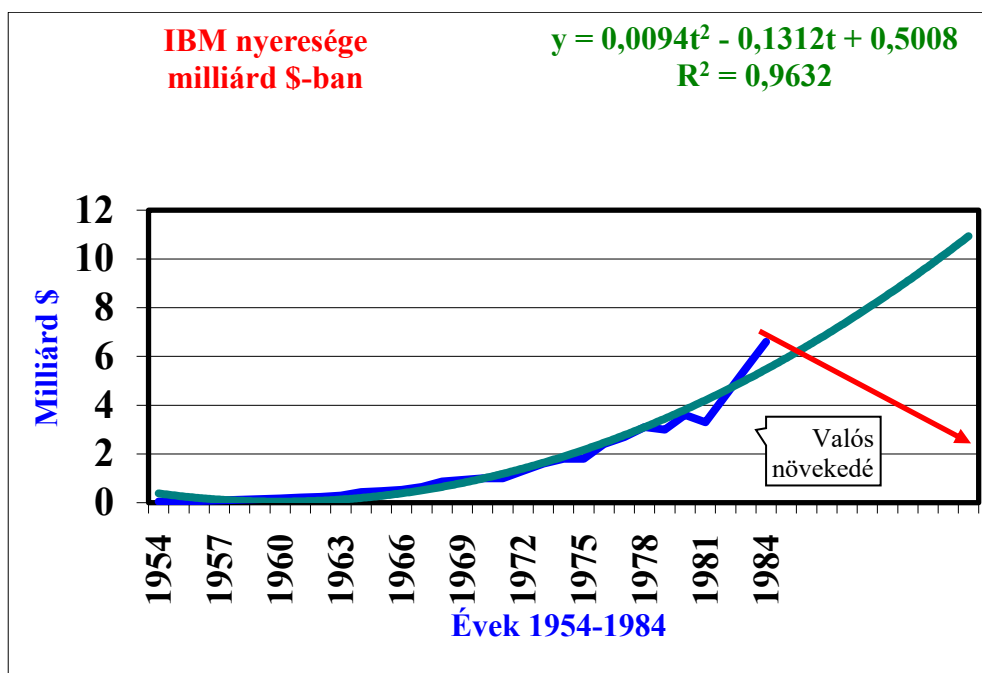
$$y = 0,00001t^3 - 0,00007t^2 - 0,0096t + 0,062$$

$$R^2 = 0,4964$$









A magyarországi bűnözés alakulása és a hosszú ciklusokkal való összefüggése.

Az adatok:

Regisztrált bűncselekmények számának alakulása Magyarországon 1965-2021.

Forrás:

KSH Évkönyvek

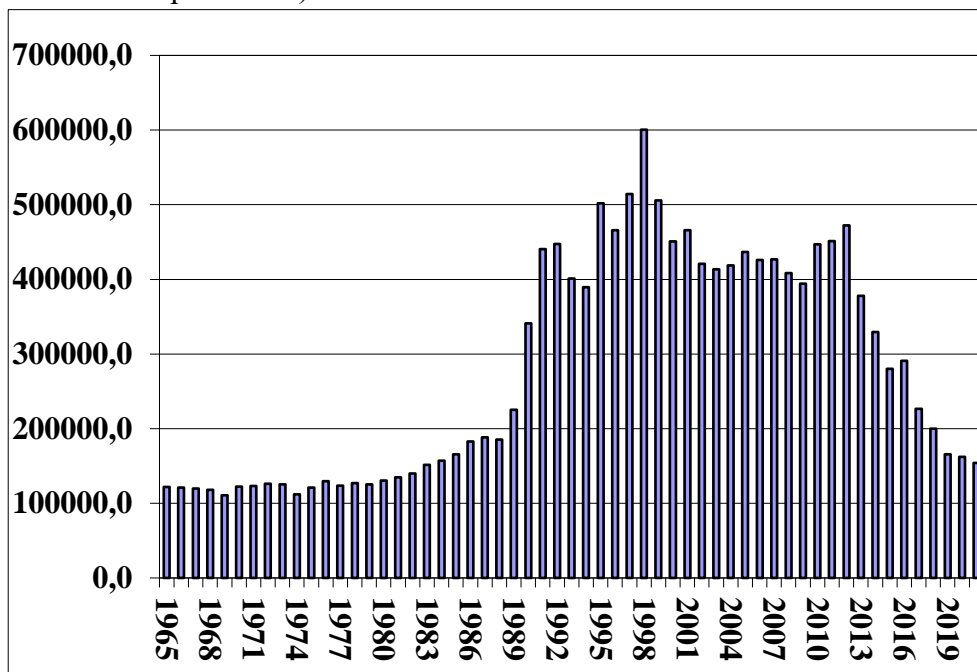
Magyar Statisztikai Évkönyv. [2003]: KSH CD. Hosszú idősorok. 1.8 tábla.

Regisztrált bűncselekmények száma Magyarországon [2000-2019](#)

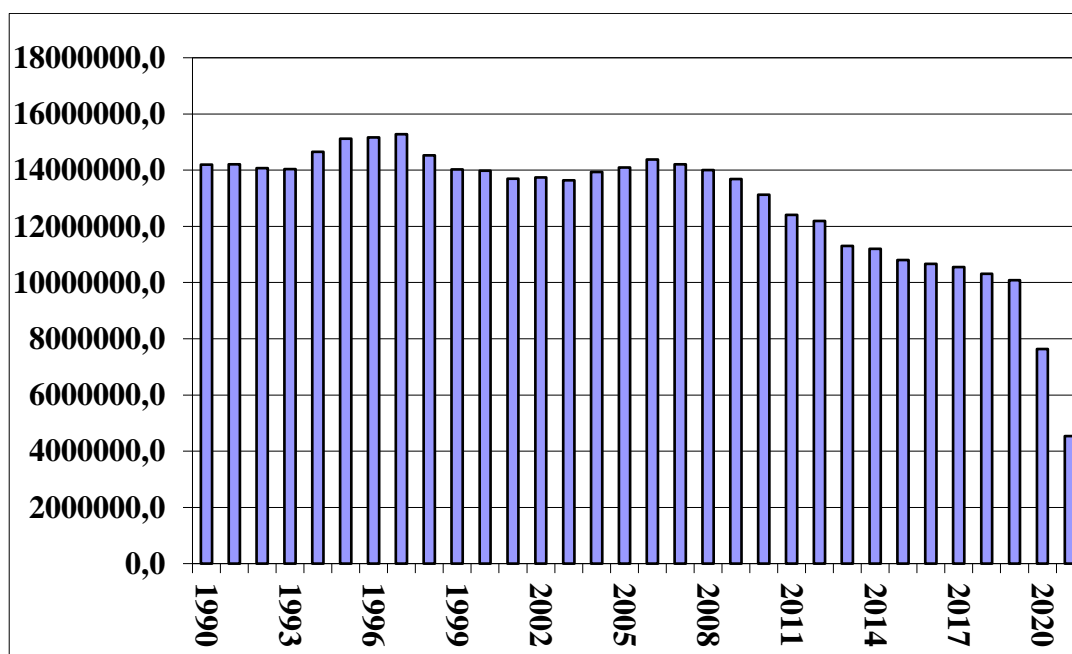
Regisztrált bűncselekmények száma Magyarországon [2009-2021](#)

A regisztrált bűncselekmények számának alakulását (1965-2021) mutatja az alábbi ábra.

Az 1979-es olajválság után kezdődött meg a bűncselekmények számának a növekedése, ami 1998-ig tartott, amikor 2000 körül véget ért, a hosszú ciklus leszálló ága. [A 2008-ban kirobbant gazdasági világválság](#) után a magyar bűnözés száma is a csökkenésből emelkedésre váltott, majd 2013-tól egyenletesen csökkent. Egyértelműek az összefüggések, ha a Kondratyjev ciklusok a felszálló ágban vannak, a bűnözés nő, ellenkező esetben csökken. A válság idején nő a szegénység, aminek következménye a megélhetési bűnözés (pl.: pincefeltörések, erőszakos rablások, lakásbetörések, gépjármű feltörések és lopások stb.) növekedése.



Hasonló tendenciát mutat az USA bűnügyi statisztikájának (az összes bűncselekmény miatt letartóztatottak száma) az alakulása [1990-2021](#) között. A bűnözés csökkenése itt is 2000-ben kezdődött el, majd a csökkenés növekedésbe váltott, ami 2006-ban érte el a csúcspontját, ezt követően 2021-ig csökkenést mutatnak az adatsorok. A ciklus periódusa 5 év.



Pusztai László: Gazdasági ciklus és bűnözés.¹⁰ c. tanulmányában 1987-ben a magyar szakirodalomban elsőként veti fel azt a problémát, hogy a bűnözésben is vannak ciklusok, sőt hosszú ciklusok, mint a gazdasági életben. Bevezető gondolatai közül kiemelem a következőt, hangsúlyozva azt, hogy a tanulmány a rendszerváltást megelőzően 1987-ben a Belügyi Szemlében jelent meg: „Annak felvetése azonban, hogy a szocialista gazdasági rendszer fejlődése is ciklikus, korábban ugyancsak szentségtörő gondolat lett volna. [] Napjainkra azonban egyre több közgazdász, konjunktúrakutató, gazdaságtörténész voksol amellett, hogy a szocialista gazdaság permanens evolúciója csak egyike az íróasztal mellett kidolgozott kecsegtető elméleti tételeknek, a gyakorlatban azonban megvalósíthatatlan (legalább is ez ideig még egyetlen szocialista országban sem sikerült megvalósítani)”¹¹ ¹² Pusztai László hangsúlyozza, hogy a gazdasági fejlődés következtében fellépő válságok jellemzője a globalitás, mégpedig két értelemben is, 1. a válság az egész világra kihat, minden korábbi elképzeléssel szemben a szocialista világra is, 2. nem marad a gazdaság keretei között, hanem az egész társadalom életére kihat, így a globalitás a bűnözésben is jelentkezik. Ez utóbbi megállapítást a nemzetközi irodalom feldolgozásával is igazolja. Pusztai László 1987-ben úgy vélte, hogy idézem „Tekintve, hogy mind a Kondratyjev – ciklus híveinek, mind kritikusainak számítása szerint a jelenlegi leszálló ág valahol az ezredforduló körül éri el a mélypontot, valamint, hogy a bűnözésre gyakorolt hatás késleltetett, számomra úgy tűnik, hogy nagyobb az esély a Diczig-prognózis¹³ borúlátóbb változatának bevételeére. Saját heurisztikus módszere alapján ugyanerre az eredményre jut Déri Pál¹⁴ is, amikor 2000-re még magasabb mintegy 400 000 bűncselekményt prognosztizál.”¹⁵

Elvégeztem a számítást az 1965-1987 közötti adatok alapján. Idősor hossza 23 év, ebből becslésre felhasznált 20 év, extrapoláció 20 év. A legjobban illeszkedő függvény a harmadfokú parabolikus trend.

Az eredmények:

A trendfüggvény:

$$\hat{y}_t = 118020,57 + 1509,056 * t - 270,767 * t^2 + 14,5131 * t^3$$

$$R^2=0,862$$

$$MAPE = 2,12$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján igen pontos.

¹⁰ Pusztai László [1987]: Gazdasági ciklus és bűnözés. Belügyi Szemle. 9. sz. 34-42.

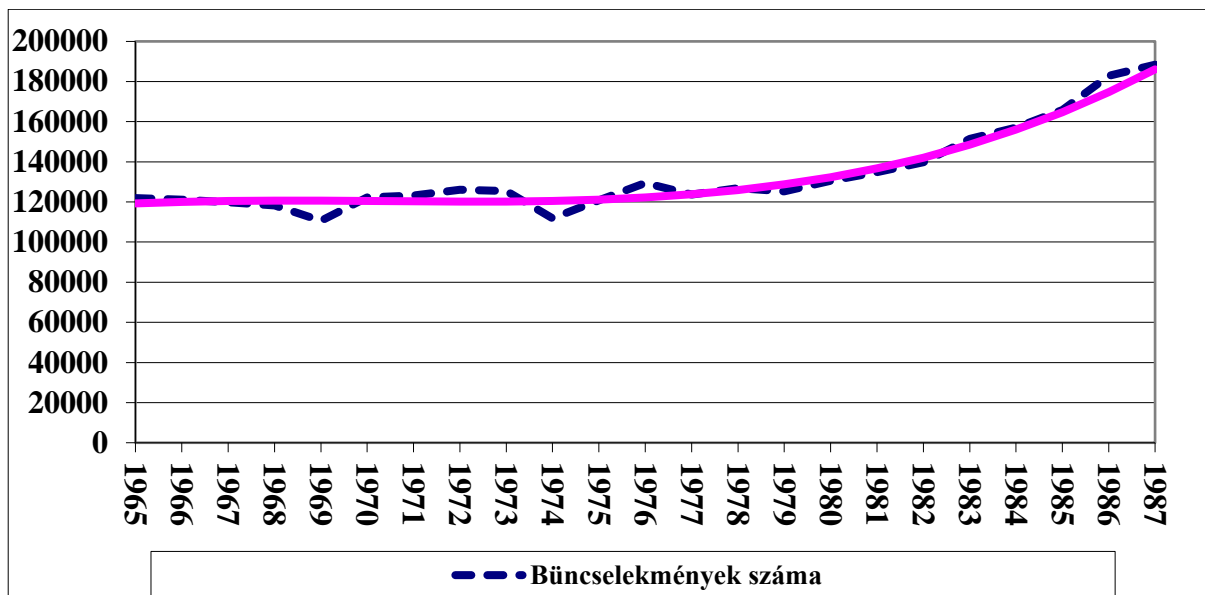
¹¹ Pusztai László [1987] i. m. 34.

¹² A rendszerváltást megelőzően a „szocializmus politikai gazdaságtana” azt tanította, hogy a szocializmusban a megtermelt használati érték tömege szakadatlanul emelkedik és ezt alaptörvénynek nevezték. A másik dogma az volt, hogy a kommunizmus felé haladunk, így csökken és majd megszűnik a bűnözés, sőt az állam is elhal. Eretnak dolog volt ciklusokról írni, illetve nem volt illő növekvő bűnözést prognosztizálni.

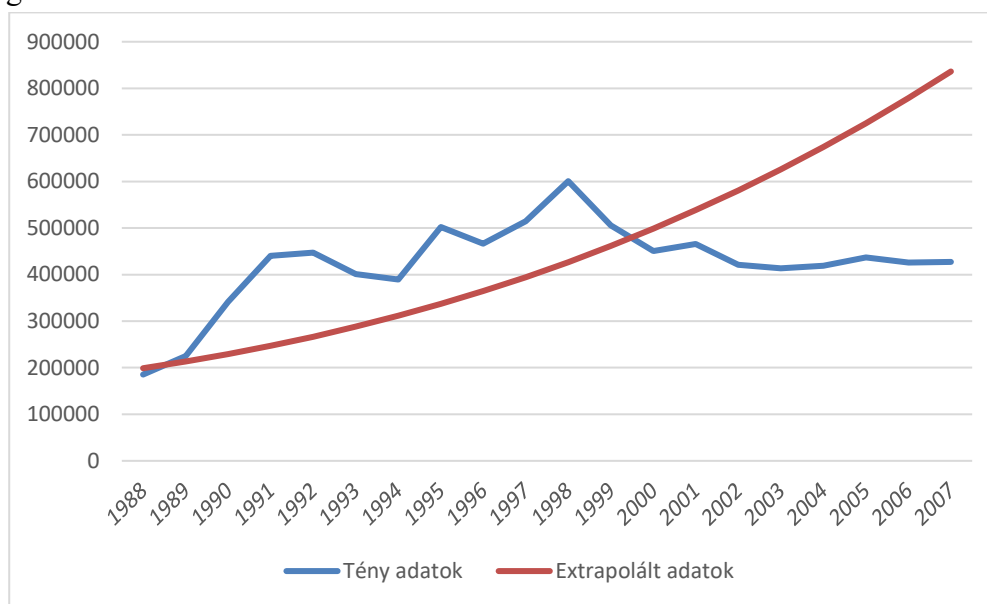
¹³ Diczig István és kutatócsoportja. [1987]: A magyarországi bűnözés várható alakulása az ezredfordulótól, különös tekintettel a személyek javait károsító bűncselekményekre. BM Könyvkiadó, 54.

¹⁴ Déri Pál [1987]: Bűnözési helyzetünk és várható alakulása 2000-ig. Belügyi Szemle, 1. sz. 11-23.

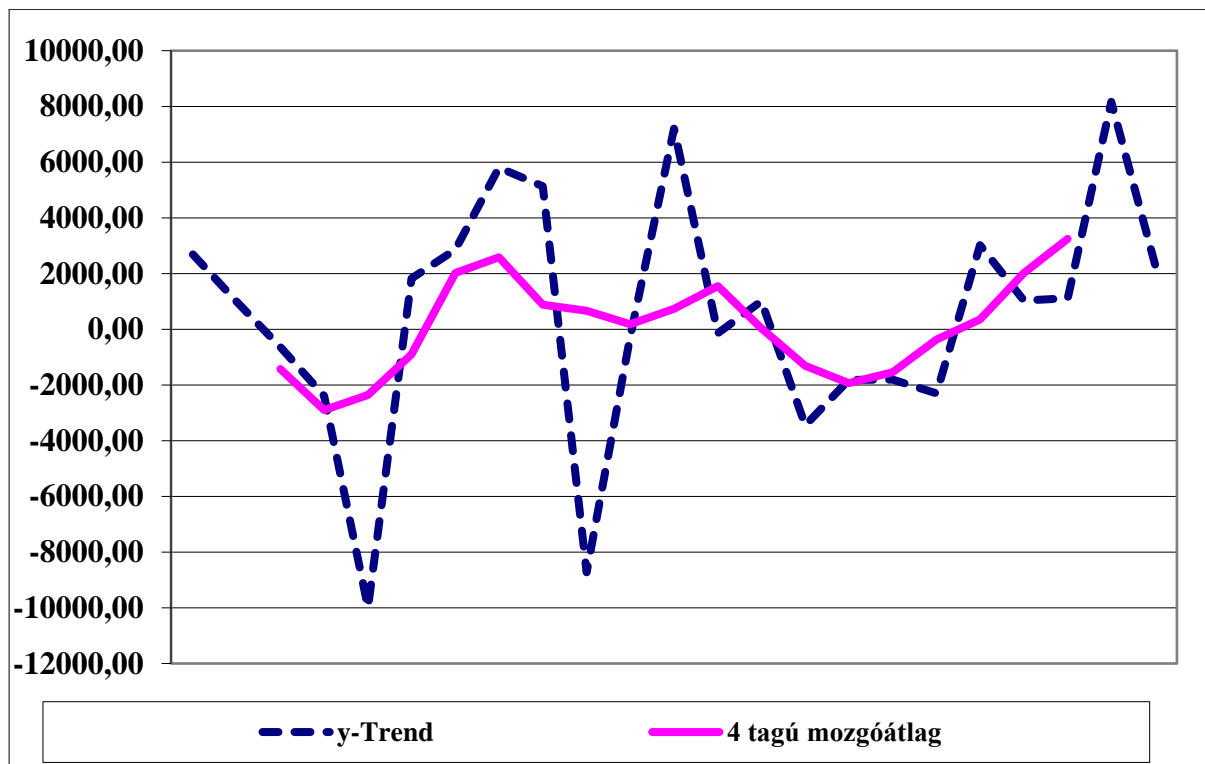
¹⁵ Pusztai László [1987] i. m. 41.



Az alábbi ábra a tényadatok és az extrapolált adatok, a regisztrált büncselekmények számának alakulását mutatja 1988 és 2007 között. Az extrapolált adatokat (1965-1987) az előzőekben bemutatott harmadfokú parabolikus trend becslése alapján számoltam ki. A trend 1999-ig alábecsülte, 2000-től pedig fölé becslte (498558 büncselekmény) a bekövetkezett tényleges értékeket. Az eredeti adatok sorában a legrövidebb ciklus 4 év.



Az eredeti adatok sorában a legrövidebb ciklus 4 év. A 4 éves ciklusokat kiküszöbölve az alábbi ábra mutatja a bűnözés alakulásában a konjunktúra ciklusokat.



Ciklusok a divatban.

„A divat szó alatt általában egy adott kultúra vagy kor irányzatát értik, amely leggyakrabban az öltözködést, a protokolláris szokásokat és a társas érintkezés szabályait foglalja magába. A divat a legáltalánosabb értelemben a társas érintkezést irányító szokások rendszere.”

Alfred L. Kroeber és Jane Richardson¹⁶ kvantitatív elemzéssel mutatták ki azt hogy „a női ruhák formális jellemzői (hossz, bőség, dekoltázs, derékmagasság, stb.) a ciklikusság szigorú rendje szerint változtak az elmúlt négyszáz évben: a maximális és a minimális kiterjedések félévszázados ütemben követték egymást. [] A divat formarendszerének nyilvánvaló és eléggé jól megfigyelhető ciklikussága fontos és további kutatásokat kívánó terület: valójában modellszerűen példázza azokat a ciklikus tendenciákat, amelyek a kultúra egészében is jelen vannak, formális rendezőelvként bizonyos időszakokban különös erővel érvényesülnek, akár korhangulattá válhatnak.”¹⁷ Alfred L. Kroeber és Jane Richardson kutatásainak célja az volt, hogy megkísérelték objektív és kvantitatív módon meghatározni a divatváltozásokat. A ruhadivatot azért választották a szerzők, mert évszázadról évszázadra pontosan összehasonlítható bőséges anyaghoz lehetett jutni. A ruhák hat vonalával (három függőleges és három vízszintes méret) foglalkoztak és a vizsgálat eredményeit az alábbi táblában összegezték. „A kutatás Kroeber egy 1919-ben írt rövid cikkével kezdődött. Az ott kifejtett vizsgálati módszereket ... most egy jóval nagyobb volumenű anyagnál alkalmaztuk. Ezt az új anyagot Richardson gyűjtötte össze. Míg a korábbi cikk az 1844 – től 1919-ig terjedő 76 évet dolgozta fel, addig a jelen tanulmány 1936-ig, visszafelé pedig 1787-ig, mégpedig összefüggően, kivéve két évet

¹⁶ Klaniczay Gábor - S. Nagy Katalin. (Szerk.) [1982]: Divatszociológia. II. kötet. Tömegkommunikációs Kutatóközpont, Budapest.

¹⁷ Richardson Jane - Kroeber A. L.: Három évszázad női ruha – divatja. Kvantitatív elemzés. 1940. In.: Divatszociológia [1982]. i. m. 175-189.

(1822, 1833), amelyekre nem voltak adatok fellelhetők. ...1787-től visszafelé a divatképeket nagymértékben pótolni kellett korabeli arcképekkel és képekkel, melyekből kevesebb van. De 1605-ig visszamenően összegyűjtöttünk egy rendes sorozatot, ily módon a teljes idősor 332 évet foglal magába, véleményünk szerint többet, mint a gazdasági statisztikai tanulmányok túlnyomó többsége. Igaz, a sorozat 1787 előtt csúnyán megtört. Az 1631-től 1640-ig terjedő évtizedben a hozzáférhető illusztrációk száma 21, az 1691-től 1710-ig tartó 20 évben pedig egy sem, 1711-20-ig húsz, míg 1721-30-ig csupán három. Az 1787 előtti időre vonatkozó leleteink ezért sokkal kevésbé jelentősek és megbízhatóak, mint az 1787 utániak. Ennek megfelelően részletesebb elemzésünk az utolsó 150 éven alapul.”¹⁸

A vizsgálat összefoglaló eredményei¹⁹ a következőkben foglalhatók össze:

Nem tudjuk pontosan, mennyi jelentőséget tulajdonítsunk annak, hogy a hat ruhaméret változásának hullámhossza egy évszázad körül mozog. Kérdés, hogy milyen mértékben rejlik mindez magának az egy évszázadnak a tényében, vagy abban, hogy bizonyos időszakokban a csúcsok közel egyidőben jönnek létre. ...Egy dolog azonban biztos, - akár van köze egymáshoz a hat hullámhossznak, akár nincs - a test körvonalainak alapvető arányait tekintve a női ruhadivat lassan változik. Átlagban fél évszázados a mozgás a szélsőséges hosszról vagy bőségről a szélsőségesen rövid vagy szűk formáig, majd újabb fél évszázad a visszatérés. Ez jóval több, mint amennyit a civilizált világ feltételez annak az általános felfogásnak a jegyében, hogy a női ruhadivat természeténél fogva nem csupán labilis, hanem szeszélyesen és hirtelenül változik.” Az évszázados trenden belül kisebb mozgásokat is kimutattak.

A ruhaméreték és a hullámhosszok eredményeit az alábbi tábla tartalmazza.

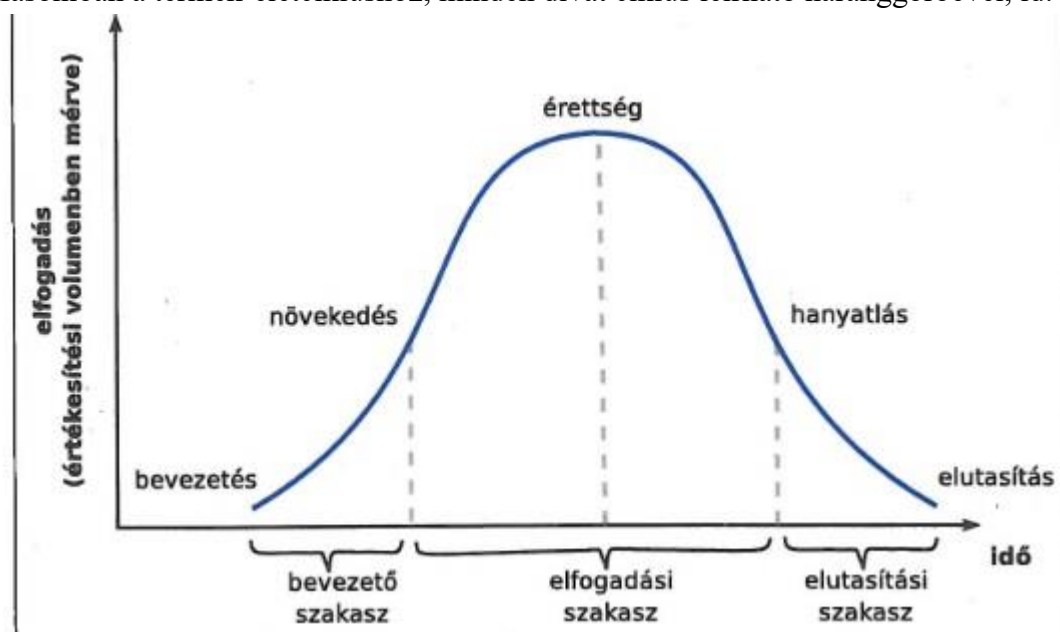
Méreték.	A hullámhosszak középpértékei, évek.
Szoknyahossz	100
Szoknyabőség	100
Derék hossz	71
Derékbőség	93
Dekoltázs hossz	71
Dekoltázs szélesség	154
Középpérték	98

¹⁸ Richardson Jane - Kroeber A. L. [1982]: i. m. 176.

¹⁹ Richardson Jane - Kroeber A. L. [1982]: i. m. 185.

„A szoknyák bősége pl. 1811-ben és 1926-ban egyértelműen minimális volt, a legnagyobb bőséget 1749 és 1860 körül érték el.”²⁰ A női ruhadívat lassan változik, hiszen a teljes hullámhossz 71 és 154 év között mozog.

A tanulmány következtetése: „Az általunk meghatározott arányok²¹ összehasonlíthatók azzal, amit a közgazdászok "hosszú lejáratú trendnek" neveznek, amelyben szintén jelentkeznek változások vagy kisebb ciklikus mozgások. Sem a hosszabb gazdasági trendekről, sem pedig a fluktuációról nem állítja senki, hogy egyéni kezdeményezések. Elképzelhető persze, hogy a gazdasági tényezőknek természetüknél fogva társadalmi jellegük is van. Viszont gyakran feltételezik, hogy a divat jellemzői egyéniéek. Az ilyen feltételezés azonban naiv, nincs kritikailag ellenőrizve. Sokkal valószínűbb, hogy ami az emberi kultúra egyik területén érvényes, az a másik területre is igaz. Mindenesetre az ellenkező nézetet vallóknak kellene bizonyítaniuk. Rajtuk a teher bizonyára kétszeresére nőtt, amióta bemutattuk, hogy a ruha divat változásai a történelem során a gazdasági változásokhoz hasonlóan viselkedtek.” Hasonlóan a termék-életciklushoz, minden divat ciklus leírható haranggörbével, ld. az alábbi ábrát.



Divat életciklus

A divat életciklus az előzőek alapján az 1600-as évektől kezdve 1944-ig 71 és 150 év között változott. 1945 után még Magyarországon is az életciklus jelentősen lerövidült. Pl.: „A magyarországi városi öltözködés története az 1945 utáni évtizedekben öt nagyobb periódusra osztható. Eleinte apró módosulásokkal, de lényegében a két háború közötti időszak viseletkultúrája folytatódott. Az ötvenes évek első fele ezzel ellentétben a kényszerű uniformizálódás, a nemzetközi elszigetelődés, a ruha- és anyagihiány jegyében telt. 1956/57 fordulójától a hatvanas évek végéig lassú változás kezdődött: ismét általánossá és természetessé vált a divat követése, az ellátás is fokozatosan javult. A nyolcvanas évtized közepéig tartó újabb szakaszt az egyszerűsödés, egyúttal a divattrendek naprakész követése jellemezte, ekkor már csak egyes termékek és a kurrens cikkek hol átmeneti, hol tartósabb hiánya fordult elő. A

²⁰ Richardson Jane - Kroeber A. L. [1982]: i. m. 184.

²¹ Richardson Jane - Kroeber A. L. [1982]: i. m. 187.

rendszer alkonya pedig elhozta a stílusok gyors követését és keveredését, valamint a (tömeg)fogyasztás felértékelődését és általánossá válását.”²²

A divat változását meghatározta a [ruha ipar](#) fejlődése, ami magába foglalja a textilruházati ipart, a kötszővő ipart, a bőr- és szőrmeruházati ipart és a cipő ipart. A gyári méretekben történő [ruhakészítés](#) a 19. század második felétől kezdődően alakult ki. A készruhagyártás fejlődésének igen nagy lökést adott az amerikai polgárháború (1861–1865). „A ruhaipar kialakulása az észak-amerikai kontinensen kezdődött, de a ruházati cikkek nagyüzemi sorozatgyártása a 20. század közepére már Európában, továbbá Ausztráliában, Japánban, Dél-Afrikában is meghonosodott. Ez a folyamat az 1960-as években teljesedett ki, amikor is a legtöbb nyugat- és kelet-európai országban, Észak- és Dél-Amerikában és több más országban is a lakossági igények többségét már ilyen ruhákkal elégítették ki. Megkezdődött a nagyüzemi ruhaipar által gyártott termékek széles körű exportja is.”

Ciklusok Magyarországon az egyetemek integrációjában

Az egyetemek integrációja illetve dezintegrációja az elmúlt 100 évben 50 éves ciklust mutatott, 1920 és 1945 között integrált egyetemek működtek Magyarországon (25 felsőoktatási intézmény működött 1920 után: pl. József Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Királyi Magyar Pázmány Péter Tudományegyetem, Szegedi Tudományegyetem, Pécsi Tudományegyetem, Debreceni Tudományegyetem, stb.) 1945 és 1975 között dezintegrált egyetemek működtek, a korábbi egységes tudományegyetemeket feldarabolták, pl. 1949–1950-ben a hittudományi karok kiváltak az állami egyetemek szervezetéből, s az orvosi fakultások is önálló egyetemekké (Budapesten, Pécsen, Debrecenben, Szegeden) váltak 1951. február 1-jétől. Megszűntek a jogakadémiák. Ugyancsak 1949-ben önállósult – kiválva a Műszaki Egyetem szervezetéből – a Közgazdaság-tudományi Egyetem, stb. „[A felsőoktatás irányítása az 1980-as években válságba](#) került. A növekedés és differenciálódás következtében a központi irányítás szinte lehetetlenné vált. 1981-ben felsőoktatási intézményeinkben több mint ezer tanszék működött.” Az integráció 1975-ben kezdődött és 2000-ben fejeződött be. Egyértelmű, hogy az 1973-1979-es olajválság után Magyarországon a romló gazdasági helyzet kikényszerítette a dezintegrált felsőoktatási intézmények, az egyetemek és a főiskolák centralizációját.

A közgazdasági elméletek és a Kondratyjev ciklusok összefüggései

A közgazdasági elméletek fő iránya is aszerint változik, hogy a Kondratyjev ciklusok a felszálló vagy a leszálló ágban vannak-e. 1896-1932 és 1945 és 1973 között a felszálló ágakban a határhaszon elmélet, a laissez-faire-típusú gazdaság eszméje volt népszerű, 1933-1945 között és 1973-2000 között a leszálló ágakban az állami beavatkozást hangsúlyozták, ennek úttörője [John Maynard Keynes](#) brit közgazdász által a 20. században kidolgozott gazdasági elméletet volt. Egy példa a termelési függvény alkalmazása. A [termelési függvény](#) valamelyik tényező szerinti parciális deriváltja a határtermék. A határtermék megmutatja, hogy az i-edik tényező mennyiségének egységnyi növelése minden más input (termelési tényező) változatlanlansága mellett mennyivel változtatja meg a kibocsátást. A termelési függvények esetében közgazdasági, elméleti feltétel, hogy a határtermék pozitív, ugyanis azt, nem tudjuk értelmezni, hogy valamelyik ráfordítás egy egységgel való növekedése esetén, - amikor a többi termelési tényezőt nem változtatjuk meg - a termelés csökken. A termelési függvény szakirodalma

²² Divat a második világháborútól a rendszerváltásig. [Múlt-kor történelmi magazin 2020. ősz.](#)

1950-1980 között külföldön és Magyarországon is igen széleskörű volt. Erről például alapos áttekintést adott Nyáry Zsigmond. [1972]: A termelési függvények újabb irodalma. Statisztikai Kiadó. Budapest című könyvében. A vizsgálataim során azt tapasztaltam, hogy az 1960-1975 között a magyar iparra (26 iparcsoportra) elvégzett számításaink során (feleségemmel Rédey katalinnal) a becsült termelési függvények, az elméleti feltételeknek eleget tettek. Egy vidéki cipőgyárnál elvégzett számításaimnál a rendelkezésre álló adatállomány 1968-1977 közötti időszakra állt rendelkezésemre. Azt tapasztaltam, hogy a gépek, berendezések bruttó értéke (millió forint 1968-os árszinten) változó parciális deriváltja negatív volt, míg a többi változó pozitív. Itt már 1973-as olajválság (Kondratyjev ciklus leszálló ága megkezdődött) hatására, a cipőtermelés (ezer párban) 1975 után stagnált, 1977-ben visszaesett. Az ötödik ötéves tervben (1976-1980) a vizsgált cipőgyárban jelentős összegű beruházás valósult meg, aminek több, mint 50 százalékát közvetlen termelőüzemi gépesítésre fordították. A vizsgálat utolsó 2 évében (1976-1977) a gépek, berendezések jelentősen emelkedett. Az eredmény a gépek, berendezések változónál a negatív parciális derivált (-19,996), tehát a termelési függvényt közgazdasági szempontból nem fogadhatjuk el, ugyanis ha 1 millió forinttal növeljük a gépek változót, a többi termelési tényező változatlanul hagyása mellett, akkor a cipőtermelés közel 20 ezer párral csökken átlagosan évente.²³

1982 után Magyarországon a termelési függvényekkel a szakemberek nem foglalkoztak.

Hamvas Béla gondolatai.

Hamvas Béla 1962. február 4. című írásából a következőket idézem: "A modern civilizáció gépszövevénye remekül működik, amíg jó idő van. Mihelyt aszály áll be, vagy árvíz van, sokat esik az eső, vagy a hó, kitűnik, hogy az egész elképzelhetetlenül labilis. Inogni kezd, és pedig nem egyik vagy másik részletében. Inogni kezd az egész. Az államintézmény is csak jó idő esetén működik. Mihelyt szociális zavar, elégedetlenség, bizalmatlanság lép fel, válságba kerül. Az egész civilizáció normálidőben jó. Nem számol azonban a mutációkkal és a katasztrófákkal." [] "Régebben a fejlődéstudományt nem úgy tanították, mint ma. Folyamatos evolúciót nem tételeztek fel. Úgy látták, hogy sima átmenet a természetben sehol sincs. Az egyes fajok között szemmel látható problematikus hiányok vannak." [] "A régieket nem szabad lebecsülni. Mérhetetlenül okos emberek voltak, sok tekintetben okosabbak, mint mi. Nagy előnyük volt fölöttünk, hogy olyan alkalmakra is gondoltak, amikor az idő nem kifogástalan. Számoltak a mutációkkal és a katasztrófákkal. Tudták, hogy az átlagos időknek átlagos teoriák felelnek meg. Válságos időkben azonban egészen más elméletekre van szükség. Ilyenkor mélyebbre kell nyúlni és többet kell merni. A baj a nyakunkon van. Lesz, ami lesz."

A tömeges kihalások ciklusai.

"A biológiai ritmusok lebontásával felfedezett talán leghosszabb hullámhossz a tömeges kihalások 26 millió éves ciklusa. A kövületek szakértői úgy becsülik, hogy a valaha élt fajok több mint 99 százaléka kihalt. Szerencsére a kihalások számát hosszú időtartamon át nagyjából ellensúlyozza az új fajok keletkezése a létező fajok szétválásával. Ez azonban nem jelenti azt, hogy rövidebb távon állandók maradnának. Távolról sem. A kihalási mérték mindenütt ingadozik, és ugyanígy az új fajok

²³ Sipos Béla. [1982]: Termelési függvények-vállalati prognózisok. Közgazdasági és Jogi Kiadó (KJK) 189-219.

kialakulásának mértéke is. Vannak rossz idők, amikor fajok tűnnek el, és jó idők, amikor zsendülnek. A legrosszabb időkre valószínűleg úgy negyedmilliárd évvel ezelőtt, a permi korszak végén került sor, amikor a fajok 90 százaléka kihalt, köztük sok emlősszerű hüllő a szárazföldön. A Föld faunája végül ismét elérte a korábbi szintet, ám egészen eltérő szereplőgárdával: a szárazföldön a dinoszauruszok léptek az emlősszerű hüllők szerepébe. A következő legnagyobb - egyúttal a legtöbbet emlegetett - tömeges kihalás a 65 millió évvel ezelőtti nevezetes krétakori kihalás, melynek során valamennyi dinoszaurusz és velük együtt sok más szárazföldi és tengeri faj tűnt el, a fosszilis emlékek tanúsága szerint szinte egy csapásra. A krétakori eseményben nagyjából az összes faj fele halt ki, nem annyi, mint a permi időszakban, ám így is félelmetes globális tragédia volt. Bolygónk elszegényedett faunája ismét elérte a korábbi szintet, és most itt vagyunk mi, emlősök, az egykor oly bőséges emlősszerű hüllőfauna néhány szerencsés túlélőjének leszármazottjai. A madarak társaságában mi töltjük ki a halott dinoszauruszok után maradt hézagokat. Feltehetőleg a következő nagy kihalásig."²⁴. "A tömeges kihalásoknak sok, a permi és a krétai időszakban bekövetkezetteknél kevésbé súlyos epizódja is volt, amelyek azért elég jelentősnek számítottak ahhoz, hogy nyomon lehessen követni a kövületek krónikájában. Statisztikai paleontológusok számos fosszilis fajt gyűjtöttek össze, ezeket számítógépekbe táplálták, és a [Fourier-analízis](#) végrehajtásával olyan ritmusokhoz jutottak, melyek úgy csengenek a fülüknek, mintha mi képtelenül mély orgonahangok dübörgését hallgatnánk. Az így kimutatott domináns ritmus (bár vitatottan) egy hozzávetőleg 26 millió éves periodicitás. Mi okozhatja a kihalás ilyen megrendítően hosszú hullámhosszú ritmusát? Nemigen lehet más, mint valamely égi ciklus. Egyre több bizonyíték támasztja alá, hogy a kréta időszakban bekövetkezett katasztrófát egy hegy méretű aszteroida vagy üstökös okozta, mely több tízezer mérőföldes óránkénti sebességgel csapódott a bolygónkba, valószínűleg valahol a manapság Yucatan - félszigetnek nevezett vidéken, a Mexikói-öbölben. Aszteroidák a Jupiter keringési síkján belül található övben keringenek a Nap körül. Temérdek aszteroida van arra - az aprók folyamatosan záporoznak ránk - és némelyik elég nagy ahhoz, hogy kataklizmatikus kihalást okozzon, ha nekünk ütközik. Az üstökösök nagyobb, excentrikus pályát írnak le a Nap körül nagyrészt jóval kívül az egyezményesen Naprendszernek tekintett régió, esetenként azonban beljebb hatolnak, ahogy 76 évente a Halley-üstökös és úgy 4000 évente a Hale – Bopp - üstökös. A perm időszakban bekövetkezett eseményt esetleg egy még nagyobb üstökös becsapódása okozta, mint a krétabelit. A tömeges kihalások 26 millió éves vélt ciklusát talán az üstökös becsapódások mértékének ritmikus hullámozása okozza. De miért nagyobb a valószínűsége 26 millió évente az üstökösök becsapódásának? Itt tág teret kap az elmélkedés. Felvetették, hogy a Napnak van egy testvér csillaga, amellyel nagyjából 26 millió éves periodicitással keringenek egymás körül. Ez a hipotetikus partner, amelyet soha nem láttak, de amelyiknek mindazonáltal a drámai Nemesis nevet adták, minden keringés során egyszer áthalad az úgynevezett Oort - felhőn, azon a vagy egymilliárdnyi üstökösből álló felhőn, amely a bolygókon túl kering a Nap körül. Amennyiben létezik ez a bizonyos Nemesis, amelyik elhalad az Oort - felhő közelében vagy éppen áthalad rajta, nyilván megkavarná az üstökösöket, ami növelné a valószínűségét, hogy valamelyikük eltalálja a Földet. Ha mindez megtörténik - és az oksági fonal kétségkívül vékony - akkor ez okozhatja a tömeges kihalás 26 millió éves periodicitását, amelyet egyesek szerint a fosszilis emlékek mutatnak."²⁵ A legújabb kutatások szerint: „27 millió évente történnek tömeges kihalásokat okozó kataklizmák a Földön – erre jutott egy kutatócsoport, ami a szárazföldi és a tengeri élőlények ciklikus eltűnését vizsgálta. Az is kiderült, hogy e katasztrófális események egybeesnek a nagyobb aszteroida-becsapódásokkal és vulkánkitörésekkel.

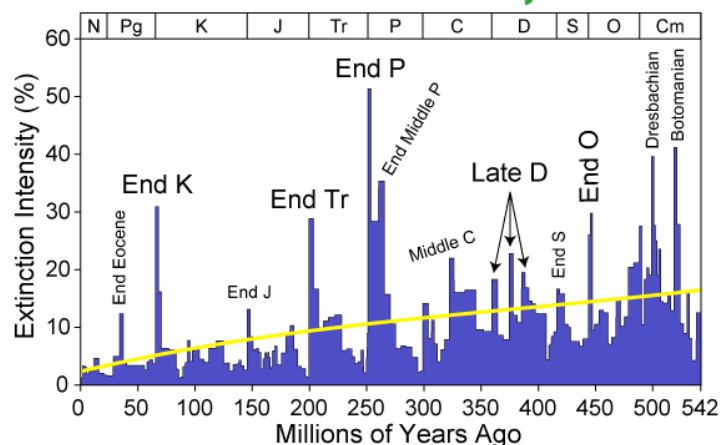
²⁴ Dawkins Richard. [2001]: Szivárványbontás. Tudomány, szemfényvesztés és a csoda igézete. Vince Kiadó. [2001] 84.

²⁵ Dawkins Richard [2001] i. m. 85-86.

Az eredményeket a [Historical Biology](#), An International Journal of Paleobiology. (Volume 33, 2021 - Issue 11.) című tudományos folyóiratban közzétették. (Michael R. Rampino, Ken Caldeira, Yuhong Zhu: A 27.5-My underlying periodicity detected in extinction episodes of non-marine tetrapods) Úgy tűnik, a nagyobb égitestek becsapódásai, és a Föld belsejének bazaltáras kitöréseket eredményező folyamatai ugyanarra a 27 millió éves ütemre lépnek, mint a nagy kihalások. Ez a jelenség talán bolygónk Tejútrendszerben megtett útjára vezethető vissza" – írta a New York-i Egyetem által kiadott [sajtóközleményben Michael Rampino biológus](#), a tanulmány vezető szerzője. Hatvanhat millió évvel ezelőtt a szárazföldi és tengeri élőlények 70 százaléka – köztük a dinoszauruszok – hirtelen kihaltak, ennek oka egy nagyobb aszteroida, vagy üstökös becsapódása lehetett. Korábban a paleontológusok már megfigyelték, hogy a tengeri élőlények nagy részének pusztulásával járó események nem véletlenszerűen, hanem ciklikusan, körülbelül 26 millió évente történnek. A szakértők szerették volna megtudni, vajon ugyanez a mintázat állhat-e fenn a szárazföldi élővilág esetében is. Nem csak a tömeges kihalási események esetén figyelhető meg periodicitás, a kráterek vizsgálata alapján kiderült, hogy az aszteroidák és üstökösök Földre csapódása a kihalásokkal egybeeső rendszerességet mutat. [] Asztrofizikusok korábbi számításai szerint 26-30 millió évente üstökösök záporoznak a Naprendszerre." [Rampino](#) szerint elméletüket igazolja az is, hogy az elmúlt 250 millió évben három tömeges kihalási esemény is igazoltan aszteroida becsapódással esett egybe." (Forrás: Origo, Tudomány. [2020.12.17.](#))

Kihalási esemény. ([Wikipédia](#)) szerint: „Az utóbbi 550 millió évben legalább öt nagy kihallási hullám söpört végig az organizmusokon. Valószínűleg korábban is voltak ilyenek, a korábbi élőlényeknek azonban nem volt szilárd vázuk, ezért fossziliák sem maradtak fenn elegendő számban, így csak a fanerozoikumtól követhetjük nyomon a tömegkihalások történetét. A fanerozoikumi nagy kihalási események számában nincs konszenzus, vannak, akik ötnél nagyobbra becsülik, attól függően, milyen mértékű pusztulást tekintenek már nagyoknak.”

Marine Genus Biodiversity: Extinction Intensity



Kihalási intenzitás (a fossziliákból ismert fajok százaléka) az elmúlt 542 millió évben. End K = a kréta vége, End J = a jura vége, End Tr = a triász vége, End P = a perm vége, Middle C = a karbon közepe, Late D = a devon vége, End S = a szilur vége, End O = az ordovicium vége

[Kihalási események](#)

Az öt nagy tömegkihalást illetően – amelyet 1982-ben [Jack Sepkoski](#) és [David. M. Raup](#)²⁶ írtak le – széles körű szakmai konszenzus létezik. Ezek:

- Ordovícium–szilur kettős kihalási esemény, amely 444 millió éve történt és amelyet az öt legnagyobb kihalási hullám közt második helyre sorolnak a tudósok az elpusztult nemek aránya alapján.
- Késő devon kihalási esemény, amely 360 millió évvel ezelőtt történt és ami, egy kihalási sorozat volt a devon és a karbon időszakok határához közel, amely a fajok mintegy 70%-ával végzett. Nem hirtelen esemény volt, hossza talán a 20 millió évet is elérte, és ezen belül több hullám söpört végig az élővilágon.
- Perm–triász kihalási esemény, amely 251 millió éve történt, a perm és a triász időszakok határán a tengeri családok 53%-át, a tengeri nemek 84%-át, a tengeri fajok 96%-át és a szárazföldi fajok mintegy 70%-át törölte ki. A legnagyobb ismert kihalási hullám, a perm–triász kihalási esemény vagy P-Tr kihalási esemény. A "Nagy Kihalás" fontos evolúciós következményekkel járt: a szárazföldön véget vetett az emlősszerűek dominanciájának, utat nyitott az archosaurusok fejlődésének és később elvezetett a dinoszauruszok uralmához. A tengerekben 67-ről 50%-ra esett a szesszilis (nem mozgó) állatok aránya. A tengeri élővilág számára az egész késő perm nehéz kor volt: a kihalás mértéke már a Nagy Kihalást megelőzően is akkora volt, hogy elérte az öt nagy kihalási hullám dimenzióit.
- Triász–jura kihalási esemény, amely 200 millió éve történt és elsöpörte a tengeri fajok mintegy 20%-át, a nem dinoszaurusz archosaurusokkal, a legtöbb therapsidával és az óriás kétéltűek maradékaival együtt.
- Kréta–tercier kihalási esemény, ami 65,5 millió évvel ezelőtt következett be a legismertebb kihalási hullám, amely végzett a dinoszauruszokkal. A kréta–tercier kihalási esemény vagy K–T kihalási esemény a fajok mintegy felével végzett. Az emberi evolúció számára ennek a kihalási hullámnak óriási jelentősége volt, hiszen megnyitotta az utat az emlősök specializációja és dominánssá válása előtt a szárazföldeken. A tengerekben tovább esett a [szesszilis állatok](#) aránya, körülbelül 33%-ra. A kihalási esemény nagyon különböző-féleképpen érintette az élőlények különböző csoportjait: egyesek eltűntek, mások nagy veszteségeket szenvedtek, de voltak olyan csoportok is, amelyek viszonylag könnyen átvészelték.
- Az [oligocén földtörténeti kor](#) 33,9 millió évvel ezelőtt kezdődött az eocén kor után és 23,03 zárult a miocén kor előtt. Az oligocén kezdetekor nagymértékű kihalás volt tapasztalható, melynek közvetlen következménye az európai fauna eltűnése és az ázsiai fauna ide történő beáramlása volt (kivéve a rágcsálókat és az erszényeseket). A korszak végét nem lehet konkrét időponthoz kötni, a miocén kezdetét egy általános lehűlés jelzi. A paleogeográfiai és oxigénizotópos vizsgálatok arra utalnak, hogy a kainozoikumban hosszú időn át globálisan csökkent a hőmérséklet. Az időszak legmelegebb éghajlata a korai eocénban fordult elő. A globális lehűlés a középső eocénban indult, majd felgyorsult az eocén-oligocén határon, amikor elkezdődött az Antarktisz eljegesedése (35 millió évvel ezelőtt).

A konjunktúrakutatás hazai és nemzetközi előzményei és a konjunktúrabarométerek

²⁶ Raup, David M.; Sepkoski, J. John Jr. [19 March 1982]. "Mass extinctions in the marine fossil record". Science. 215 (4539): 1501–3

A két világháború között Magyarországon három közgazdasági iskola működött, [Balás Károly](#), [Heller Farkas](#) és [Novartis Ákos](#) vezetésével. A konjunktúra-kutatás területén a legjelentősebb eredményeket a Heller Farkas-iskola tagjai (munkatársai közül: Andreich Jenő²⁷, [Kádas Kálmán](#)²⁸, [Theiss Ede](#)²⁹, és mások) érték el. A gyakorlati munkában ki kell emelni [Varga István](#) munkásságát, aki 1928-ban a Magyar Gazdaságkutató Intézet megalakítója és vezetője volt 1949-ig az Intézet megszűntetéséig.³⁰

A piac működése

A vevők és az eladók a piacon találkoznak, s a fogyasztási javak, és a termelési tényezők árai a keresletük és a kínálatuk kölcsönhatásának eredményeképpen alakulnak ki. Ez a kapcsolat a keresleti és kínálati görbék alapján követhető. A kereslet és a kínálat egyensúlyát jellemezve Heller Farkas a következőket írta le: „Egyensúly (gazdasági) Boninsegeni meghatározása szerint, a gazdaságnak illetve a közgazdaságnak az az állapota, amely változás nélkül fennmaradna, ha a gazdasági erők állandósulnának. Az egyensúly a közgazdaságban tehát azt jelenti, hogy az egymás ellen küzdő gazdasági erők nyugvópontra kerülnek.”³¹ „Az egyensúlyi árnak (Statischer Dauerpreis) nevezik ma azt az árat, mely a kereslet és a kínálat hosszabb változatlanul maradása esetén e kettő egyensúlyi helyzetének megfelel.”³² Végül, a piaci egyensúlyt így definiálja Heller Farkas: „Mihelyt azonban a piac elérte azt a helyzetet, hogy további adással vagy vétellel senki nem növelheti a szükséglet kielégítését, a piac egyensúlyba kerül, mert senki nem nyerhet tovább a piaci helyzet megváltoztatásából”³³

Konjunktúrabarométerek³⁴³⁵

Az ún. konjunktúrabarométer-indexek³⁶ a gazdasági élet „légnyomásmérői”, egy időben igen nagy népszerűségnek örvendtek. A konjunktúrabarométerek kidolgozói a módszeres konjunktúrakutatás kialakulásától, a XX. század elejétől kezdve a gazdasági élet hullámzását igyekeznek kimutatni és prognosztizálni. A meteorológiai előrejelzésekben régóta alkalmazott barométerek, légnyomásmérők analógiájára a konjunktúrabarométer-indexek alapján előrejelzéseket kívántak végezni. A konjunktúraindexeknél a komponensek a konjunktúra változására érzékeny idősorok, közel egyforma hullámhosszal és amplitúdóval, hogy hatásukban egymást ne rontsák.

A gazdasági élet jellemzésére először egy-egy jelenséget vagy tényezőt emeltek ki. A konjunktúrakutatás kezdetén, amikor a gazdasági élet hullámzásának bonyolult természete elméletileg és empirikusan nem volt feltárva, számos szerző egyetlen számadattal igyekezett a gazdasági helyzetet

²⁷ Ld.: Andreich Jenő. [1937]: [A konjunktúrakutatás módszerei](#). MTA. Budapest, 173.

²⁸ Ld.: Kádas Kálmán. [1941]: Áralakulás irányítása és a piaci egyensúly. Közgazdasági könyvtár. XXV. kötet. Budapest, 100.

²⁹ Ld.: Theiss Ede [1943]: Konjunktúrakutatás. A Mérnöki Továbbképző Intézet kiadványai, 15. kötet. 11. füzet. Budapest, 167. valamint: Az áralakulás és a jövedelemeloszlás matematikai elmélete. Különlenyomat a Magyar Mérnökök és Építészek Közlönye 1931. évfolyamából. 99.

³⁰ Ld. Dr. Majoros Krisztina. [2003. június]: A múlt század jeles magyar közgazdásza: [Varga István](#). (1897-1962) MTA Közgazdaságtudományi Kutatóközpont. Műhelytanulmányok. Új sorozat. 2003/9. Budapest.

³¹ Heller Farkas. [1937]: Közgazdasági lexikon. Grill Kiadás. Budapest. 92.

³² Heller Farkas: Közgazdasági lexikon. i. m. 93.

³³ U. o. 94.

³⁴ „Forrás: Statisztikai Szemle c. folyóirat 2019. júniusi, 97. évfolyam 6. számában megjelent, Máténé Bella Klaudia, Ritzlné Kazimir Ildikó, Sugár András által írt, „[A magyarországi konjunktúrakutatás rövid történeti áttekintése](#)” című tanulmány.”

³⁵ Heller Farkas: Közgazdasági lexikon. i. m. a 259–264. összefoglalása és kiegészítése.

³⁶ Andreich Jenő. [1937:]: i. m. igen alaposan elemezte a konjunktúra-barométereket.

jellemezni. Így [Arthur Spiethoff](#) a vasfogyasztást, [Arthur Cecil Pigou](#) és mások a foglalkoztatottságot tekintették a leglényegesebb konjunktúramozzanatnak. A konjunktúrakutatás fejlődése azonban megmutatta, hogy egy-egy kiragadott mozzanattal a gazdasági élet hullámvázát nem lehet jellemezni. Ezért később több statisztikai sornak egyetlen indexbe való tömörítésével igyekeztek a konjunkturális helyzetet jellemezni.

Generális és totális konjunktúraindexeket különböztettek meg. A generális indexnél a komponensek egymeműek, a totális indexben különbözőek, sőt esetleg nemcsak gazdaságstatisztikai jellegűek. A gazdasági adatsorok érték- vagy mennyiségi sorok. Az egyes sorokban az érték nagysága sok tényező egymásra hatásának eredménye, így szerepel benne a szezonális (idényszerű) hullámváz, ahol a hullámvázis periódus egy évnél rövidebb, a tartós fejlődési irányzat (trend), a konjunkturális hullámváz, ahol a hullámvázis periódus egy évnél hosszabb és a véletlen komponens.

A konjunktúraindexek szerkesztésénél először a szezonális hullámvázat, majd a trendet küszöbölték ki és így nem nyers, hanem megfelelően előkészített sorokat használtak. A Harvard Intézet, amely a konjunktúrabarométereket kidolgozta, nem törekedett a véletlen, a szabálytalan ingadozások elkülönítésére, mert véleménye szerint a viszonylag csekély mérvű véletlen ingadozások nem játszanak nagyobb szerepet. Később kimutatták, hogy a véletlen komponensként kezelt tényezőben nemcsak véletlen hatás van (pl. Kondratyjev-féle hosszú hullámok, 3–5 éves; 9–11 éves stb. ciklusok, amelyek egymás hatását erősíthetik, vagy gyengíthetik). A konjunktúrastatisztikában alkalmazott barométerek túlnyomórészt az előzőekben ismertetett harmonikus rezgőmozgás feltételezésén alapulnak. A számításokhoz szükséges módszertani alapokat már a XIX. század első felében kidolgozták, de a szükséges statisztikai adatok hiánya miatt csak századunk első éveiben kezdődtek meg az empirikus vizsgálatok. A harmonikus analízist [Joseph Fourier](#) 1814-ben, a legkisebb négyzetek módszerét [Carl Friedrich Gauss](#) 1823-ban, a szezonális- és trendszámításokat [Antoine Augustin Cournot](#) 1836-ban már publikálta. A korrelációs számítások [Francis Galton](#) munkássága révén 1886-ban váltak ismertté. A mozgó átlagolást pedig [John Henry Poynting](#) alkalmazta először 1884-ben a trend és a konjunkturális ingadozás szétválasztására.³⁷ Az amerikai gazdasági élet gyors fejlődése az Európánál szélsőségesebb konjunktúrahullámváz tette szükségessé az USA-ban az intenzív empirikus kutatásokat.

Ezeknek a gyakorlati igényeknek a kielégítésére [Roger Babson](#) 1904-ben egy Statisztikai Intézetet (Babson Statistical Service) alapított, és ez a magánvállalkozás díjazás ellenében üzleti prognózisokat készített. Babson igen széles statisztikai adatbázist dolgozott fel, például az egyes ágazatok termelési mennyiségeit, a különböző árakat, az árfolyamokat havi és heti részletezésben stb. Ezekből az idősorokból az indexszámok módszerével és átlagolások útján egyetlen általános indexsort szerkesztett, melynek alapján a konjunkturális helyzetet értékelte és jóslatot (előrejelzést) is készített. A Babson-barométer végleges alakját 1910-ben érte el. Babson elgondolásában a Newton-féle „akció egyenlő reakció” elvből indult ki, vagyis azt feltételezte, hogy a gazdasági életben is éppen úgy, mint a fizika hullámjelenségeiben, az egyensúlyi helyzetből való kilengést az abba való visszatérés jelensége követi, majdnem mechanikus módon. Babson az indexsorok időben bekövetkező változásait ciklikus folyamatnak, harmonikus rezgésnek tekintette, és ennek alapján készítette el prognózisait. Emellett Babson még három indexsort is használt az előrejelzések készítésénél. Ezek a következők: 1. a részvényárfolyamok 2. a kötvények hozadéka, 3. a nagykereskedelmi árak. Babson 12 csoportra osztva 24 fontosabb idősort figyelt meg (pl. építkezés és ingatlanforgalom, bankbukások, munkapiac, pénzpiac, nyersanyagok és az arany ársorai, ipari termelés, vasúti forgalom, szezonális viszonyokra jellemző sorok stb.).

A különböző idősorokat ábrázolva következtetéseket lehet levonni az egyenlő amplitúdójú és rezgésidőjű, de különböző módon eltolt szinuszgörbék alakulásából. A konjunktúra jelenségeit magyarázó elméletek 1929-ig; a nagy gazdasági világválságig a gazdasági egyensúly hipotézisére építettek. Az egyensúlyi helyzet első gazdaságelméleti megfogalmazása statikai egyensúly volt, amelyet „generális szemléletnek” neveztek. Az alapelgondolás a következőkben foglalható össze: A gazdasági jelenségek egymással kölcsönhatásban, sztochasztikus kapcsolatban állnak. Ezek a

³⁷ John Henry Poynting. [1884.]: A Comparison of the Fluctuations in the Price of Wheat and in the Cotton and Silk Imports into Great Britain, Journal of the Royal Statistical Society; 47, pp. 34–64.

jelenségek az egyensúlyi állapotot igyekeznek elfoglalni. Ha ezen egyensúlyi helyzetet valamilyen külső vagy belső erőhatások megváltoztatják, úgy a gazdasági életben egy állandó törekvés nyilvánul meg a régi egyensúly visszaállítására. A statikus szemlélet csak a felszíni jelenségek magyarázatára alkalmas. A konjunktúra-indexek és -barométerek ezeken az elméleti, statikus feltevéseken alapulnak. A konjunktúrastatisztika módszertani elmélete – [Henry Ludwell Moore](#) kutatásai alapján – ennek megfelelően *két feltevésből* indult ki. Az egyik az, hogy a vizsgálat körébe vont értékidősorok tartós iránya a mozgó egyensúlyi tengely vonalával azonos, a másik, hogy az értékek az irányvonal mint tengely körül kilengő harmonikus hullámmozgást végeznek. Ezek a feltevések természetesen absztrakciók.

Az előzőekben vázlatosan összefoglaltuk mindazokat az előzményeket és elméleti alapokat, amelyek alapján a konjunktúra-statisztikai munka folyik. A konjunktúrakutatás tapasztalati anyagát nagyjából statisztikai idősorok képezik, ami folyamatos és részletes adatgyűjtést kíván. A legnagyobb jelentősége a napi, a heti, a havi, illetve a negyedévi adatoknak van, míg az évi adatok kevésbé fontosak. A konjunktúrakutatás széles körben alkalmazza a grafikus ábrázolást. A grafikus ábrázolásnak nemcsak az adatok szemléltetése a célja, hanem a grafikus ábrázolás magának a kutatásnak eszköze is. A grafikus ábrázolás a legalkalmasabb különböző gazdasági sorok összehasonlítására, azok párhuzamos vagy ellentétes mozgásának megítélésére, továbbá az amplitúdók időbeli eltolódásának vizsgálatára.

Az alkalmazott matematikai, statisztikai módszereket *két fő* csoportba sorolhatjuk: ezek egyrészt több idősornak az összevonására, másrészt egy bizonyos idősornak összetevőkre való bontására irányulnak. A számítások adatbázisát – az előzők alapján – általában nem a közvetlenül megfigyelt idősorok, hanem az azokból képezett indexsorok képezik. A konjunktúraindexekben először az árindexek játszották a fő szerepet. A pénz értékének és vásárló erejének ingadozása, továbbá az ezzel kapcsolatos árváltozások azonban a feldolgozás munkáját megnehezítették, és ezért a generálindexekből az ársorok egy részét kihagyták és rátértek a megbízhatóbbnak tekinthető mennyiségi (naturális) indexek számítására. A mennyiségi indexek legfontosabb változatai az ún. termelési indexek. Ezek az ártermelés mennyiségi – tehát az árváltozástól független – alakulását tüntetik fel. A konjunktúrafolyamatot az ipar népgazdaságban játszott meghatározó szerepe miatt az ipari termelés volumene befolyásolja elsősorban. Ennek mérésére szolgál az ipari termelési index. A konjunktúrabarométerek külső formáját tekintve grafikus rajzok, amelyek nem egy számsort, hanem indexsorokat ábrázolnak.

[Irving Fisher](#), az amerikai Harvard-egyetem professzora 1911-ben írta meg alapvető könyvét³⁸, mely a pénz u. n. quantitáson alapuló teóriájának ("Miért van úgy?" magyarázatának.) legmodernebb igazolása és amely egyúttal az indexszámok teóriáját is új alapokra fekteti. A kvantitásteória talán a legnépszerűbb a közgazdasági teóriák között. Kimondja, hogy a pénzmennyiség az ár szint magasságának állandó meghatározója. Fisher a gazdasági válságok okának a pénz vásárlóerejének folytonos változását tartotta. Ezért úgy gondolta, hogy a gazdasági válságok megszüntethetők, ha a pénz stabil, s ezt a célt az árindexek ellenőrzése révén vélte elérni. [Irving Fisher hosszú kísérletezés](#) „után 10 árut választott ki, melyeket e célra a legcélszerűbbnek tartott. Az összehasonlítások azután megmutatták, hogy a Bureau of Labour Statistics (London) 404 áruval és a Statistisches Reichsamt (Berlin) 38 áruval készített indexei alig tértek el a Harvardéitól. [] A nyersanyagok árát választotta lehetőleg Fisher, mivel azok egységesebb árjegyzése jóval leegyszerűsíti a feladatot.”

A konjunktúrabarométerek elméleti alapjainak megalkotóinak arcképcsarnoka.

³⁸ Irving Fisher. [1911]: [The Purchasing Power of Money](#).



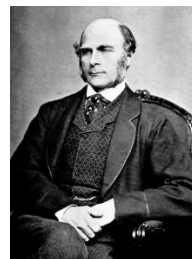
[Joseph Fourier](#)



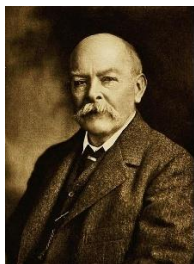
[Carl Friedrich Gauss](#)



[Antoine Augustin Cournot](#)



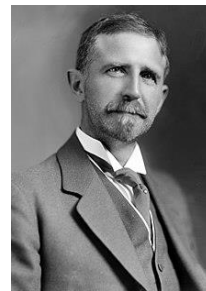
[Francis Galton](#)



[John Henry Poynting](#)



[Arthur Cecil Pigou](#)



[Roger Babson](#)

A gazdasági jelzőszámok típusai.^{39 40}

A gazdasági életben a változásoknak, a ciklusoknak illetve ezek előrejelzésének a jelentősége nagy. A korábbi vállalati stratégia csak akkor folytatható, ha fordulópont nem várható. Mielőtt a pénzügyi ciklusról beszélünk, ismerkedjünk meg az üzleti ciklus fogalmával. Az üzleti ciklusok működésének és a ciklikus folyamat okainak [Mitchell](#) és [Burns](#) által ajánlott *elmélete* röviden a következőképpen foglalható össze:

- 1.) A növekedési periódus után az üzleti élet bizonyos részei szűk keresztmetszetekkel találkoznak, amikor megpróbálják tovább bővíteni a termelést, például mert hiány van a nyersanyagokból, specializált munkaerőből, a tartalék alkatrészekből vagy a tőkéből. Amikor ez bekövetkezik, az üzletemberek óvatosabbak lesznek és csökkentik keresletüket az olyan tőkejavak iránt, mint a gépek, a berendezések, és a felszerelések. Készleteiket is csökkenthetik, ami a termelés lelassulását okozza, és a nyereség bizonytalanabbá válik. A túlórák és a munkaidő csökkenése szintén bekövetkezhet, valamint ugyanabban az időben megtörténik a nyereséget már nem, vagy csekély mértékben növelő tevékenységek megszüntetése.
- 2.) A gazdaság bizonyos részei annak bizonyítékát mutatják, hogy vége az üzleti ciklus növekedési szakaszának, – ennek ellenére – más részeket még mindig magukkal ragadhatnak a gazdaság jelentős tényezői, mozzanatai, például ezért a jelenlegi foglalkoztatás és a termelés folyamatosan emelkedik, esetleg az egész időszakban magas. Mindazonáltal végső fokon a beruházások csökkentésére vonatkozó döntés befolyásolni kezdi a termelést és a foglalkoztatást, és a visszaesés általánosan tapasztalható lesz.
- 3.) A bekövetkező depresszió folyamán megszűnik a termelési szűk keresztmetszet, a költségek csökkenhetnek, a profitkilátások javulnak, és az új fellendüléshez vezető erők fokozatosan egyre

³⁹ Heller Farkas: Közgazdasági lexikon. i. m. 203–206. összefoglalása és kiegészítése.

nagyobb fontosságot nyernek, néha a kormány olyan politikai döntései által segítve, amelyek befolyásolják a kormányzati kiadásokat és a kamatlábakat. Így a gazdaság új növekedési szakaszba kezd, és a ciklus önmagát ismétli.⁴¹

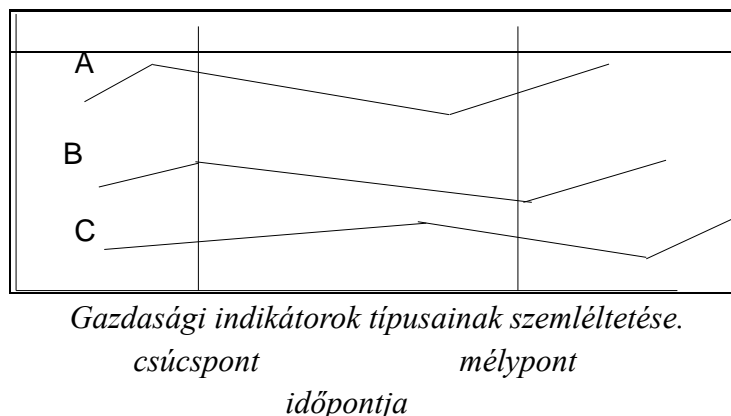
Hangsúlyozni kell, hogy ez csak rövid vázlata a ciklusok elméletének, és a Mitchell-Burns⁴² elmélet nem az egyetlen, amely rendelkezésre áll. Mindazonáltal keretet szolgáltat a siető, megelőző gazdasági jelzőszámok kereséséhez éppúgy, mint az egyidejű, együtt haladó és a lemaradó (késő, követő, utólagos) gazdasági jelzőszámok kereséséhez.

Alapvető fontosságú, mind a kormányzati gazdasági szakemberek, mind az üzletemberek számára, hogy meghatározzák, és előre jelezzék a gazdaság rövid, közép és hosszú hullámainak fordulópontjait. A kormány gazdaságpolitikájában akarja felhasználni az erre vonatkozó információkat, például a ciklus megfordítására, különösen visszaesés idején. Az üzleti vezetőknek pedig a beruházási döntéshozatal folyamán szükséges annak ismerete, vajon a gazdaság bővül vagy szűkül, a fellendülés vagy a hanyatlás szakaszában van-e az elkövetkező években. Az 1929–33 évi nagy gazdasági válságot követő 1937–38 évi éles depresszió készítette az USA akkori pénzügyminiszterét, [íj. Henry Morgenthau](#)-t 1937 őszén arra, hogy az NBER-hez forduljon. Azt kérte, dolgozzanak ki egy gazdasági jelzőszám rendszert, ami segít előre jelezni, mikorra várható a recesszió vége. Az NBER sok olyan idősort kiválasztott, felhasználva a megfigyelt gyakorlati empirikus viselkedési formákat és az üzleti ciklus-elméleteket, amelyek az üzleti tevékenység eléggé megbízható indikátorainak ígérkeztek. 1880-ig visszamenően 487 havi és negyedévi idősort vizsgáltak meg, s ezekből 71-t választottak ki, amelyek a rendszer alapjaivá váltak. *Az indikátorokat három csoportba sorolták: siető (megelőző), együtt haladó (egyidejű), lemaradó (késő).* Az NBER ma is ezt az osztályozási rendszert alkalmazza, jóllehet a felhasznált változók módosultak az évek során. A gazdasági (vagy klíma) indikátorok érzékeny sorok, amelyek egyéb más fontos sorokat megelőzve, azokkal egyidejűleg, vagy azokat követve érik el csúcspontjukat, illetve mélypontjukat. A megelőző indikátor sorok azok, amelyek várhatóan előbb érik el a fordulópontot, mint a teljes gazdaság, ha bizonyos soroknál fordulat bekövetkezését figyeljük meg, azt mondhatjuk, a teljes gazdaság is hamarosan a fordulópont közelébe jut. A prognóziskészítés szempontjából a legnagyobb jelentősége értelemszerűen a megelőző indikátoroknak van. A közelítőleg egyidejű indikátorok közel azonos időpontban kerülnek a fordulópontba, mint az üzleti ciklus. Ezért amikor azt látjuk, hogy az egyidejű indikátorok többsége megváltoztatja irányát, ez annak bizonyítéka, hogy a fordulópont már bekövetkezett a gazdaságban. A lemaradó (késő) indikátorok olyan sorok, amelyek lassan reagálnak a gazdaság fő részeinek változásaira. Azaz, ha a késő sorokban változás figyelhető meg, ez elég nagy bizonyossággal azt jelenti, a fordulópont a közelmúltban bekövetkezett. Az A-val jelölt vonal a *megelőző indikátort* (leading indikátor) mutatja, vagyis azt, amely előbb kezd növekedni és éri el csúcspontját, mint az általános üzleti ciklus. Közel *egyidejű indikátor* (coincident indikátor) a B-vel jelzett vonal, a *késő indikátor* (lagging indikátor), amit C betűvel jelöltünk, késésben van, azaz: akkor érkezik csúcspontjára, amikor az általános üzleti ciklus már túljutott azon. Nagyon kényelmes helyzetben lennénk, ha létezne egyetlen sor, vagy léteznének igen kis számú sorok, amelyek tévedhetetlenül előre jeleznék a jövőt. Mivel ez nem áll fenn, az elemző szembekerül azzal a problémával, hogy olyan sorokat kell kiválasztania – korlátozott számban –, amelyek hasznosak lesznek. A múltban a kutatók főként saját tapasztalataikra, mérlegelésükre alapozva választottak. Most már kifejlesztettek egy *értékelési skálát* (scoring scale) a szelekciós eljárás elősegítése érdekében. Ez nem küszöböli ki a döntés és választás szükségességét, azonban útmutatóként szolgál. Továbbá ez

⁴¹ Wesley Clair Mitchell és Arthur F. Burns a NBER (National Bureau of Economic Research: Nemzeti Gazdaságkutató Intézet) vezetői voltak.

⁴² Heller Farkas. [A közgazdasági elmélet története](#), i. m. 525.

megfelelő módszer a kutatók számára a figyelembe vett tényezők értelmezésére és súlyozási séma használatára a kiválasztásban. A siető indikátorra példa a lakásépítés, a beruházások, a rendelésállományok, az érzékeny árak változása, a pénzkínálat stb., mutatói, a közel egyidejű indikátorra példa a foglalkoztatottsági, a kapacitáskihasználási, a termelékenységi, az eladási, a banki, (pl. kamatláb) stb. mutatók, a késő indikátorokhoz sorolhatjuk a készletalakulás, a jövedelmek stb. mutatóit.



Annak eldöntésére, melyik változókat használjuk egy indexben az NBER értékeket jelölt ki 0–100 közötti sávban, az alábbi szempontok szerint: gazdasági jelentőség, statisztikai helyesség, történeti összhang az üzleti ciklussal, ciklusos időzítés, simaság, gyorsaság, azonnali közölhetőség (promptness).

Gazdasági jelentőség. Egy konkrét idősor értékelésénél az elemző két dolgot vesz figyelembe. Az első ennek szerepe az adott gazdasági folyamatban, az üzleti ciklus elméletek szerint. Valószínűleg minél inkább központi a szerep, annál magasabb az érték. A második megfontolás a sorok által átfogott területszélesség, például: gyáripár vagy az egész gazdaság. Minél szélesebb területre terjed ki, annál valószínűbb, hogy bizonyos átlagos mennyiségek úgy viselkednek, hogy az idősor helyesen „teljesít”, még akkor is, ha különböző komponensek esetleg lényegesen változnak. Ebben az esetben azonban nem egyszerű az értékelés, mivel a szűkebb területre történő kiterjedést előnyben részesíthetjük bizonyos esetekben, hogy a specifikus változásokat pontosabban megragadhatjuk.

Statisztikai helyesség. Jó néhány kritériuma van annak, hogy megítéljük az idősorok statisztikai helyességét. A legmagasabb értéket akkor adjuk, ha minden kritériumnak megfelelnek. A soroknak inkább az adatszolgáltatási rendszeren kell alapulniuk, mint indirekt forráson vagy becslésen. Az adatfelvételnek teljes körűnek kell lennie, vagy nagyon jó mintavételi technikát kell alkalmazni. Az adatokat a teljes elemzési és előrejelzési időszak folyamán gyűjteni kell. Szabályos időközönként gondoskodni kell az előzetes becslések felülvizsgálatáról. A soroknak természetesen simáknak kell lenniük vagy azokat szezonális simítási módszereknek (általában mozgó átlagolásnak) kell alávetni. Jól összehasonlíthatóknak kell lenniük a soroknak az időben. Legtöbbször havi adatokat használnak.

Összhang az üzleti ciklussal. Magas érték eléréséhez az összhang kritériuma alapján a soroknak nagyon jól kell illeszkedniük a múltbeli ciklusokhoz. Ez nemcsak a mozgás azonos irányát foglalja magában, hanem a megközelítően azonos amplitúdót is. Nem lehetnek téves irányú fordulatok és/vagy újabb keletű bizonyítékok ellentétes irányú mozgásokról.

Ciklikus időzítés. Az időzítés jelentősége több mint nyilvánvaló, azaz a sorok mindig sietők, egyidejűek vagy késők az üzleti ciklushoz képest. Magasabb érték megszerzéséhez az időzítésben a soroknak kis változatosságot kell mutatniuk a megelőzés/késés hosszában, nem lehetnek téves irányú fordulatokról

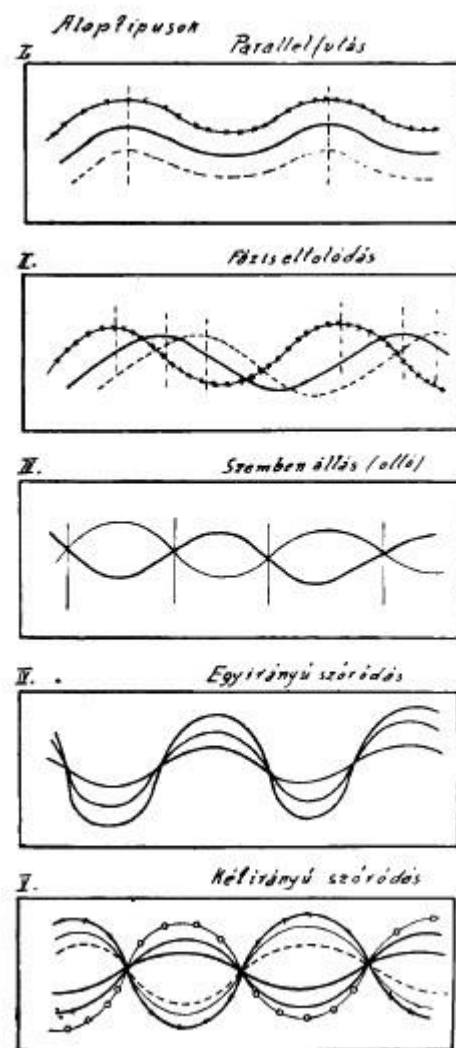
szóló bizonyítékok, nem lehetnek a megelőzés/késés hosszának hosszú távú megváltozására szolgáló bizonyítékok, és nem lehetnek lényeges különbségek a megelőzés/késés hosszában a csúcspontoknál, a mélypontokkal összehasonlítva.

Simaság. A simaság (az egyenletesség) alapján magasabbra értékelt sorok természetesen mentesek a szezonális és a szabálytalan hullámzástól, és jól meghatározott ciklikus váltakozást mutatnak.

Gyorsaság, azonnali közölhetőség. A gyorsaságban azoknak a soroknak adjuk a legmagasabb értéket, amelyek leghamarabb rendelkezésre állnak, alárendelve ennek a jelentés pontosságára, vagy a felülvizsgálat szükségességére vonatkozó megfontolásokat.

A különböző sorokat értékeljük mind a hat előzőekben ismertetett kritérium szerint, majd súlyozással meghatározzuk az átlagos értéket. Az indikátorok a változások irányát ugyan előre jelezhetik, de a változások nagyságára nem adnak információt. A diffúziós indexeket ezért fejlesztették ki az USA-ban, mivel ezek a konjunktúrának a gazdaságban való szétterülését mutatják. A diffúziós index tehát a ciklus szakaszainak szétterülését mutatja a gazdaságban, azt számszerűsíti. Amikor az index összes mutatója emelkedik, a diffúziós index egyenlő 100-zal, amikor esnek, egyenlő 0-val, és amikor a mutatók egynegyede emelkedik akkor egyenlő 25%-kal. Így az egy idősor alapján történő előrejelzés kockázata csökken. A diffúziós indexek a fontosnak ítélt indikátorok kiválasztásával előállíthatók. Az indikátorokat súlyozottan átlagolhatjuk, s ezzel csökkenthetjük az egy idősor esetleges félrevezető hullámzásának hatását.

A gazdasági indikátorok példái a következők lehetnek: siető indikátor a lakásépítés, a beruházások, a rendelésállományok, az érzékeny árak változása, a pénzkínálat stb., mutatói. A közel egyidejű indikátorra példák a foglalkoztatottsági, a kapacitáskihasználási, a termelékenységi, az eladási, a banki, (pl. kamatláb)stb. mutatók. A késő indikátorokhoz sorolhatjuk a készletalakulás, a jövedelmek stb. mutatóit.



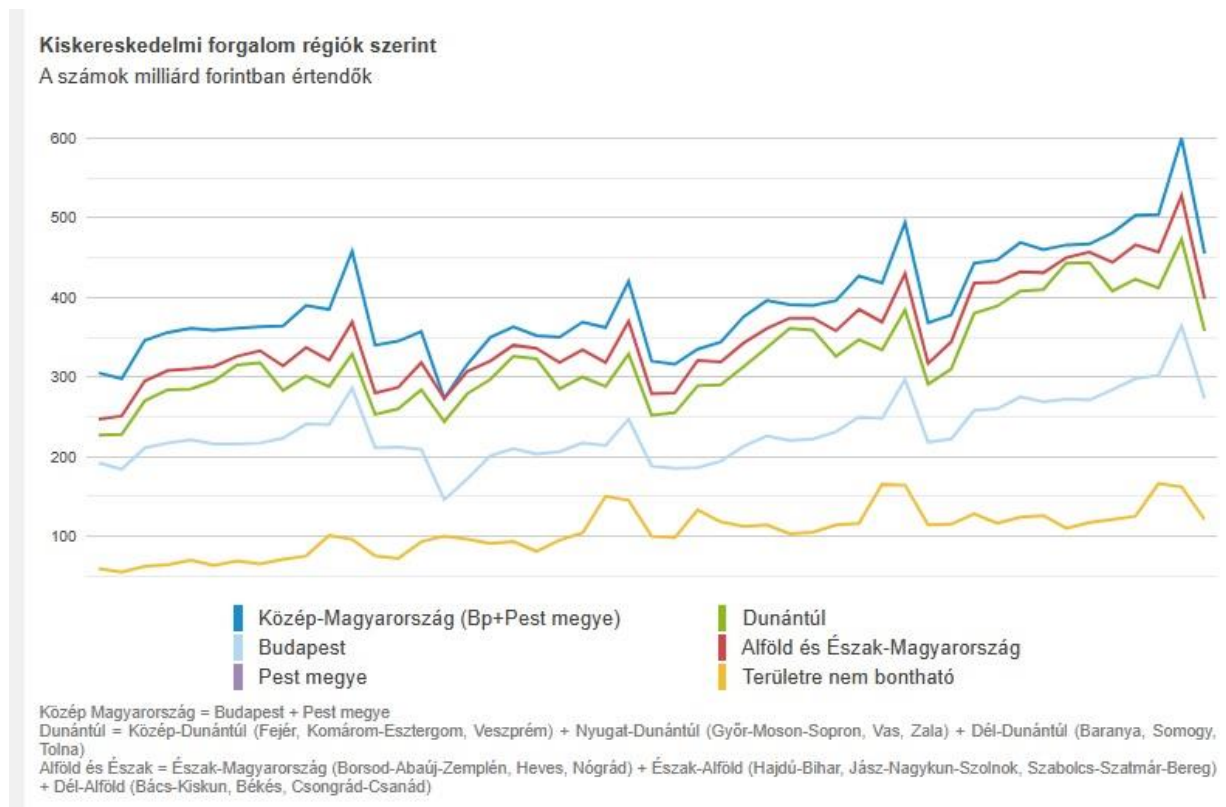
A harmonikus rezgésű függvények alaptípusai.

Forrás: Andreich Jenő: [A konjunktúrakutatás módszerei](#). 23.

Az első ábra a harmonikus rezgésű függvények parallel (párhuzamos) futását mutatja, ahol a hullámsorok rezgésidői azonosak, csak különböző értékszínvonalon ingadoznak. (az amplitúdók nagysága eltér) Példa lehet erre a különböző méretű (M, L) tojások árának az ingadozása.

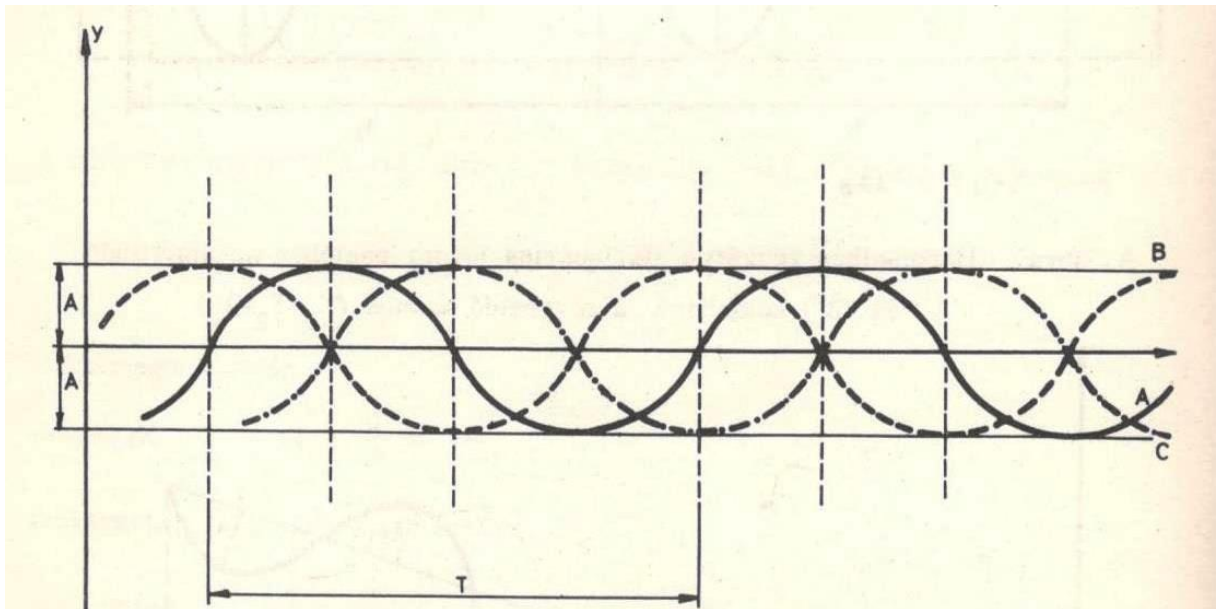
[Agrokép. 2023](#). A ketreces tartásból származó étkezési tojás (M+L) csomagolóhelyi ára 31,05 forint/darab volt 2022 első három hetében, ami közel 16 százalékkal haladta meg a 2021. év azonos időszakának átlagárát – írta jelentésében az Agrárközgazdasági Intézet (AKI). Ezen belül az M méretosztályú, dobozos tojás csomagolóhelyi ára 15 százalékkal 32,14 forint/darabra, az L méretosztályú, dobozos tojásé 22,5 százalékkal 38,58 forint/darabra nőtt. Az M-es tálcás tojás csomagolóhelyi ára 16 százalékkal 28,29 forint/darabra, az L-es tálcás tojásé 13 százalékkal 30,88 forint/darabra emelkedett ugyanekkor.

Hasonló tendenciákat lehet látni a [kiskereskedelmi forgalom régiók szerinti alakulásában is](#).



2019 január és 2023 január között a kiskereskedelmi forgalom periódusai (a mélypontok és a csúcspontok) hasonlóak voltak, de az amplitúdók különböztek, a legnagyobb amplitúdója a Közép-Magyarország, a legkisebbek Budapest és a Területekre nem bontható kiskereskedelmi forgalom idősoraiban volt tapasztalható. A Dunántúl közepes helyzetben volt. Az utolsó csúcspontnál 2022 december hónapban a Közép-Magyarország kiskereskedelmének a forgalma elérte a 600 milliárd forintot, Budapesté 364 milliárd forint, a Területekre nem bontható egységeknél 162 milliárd forintot mértek. A különbségek nagyrészt a régiók népességszámának különbségével volt magyarázható.

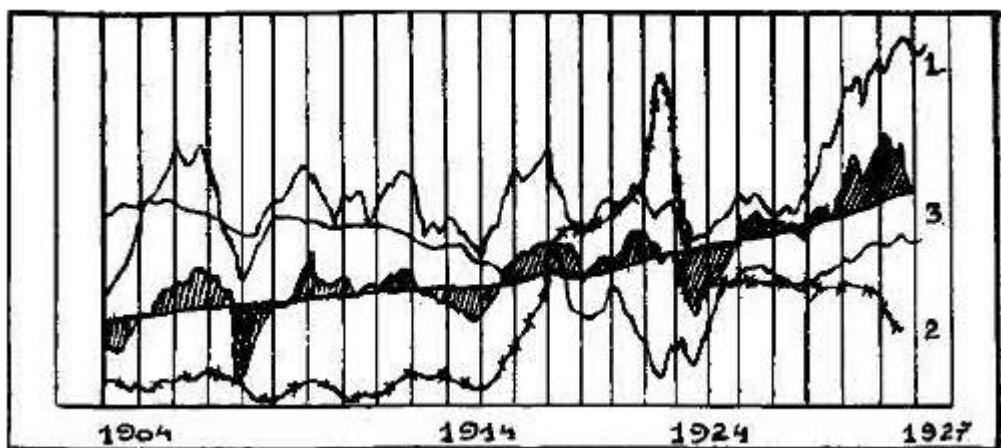
A második ábra a harmonikus rezgésű függvények fáziseltolódást mutatja. Látható, hogy az azonos rezgés idejű és amplitúdójú statisztikai sorok ciklikus lezajlásukban az időtengelyen eltolódva jelentkeznek, mely állapotot fázis eltolódásnak vagy késleltetésnek nevezünk. A Harvard barométer ezen az elven alapul. Ez a 3 (A, B, C piac) elmélete.



Az idősorok havi adatokat tartalmaznak. Az „A,, a spekuláció vagyis az érték, a tőke piac helyzete, a „B” az üzletmenet vagyis az árupiac, és „C” pénzüpiac alakulását mutatja. A bemutatott grafikonon látható, hogy a három görbe egymásutáni lefutása bizonyos szabályszerűséget mutat, amire a prognózis épít. „[A tapasztalatok azt mutatták](#), hogy e három görbe fordulópontjai bizonyos szabályos egymásutánban állnak be. Először a spekuláció görbéje éri el a csúcspontot és azonnal esni kezd, míg utána még rövid ideig tart az üzletmenet konjunktúrája; ha a csúcspontot ez is elérte, már csak a pénzüpiacon tart tovább a kamatlábak és a diszkontláb emelkedése. Megállapították továbbá, hogy a spekuláció görbéje 6—10 hónappal előbb kezdi esését, mint az üzletmenetét. Az üzletmenet lanyhulása pedig 6—8 hónappal előbb áll be, mint a pénzüpiacé. Ha azután a pénzüpiacon a kamatláb esésnek indul, az természetesen kedvező jel a spekulációnak és a periódus újra kezdődik. A konjunktúra-barométer lényege tehát az analízisen alapuló valószínűségsszámítás. Ha a jövő konjunktúrák lefolyása ugyanúgy történik, mint az eddigieké, akkor az egyes jelenségeket a görbék helyzetéből megjósolhatjuk. (Tehát például a spekuláció esése után az üzletmenet konjunktúrája még 6—10 hónapig tarthat, ha az üzletmenet lanyhul, utána még 2—3 hónapig tartó kamatláb emelkedésre számíthatunk, stb. stb.)”

A sorrend tehát a következő: az „A” index hullámzását a „B” és a „B” hullámzását a „C” követi. Az egyes gazdasági jelenségek hullámzása legtöbbször időben eltoldva jelentkezik, s ezt a tényt a konjunktúrabarométerek kidolgozói (pl. Persons a Harvard barométer esetében) figyelembe vették, így több indexsort ábrázoltak. Az említett felismerés vezetett később a ma is népszerű gazdasági jelzőszámok kidolgozásához. Persons munkatársaival a Harvard barométer kidolgozása során összesen 50 idősorot vizsgált meg a barométer szerkesztéséhez, s ezek közül 23 idősorot választott ki. A későbbi barométerek mindinkább eltértek az empirikus alaptól és végül naggyobbrészt ársorokból épültek fel.⁴³

⁴³ Heller Farkas. Közgazdasági lexikon. i. m. 262.



Babson barométer az USA számára

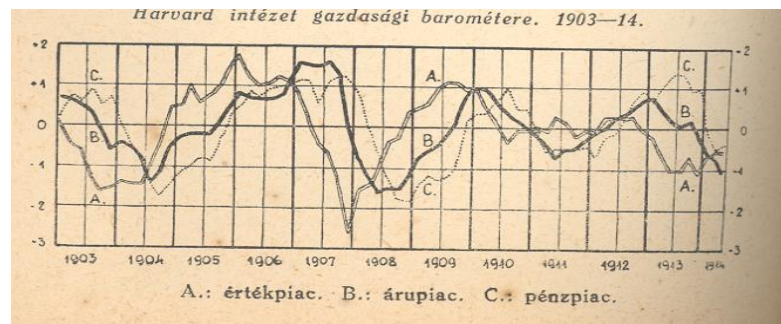
Forrás: Andreich Jenő: [A konjunktúrakutatás módszerei](#). 36.

Az első világháború előtt Persons két barométertípust dolgozott ki. Az elsőben 5, a másodikban 3 csoport görbéje tárta fel a konjunktúra alakulását 1903 és 1914 között. Az öt görbéjű barométer a következő, igen heterogén idősorokból állt: 1. a spekulációs ármozgások, 2. a spekulációs volumenváltozások, 3. a termelés volumenváltozásai, 4. az általános árszínvonal és 5. a kamatláb mozgása. A három görbéjű barométer csoportjai: 1 („A”) az érték- (tőke) piac helyzete, 2 („B”) az árupiac és 3 („C”) a pénzpiac alakulása. A Harvard-barométert még az 1929–1933-as nagy világgazdasági válság előtt többször átdolgozták.⁴⁴ A Harvard-barométert először tisztán empirikus úton értékelték, a B-görbe prognózisát 1919 szeptemberétől 1924. januárjáig rendszeresen elkészítették, és a prognózisok megbízhatóságának ellenőrzéséből kiderült, hogy a vizsgált évek alatt felállított 37 prognózisból 8 (22%) volt a helyes, tizenhárom (35%) bizonytalan és tizenhat (43%) hamis. A legnagyobb probléma az volt, hogy az 1929-es válságot a barométer nem tudta előre jelezni. 1929 után a Harvard Intézet a kidolgozott barométer alapján történő prognosztizálást beszüntette. Nem véletlen, hogy kezdettől fogva a Harvard Intézet jóslásról és nem prognosztizálásról beszélt. A Harvard Intézet feltételezéseiben valójában bizonyos elméleti feltevések rejlettek. Feltették ugyanis, hogy az „A” értékpiaconhelyzetét tükröző ún. értékpiacon- (spekulációs) index azt tükrözi vissza, hogy hogyan értékeli a befektetők a beruházások jövőbeli jövedelmezőségét. Ha ez az értékelés kedvező, akkor a beruházásoktól a jövedelmek emelkedését várják. Ebben az esetben emelkedik a termékek iránti kereslet is, ami a „B” árupiac indexemelkedését vonja maga után, hiszen a nagykereskedelmi árindexek nőnek. A részvényfolyamok emelkedésének tehát következménye az árupiac árindexének emelkedése, és fordítva is igaz ez a megállapítás. A kereslet emelkedése és a termelés felfutása feszültséget teremt a pénzpiacon. Növekszik a pénzszükséglet, ami közvetlenül befolyásolja a kamatlábak emelkedését. A rövid lejáratú hitelek kamatlábjának emelkedése miatt esik az állandó kamatozású értékpapírok árfolyama. Ennek az a következménye, hogy amikor az „A” index elérte maximumát, a pénzpiacot jellemző „C” index minimális értéke esik vissza. A piaci és pénzügyi helyzet a következők szerint fejlődik tovább. Az állandó kamatozású értékpapírok árfolyamainak („C” index) esése miatt a beruházások jövedelmezőségének értékelése negatív lesz, így megkezdődik az A és B index esése, ami csökkenti a feszültséget a pénzpiacon, tehát a C index emelkedni fog, majd újra az A és B index emelkedésével és a C index csökkenésével folytatódik a folyamat. W. M. Persons vizsgálatait 1916-ban publikálta először és munkálatait folytatására 1917-ben alakult meg a Harvard Egyetem Gazdaságtudományi Intézete, amely a konjunktúrakutatás első – nemcsak gyakorlati, hanem tudományos célokat szolgáló – szerve volt.

A Harvard Intézet gazdasági barométere, 1903–1914.⁴⁵

⁴⁴ 1923., 1926., 1927. és 1928.

⁴⁵ Heller Farkas. Közgazdasági lexikon. i. m. 262.

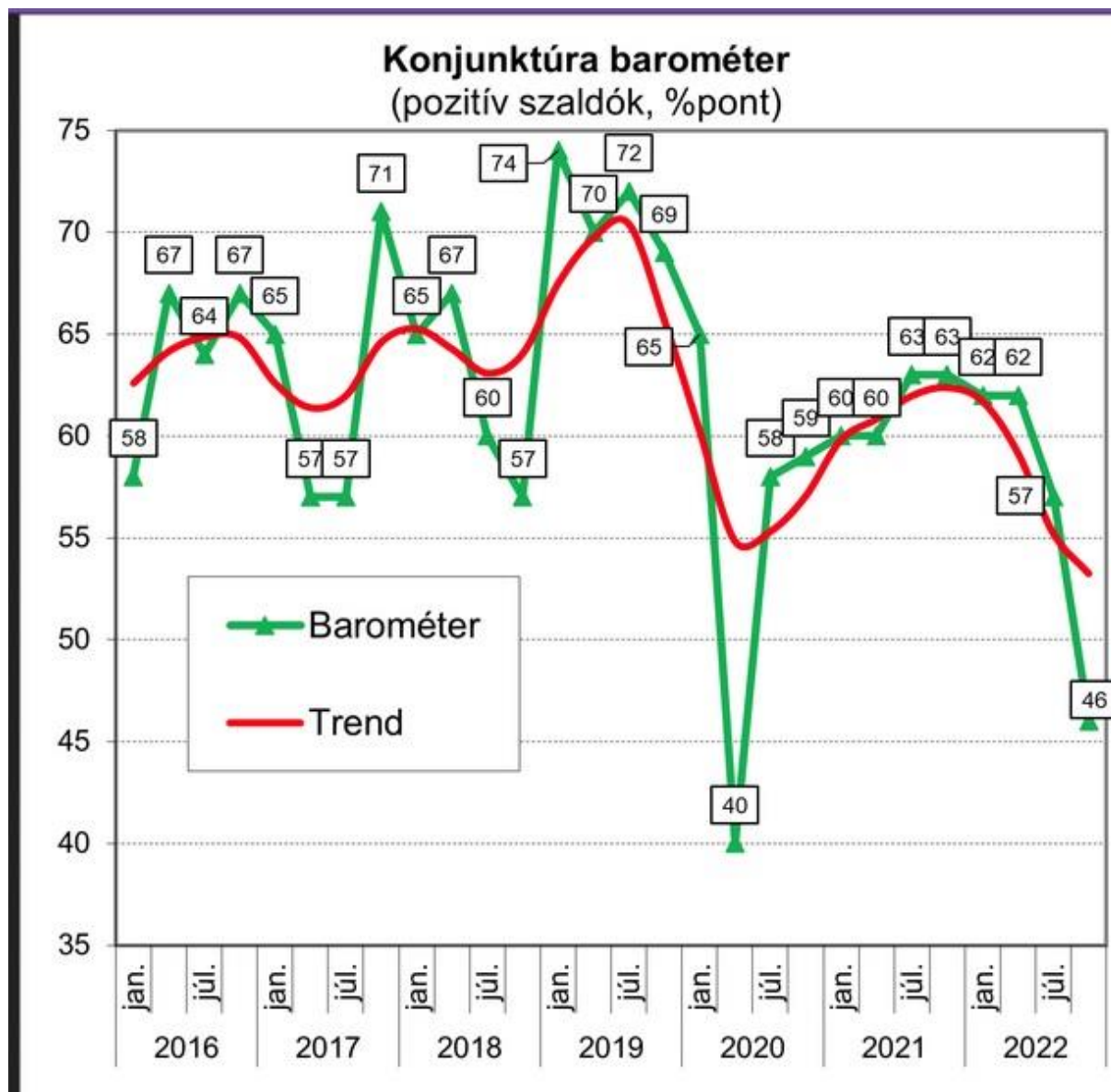


Hasonló módon konjunktúra-kutató intézeteket hoztak létre Európa szinte minden országában, így Magyarországon is 1928-ban, első vezetője [Varga István](#) volt.

Németországban a Harvard Intézethez hasonlóan E. Wagemann professzor 1925-ben alapította meg az első Konjunktúra Kutató Intézetet. (Institut für Konjunkturforschung).⁴⁶

Magyarországon a [Kopint-Tárki Konjunktúra Intézet ZRT.](#) 2007 óta publikál konjunktúra barométereket, pl. (2023.04.03.) 2016. január és 2022. júliusa között.

⁴⁶ Rostás László. [1937]: [Konjunktúraelmélet és konjunktúrapolitika](#). MTA. Rostás László könyve részletesen bemutatja a különböző konjunktúra elméleteket, továbbá az USA-ban, Európában és a Szovjetunióban létrehozott Konjunktúrakutató Intézeteket és kiadványaikat. Ismerteti Kondratyjev (Kondratieff) hosszú ciklusokkal kapcsolatos elméletét is.

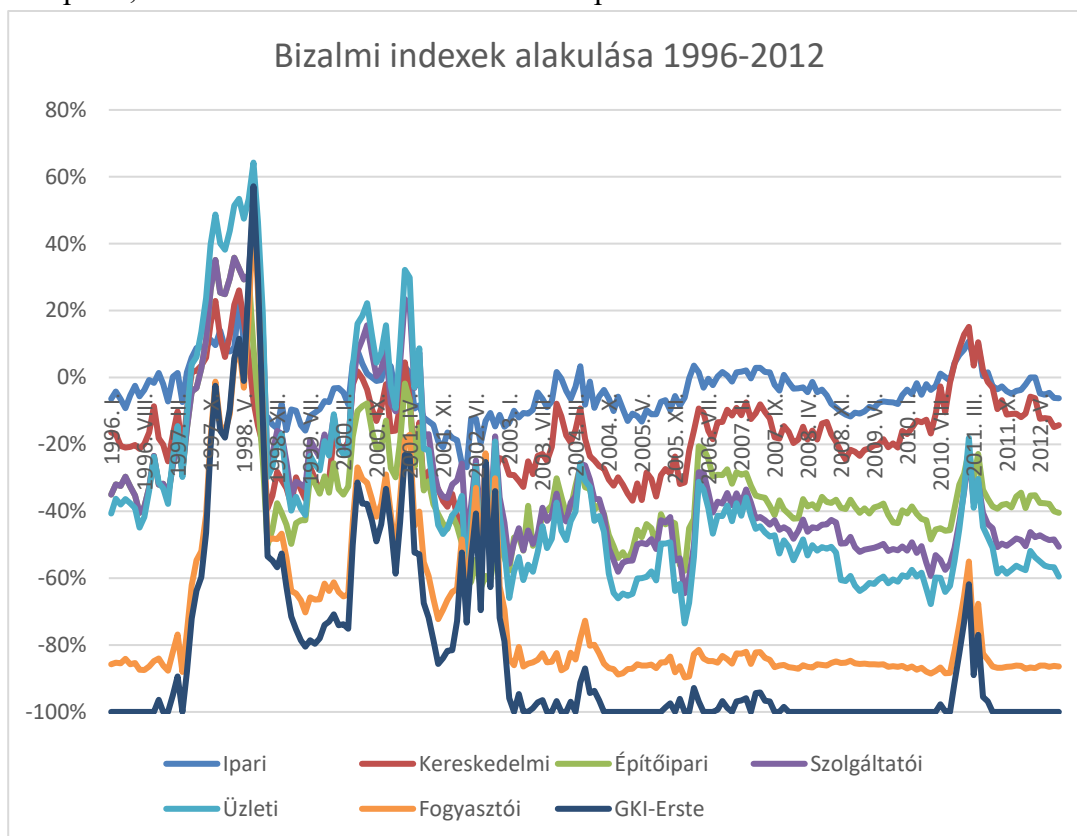


[Fogyasztói bizalomindexek és konjunktúrabarométerek.](#) „Már az 1950-es és 1960-as években világossá vált, hogy a gazdasági növekedést legerősebben a lakosság, a végső fogyasztók hangulata határozza meg: ha a lakosság optimista, arra számít, hogy jövedelme növekszik, akkor bátrabban vásárol, szívesebben vesz fel hiteleket, ezáltal a nemzetgazdaság növekszik. Ha ellenben a fogyasztók várakozásai pesszimisták, a jövedelmek stagnálására (vagy az inflációtól elmaradó mértékű emelkedésére) számítanak, az visszafogott fogyasztásban, erőteljesebb megtakarításban, végső soron a gazdaság stagnálásában vagy visszaesésében csapódik le. Ezen összefüggés alapján dolgozták ki a lakossági hangulatot mérő különféle mutatókat, amelyek az azóta eltelt évtizedek tapasztalatai alapján valóban rendkívül pontos előrejelzői a gazdasági növekedésnek (az első ilyen mutató a Michigan Consumer Sentiment Index, kifejlesztése a magyar származású [George Katona](#) nevéhez fűződik az 1940-es évek végén).”

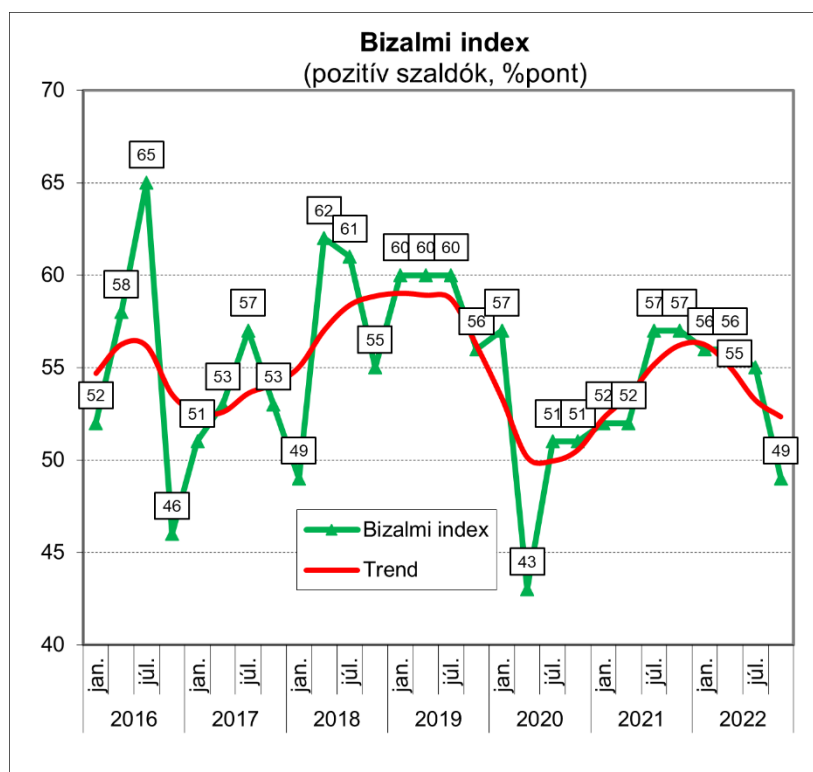
A háztartások körében végzett felmérések egyik jelentős területe [a lakossági bizalmi index számítása](#), amely a háztartások pénzügyi helyzetét és kilátását, valamint a jövőbeni fogyasztási, megtakarítási szándékát próbálja számszerűen megragadni. A konjunktúra barométerek folytatásának tekinthetők a fogyasztói bizalmi indexek felhasználása az elemzésben és az előrejelzésben.

A fogyasztói bizalmi indexek lakossági megkérdezésen alapulnak, ún. önbevallási módszerrel, mely módszertanából eredően szubjektív értékelést is tartalmaz. A kérdőívben a jelenre és a közeljövőre vonatkozó kérdéseket is feltesznek: mit gondolnak a háztartások a jövőbeli gazdasági helyzetről, munkalehetőségekről, milyen fogyasztási terveik vannak (pl. tervben van-e nagyobb értékű termék vásárlása).

Bizalmi indexek alakulása Magyarországon 1996-2012 között, szezonálisan kiigazított havi adatok. GKI. Mélypontok 1996. június, 2008 december és 2012 szeptember hónapokban voltak. A csúcspontok pedig 1998 április, 2001 március és 2011 február hónapokban voltak.

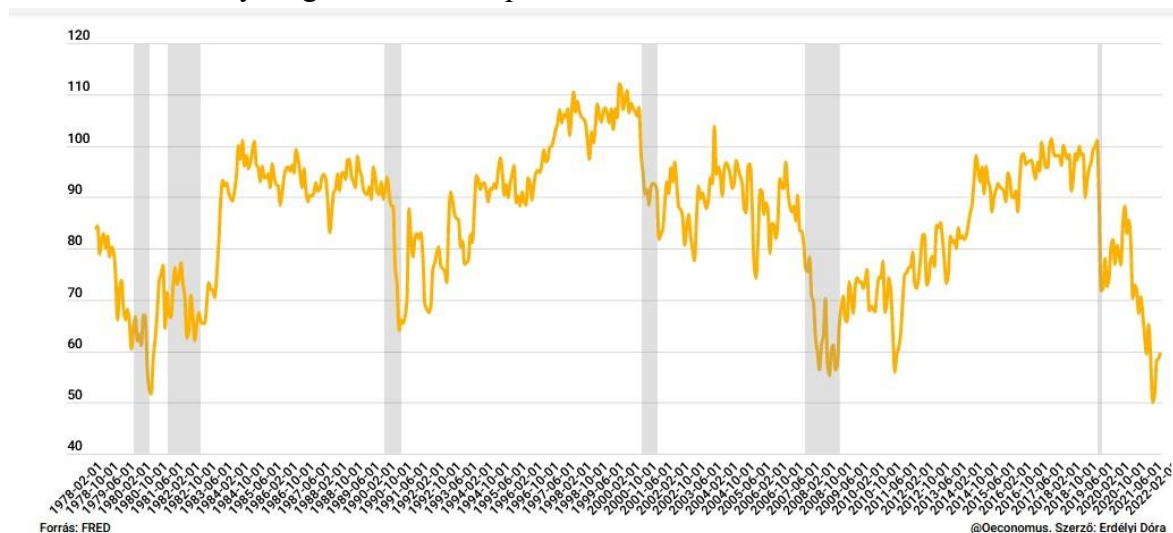


A GKI Gazdaságkutató Rt. (GKI) például 1993 februárja óta havi rendszerességgel 12, az EU ajánlásoknak megfelelő kérdést tesz fel.



[Bizalmi index alakulása Magyarországon 2016.01-2022.06](#)

Globálisan meghatározó az USA gazdasága, az ott zajló folyamatok és a jegybank, a Fed döntései. Fontos indikátor a Fed számára is [a fogyasztói bizalmi index](#) (consumer confidence index), a két legmeghatározóbb a Conference Board és a Michigan Egyetem felmérései. A Michigan Egyetem felmérése 500 személy megkérdezésén alapult, amit az alábbi ábra mutat.



[A bizalmi index alakulása az USA-ban 1978-02-2022-02.](#)

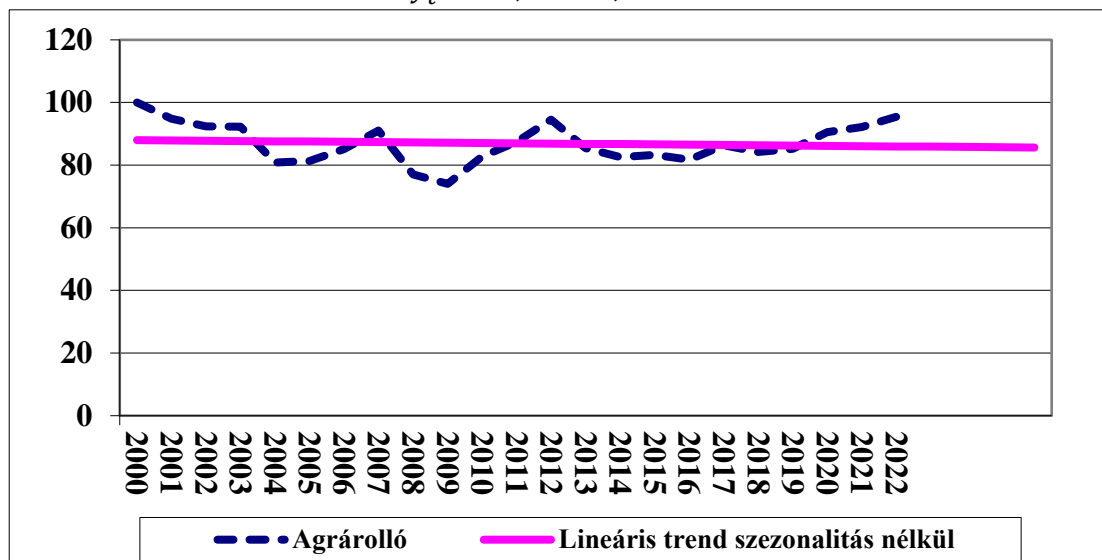
A harmadik ábra a harmonikus rezgésű függvények szembenállását, az ollót mutatja. Tipikus felhasználási területe az árollók vizsgálata. Az árindexek egyik fontos felhasználási területe az arányok változásának vizsgálata. Az eltérő, de egymással összefüggő területek árindexeinek összehasonlításával ún. árollók számíthatók. Az árollók közül a legfontosabbak azok a mutatók, amelyek egy ágazat kiadásai oldalának és bevételei oldalának árváltozásait hasonlítják össze. A három leggyakrabban vizsgált ilyen terület az ipar, a mezőgazdaság és a külkereskedelem. Az árollók az input

árindexet (ráfordítások) az outputárindexszel (eredmény) méri össze. Így beszélhetünk például agrárrollóról, amelynek számításakor a mezőgazdasági termelők árindexét a mezőgazdasági ráfordításokárindexével osztjuk. Ha az agrárrolló értéke 100 feletti, akkor a termelők árviszonyokból eredő jövedelmi helyzete javul, fordított esetben romlik.

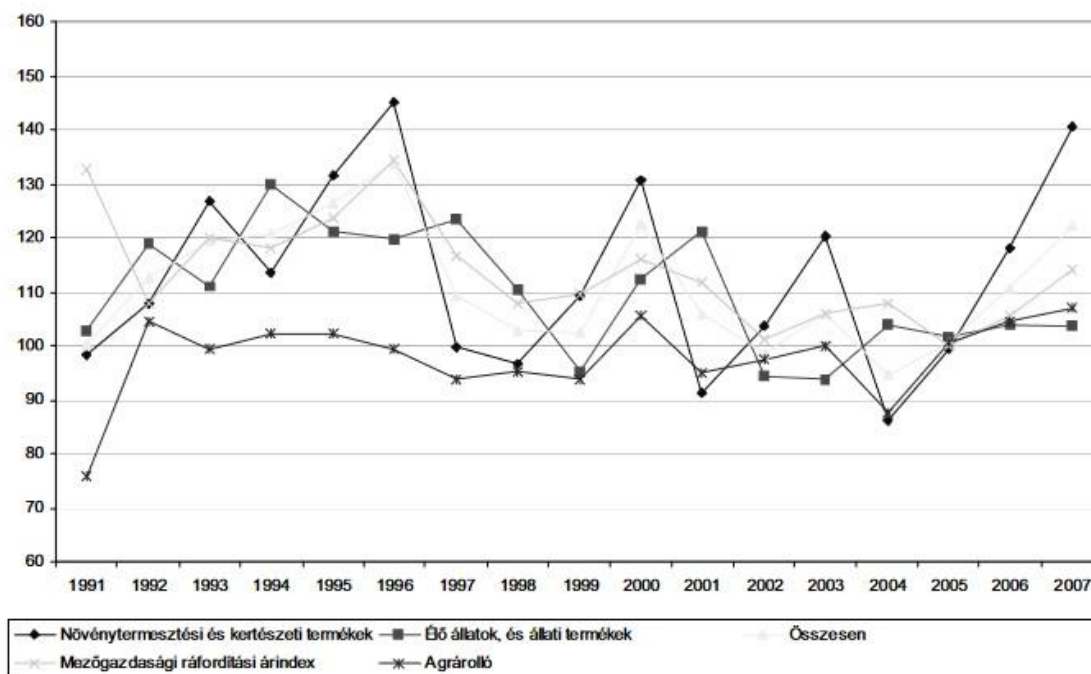
[Magyarországon az agrárrolló](#) a következőképpen alakult 2000-2022 között (előző év=100 %):

A rövid ciklus periódusa 4 év. Az alábbi ábra az agrárrolló évenkénti alakulását mutatja 2000 és 2022 között, az illesztett trend a lineáris trend volt.

$$\hat{y}_t = 88,07 - 0,091 * t$$



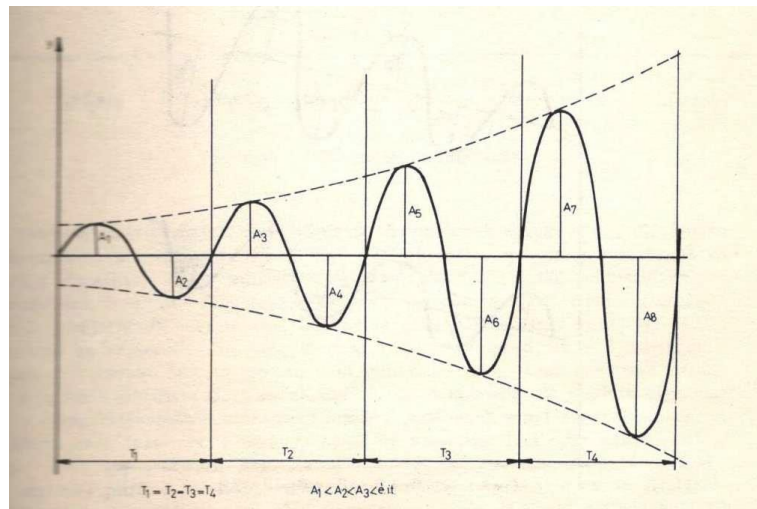
A következő ábra az [agrárrolló alakulását mutatja 1991-2007 között](#). (előző év=100 %):



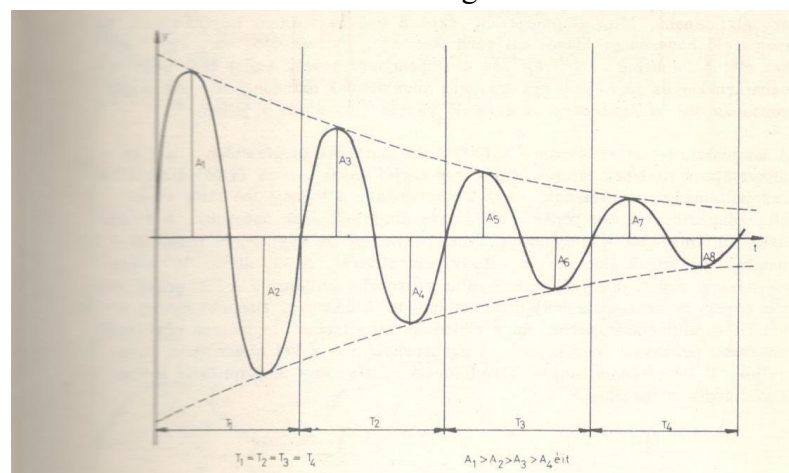
Egyirányú és kétirányú szóródás. Előfordulhat, hogy egyforma periódusú, de különböző értékkilengésű sorok viszonylagos állapotát kívánjuk következtetésekre felhasználni. Ilyen esetben általában két

tipikus helyzet lehetséges. Az egyik az, ha a vizsgált statisztikai sorok egybeeső fázisúak, a másik pedig az, ha szembenállás van.

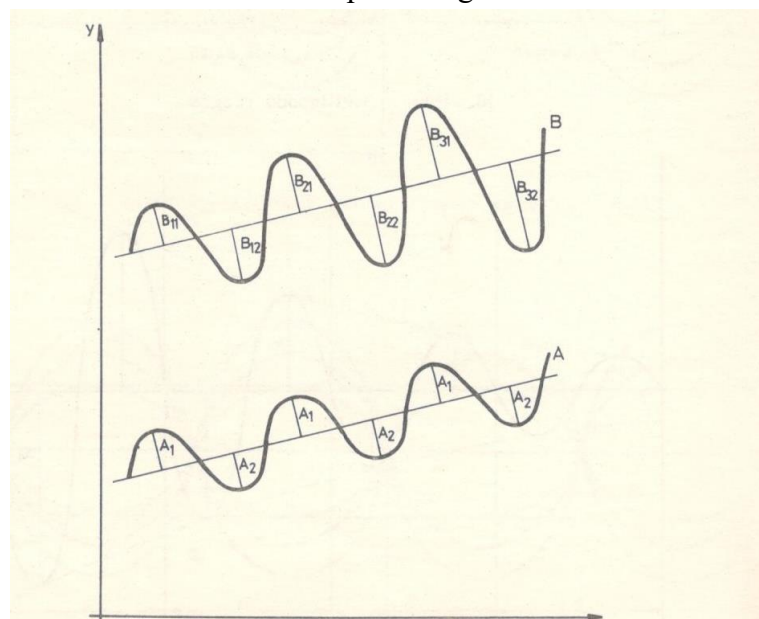
Az alábbi két ábra a csillapodó és az erősödő rezgések ábráját mutatják.



Erősödő rezgés



Csillapodó rezgés.



Az additív (A) és a multiplikatív (B) periodikus hullámzás alap esetei növekvő trend esetében.

A konjunktúra-kutatás információs rendszere

A konjunktúra elemzéséhez és előrejelzéséhez, a piaci prognózisok készítéséhez, nagy mennyiségű és rendkívül sokrétű piaci információra van szükségünk, ezért először az információk forrásait tekintjük át. Az információ az a megszerzett adat, esetleg szóbeli vagy írásbeli tájékoztatás, pl. politikai döntésről, amely tudásunk adott szintjén és adott döntési helyzetben elősegíti a döntéshozatalt. A management területén az információ a döntések megalapozására szolgál. A rendszerelmélet értelmezése szerint a gazdasági rendszerek irányítása szempontjából azok az adatokat tekintjük információnak, melyek nyomán beavatkozás (döntés) történhet a rendszerben, ha a rendszerben változtatásra van szükség. Különbség van tehát adat és információ között. Az adat mérésről, viszonyítással nyert szám. A vezetésben információnak valamely gazdasági cél elérése érdekében kidolgozott olyan adatot nevezünk, amely bizonyos következtetések levonására, a döntések megalapozására alkalmas. Az is információ, ha arról kapunk tájékoztatást, hogy a rendszer nem tér el a kívánatostól, így beavatkozás nem szükséges. Az elmondottak alapján általános értelemben *piaci információnak tekintünk minden olyan új ismeretet (vagy új ismeretet hordozó adatot), amely a piaci munka különböző területein alkalmas a bizonytalanság megszüntetésére vagy csökkentésére, illetve közvetlenül vagy közvetve a döntések előkészítésére befolyással bír. Az információ bizonytalanságot szüntet meg a rendszer állapotára vonatkozóan, a döntéshozó megfelelő tájékozódással, információk szerzésével nagymértékben csökkentheti a döntéshozatal kockázatát. Több és jobb minőségű információ alapján jobb döntéseket tudunk hozni.* Az információ határkölség-határhaszon összefüggése alapján definiálható az információ optimális mennyisége, megállapítható, meddig éri meg a további információszerzés.⁴⁷ A megszerzhető információ értéke az információ mennyiség növekedésével telítődést mutat. A piaci információk a keresletre, a kínálatra és az árakra vonatkoznak elsődlegesen. Az árinformációkat a gyakorlati munka során csoportosítani kell. Az árinformáció többféle értelmezése és így csoportosítása lehetséges. Szűkebb értelmezésben – vállalati szinten – az árinformációnak a gazdasági döntéseknél való közvetlen felhasználhatóságát tekintjük elsődleges szempontnak.

Ilyen információk körébe sorolhatók:

- a vevő számára kiállított számlák árai,
- tőzsdei árjegyzék,
- árindexek országok szerint,
- árak változása országonként, deviza nemenként, illetve elszámolási módonként,
- az áruk árváltozása mellett az árucsoportonkénti árváltozás vizsgálata, továbbá
- a saját és konkurens szerződéses árak, piaci árszint változások, a piacok árszintkülönbségei,
- a nemzetközi adatok,
- Az információ tágabb értelmezésénél figyelembe vesszük a közvetett felhasználhatóságot is, így bővül az árinformációk köre. A tágabb értelemben vett árinformációk lehetnek (az előzőekben tárgyaltaikon kívül):
- általános jellegű információk: pl. az ártendenciákra befolyást gyakorló fontosabb nyersanyagok, félkész termékek árai,
- munkabérek alakulása, a foglalkoztatott termékek fejlesztésével, gyártásával és értékesítésével kapcsolatos minden információ (beleértve a konkurencia tevékenységét is);
- műszaki jellegű információk az optimális döntés pl. a műszaki újdonságokról, kutatási eredményekről, fejlődésirányokról szóló információk;
- hosszú távú, pl. világmodellekből nyerhető információk,
- módszertani információk, pl. központi szervek, főhatóságok stb. vagy kutatóintézetek által közzétett módszertani útmutatók, prognózisok.

Az információk fontosabb forrásai:

Az információk forrásai a következők lehetnek:

⁴⁷ Heller Farkas. Közgazdasági lexikon. i. m. 173.

általános jellegű információk származhatnak: a műszaki, gazdasági folyóiratok, közleményeiből, a vállalati beszámolókból, a hazai és nemzetközi statisztikai publikációkból, stb.; műszaki jellegű információkat tartalmaznak: a műszaki könyvek, szakfolyóiratok, alkatrész katalógusok, prospektusok, műszaki leírások stb., a külföldi tanulmányutak alkalmával beszerzett forrásanyagok a műszaki újdonságokról, fejlődési irányokról, a versenytársak termékeiről; módszertani információk forrásai a szakkönyvek, közlemények, a beszállító illetve vásárló vállalatok kiadványai, módszertani tanfolyamok, stb. információkat gyűjthetünk az alábbi forrásokból is: a számlák, tőzsdei kiadványok, a szaksajtó közleményei, árjegyzékek, árindexek, külkereskedelmi statisztikák, árajánlatok, szerződések, konjunktúra indexek stb. Információkat kell gyűjtenünk az alábbi jelenségekről is, melyek jelentősen befolyásolhatják a piaci helyzet alakulását

- a technológiai áttörések;
- a versenytársak által kifejlesztett helyettesítő termékek;
- a saját vállalat által kifejlesztett új termékek;
- az ártendenciákra befolyást gyakorló fontosabb nyersanyagok, félkész termékek árai, vámok⁴⁸;
- fontosak a makrogazdaság mutatószámainak az alakulása (GDP, árszínvonal, infláció, kamatláb, reálbérek, bizalmi indexek, beruházások, munkanélküliségi ráta, stb.)

Az árinformációk részben a hazai versenyből származhatnak, ha a szabad árakat a gazdasági verseny alakítja ki, feltételezve, hogy megfelelő kínálat van a piacon. A verseny másik formája, ha a hazai termelőkkel az importtermékek versenyeznek. Ezenkívül azonban az árrendszer vezérlése szempontjából jelentős információs bázis a hazai vállalatok export-tevékenysége, hiszen az elért exportárak jól mutatják a nemzetközi versenyhelyzetet. Ilyen információk birtokában lehetőség van arra, hogy a termelők belföldi árakat exportáraikkal hasonlítsák össze (nyilvánvalóan az utóbbiakat kell a hatékonyság valóságos mércéjének tekinteni]. Információs bázist jelent a jelentős import, amely késleltetve ugyan, de szintén közvetíti a világpiaci árarányokat. Olyan vállalati árinformációs rendszereket kell kialakítani, amelyek rendszeres tájékoztatást adnak a vállalati árképzéshez és a gazdaságosságra épülő döntés-előkészítéshez.

Az eladási árak szempontjából meghatározó, hogy a világpiacon milyen ártendenciák alakultak ki, ehhez viszonyítva – és a versenytársak árainak tükrében – hogyan értékelhetők a saját árak. A reális áralku alapja is csak a jól informáltság lehet, amely figyelembe veszi a versenytársak árai mellett a piaci árérzékenységet is, és – természetesen – gazdaságossági elemzésekre épül. A beszerzési árak figyelése és elemzése a gazdasági számításokhoz elengedhetetlen, hiszen az ártárgyalásokhoz olyan kalkulációval kell rendelkezni, amely a költségek reális elemzésén alapszik, s ezáltal kellően orientál is a mennyiségre és árra vonatkozó piaci döntéseknél. Az árfolyam alakulására vonatkozó információk szükségesek a helyes üzletkötési feltételek, valuták meghatározásához. A nemzetközi gazdasági együttműködésre erősen ráutalt országok esetében indokolt az exportban kitermelt külföldi valuta egységére jutó költséget alapul venni az árfolyam meghatározásához. Ettől a bázistól el lehet térni, ha a gazdaságpolitika például az export ösztönzése és az import korlátozása érdekében a nemzeti valuta leértékelését (ami egyenlő a külföldi valuták drágításával) tartja szükségesnek. A nemzetközi piacokon jegyzett valuták árfolyamait ezen kívül a piaci mechanizmus befolyásolja, így az egyes valuták iránti kereslet és kínálat alakulása, az országok gazdasági és politikai helyzetének megítélése stb. Az így kialakuló árfolyamokat nevezzük lebegő (rugalmas)árfolyamoknak. Az egyéb árukhoz hasonlóan tehát a pénzárú ára is állandóan változik. Az árfolyam segítségével tudja a hazai termelő folyamatosan összehasonlítani saját termelési költségeit külföldi versenytársaiéval. Az árfolyam alapján elvégzett

⁴⁸ Heller Farkas. [1947]: Közgazdaságtan II. kötet, Alkalmazott Közgazdaságtan. IV: teljesen átdolgozott kiadás. Budapest. A vámok és az áralakulás. 130–132.

számítások támpontokat adnak a termékfejlesztéshez, a gyártmányösszetétel optimalizálásához, az értékesítési és beszerzési piacok kiválasztásához. *A világpiaci árinformációk összegyűjtése és elemzése különösen fontos olyan szakmánál, ahol szezonális és konjunkturális ingadozás is van, és ahol az alapanyagnál elinduló árhullám rövid idő alatt végiggyűrűzik az egész vertikumon; ahol a termékek jelentős része helyettesítheti egymást, s ez döntő mértékben meghatározza a piac árérzékenységét; ahol a termelés és fogyasztás területén igen nagy különbségek vannak piaconként és régióként; ahol a kompetitív előnyök kihasználása céljából óriási méretű világkereskedelem alakult ki stb. Ezek a tényezők is jelzik, hogy egy, a világpiaci jelenségekre kiterjedő árinformációs rendszer kialakításánál milyen széles körű informatikai feladatot kell megoldani.*

Az árinformációs rendszer egy adott tárgyévra vonatkozó feladatait a következő három fő csoportba lehet sorolni:

1. Ársorok képzése: az erre rendszeresített munkalapokon az áradatok vezetése, ársor-dokumentáció.
2. Árindexek kiszámítása:
 - hazai bázisadatokhoz viszonyított változás;
 - nemzetközi összehasonlítások (területileg, illetve korábbi bázisokon).
3. Árgrafikonok képzése:
 - a legfontosabb árak változása grafikus ábrázolással bemutatva;
 - egymást helyettesítő termékek árgörbéinek szemléltető ábrázolása.

Nyilvánvaló, hogy az árinformációs rendszer része egy szélesebb körű információs rendszernek, amely a különböző piaci döntések megalapozásához a termelésről, fejlesztésről, forgalomról, fogyasztásról gyűjt és rendszerez információkat.

Lényeges azonban, hogy az árprognosztizálásnak nemcsak a tendenciák meghatározására kell kiterjednie, hanem részletesen elemezni kell a különböző sztochasztikus összefüggéseket. Az árprognosztizálásnak olyan jelentősége lett, amely hovatovább e kérdést az összes többi feladat elé helyezi, s amelyek módszertanát minél előbb ki kell alakítani. Ezért szükséges, hogy a vállalatok foglalkozzanak ennek alapjaival:

az árinformációs rendszer kialakításával, a rendszeres árfigyeléssel és dokumentálással;
az ártendenciák analitikus vizsgálatával (az ismert index- és trendszámítási eljárások, idősorkutatói módszerek segítségével);
az áralakulást befolyásoló tényezők feltárásával és a sztochasztikus összefüggések matematikai-statisztikai módszerekkel való elemzésével;
szakértői becslésekkel, szisztematikus piackutatással.

Az ár egyre inkább marketingkérdéssé válik, és ennek megfelelően helyet kell kapnia a vállalat piaci munkájában. Ehhez azonban az ármeghatározás, az árdöntések előkészítési módszereinek is gyökeresen meg kell változniuk. A legfőbb tényezők a következők:

- A világpiaci árinformációk jellegükből adódóan nem lehetnek teljes körűek, hanem reprezentatív árindexszámításon alapulnak, amelyek megfelelő bázist adnak, ha a számítás szakszerű volt.
- Az árelemzésnek és árprognosztizálásnak rendszeresebbé, folyamatosabbá kell válnia, és a megbízhatóságot is javítani kell a megfelelő módszerek kiválasztásával.
- Az árdöntések bizonytalanságát csökkenteni kell, ami nyilvánvalóan csak a kockázatot csökkentő döntés-előkészítési és döntési módszerek alkalmazásával biztosítható.
- Javítani kell az árakkal kapcsolatos és egyéb döntések információs megalapozását.

A konjunktúra- kutatás elméleti alapjai.⁴⁹

⁴⁹ Heller Farkas [1945]: [A közgazdasági elmélet története](#). Gergely. Budapest. Hosszú hullámok. 194–195.

A konjunktúra a hullámozás jelensége: a gazdasági élet menete fel- és lefelé ingadozik, amint változnak az üzleti kilátások. A gazdasági élet hullámmozgása a konjunktúraváltozás problémájaként jelent meg. A konjunktúra az eddigi tapasztalatok szerint szabálytalan ciklusos mozgás, vagyis körfolyamat. A ciklus a szó szoros értelmében szinuszhullám, hullámhegyből, felszálló ágból és hullámvölgyből, leszálló ágból alakul, a hegynek csúcspontja, a völgynek mélypontja van.

A központi kérdés ezen belül is az árak hullámozása és az ezt kiváltó okok feltárása. Az árváltozások egyik következménye az, hogy jövedelmi átalakulások történnek. A polgári közgazdaságtan kialakulásától kezdve közvetlenül vagy közvetve elsősorban az árucseré, az áralakulás, tehát a piac jelenségeit igyekszik megmagyarázni. Sokan azt vallják, hogy a tulajdonképpeni közgazdasági kérdések az ár problémájánál kezdődnek. A természettudományokban végbement fejlődésnek megfelelően az 1920-as években a közgazdaságtanban is azok az igények kerültek előtérbe, melyek az említett tudományok eredményeinek analógiájára a jelenségek között fennálló kapcsolatok, törvényszerűségek szabatos megismerését és feltárását tűzték ki célul. *Andreich Jenő* „A konjunktúrakutatás módszerei” (1937)⁵⁰ c. munkájának bevezetőjében így fogalmazta meg a konjunktúrakutatás célját, feladatait: „a konjunktúrakutatás célja a gazdasági élet változásait, mozgásjelenségeit lehetőleg számszerűen megfigyelni, az egyes jelenségek között tapasztalható összefüggéseket felderíteni, statisztikailag kiértékelni, azok alapján a gazdasági élet jelenlegi állapotának meghatározásán kívül jövőbeli kialakulásukra következtetni”, tehát prognosztizálni. A konjunktúrakutatás (más néven gazdaságtan) módszerei jórészt az induktív kutatómunka területéről (statisztikai indukció alkalmazása) származnak és alapvetően két csoportba sorolhatók: idősorkutatási módszerek és a korreláció-regressziószámítás módszerei, tehát összefüggés-vizsgálatok. A konjunktúrakutatás előfutára volt, majd szerves része lett egy új tudománynak, az ökonometriának. Az ökonometria feladatai sokban hasonlítanak konjunktúrakutatás feladataihoz. Az ökonometria funkciói statisztikai megfigyelésen alapulva elméleti–logikai törvényeket verifikálni, továbbá új összefüggéseket keresni. *Heller Farkas* az induktív és a deduktív módszerek kombinált alkalmazásának a híve.⁵¹ A fizika, ezen belül kiemelten a mechanika több módszerét és fogalmát alkalmazza a közgazdaságtan: például egyensúly, statika, dinamikus és statikus egyensúly, periodicitás, harmonikus mozgás, ciklikusság stb. Az árelemzés és előrejelzés gyakran alkalmazott analógiája a harmonikus rezgőmozgás, mivel e törvény lényege a visszatérés, megismétlődés, periodicitás, tágabb értelemben a ritmikusság. Az áralakulást tehát úgy képzeljük el, hogy a mozgó egyensúly tengelyvonala a trend, és a trend körül harmonikus, ciklikus módon ingadozik az ár. Valójában minden ciklus-modell lényege a fordulópontok magyarázata: miért fordul át a növekedés csökkenésbe, és miért jön ki a gazdaság a hullámvölgyből ismét? Miért növekszik a ciklusok periódushossza? Mi a különböző periódusú ciklusok létrejöttének oka? A ciklusok keveredése milyen következményekkel jár? Minden társadalmi formációban vannak-e ciklusok? A ciklusok miért mutathatók ki a gazdaságon kívül is, így a divatban, a bűnözésben, a politikában stb.

Az 1920-as években ismerte fel a társadalomtudomány azt az igazságot, hogy az emberek, a társadalom élete periodikusan, örökösen újakezdődő mozgások szerint hullámozik és ingadozik. Az eddigi tapasztalatok szerint többféle egyensúlyi pont is van, ami körül a gazdaság ingadozik. A ciklikus mozgást ugyanis az váltja ki, hogy a gazdasági tényezők alkalmazkodási képessége más és más, eltérő a reakciósebességük. Ha beindul egy folyamat, akkor ez a különböző tényezők egymásra hatásának eredőjeként egy önmagát erősítő mechanizmussá válik. A fordulópontot pedig az idézi elő, hogy minél távolabb kerül a gazdaság az egyensúlyi helyzethez képest, annál erősebb ellenerők is működni kezdenek, hatásuk egyre inkább érezhetővé válik és arra kényszerítik a gazdaságot, hogy újra egyensúlyi helyzetbe kerüljön, illetve azon túllendüljön.

⁵⁰ Andreich Jenő. A konjunktúrakutatás módszerei. i. m. 173.

⁵¹ Ld.: Heller Farkas. [A közgazdasági elmélet története](#).i. m. 583.

Az idősorok elemzési módszerei

Az idősor-elemzési módszereket alapvetően két célból használjuk:

a jelenségek időbeli alakulásának elemzésére múltbeli adatok alapján;

illetve a jelenségek jövőbeni alakulására vonatkozó előrejelzések (prognózisok) készítésére.

Az idősoros adatbázisok sajátossága, hogy nemcsak az adatok összessége, hanem azok sorrendje is érdekel bennünket. Ez egyben azt is jelenti, hogy szemben a többi statisztikai sorral, idősorok esetén az adatok felsorolásának sorrendje szigorúan kötött, mindig a legkorábbi időpontból (időszakból) haladunk a jelenig. Az idősorok rendkívül fontosak az elemzési és prognosztikai tevékenységben, mivel a múltat ábrázolják és ebből bizonyos következtetések a jövőre vonatkozóan levonhatók. Az idősorok tehát a prognóziskészítés alapját képezik, ahhoz ugyanis, hogy valamely jelenség vagy folyamat jövőbeli alakulásáról helyes képet kapjunk, ismerni kell a prognózistárgy múltbeli alakulását is. Az idősorok alapján történő előrejelzések azon a feltételezésen alapulnak, hogy a történeti sémák folytatódnak a jövőben is. A prognóziskészítés tipikus módszerének tekinthető tehát az idősor-kutatáson alapuló előrejelzés, mert számítási alapelve megfelel a prognosztizálás alapelvének: a múlt és jelen ismert paraméterei alapján előrevetíteni az összefüggést a jövőbe. Az idősorokban megfigyelt tendencia prognosztizálása azon a feltételezésen nyugszik, hogy a jövőben is ugyanolyan irányú és mértékű változások következnek be, mint amilyenek jellemzőek voltak a vizsgált múltbeli időszakban. Az idősor adatai általában egymást egyenlő időközzel követő időpontokra illetve idősorozatokra vonatkoznak. Ezek az időpontok illetve idősorozatok a gyakorlati tapasztalatok szerint lehetnek: percek, félórák, órák, napok, hetek, hónapok, negyedévek, évek, évtizedek. A statisztikai hivatalok által közölt adatok általában évenkénti, negyedévenkénti és havonkénti megfigyeléseket tartalmaznak. Rövidebb idősorozatokra (pl. napi, óránként, félóránként) vonatkozó adatgyűjtést például a tőzsdeindexek esetében végeznek. Az idősor mindig konkrét megfigyelés eredménye, vagyis az elméleti idősornak egyetlen realizációja. Végeredményben az idősor egyetlen realizációja, a tapasztalati idősor alapján kell a vizsgált jelenséget illetve folyamatot befolyásoló, illetve meghatározó törvényszerűségeket feltárni.

Az idősorok összetevői:

A trend vagy a hosszú távú alapirányzat

A trend az idősorban tartósan – az ingadozásokon keresztül – hosszú távon érvényesülő tendencia, amely az idősor alakulásának fő irányát jelenti. A trendet több, a vizsgált jelenség alakulását alapvetően meghatározó tényező alakítja. Ha az adott időintervallumon becsült tendenciát extrapolálással ki akarjuk terjeszteni a vizsgált intervallum határain kívülre, ezt csak azzal a feltételezéssel tehetjük, hogy ott is érvényesül ez a stabilitás. Az idősorokban érvényesülő trendek meghatározására kidolgozott módszerek többsége jelentős adatmennyiség ismeretében is csak rövid illetve középtávú prognózisok készítésére használható. Hosszabb távú prognosztizálásra való felhasználásukat korlátozza az a tény, hogy hosszabb távlatban ritkán feltételezhető a vizsgált jelenségre ható tényezők körének és irányának változatlansága. Ugyanakkor, ha hosszú, 100-200 éves, vagy ennél hosszabb idősorokkal rendelkezünk, akkor a hosszú távú, ún. megatrendeket is azonosítani tudjuk, ami megalapozottabb trend extrapolációt eredményezhet. A megatrendek nem az egyik napról a másikra alakulnak ki és enyésznek el. Ezek az átfogó társadalmi, gazdasági, politikai és műszaki változások lassan bontakoznak ki, de ha egyszer már kialakultak, akkor befolyást gyakorolnak ránk egy ideig, hét-tíz évig, vagy még tovább. Megvan a hatókörük és alakító erejük egy-egy évtized változásspektrumának a meghatározásához.

A lineáris és a lineárisra visszavezethető trendfüggvények esetében a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazzuk, vagyis olyan függvényt keresünk, amely esetében a megfigyelt és a modell által számított értékek közötti eltérés négyzetösszege minimális.

A legjobb közelítést tehát az a függvény adja, melyiknél a reziduumokból $(y_i - \hat{y}_i)$ számított eltérés-négyzetösszeg a legkisebb:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \min$$

A feladat megoldását a klasszikus [legkisebb négyzetek módszerének](#) nevezik.

A következőkben bemutatásra kerülő lineáris és lineárisra visszavezethető trend függvénytípusok logaritmikus transzformációkkal, illetve új változók bevezetésével linearizálhatóak, és klasszikus legkisebb négyzetek módszerével a paramétereik becsülhetők.

A következőkben néhány vizsgálati szempontot sorolunk fel:

A lineáris és a lineárisra visszavezethető trendfüggvények a függvényt leíró egyenlet alapján vizsgálhatók:

- monotonitás szempontjából:
 1. növekvőek: pl. lineáris, parabolikus, fél-logaritmikus, hatvány alakú és parabolikus (ha az együtthatók pozitívak), exponenciális, ha $b_1 > 1$
 2. monoton csökkenőek: pl. hiperbolikus, parabolikus (ha az együtthatók pl. pozitívak, de a legnagyobb fokszerű időtényezőnél a paraméter negatív), hatvány alakú ha $b_1 < 0$ és exponenciális, ha $0 < b_1 < 1$
 3. vegyes függvények: pl. parabolikus trendek, (az időváltozó, a t együtthatói között található pozitív és negatív is) ahol a monoton növekedés monoton csökkenésbe vagy fordítva a monoton csökkenés monoton növekedésbe megy át.
- telítődés szempontjából:
 1. telítődési függvények: pl. féllogaritmikus, hiperbolikus, ahol a függvény egy végső határérték felé tart,
 2. telítődés nélküli függvények: pl. lineáris, parabolikus, hatvány alakú, exponenciális, ahol a növekedésnek vagy a csökkenésnek nincsenek korlátai.
- inflexiós pont szempontjából:
 1. a függvények rendelkezhetnek inflexiós ponttal: pl. harmadfokú parabolikus
 2. a függvényeknek nincs inflexiós pontjuk: pl. lineáris, féllogaritmikus, hatvány alakú, exponenciális.

Egy függvény inflexiós pontján azt értjük, hogy ebben a pontban az érintő átmetszi a görbét. Az inflexiós pont létezésének szükséges feltétele – ha a függvénynek az inflexiós pontban a harmadrendű deriváltja is létezik – az, hogy a függvény második deriváltja ebben a pontban nulla legyen, az elégséges feltétel pedig az, hogy a harmadik derivált az inflexiós pontban ne legyen egyenlő nullával. Természetesen feltételezzük, hogy a függvény az inflexiós pont környezetében háromszor differenciálható. Az inflexiós pont létezésének szükséges és elégséges feltétele az is, ha a második derivált a zérus pontjában előjelet vált, ami azt mutatja, hogy a konvex (konkáv) ívet konkáv (konvex) követi.

- a függvények nevezetes pontjait is vizsgálhatjuk, pl. melyek a trend kezdeti, (az értelmezési tartomány $t=0$ pontjában mekkora az y érték) és határfeltételei, van-e a függvénynek maximuma (pl. a parabolikus trend, ha a paraméterek előjele különböző) vagy nincs (a legtöbb vizsgált függvény esetében, pl. lineáris, féllogaritmikus, hatvány alakú, exponenciális). Vizsgálható továbbá, ha $t \rightarrow \infty$, akkor mekkora az \hat{y} érték.

A függvényt közelítő egyenes meredekségéből, az úgy nevezett deriváltból következtethetünk:

$$f'(t) > 0$$

$$f'(t) < 0$$

- a függvény növekedésének irányára azaz, hogy monoton növekvő (a t időtengely mindegyik pontjában az első derivált $f'(t)$ nem negatív) vagy monoton csökkenő, (a t időtengely mindegyik pontjában az első derivált $f'(t)$ nem pozitív):
- a növekedés mértékére (gyorsan változik-e a függvény vagy lassan). A differencia hányados az idősorok trend vizsgálatánál a következő képlettel közelíthető, felhasználva az analízisben tanult összefüggést:

$$\alpha_t = \frac{dy}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t} \approx (y_t - y_{t-1}) / (t - [t-1]) = (y_t - y_{t-1})$$

- esetleges szélsőértékére (van-e abban a pontban a függvénynek maximuma vagy minimuma), az alábbi összefüggés szerint, ahol a második derivált t szerint $f''(t)$:

$$f'(t_{\max}) = 0$$

$$f''(t_{\max}) < 0$$

$$f'(t_{\min}) = 0$$

$$f''(t_{\min}) > 0$$

A legismertebb analitikus trendek:

Lineáris trendszámítás

Az idősorban a változás tendenciája egyenes vonallal jól leírható, ha a szomszédos időszakok közötti abszolút változás (növekedés vagy csökkenés) viszonylag állandó az időben.

A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t$$

Ahol: $b_1 \neq 0$ mert ha $b_1 = 0$ akkor a trendfüggvény konstans: b_0 .

Bemeneti Y tartomány: y_t

Bemeneti X tartomány: t (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, N$)^{52,53}

A b_0 és b_1 a lineáris trendfüggvény ismeretlen paraméterei. A b_1 becsült paraméter megmutatja azt, hogy a vizsgált időszakban a vizsgált jelenség időegységenként (pl. a megfigyeléseknek megfelelően: évenként, hónaponként stb.) átlagosan hány egységnivel változott. A lineáris trend t szerinti deriváltja ugyanis b_1 . A növekedés (ha $b_1 > 0$) illetve csökkenés (ha $b_1 < 0$) átlagos abszolút értéke illetve iránytangense időegységre vetítve tehát állandó. A b_1 paraméter jelentése megegyezik a \bar{D} (átlagos abszolút változás) mérőszám jelentésével. A két mutató abban különbözik egymástól, hogy a b_1 meghatározásánál, a legkisebb négyzetek módszerének felhasználásával, a megfigyelt adatokhoz legjobban illeszkedő egyenest választjuk ki. A \bar{d} mutató esetében viszont az egyenes meredekségét (iránytangensét) az első és az utolsó adat alapján határozzuk meg. Az időszakonkénti változások

⁵² A t időváltozó egymástól egyenlő távolságra lévő értékek sorozata.

⁵³ A gyakorlati számításokban $t=1, 2, \dots, n$

átlagára ezért a b_1 megbízhatóbb becslést ad, mint a \bar{D} mutató. A b_0 becslült paraméter a tengelymetszet és ezt az értéket akkor veszi fel a trend, ha $t=0$.

Ha $t = 0$ akkor: $\hat{y}_{t=0} = b_0$

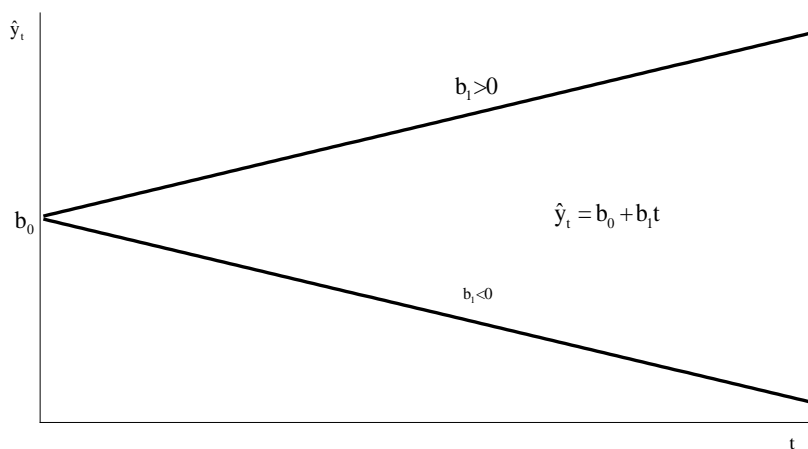
Azt feltételezzük, hogy a múltbeli folyamatok folytatódnak a jövőben. A lineáris trend az extrapolációnál állandónak veszi az átlagos abszolút növekményt, ami hosszabb távon ritkán teljesülő feltétel, mivel a lineáris trendfüggvény a végtelenbe tart, ha az idő is a végtelenbe tart.

Ha: $t \rightarrow +\infty$ és ha $b_1 > 0$

$$\hat{y}_t (t \rightarrow +\infty) \rightarrow +\infty$$

Ha: $t \rightarrow +\infty$ és ha $b_1 < 0$

$$\hat{y}_t (t \rightarrow +\infty) \rightarrow -\infty$$



A lineáris trend

Féllogaritmikus (szemi-logaritmikus, féllogaritmusos) trend

Előfordul a gyakorlatban, különösen a hosszabb távú extrapolációnál olyan összefüggés, amelyben a megfigyelt idősor (y_t) természetes értéke és az időváltozó (t) logaritmusa között írható fel egy lineáris modell. A féllogaritmikus trend az extrapolációnál sok esetben jobb eredményt ad, mint a lineáris trend, mert nem tekinti az átlagos abszolút növekményt állandónak, hanem feltételezi, hogy a növekmény nagysága az időben előre haladva csökken.

A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 \ln t$$

Ahol: $b_1 \neq 0$ mert ha $b_1 = 0$ akkor a trendfüggvény konstans b_0 .

Bemeneti Y tartomány: y_t

Bemeneti X tartomány: $\ln t$ (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, N$)

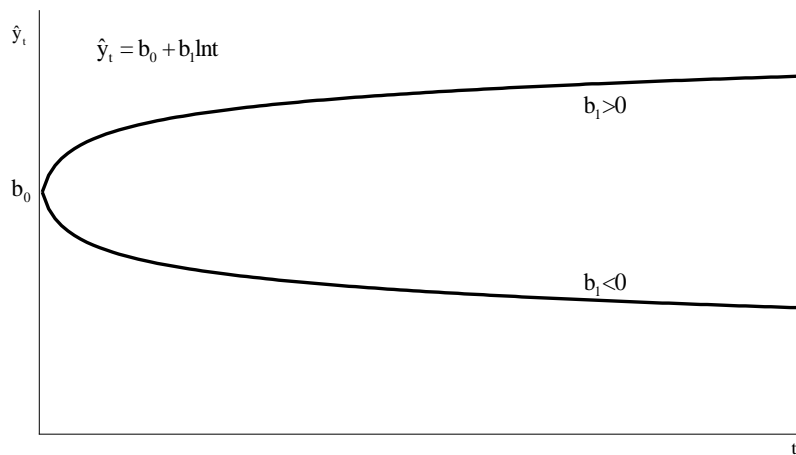
A növekedés (ha $b_1 > 0$) illetve csökkenés (ha $b_1 < 0$) átlagos abszolút értéke időegységre vetítve csökkenő, ugyanis, pl.: $\ln 1 = 0$, $\ln 2 = 0,693$, $\ln 3 = 1,098$, ..., $\ln 10 = 2,302$, ..., $\ln 100 = 4,605$, ..., $\ln 1000 = 6,907$.

Ha

$t=1$

akkor:

$$\hat{y}_{t=1} = b_0$$



A féllogaritmikus trend

Másodfokú polinomiális (másodfokú parabolikus, kvadrátikus) trend

Sok esetben használhatjuk elemzésre és előrejelzésre a polinomiális trendet, amely általában feltételezi, hogy a nemlineáris folyamatok alakulásában fordulópont van, pl. az idősorban tendenciaváltás tapasztalható, vagyis az idősor növekedésből, hullámhegyből csökkenésbe, hullámvölgybe – vagy fordítva – megy át, akár ismétlődően is. Értelemszerű, hogy a fokszám növelése egyre jobb illesztést ad, de megállapítható, hogy a 3 fokszámnál magasabb fokszám alkalmazása már igen nehezen indokolható. A trendszámításnál az elfogadott gyakorlat szerint a polinom fokszáma 2 vagy 3 lehet. A polinom fokszámának növekedésével ugyan nő az illesztés pontossága, de egyre inkább elveszítjük a valódi tartós irányzatot és a polinom „követi” a szezonális, a ciklikus és a véletlen komponenseket is. A másodfokú polinomiális trend azt feltételezi, hogy az idősorban maximum egy fordulópont (egy hullámhegy és egy hullámvölgy) van.

A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$$

Ahol: $b_2 \neq 0$ mert ha $b_2 = 0$ akkor a trend lineáris.

Ha $b_2 = 0$ és $b_1 = 0$ akkor pedig a trendfüggvény konstans b_0 .

Bemeneti Y tartomány: y_t

Bemeneti X tartomány: t t^2 (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, N$)

Legyen: $b_0 > 0, b_1 > 0, b_2 < 0$

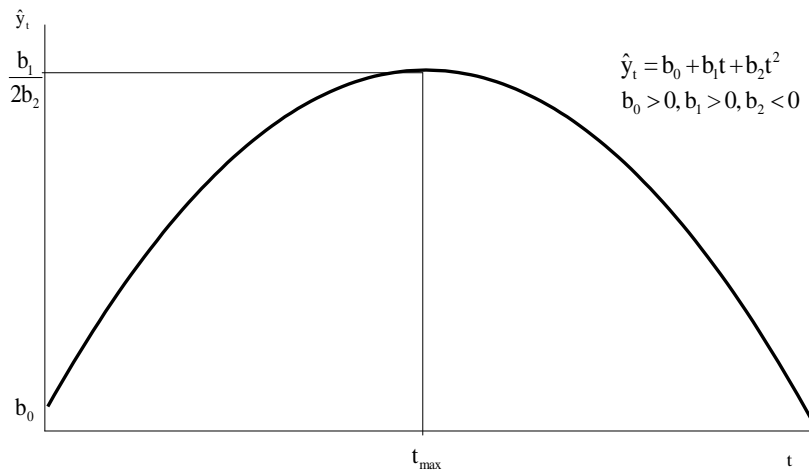
$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$ tehát, a függvény fordított U (\cap) alakú.

Akkor a függvény maximuma:

$$\frac{d\hat{y}}{dt} = b_1 - 2b_2 t = 0$$

$$t_{\max} = \frac{b_1}{2b_2}$$

A t_{\max} helyen a második derivált t szerint negatív ($-2b_2$), tehát a függvénynek maximuma van.



A másodfokú polinomiális trend

Legyen: $b_0 > 0, b_1 < 0, b_2 > 0$

$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$ tehát a függvény U alakú.

Akkor a függvény minimuma:

$$\frac{d\hat{y}}{dt} = -b_1 + 2b_2 t = 0$$

$$t_{\min} = \frac{b_1}{2b_2}$$

A t_{\min} helyen a második derivált t szerint pozitív ($2b_2$), tehát a függvénynek minimuma van.

Harmadfokú polinomiális (harmadfokú parabolikus) trend

A harmadfokú polinomiális trend azt feltételezi, hogy az idősorban maximum egy –vagy két fordulópont (egy vagy két hullámhegy és egy vagy két hullámvölgy) van.

A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3$$

Ahol: $b_3 \neq 0, b_2 \neq 0$ mert ha $b_3 = 0, b_2 = 0$ akkor a trend lineáris. Értelmszerűen $b_1 \neq 0$.

Bemeneti Y tartomány: y_t

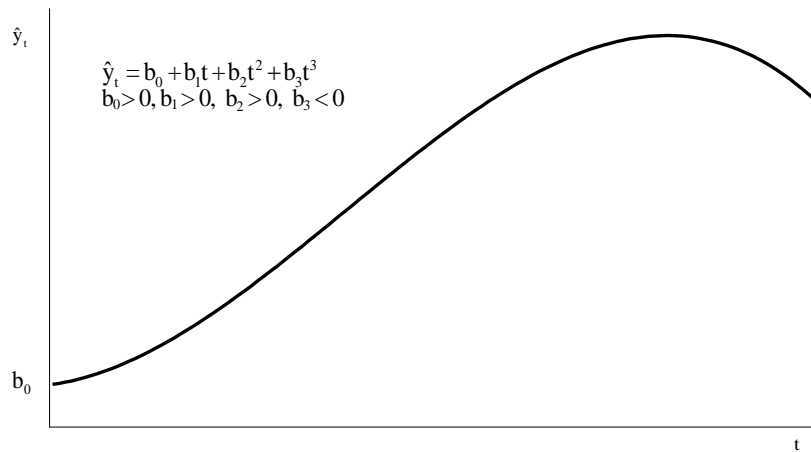
Bemeneti X tartomány: t, t^2, t^3 (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, n$)

Legyen:

$$b_0 > 0, b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 < 0$$

Akkor:

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3$$



A harmadfokú polinomiális trend

Hatvány alakú trend

A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = b_0 t^{b_1}$$

$$\ln \hat{y}_t = \ln b_0 + b_1 \ln t$$

Bemeneti Y tartomány: $\ln y_t$

Bemeneti X tartomány: $\ln t$ (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, n$)

A hatványalakú trend ábráján látható, hogy a leírt tendencia a b_1 nagyságától függ.

A b_1 lehet:

$$b_1 > 1$$

$$0 < b_1 < 1$$

$$b_1 = 1$$

$$b_1 < 0$$

$$b_1 = 0 \text{ akkor:}$$

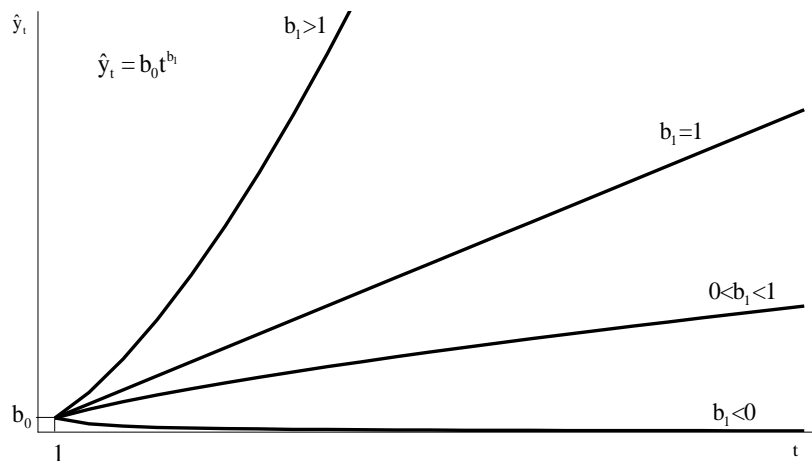
$$\hat{y}_t = b_0$$

Ha: $t \rightarrow +\infty$ és ha $b_1 > 0$

$$\hat{y}_t (t \rightarrow +\infty) \rightarrow +\infty$$

Ha: $t \rightarrow +\infty$ és ha $b_1 < 0$

$$\hat{y}_t (t \rightarrow +\infty) \rightarrow 0$$



A hatvány alakú trend

Exponenciális trend

Az exponenciális trendnél a relatív változások (a láncviszonzyszámok) mutatnak viszonylagos állandóságot (stabilitást). Általában a közép és hosszú távú gazdasági és társadalmi folyamatok jellemzésének alapmodellje. Akkor alkalmazzuk, ha feltételezhető, hogy egységnyi időváltozás hatására a folyamat változása relatíve állandó, azaz a vizsgált időszakban a megfigyelések az előző értékhez képest rendre megközelítően azonos százalékos növekedést vagy csökkenést mutatnak.

A függvényt leíró formulák:

$$\hat{y}_t = b_0 b_1^t$$

$$\ln \hat{y}_t = \ln b_0 + t \ln b_1$$

$$\hat{y}_t = b_0 e^{ct}$$

$$\hat{y}_t = b_0 b_1^t$$

$$b_1 = e^c$$

A függvény helyettesítési értéke a $t=0$ helyen (y_0):

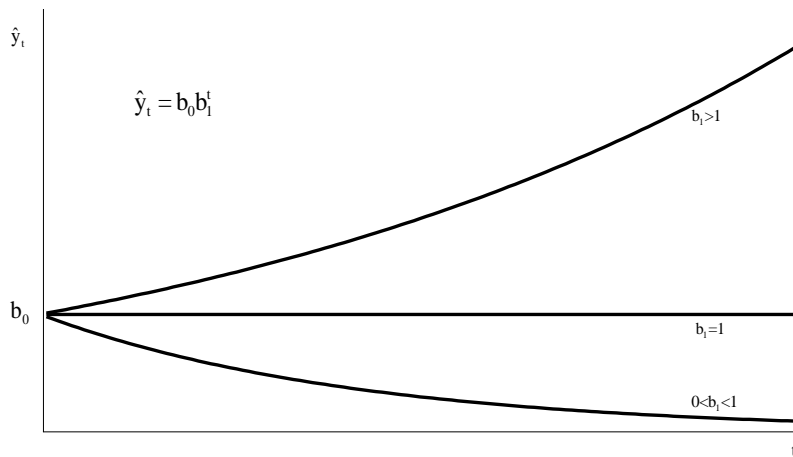
$$\hat{y}_{t=0} = b_0$$

Bemeneti Y tartomány: $\ln y_t$

Bemeneti X tartomány: t (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, n$)

A szomszédos értékek hányadosa, tehát a növekedés átlagos üteme állandó.

$$\frac{\hat{y}_t}{\hat{y}_{t-1}} = \frac{b_0 b_1^t}{b_0 b_1^{t-1}} = b_1$$



Az exponenciális trend

A duplázódás/felezési idő számítása

Az extrapolációnál figyelembe kell vennünk, hogy nem biztos az, hogy a múltat jól leíró trend a jövőben is igaznak bizonyul. Pl. a fejlődés hosszabb távon [50-200 év] nem írható le lineáris vagy exponenciális trenddel, mivel érvényesülnek az évszázados trendek és hosszú ciklusok. Rövidebb távon [7-30 év], ha a fejlődés exponenciális, meghatározható a duplázódási idő:

$$\hat{y}_t = b_0(1+p)^t$$

Ahol:

b_0 = a bázisérték,

p = az éves növekedési/csökkenési ütem,

$b_1 = 1+p$,

így a duplázódási idő (t) a

$$2b_0 = b_0(1+p)^t$$

formulából becsülhető, ha $p > 0$ illetve $b_1 > 1$, akkor a duplázódási idő:

$$\ln(2) = t \ln(1+p)$$

$$t = \ln(2) / \ln[1+p].$$

A felezési idő ha $-1 < p < 0$ illetve $0 < b_1 < 1$

$$0,5b_0 = b_0(1+p)^t$$

$$t = \ln(0,5) / \ln(1+p)$$

Hiperbolikus trend

Gyakran előfordul, hogy az idősor aszimptotikusan közelít egy adott értéket. Ekkor trendfüggvényként valamelyik bemutatásra kerülő hiperbolikus függvény alkalmazható. Az önköltséget, az árak alakulását jellemző folyamatok gyakran modellezhetők e módon.

A függvényt leíró formula:

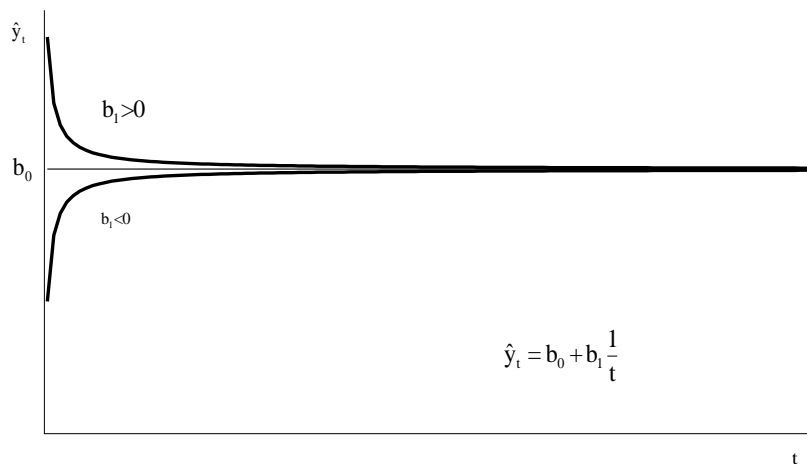
$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 \frac{1}{t} = b_0 + b_1 t^{-1}$$

Bemeneti Y tartomány: y_t

Bemeneti X tartomány: $1/t$ (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, n$)

Ha $t = 1$ akkor $\hat{y}_{t=1} = b_0 + b_1$

Ha $t \rightarrow \infty$ akkor $\hat{y}_{t \rightarrow \infty} \rightarrow b_0$



A hiperbolikus trend

Elsőfokú hiperbolikus trend

A függvényt leíró formula, a lineáris trend reciproka:

$$\hat{y}_t = \frac{1}{b_0 + b_1 t} = (b_0 + b_1 t)^{-1}$$

$$\frac{1}{\hat{y}_t} = b_0 + b_1 t$$

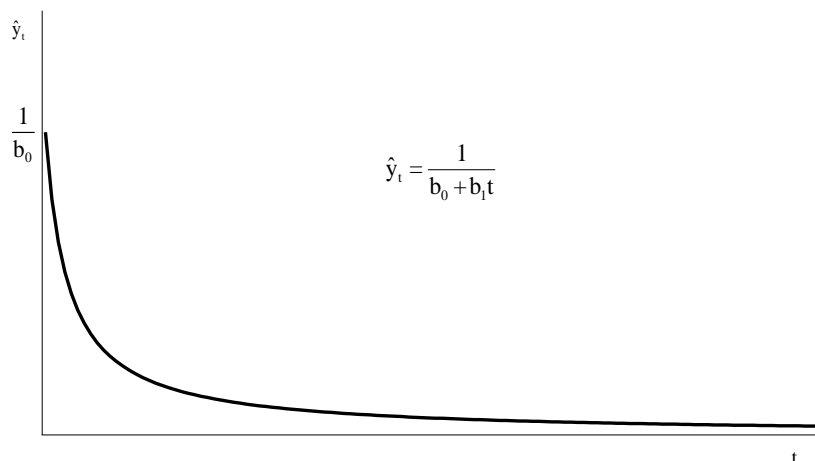
Ha $t = 0$ akkor $\hat{y}_{t=0} = \frac{1}{b_0}$

Ha $t = 1$ akkor $\hat{y}_{t=1} = \frac{1}{b_0 + b_1}$

Ha $t \rightarrow \infty$ akkor $\hat{y}_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$

Bemeneti Y tartomány: $1/y_t$

Bemeneti X tartomány: t (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, n$)



Az elsőfokú hiperbolikus trend

Másodfokú hiperbolikus trend

A függvényt leíró formula, a másodfokú parabolikus trend reciproka:

$$\hat{y}_t = \frac{1}{b_0 + b_1 t + b_2 t^2} = (b_0 + b_1 t + b_2 t^2)^{-1}$$

$$\frac{1}{\hat{y}_t} = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$$

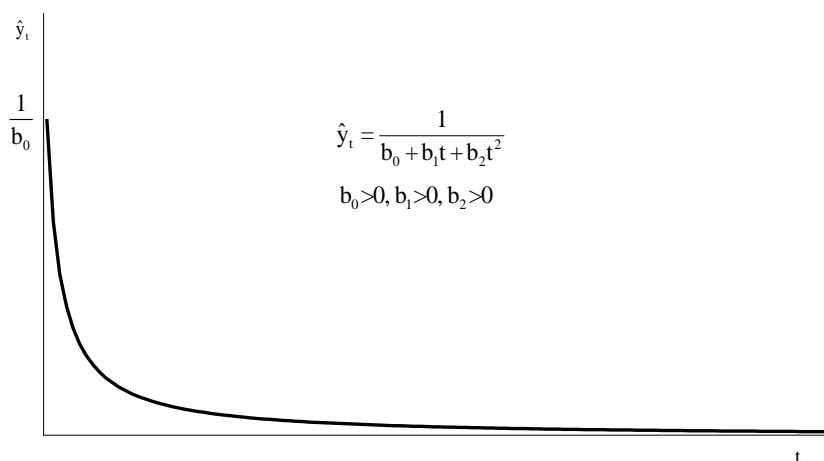
$$\text{Ha } t = 0 \text{ akkor } \hat{y}_{t=0} = \frac{1}{b_0}$$

$$\text{Ha } t = 1 \text{ akkor } \hat{y}_{t=1} = \frac{1}{b_0 + b_1 + b_2}$$

$$\text{Ha } t \rightarrow \infty \text{ akkor } \hat{y}_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

Bemeneti Y tartomány: $1/y_t$

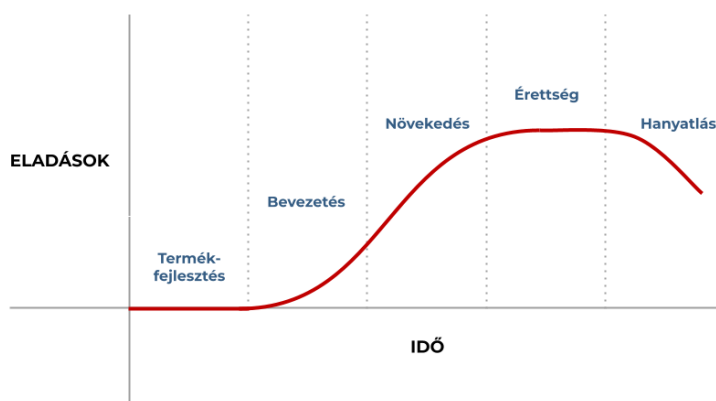
Bemeneti X tartomány: $t \quad t^2$ (pl. $t = 1, 2, 3, \dots, n$)



A másodfokú hiperbolikus trend

A telítődési, a logisztikus (S-alakú)- és életgörbe trendfüggvények becslése

A telítődési, a logisztikus és az életgörbe trendfüggvények olyan folyamatok, jelenségek leírására alkalmasak, amelyeknek a növekedése korlátos. A tartós fogyasztási cikkek (például tévé, rádió, telefon, autó stb.) forgalmának alakulása – a piac korlátozottsága miatt – telítődési trendet követ, mert van egy szint, ami fölé a kereslet nem emelkedik. Az ipari termékek életgörbéje is hasonló tendenciát mutat az első felszálló szakaszban, az eltérés azonban az, hogy a csúcspont elérése után leszálló szakasz következik, előbb csökken és végül megszűnik a gyártás és a forgalom. Gyakran előfordul, hogy az első felszálló szakaszban a fejlődés három szakaszát különíthetjük el: 1. a termékfejlesztés, a kísérletezés stádiuma, amit a gyártás bevezetése, a lassú növekedés jellemez; 2. a „nagy felfutás” a növekedés időszaka, nő a kereslet, a gyártás ezért tömegszerűvé válik; 3. a piac telítődése, amikor már csak az elhasználódás pótlására van lehetőség. A piaci érettség, a telítődés szakaszát a kereslet és a gyártás hanyatlása (többnyire új, korszerűbb termék jelenik meg a piacon), és végül a gyártás megszüntetése követi. A termékéletgörbét az alábbi ábra mutatja:



A termékéletgörbe konkrét alakjának meghatározása a tervezés időszakában nem egyszerű feladat. Az élettartam a terméktől függően lehet néhány hónap (a divat által erősen befolyásolt termékek), néhány év (informatikai eszközök) vagy több évtized (mezőgazdasági termények). A telítődési függvényeket (elsősorban a Gompertz- és Johnson-függvényeket) a demográfusok és a biztosítási szakemberek a népesedési és túlélési folyamatok leírására és közelítésére használják. Az inflexiós pont jelzi a vizsgált jelenség fejlődésében bekövetkező jelentősebb változást és annak várható időpontját is. Az inflexiós pont kifejezi, hogy a fejlődés „hajtóerői” kifulladásra kerültek, várható, hogy a fejlődés jellege is megváltozik és lelassul. Tulajdonképpen a fejlődés egyik kritikus pontja éppen az inflexiós pontnál van. A telítődési függvények monoton növekvő függvények, ahol az időváltozó (t) növekedésével a növekedési értékek a nullához tartanak. Más megfogalmazásban a függvényértékek K telítődési paraméterhez, szaturációs szinthez, vagyis egy konstans értékhez tartanak, ha az időváltozó a végtelenbe tart:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = K$$

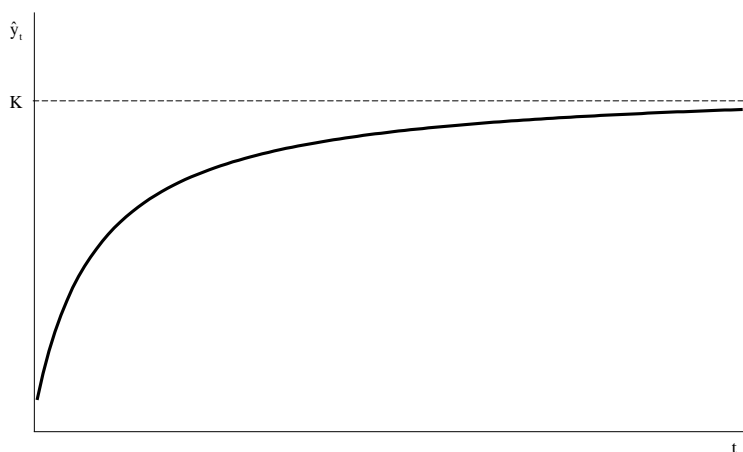
A feladat megkeresni azokat a paramétereket, amelyek mellett az illesztés a legpontosabb. A tapasztalatok szerint az egyszerűbb függvényformákkal (lineáris, hatványkitevős, exponenciális, parabolikus stb.) szemben a bonyolultabb telítődési függvények alkalmazása lényegesen számításigényesebb, ugyanakkor kiküszöbölik az egyszerűbb függvények azon hibáját, hogy a növekedésnek (vagy csökkenésnek) nincs felső vagy alsó korlátja. A Földön hosszú távon gyakorlatilag minden gazdasági-társadalmi-demográfiai folyamat korlátozott térben zajló növekedési folyamat és ennek következménye az, hogy igen gyakran tapasztaljuk, hogy léteznek telítődési pontok. Először a

legegyszerűbb telítődési függvényeket ismertetjük, amelyek inflexiós ponttal nem rendelkeznek. A bemutatásra kerülő következő hét S-alakú trendfüggvénynek egy inflexiós pontja van. Az életgörbe és a Hubbert-féle trendfüggvény két inflexiós ponttal rendelkezik. Az életgörbe trenddel többek között a termékéletgörbék alakulását lehet modellezni, ahol a növekedési szakaszt egy csökkenő szakasz követi. A logisztikus függvények régóta foglalkoztatják az idősor modellezés kutatóit. A XIX. század első felében Gompertz és Verhulst munkásságát lehet kiemelni. A logisztikus függvény a XX. század első felében az ökonometria modellezés egyik fontos eszköze volt és számos modell került kidolgozásra. Népszerűsége bizonyos területeken az elmúlt évszázadban sem csökkent, különösen a piaci és demográfiai folyamatok gyakori jellemzője, hogy egy ideig gyors ütemben nőnek, majd később érvényesülnek a növekedés korlátai, csökken a növekedési ütem. A folyamat jellegétől függően a növekedés bizonyos idő után a nullához tart, illetve az is elképzelhető, hogy a tendencia megfordul.

Inflexiós ponttal nem rendelkező telítődési görbék

A következőkben a Mitscherlich-, a Bertalanffy-, az egyszerűen modifikált exponenciális, a Törnquist 1., valamint Törnquist 2. függvényeket mutatjuk be röviden. E függvények közös jellemzője, hogy inflexiós ponttal nem rendelkeznek, értelmezési tartományukon $(0-\infty)$ intervallumon) konkáv módon viselkednek. Ez utóbbi tulajdonság akkor teljesül, ha a függvény kétszer differenciálható az időváltozó szerint és a második derivált negatív. Az ismertetésre kerülő telítődési függvények második deriváltja mindenütt negatív. Ha K azonos, akkor $Kb=a$, tehát a Bertalanffy függvény és az egyszerűen modifikált exponenciális függvény azonos.

Az inflexiós ponttal nem rendelkező telítődési függvények sematikus ábrája a következőképpen néz ki. Tipikus alkalmazási területük a jelentős technológiai újítással gyártott termékek gyors elterjedése az adott szegmensben, amikor termékváltás következik be: például ilyen volt a rugós órát felváltó kvarcóra, a fekete-fehér tévét váltó színes tévé vagy a közelmúltban a plazma- és LCD-tévék megjelenése a piacon.



Az inflexiós ponttal nem rendelkező telítődési függvény

A példának felhasznált idősor:

Ezer lakosra jutó legyártott autó az USA-ban. (db/ezer fő) 1900-2022.

Adatok forrása:

Mitchell, Brian R. [1993]: International historical statistics: The Americas 1750-1988. 2nd ed. Basingstoke ; New York : Macmillan Publ. ; Stockton Pr., 312-313.

U.S. domestic auto production from [1994 to 2022](#). Statista.

Mitscherlich trendfüggvény

$$\hat{y}_t = K(1 - e^{-rt})$$

Bertalanffy trendfüggvény

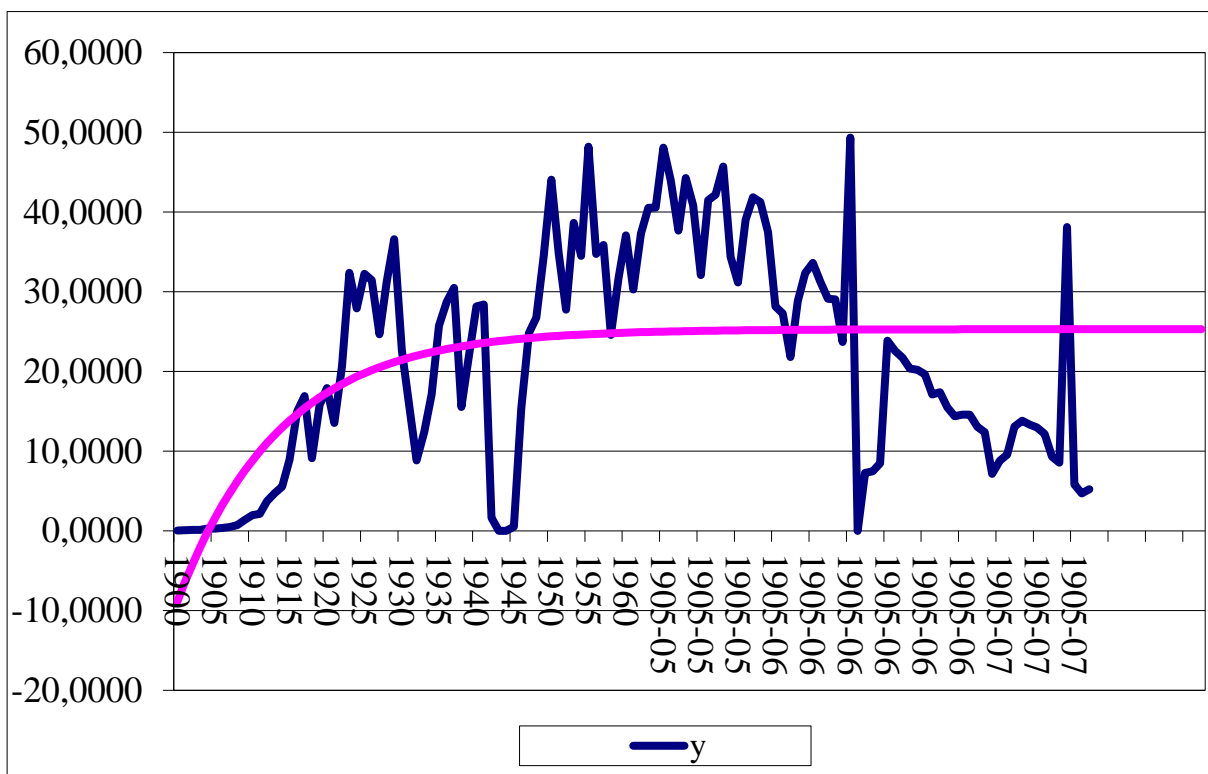
$$\hat{y}_t = K(1 - be^{-rt})$$

A számítás eredménye:

A sárga mezőben az optimalizálás eredménye, a következőben az induló értékek. Az R^2 az illesztés pontosságát mutatja.

K	25,30	49,33
b	1,45	1,00
r	0,073	0,001

SSE	17 419
SST	24 096
R²	0,2771



Egyszerűen modifikált exponenciális függvény

$$\hat{y}_t = K - ae^{-rt}$$

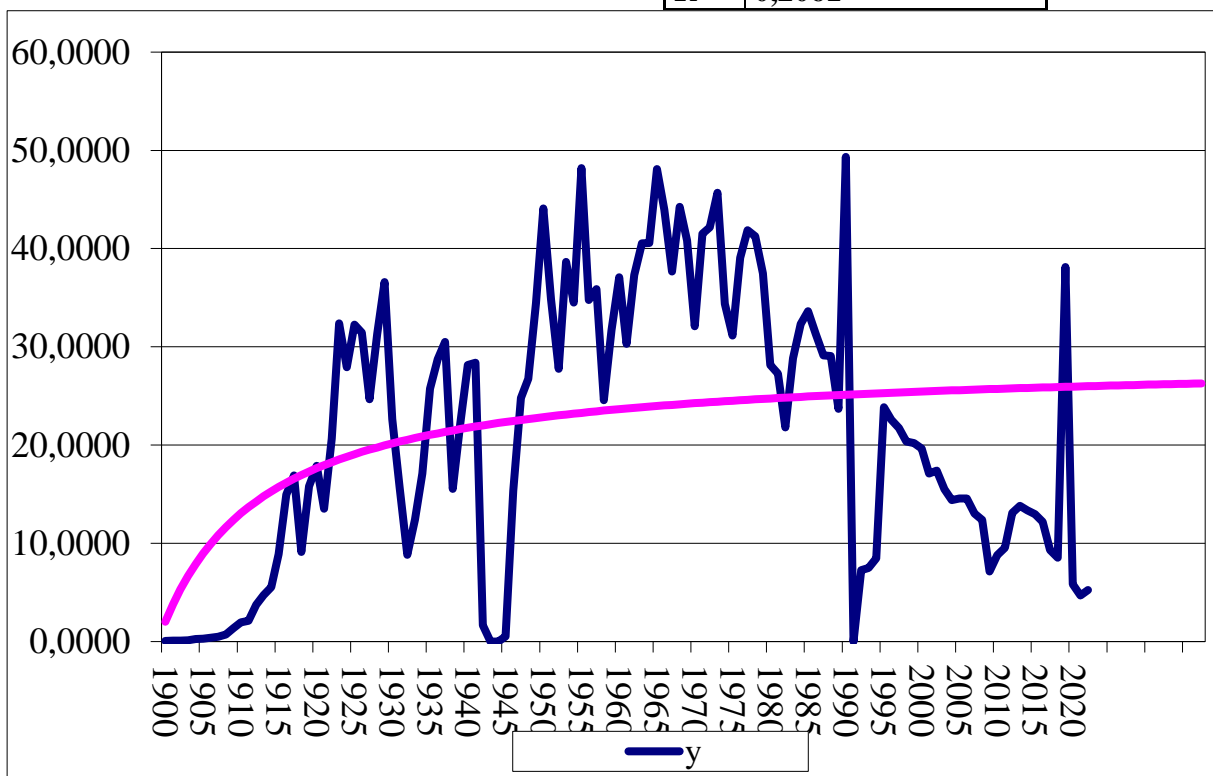
Törnquist 1. trendfüggvény

$$\hat{y}_t = \frac{Kt}{t + a}$$

A számítás eredménye:

K	28,80	49,33
a	13,27	914,62

SSE	19 128
SST	24 096
R²	0,2061



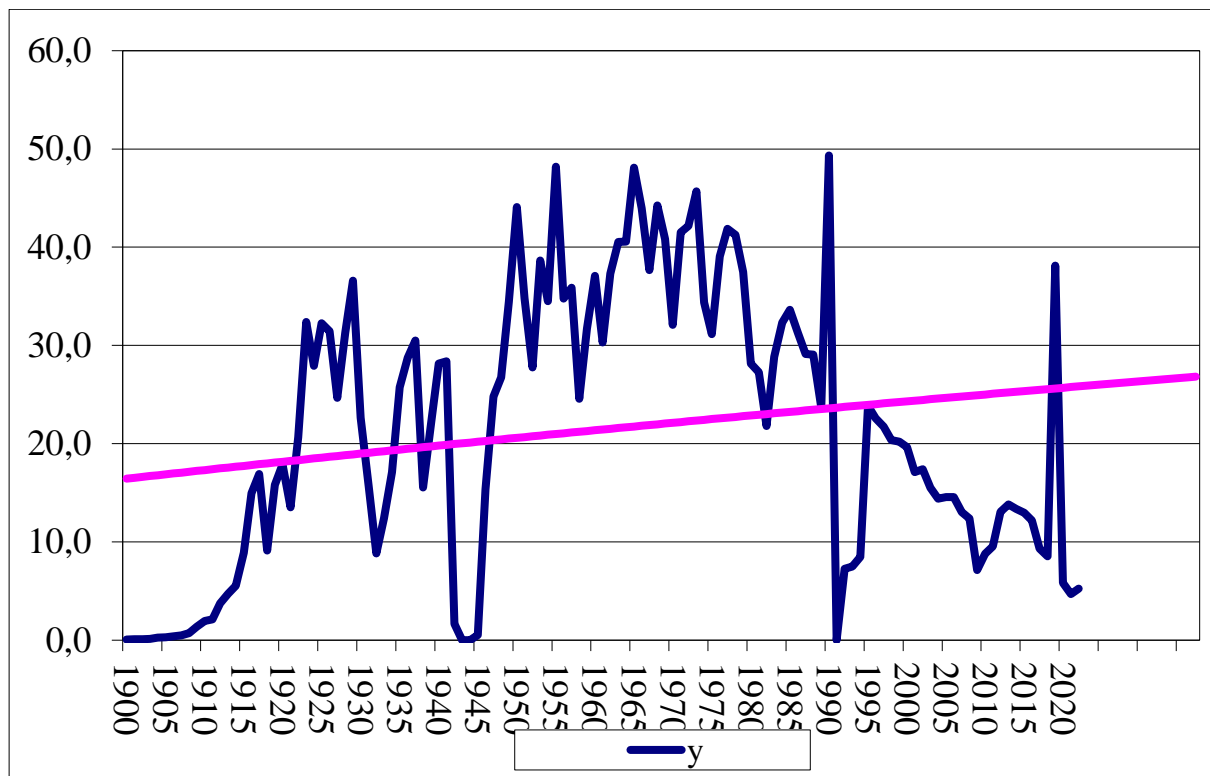
Törnquist 2.trendfüggvény

$$\hat{y}_t = \frac{K(t + a)}{(t + b)}$$

A számítás eredménye:

K	92,06	49,33
a	152,82	0,00
b	860,15	914,62

SSE	23 157
SST	24 096
R²	0,0389



Egy inflexiós ponttal rendelkező trendfüggvények.

A logisztikus trendfüggvények kezdetben konvex, később konkáv függvénygörbét írnak le. Ezeket a logisztikus trendfüggvényeket, alakjuk miatt S-alakú függvényeknek is hívják a szakirodalomban. A következőkben a logisztikus, a késleltetett logisztikus, a négyzetesen logisztikus, a Gompertz-féle, a 63 százalékos, a Johnson-féle és az általánosított Richards-féle trendfüggvényeket mutatjuk be.

A logisztikus trendfüggvény

Az egyik első logisztikus trendfüggvényt (népesség növekedési modellt) *Verhulst*⁵⁴ 1838-ban publikálta:

$$\hat{y}_t = \frac{K}{1 + e^{-c(t-m)}} = \frac{Ke^{ct}}{e^{cm} + e^{ct}}$$

ahol

- K – a telítettségi szint, $K > 0$;
- m – az inflexiós pont helyét adja meg, $m > 0$;
- c – a növekedési sebességet jellemző paraméter, ha $c > 0$, akkor logisztikus növekedésről, ha $c < 0$, akkor logisztikus csökkenésről van szó.

A függvény inflexiós pontjának koordinátái:

⁵⁴ [Pierre-Francois Verhulst](#) belga matematikus, statisztikus (1804–1849).

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = \frac{Kc^2 e^{c(m+t)} (e^{cm} - e^{ct})}{(e^{cm} + e^{ct})^3} = 0,$$

$$e^{ct} = e^{cm},$$

$$t_w = m,$$

$$\hat{y}_{t_w} = \frac{K}{2}.$$

A harmadik derivált ebben a pontban nem egyenlő 0-val, mivel:

$$\left. \frac{d^3 \hat{y}_t}{dt^3} \right|_{t_w} = 0,$$

$$e^{2cm} - 4e^{2cm} + e^{2cm} = 0,$$

$$-2e^{2cm} \neq 0.$$

A függvény helyettesítési értéke a $t = 0$ helyen és a telítődési szint:

$$\hat{y}_0 = \frac{K}{(1 + e^{cm})},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = K.$$

Napjainkban logisztikus trendfüggvény névvel az egyik legelterjedtebben alkalmazott, Pearl–Reed-féle⁵⁵ logisztikus telítődési függvényt illeti az irodalom. A függvény szimmetrikus az inflexiós pontra, ahol a görbe a telítettségi szint felét ($K/2$) éri el. A telítődés annak a következménye, hogy a görbe a konvex szakaszból konkávba megy át, azaz a vizsgált jelenségben fordulópont (minőségi változás) következett be.

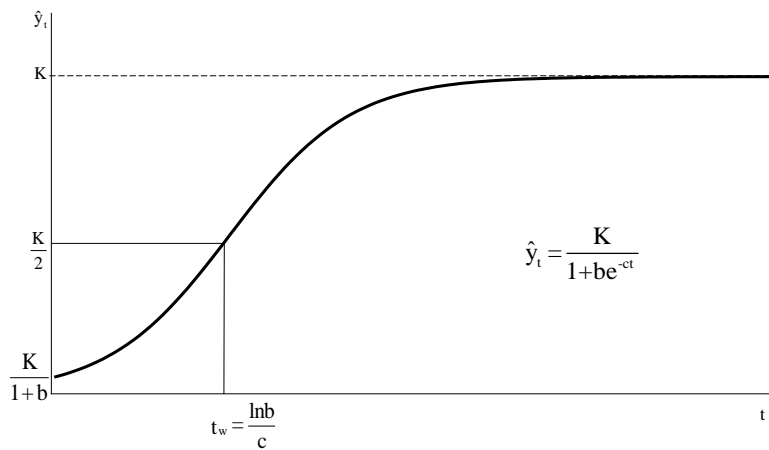
A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = \frac{K}{1 + be^{-ct}} = \frac{Ke^{ct}}{e^{ct} + b},$$

ahol:

- K – a telítettségi szint, ha $K > 0$;
- b – a helyzetparaméter, ha $b > 0$;
- c – növekedési sebességet jellemző paraméter, ha $c > 0$ logisztikus növekedésről, ha $c < 0$, akkor logisztikus csökkenésről van szó.

⁵⁵ Raymond Pearl (1879–1940) amerikai biológus, Lowell J. Reed (1886–1966) matematikus, biostatistikus.



A Pearl-Reed-féle logisztikus trendfüggvény

A függvény inflexiós pontjának koordinátái:

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = \frac{bc^2 K e^{ct} (b - e^{ct})}{(e^{ct} + b)^3} = 0,$$

$$t_w = \frac{\ln b}{c},$$

$$\hat{y}_{t_w} = \frac{K}{2}.$$

A harmadik derivált ebben a pontban nem egyenlő 0-val, hiszen $b > 0$, tehát ebben a pontban inflexiós pont van:

$$\left. \frac{d^3 \hat{y}_t}{dt^3} \right|_{t_w} = 0,$$

$$e^{2 \ln b} - 4b e^{\ln b} + b^2 = 0,$$

$$b = 0.$$

A függvény helyettesítési értéke a $t=0$ helyen és a telítődési szint:

$$\hat{y}_0 = \frac{K}{1+b},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = K.$$

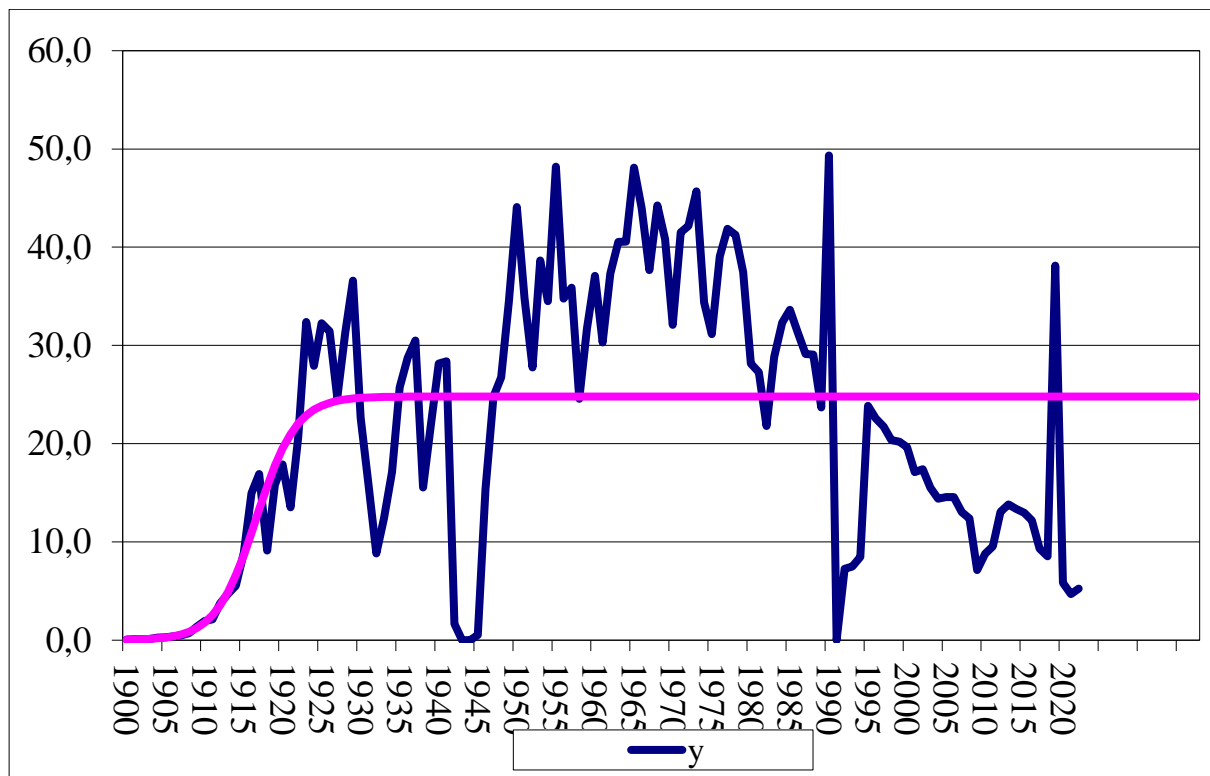
Könnyen belátható az, hogy a Verhulst és a Pearl-Reed-féle függvények lényegében azonosak:

$$\frac{K e^{ct}}{e^{cm} + e^{ct}} = \frac{K e^{c't}}{e^{c't} + b'}$$

A számítások eredményei:

K	24,80	49,33
b	914,99	914,62
c	0,39	0,30

SSE	16 626
SST	24 096
R²	0,3100



Késleltetett logisztikus trendfüggvény

Az előzőekben bemutatott logisztikus trendfüggvénynek az inflexiós pontra való szimmetriája sok esetben modellezési szempontból nem helytálló. Ha a kezdeti növekedés gyorsabb ütemű, és a görbe az inflexiós pontot a telítettségi szint felénél korábban éri el, akkor használhatjuk a késleltetett logisztikus trendfüggvényt. Az inflexiós pont után a késleltetett logisztikus trendfüggvény konkáv szakasza hosszabb és elnyújtottabb, mint a logisztikus trend hasonló konkáv szakasza, tehát késleltetett hatás érvényesül a telítődési szint elérésében.

A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = \frac{K}{1 + \left(\frac{T}{t}\right)^a},$$

Ahol

- T-a helyzetparaméter, ha $T > 0$;
- a – növekedési sebességet jellemző paraméter, ha $a > 1$.

Amennyiben $t = T$, úgy:

$$\hat{y}_T = \frac{K}{2}.$$

A függvény inflexiós pontjának koordinátái

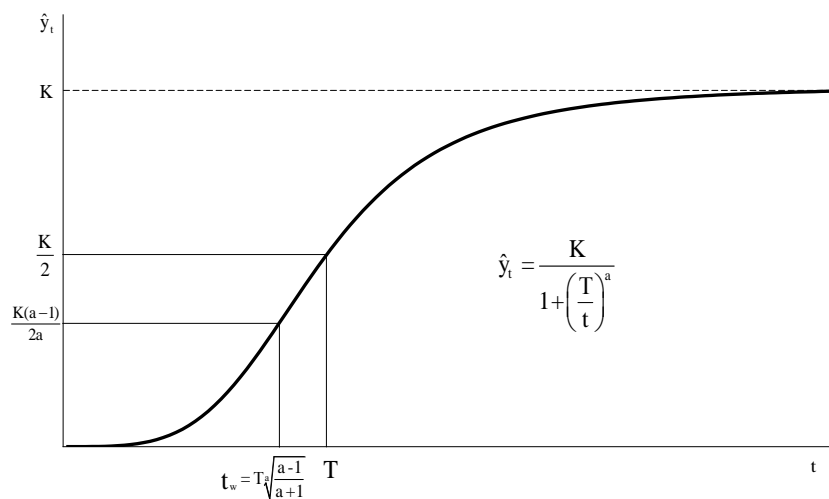
$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = \frac{aK \left[(a-1) \left(\frac{T}{t} \right)^a - a - 1 \right] \left(\frac{T}{t} \right)^a}{t^2 \left[\left(\frac{T}{t} \right)^a + 1 \right]^3} = 0,$$

$$t_w = T \sqrt[3]{\frac{a-1}{a+1}},$$

$$\hat{y}_{t_w} = \frac{K(a-1)}{2a}.$$

A telítődési szint:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = K.$$

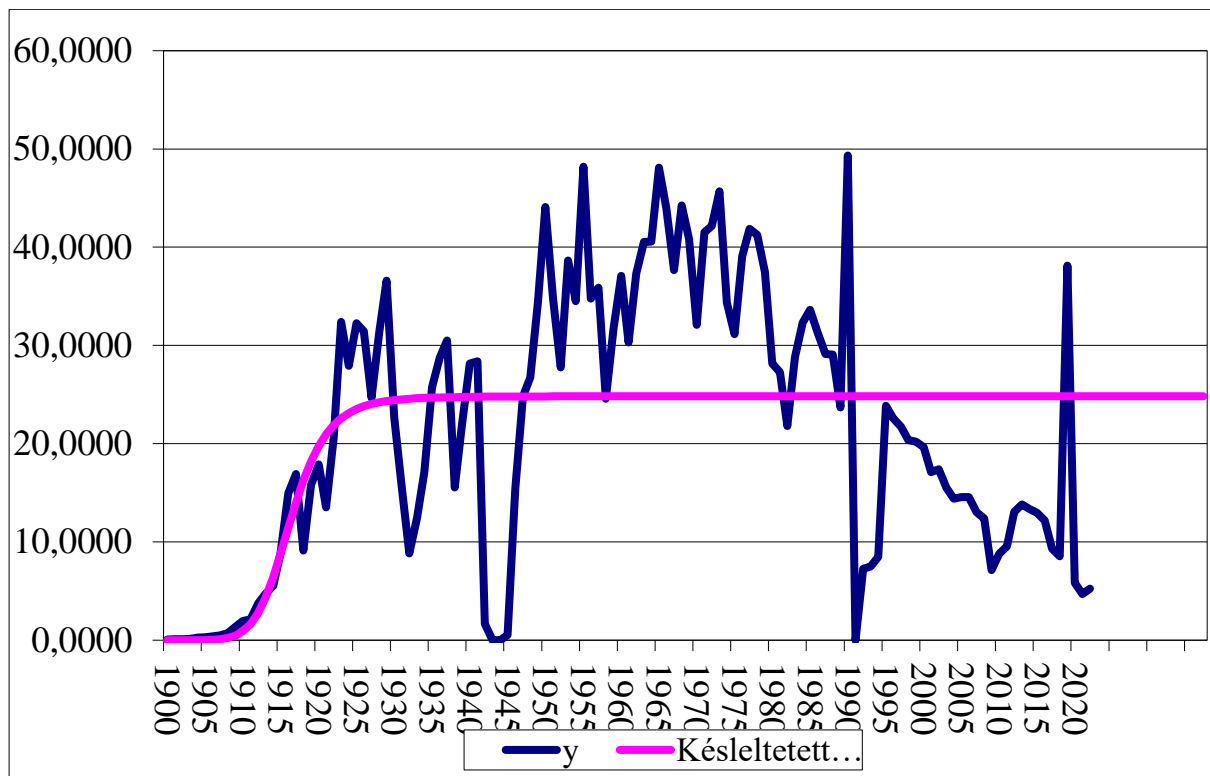


A késleltetett logisztikus trendfüggvény

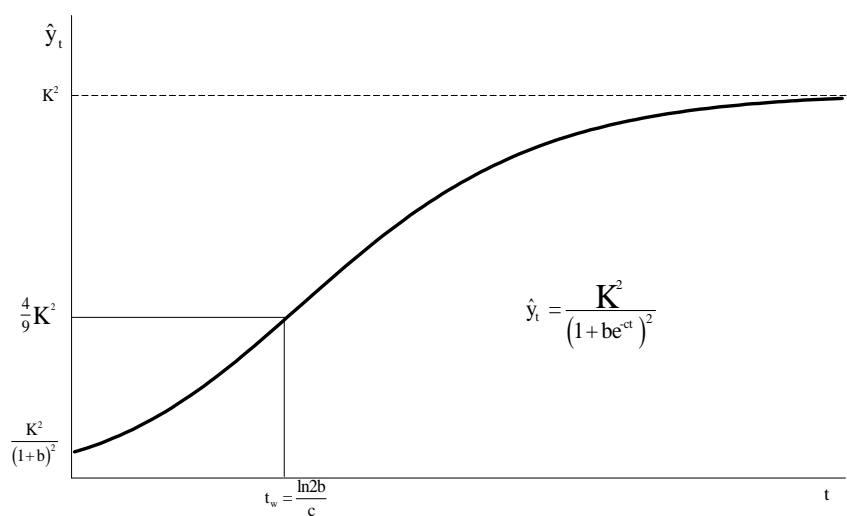
A számítások eredményei:

K	24,82	49,33
T	17,38	23,00
a	7,17	2,15

SSE	16 645
SST	24 096
R²	0,3092



Négyzetesen logisztikus trendfüggvény



A négyzetesen logisztikus trendfüggvény

A négyzetesen logisztikus függvény, mint a neve mutatja, a logisztikus trendfüggvény négyzete. A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = \left(\frac{K}{1 + b e^{-ct}} \right)^2 = \frac{K^2 e^{2ct}}{(e^{ct} + b)^2},$$

ahol

- b – a helyzetparaméter, ha $b > 0$;

- c – a növekedési sebességet jellemző paraméter, ha $c > 0$ logisztikus növekedésről, ha $c < 0$, akkor logisztikus csökkenésről van szó.

A függvény inflexiós pontjának koordinátái:

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = \frac{2bc^2 K^2 e^{2ct} (2b - e^{ct})}{(e^{ct} + b)^4} = 0,$$

$$t_w = \frac{\ln 2b}{c},$$

$$\hat{y}_{t_w} = \frac{4}{9} K^2.$$

A harmadik derivált ebben a pontban nem egyenlő 0-val, hiszen $b > 0$, tehát ebben a pontban inflexiós pont van:

$$\left. \frac{d^3 \hat{y}_t}{dt^3} \right|_{t_w} = 0,$$

$$e^{2 \ln 2b} - 7be^{\ln 2b} + 4b^2 = 0,$$

$$4b^2 - 14b^2 + 4b^2 = -6b^2 = 0,$$

$$b = 0.$$

Az inflexiós ponttal jellemzett irányváltás tehát a négyzetesen logisztikus függvény esetében később következik be, mint a logisztikus trendfüggvényénél ugyanis:

$$\frac{\ln b}{c} < \frac{\ln 2b}{c}.$$

A függvény helyettesítési értéke a $t=0$ helyen és a telítődési szint:

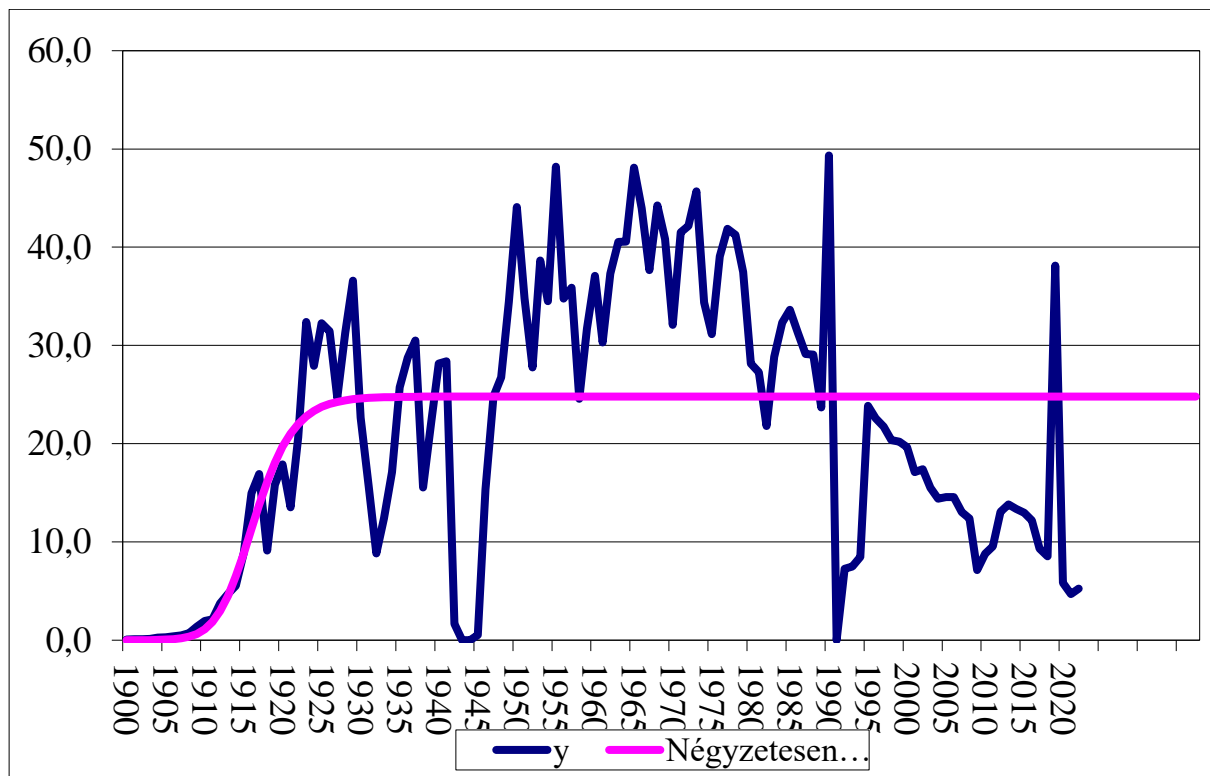
$$\hat{y}_0 = \frac{K^2}{(1+b)^2},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = K^2.$$

A számítások eredményei:

K	4,98	7,02
b	162,50	29,26
c	0,34	0,18

SSE	16 637
SST	24 096
R²	0,3096



Gompertz-függvény

*Benjamin Gompertz*⁵⁶ már a XIX. század elején felfedezte azt a halandósági törvényt, amit az állatokon végzett vizsgálatok is megerősítenek. Az emberi halandósági ráta a nemi érettség elérése idején a legkisebb, utána exponenciálisan emelkedik. Az idő ebben az esetben az életkor.

A Gompertz-függvény eredeti alakja:

$$\hat{y} = Kb^{c^t},$$

$$\ln \hat{y} = \ln K + c^t \ln b.$$

A Gompertz-függvény az előbbi függvény továbbfejlesztése alapján egy kettős exponenciális függvény (a kitevőben is egy exponenciális kifejezés szerepel). Az eredeti modell és levezetése alapján a nemzetközileg leginkább elterjedt és elfogadott forma jelenleg a következő:

$$\hat{y}_t = Ke^{-be^{-ct}},$$

$$\ln \hat{y}_t = \ln K + (-be^{-ct}).$$

Ahol

- c – a növekedési sebességet jellemző paraméter, $c > 0$;
- b – a helyzetparaméter, $b > 0$.

Az alábbi ábra mutatja be a függvény alakját és nevezetes pontjait.

⁵⁶ [Benjamin Gompertz](#). [1779–1865] biztosítási matematikus.

A Gompertz-függvény a logisztikus függvénynél meredekebben emelkedik a fejlődési szakaszban és így hamarabb éri el a telítettségi szintet.

A függvény inflexiós pontjának koordinátái:

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = e^{-be^{-ct}} (c^2 b^2 K e^{-2ct} - c^2 b K e^{-ct}) = 0$$

$$t_w = \frac{\ln b}{c},$$

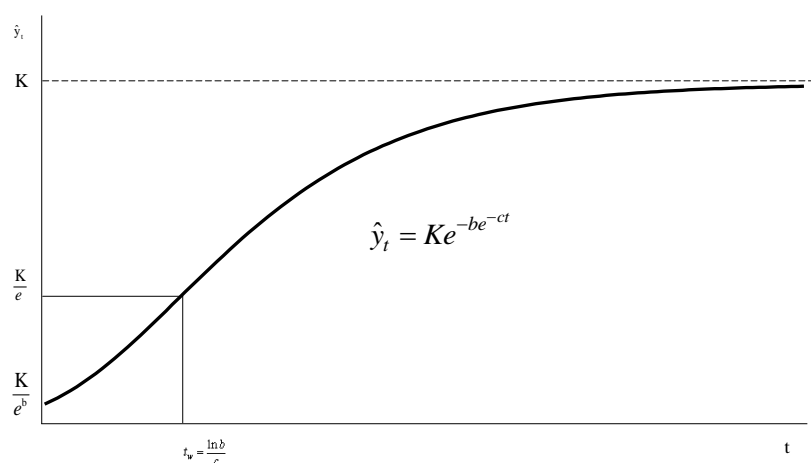
$$\hat{y}_{t_w} = \frac{K}{e}.$$

A harmadik derivált ebben a pontban nem egyenlő 0-val, tehát ebben a pontban inflexiós pont van:

$$\left. \frac{d^3 \hat{y}_t}{dt^3} \right|_{t_w} = 0,$$

$$e^{-\ln b} - 3be^{-2\ln b} + b^2 e^{-3\ln b} = 0,$$

$$b = \pm \infty.$$



A Gompertz-féle trendfüggvény

A függvény helyettesítési értéke a $t = 0$ helyen és a telítődési szint:

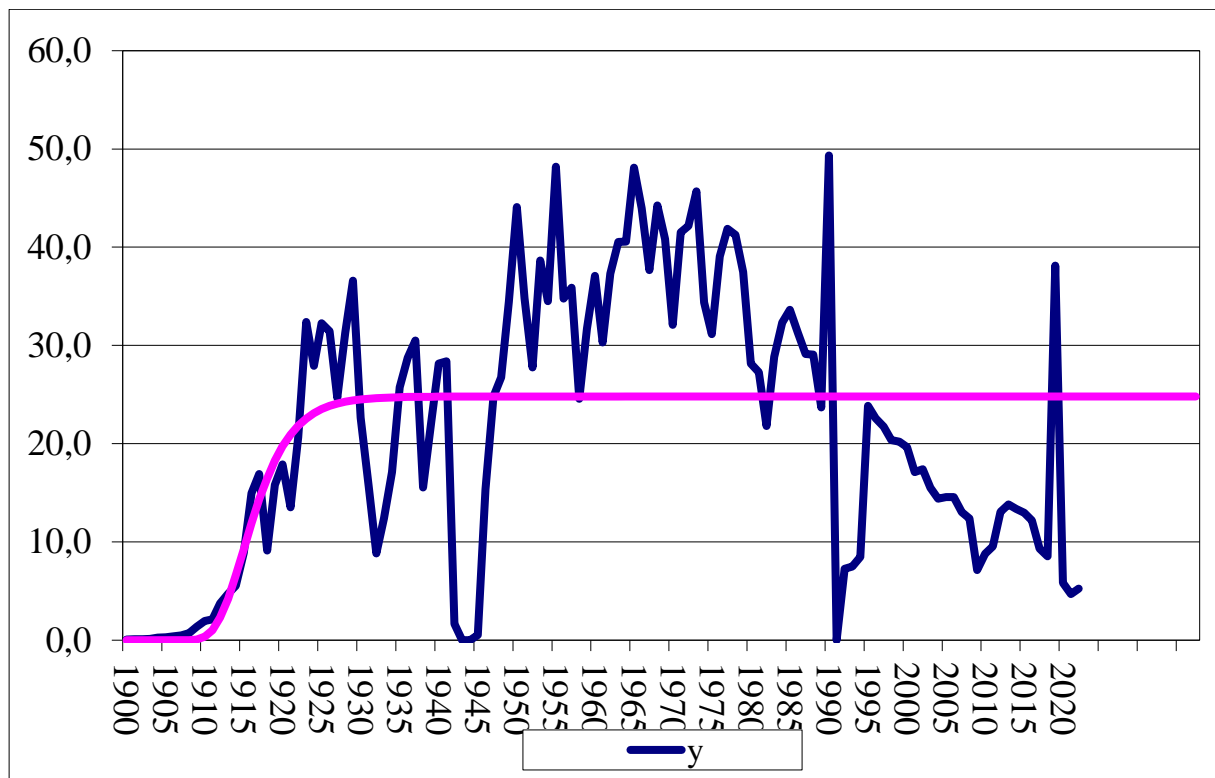
$$\hat{y}_0 = K e^{-b} = \frac{K}{e^b},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = K.$$

A számítás eredményei:

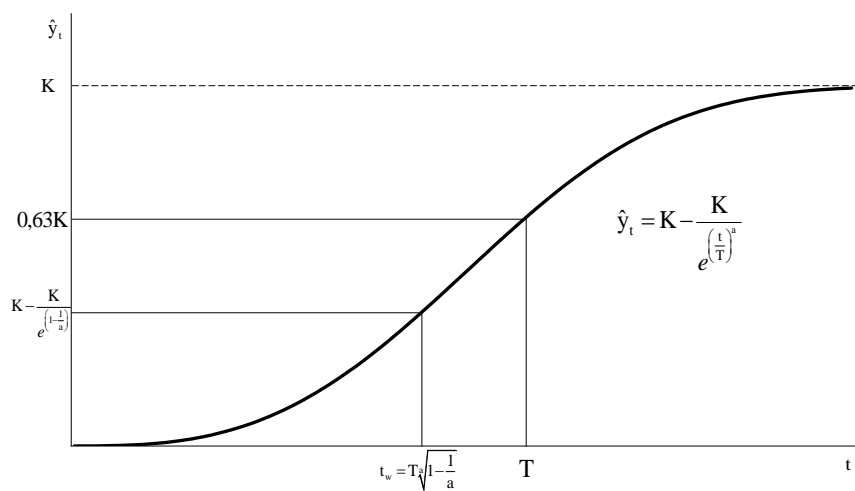
K	24,80	49,33
c	107,29	6,82
a	0,29	0,06

SSE	16 653
SST	24 096
R²	0,3089



A 63 százalékos trendfüggvény

A 63 százalékos függvény egyik nevezetes pontjáról kapta a nevét: a függvény a $t = T$ időpontban éri el a telítődési szint 63 százalékát.



A 63 százalékos trendfüggvény

A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = K - \frac{K}{e^{\left(\frac{t}{T}\right)^a}},$$

ahol

- T – a helyzetparaméter, ha $T > 0$;

- a – a növekedési sebességet jellemző paraméter, ha $a > 1$.

A függvény nevét adó pont, $t=T$ esetén a függvény a telítődési érték 63%-át veszi fel.

$$\hat{y}_T = K - \frac{K}{e} = K \left(1 - \frac{1}{e} \right) = 0,632K.$$

A függvény inflexiós pontjának koordinátái:

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = -e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^a} \left[\frac{Ka^2 \left(\frac{t}{T}\right)^{2a}}{t^2} + \frac{Ka(1-a) \left(\frac{t}{T}\right)^a}{t^2} \right] = 0,$$

$$t_w = T \sqrt[a]{1 - \frac{1}{a}},$$

$$\hat{y}_{t_w} = K - \frac{K}{e^{\left(1 - \frac{1}{a}\right)}}.$$

A harmadik derivált ebben a pontban csak akkor egyenlő 0-val, ha $a=1$, viszont az $a > 1$, tehát az inflexiós pont létezésének elégséges feltételét is bizonyítottuk:

$$\left. \frac{d^3 \hat{y}_t}{dt^3} \right|_{t_w} = 0,$$

$$a^2 \left(1 - \frac{1}{a} \right)^3 + 3a(1-a) \left(1 - \frac{1}{a} \right)^2 + (a-1)(a-2) \left(1 - \frac{1}{a} \right) = 0.$$

A két említett nevezetes pont $(\hat{y}_T, \hat{y}_{t_w})$, azaz a 63%-os és az inflexiós pont koordinátái alapján jól látható, hogy az a paraméter növekedése esetén a két pont egyre közelebb kerül egymáshoz, azaz $\lim_{a \rightarrow \infty} t_w = T$ és $\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{y}_{t_w} = \hat{y}_T$.

A függvény helyettesítési értéke a $t=0$ helyen és a telítődési szint:

$$\hat{y}_0 = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = K.$$

A számítások eredményei:

K	25,51	49,33
T	16,85	23,00
a	4,05	2,17

R^2 – t nem tudta kiszámítani.

Johnson-trendfüggvény

A Johnson-görbe a logisztikus függvénynél gyorsabban emelkedik és nem szimmetrikus, azaz az inflexiós pont rövidebb idő alatt érhető el, tehát az inflexiós pont és a telítettségi szint közötti szakasz hosszabb. A gyors növekedést lényegesen lassúbb telítődési (érett növekedési) szakasz követi, mint a logisztikus függvény esetében. Az inflexiós pont korán, a $b/2-c$ időpontban bekövetkezik, amit egy elnyújtott, hosszabb konkáv szakasz követ.

A függvényt leíró formula:

$$\hat{y}_t = e^{K - \frac{b}{c+t}},$$

$$\ln \hat{y}_t = K - \frac{b}{c+t},$$

ahol

- b – a helyzetparaméter, ha $b > 0$;
- c – a növekedési sebességet jellemző paraméter, ha $c > 0$.

A függvény inflexiós pontjának koordinátái:

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = \frac{ae^{K - [a/(b+t)]} [a - 2(b+t)]}{(b+t)^4} = 0,$$

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = \frac{be^{K - [b/(c+t)]} [b - 2(c+t)]}{(c+t)^4} = 0,$$

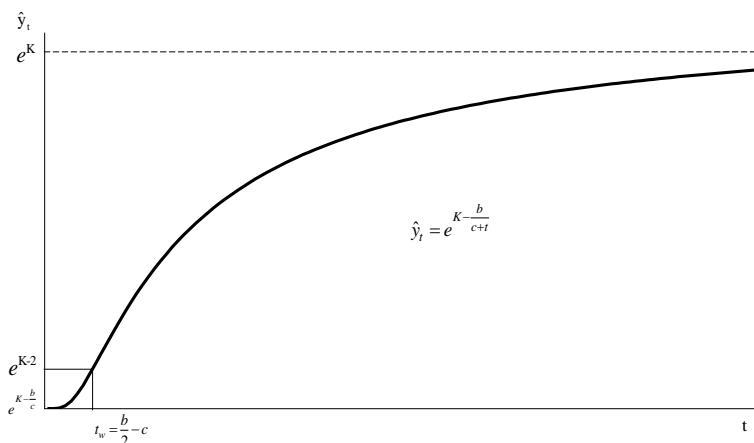
$$t_w = \frac{b}{2} - c,$$

$$\hat{y}_{t_w} = e^{K-2}.$$

A harmadik derivált ebben a pontban nem egyenlő 0-val, hiszen $b > 0$, tehát ebben a pontban inflexiós pont van:

$$\left. \frac{d^3 \hat{y}_t}{dt^3} \right|_{t_w} = 0,$$

$$b^2 \neq 0.$$



A Johnson-trendfüggvény

A függvény helyettesítési értéke a $t = 0$ helyen és a telítődési szint:

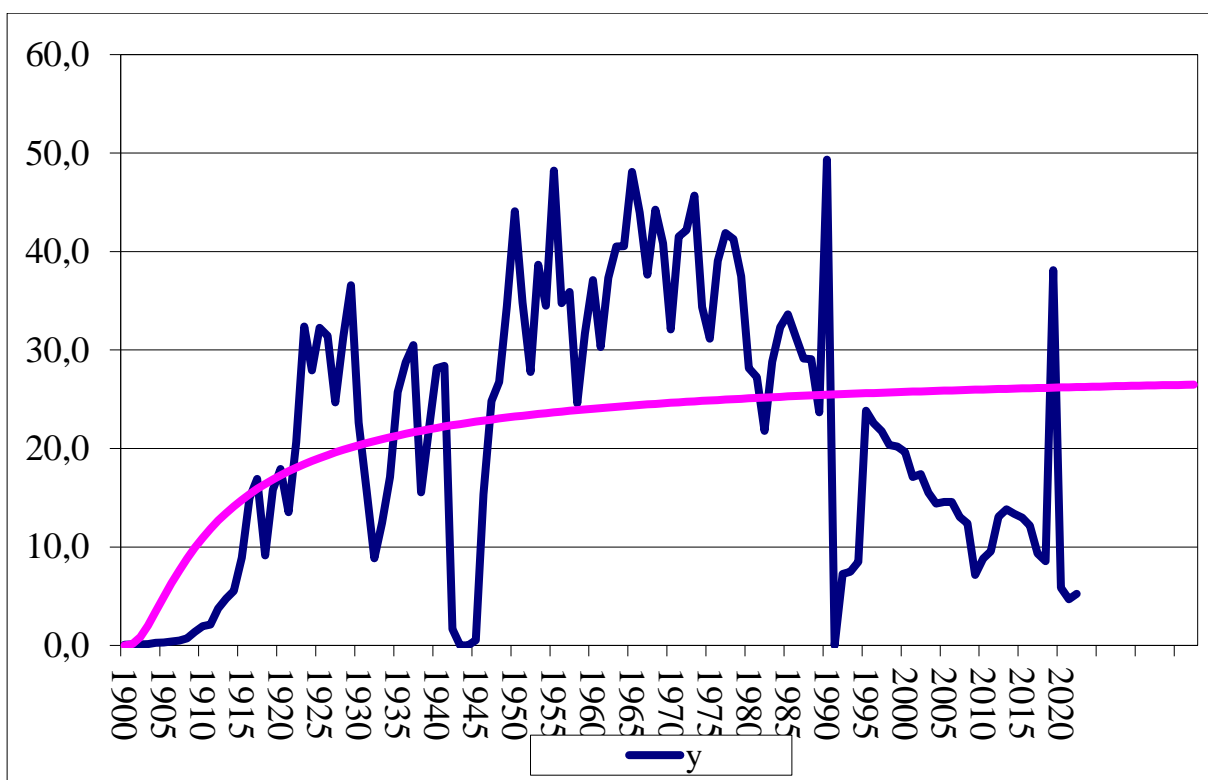
$$\hat{y}_0 = e^{\frac{K-b}{c}},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = e^K.$$

A számítások eredményei:

K	3,35	3,90
b	10,58	39,62
c	0,00	4,81

SSE	18 459
SST	24 096
R²	0,2339



Az általánosított Richards-féle logisztikus trendfüggvény

Richards kiegészítette egy v paraméterrel a logisztikus Verhulst – függvényt, ezzel az inflexiós pontban aszimmetrikussá téve azt:

$$\hat{y}_t = \frac{K}{\left(1 + v e^{-c(t-m)}\right)^{1/v}},$$

ahol

- v – szabályozza az inflexiós pontban felvett függvényértéket, $v > 0$;
- c – növekedési sebességet jellemző paraméter, $c > 0$;
- m – az inflexiós pont, $m > 0$.

A függvény inflexiós pontjai:

A függvény helyettesítési értéke a $t = 0$ helyen és a telítődési szint:

$$\hat{y}_0 = \frac{K}{(1 + ve^{cm})^{1/v}},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = K.$$

Az általánosított Richards-féle logisztikus trendnek a hazai és a nemzetközi szakirodalomban jelenleg széles körben elfogadott képletében feloldották azt a feltételezést, hogy a függvény nem rendelkezik alsó [aszimptotával](#). Ez az öt paraméterrel rendelkező függvény egy olyan S-alakú görbét határoz meg, amely pályáját az A alsó korlát és a K telítődési szint között futja be.

A függvényt leíró formula

$$\hat{y}_t = A + \frac{(K - A)}{(1 + ve^{-c(t-m)})^{1/v}}.$$

A függvény inflexiós pontjának koordinátái:

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = c^2 e^{c(m+t/v)} (K - A) (e^{cm} - e^{ct}) (ve^{cm} - e^{ct})^{-(2v+1)/v} = 0,$$

$$t_w = m,$$

$$\hat{y}_{t_w} = A + \frac{(K - A)}{(1 + v)^{1/v}}.$$

A harmadik derivált ebben a pontban nem egyenlő 0-val, mivel $v > 0$, tehát ebben a pontban inflexiós pont van:

$$\left. \frac{d^3 \hat{y}_t}{dt^3} \right|_{t_w} = 0,$$

$$v = -1.$$

A függvény helyettesítési értéke a $t = 0$ helyen és a telítődési szint:

$$\hat{y}_0 = A + \frac{(K - A)}{(1 + ve^{cm})^{1/v}},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = K.$$

Ha $A = 0$ és $v = 1$, akkor az általánosított Richards-féle trendfüggvény logisztikus függvénné alakítható:

$$\hat{y}_t = \frac{K}{1 + e^{-c(t-m)}}.$$

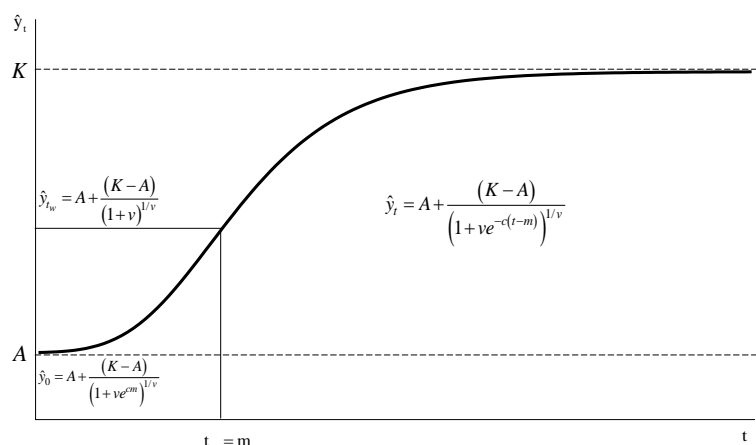
Ha $A = 0$, $m = 0$ és $v \rightarrow 0$, akkor a Richards-függvény Gompertz-függvénné alakul át, mert $1 + x \approx e^x$, ha $x \rightarrow 0$:

$$\hat{y}_t = Ke^{-e^{-c(t-m)}}.$$

Ha $A = 0$, $m = 0$ és $v = -1$ a Richards-függvény Mitscherlich-trendfüggvénné alakul:

.

$$\hat{y}_t = \frac{K}{\left(1 - e^{-c(t-0)}\right)^{-1}} = K(1 - e^{-ct})$$



Az általánosított Richards-féle trendfüggvény

A számítások eredményei:

K	24,90	49,33
A	0,00	0,00
m	23,82	61,50
c	30,89	1,00
v	202,962059	1,00

Az $R^2 - t$ nem tudta megbecsülni.

Két inflexiós ponttal rendelkező trendfüggvények.

Az egy inflexiós ponttal rendelkező telítődési görbék bemutatása után a két inflexiós ponttal rendelkező trendek közül az életgörbe és Hubbert-függvényeket ismertetjük.

Életgörbe trendfüggvény

Az életgörbe trendfüggvény a termékéletgörbe alakulását mutatja, nevét is innen kapta, mivel a termék piaci forgalmának (volumenének) alakulását ábrázolja az idő függvényében. A következő – a marketing szakirodalmában ismert – szakaszokat lehet megkülönböztetni: keletkezés, bevezetés, növekedés, érettség (telítődés, itt éri el a forgalom a maximális értéket), tehát eddig egy S-alakú trenddel leírható a folyamat alakulása, s ezt követően történik a változás, a telítődést követi a hanyatlás. A termék kereslete egy bizonyos idő után drasztikusan csökkenhet. Dönteni kell a termék gyártásának leállításáról, a piacról való kivonásról. A vállalatgazdasági szakemberek általánosan elfogadják a termékéletgörbék leírását a következő trendfüggvénnyel

$$\hat{y}_t = ae^{-\omega^2(t-\tau)^2} = \frac{a}{e^{\omega^2(t-\tau)^2}},$$

ahol a termék életgörbe alakulásának megfelelően:

- \hat{y}_t – a termékből a t -edik évben értékesített mennyiség becsült értéke;
- a – az éves termelési értékesítési volumenek várható maximuma;
- ω – a görbe alakját, az inflexiók pontok helyét meghatározó alakparaméter;
- τ – a maximális értékesítés várható időpontja.

A függvény maximuma, mivel ebben a pontban az első derivált nulla és a második derivált a τ pontban negatív -1 :

$$\frac{d\hat{y}_t}{dt} = 2a\omega^2 (\tau - t) e^{-\omega^2(t-\tau)^2} = 0,$$

$$t_{\max} = \tau,$$

$$\hat{y}_{t_{\max}} = a.$$

A függvény inflexiók pontjai:

$$\frac{d^2\hat{y}_t}{dt^2} = 2a\omega^2 e^{-\omega^2(t-\tau)^2} [2\omega^2(t-\tau)^2 - 1] = 0,$$

$$t_{w_1;w_2} = \tau \pm \frac{1}{\sqrt{2}\omega},$$

$$\hat{y}_{t_{w_1;w_2}} = \frac{a}{\sqrt{e}}.$$

Bizonyítható, hogy a harmadik derivált ezekben a pontokban nem egyenlő 0-val.

A függvény helyettesítési értéke a $t = 0$ helyen és a telítődési szint:

$$\hat{y}_0 = \frac{a}{e^{(\omega\tau)^2}},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = 0.$$

Az életgörbe trendfüggvény és a normális eloszlás sűrűségfüggvénye közötti összefüggést az alábbiakban mutatjuk be.

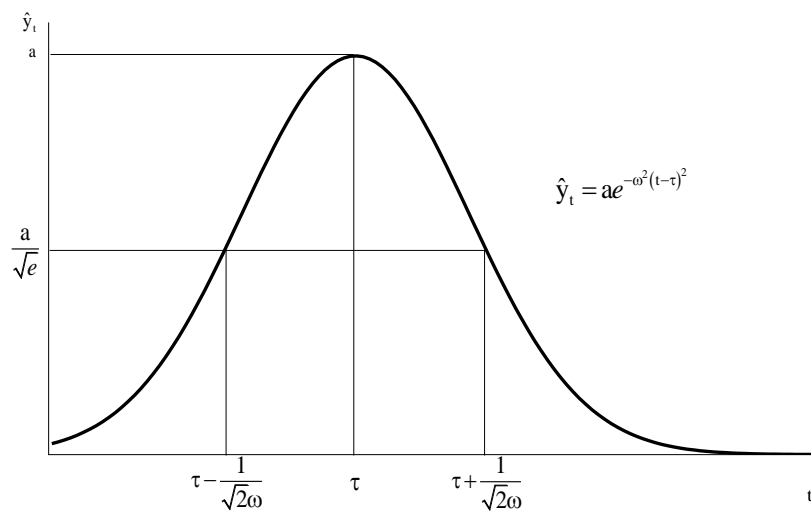
Amennyiben

$$a = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma},$$

úgy

$$\hat{y}_t = a e^{-\omega^2(t-\tau)^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(t-\tau)^2}$$

a τ várható értékű, σ^2 varianciájú normális eloszlás sűrűségfüggvénye.

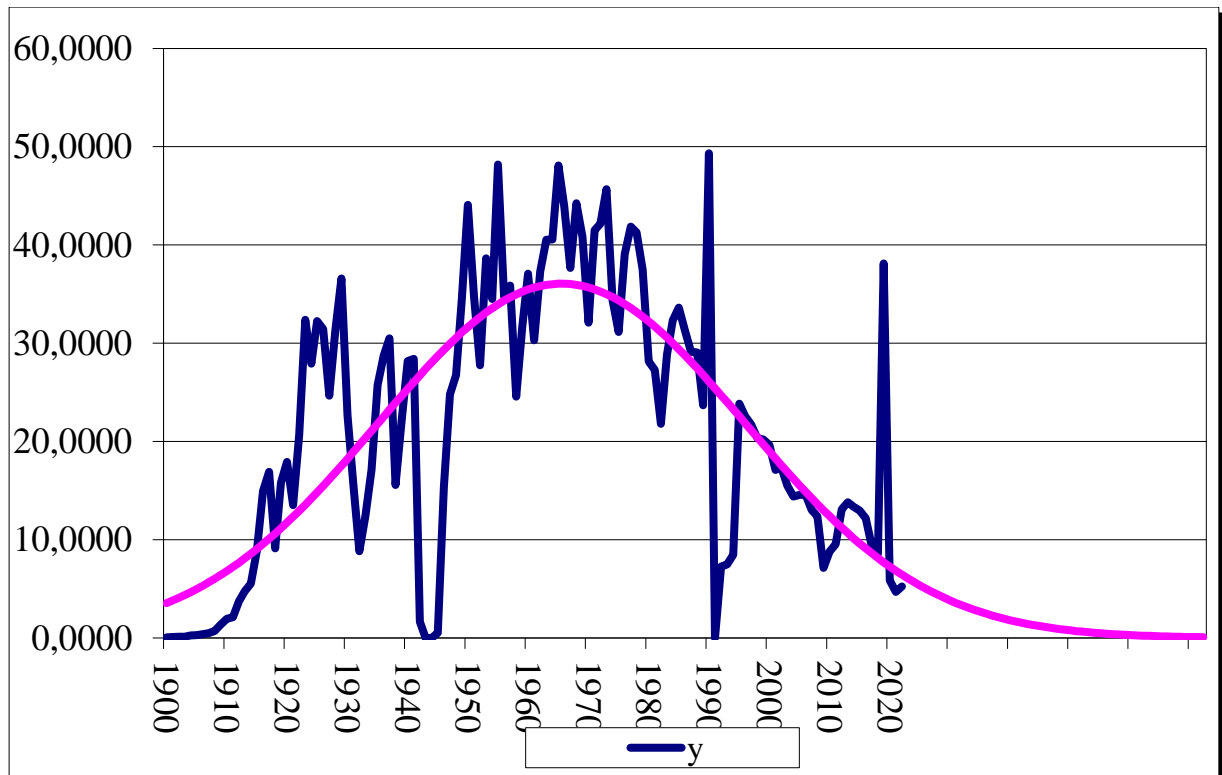


Az életgörbe trendfüggvény

A számítások eredményei (extrapoláció 50 év)

a	36,06	49,33
w	0,02	0,03
t	66,55	91,00

SSE	10 385
SST	24 096
R²	0,5690



Hubbert-trendfüggvény

A Hubbert-féle trendfüggvény alapján olajhozamcsúcsnak nevezzük a kőolaj kitermelésének időbeli tetőződését. Az olajhozamcsúcs az ún. Hubbert-féle csúcsmélelet alapján számítható, amelyet Hubbert, a Shell Oil Kutatólaboratórium geofizikusa 1956-ban alkotott meg. Az elmélet az Egyesült Államok kőolaj-kitermelésének maximumát 1965–1970 időszakra becsülte. Ezzel mindössze egy évet tévedett, az Egyesült Államok kitermelési csúcsa 1971-ben volt. A földgáz, a kőszén, a vasérc, valamint más nyersanyagok rendelkezésre álló mennyisége – hasonlóan a kőolajhoz – véges, így termelésük hosszú távon a Hubbert-függvénnyel prognosztizálható. Hubbert⁵⁷ matematikai modelljét egy olajmező várható élettartamának modellezésére dolgozta ki. A modell alkalmazható egyes területek vagy akár az egész Föld készleteire is.⁵⁸

A függvényt leíró formula

$$\hat{y}_t = \frac{bUe^{b(t-\tau)}}{(1+e^{b(t-\tau)})^2} = \frac{bUe^{b(t+\tau)}}{(e^{bt} + e^{b\tau})^2},$$

ahol

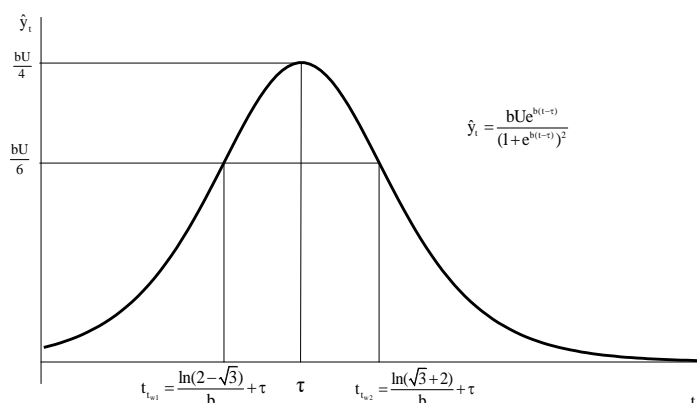
- b – a meredekséget kifejező, vagyis az emelkedést (a felszálló ágat) és az ereszkedést (leszálló ágat) leíró, az inflexiós pontokat meghatározó alakparaméter;
- U – a teljes Hubbert-trend becsült értékeinek összege,⁵⁹ az időtengelyen;
- τ – az az időpont, ahol a görbének csúcspontja van: $\hat{y}_\tau = \frac{bU}{4}$.

A függvény maximuma, mivel ebben a pontban az első derivált nulla és a második derivált a τ pontban negatív ($-2e^{2b\tau}$):

$$\frac{d\hat{y}_t}{dt} = \frac{b^2Ue^{b(t+\tau)}(e^{b\tau} - e^{bt})}{(e^{b\tau} + e^{bt})^3} = 0,$$

$$t_{\max} = \tau,$$

$$\hat{y}_{t_{\max}} = bU/4$$



A Hubbert-trendfüggvény

⁵⁷ [Marion King Hubbert](#) (1903–1989).

⁵⁸ [Hubbert](#) 1956-ban megjelent tanulmányában azt prognosztizálta, hogy például a texasi kőolaj- és földgáztermelés 1973-ban eléri a csúcstermelést, majd ezt követően a termelés csökkenni fog és 2050-ben meg fog szűnni. A Hubbert-prognózist napjainkig igazolta az idő.

⁵⁹ [Ultimate recovery of crude oil: the total resource available \(a kőolaj utolsó kitermelése, vagyis az összes elérhető készlet\).](#)

A függvény inflexiós pontjai:

$$\frac{d^2 \hat{y}_t}{dt^2} = 0,$$

$$e^{2bt} - 4e^{b(t+\tau)} + e^{2b\tau} = 0$$

$$t_{w_1;w_2} = \tau \pm \frac{\ln(2 + \sqrt{3})}{b} \approx \tau \pm \frac{1,317}{b},$$

$$\hat{y}_{t_{w_1;w_2}} = \frac{bU}{6}.$$

A függvény helyettesítési értéke a $t=0$ helyen és a telítődési szint:

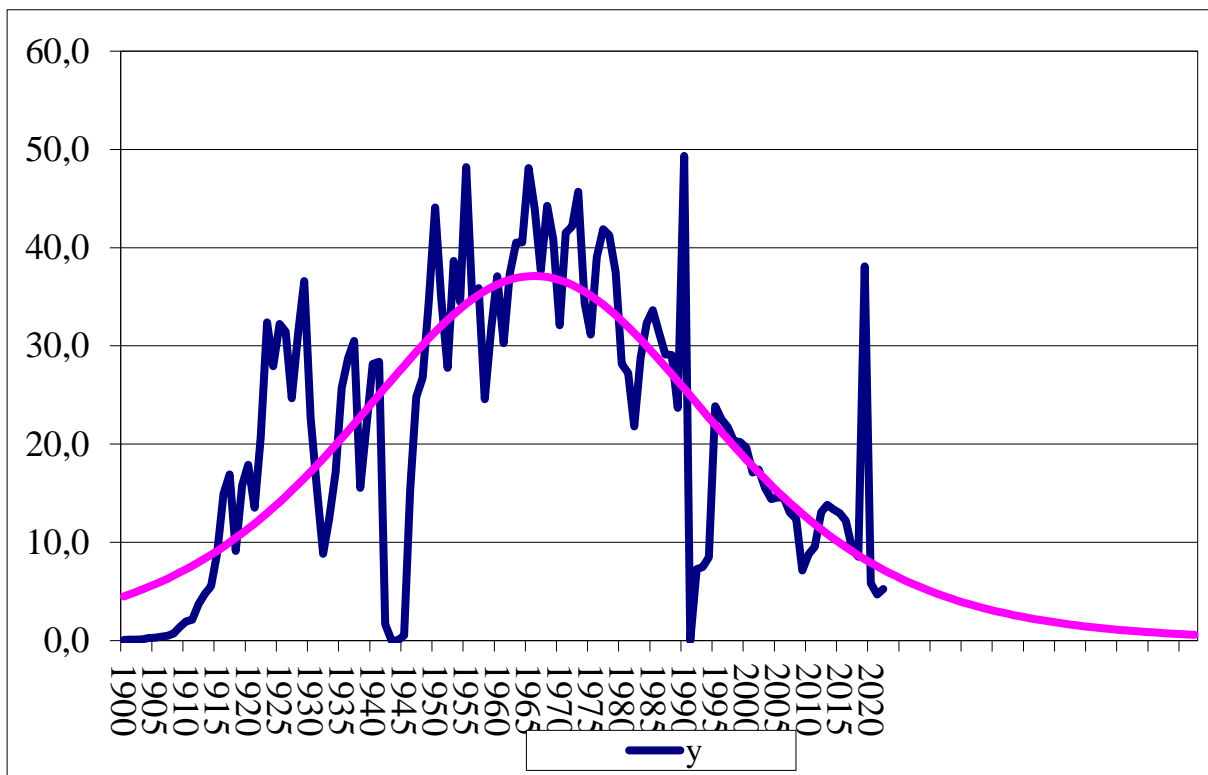
$$\hat{y}_0 = \frac{bUe^{-b\tau}}{(1 + e^{-b\tau})^2},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = 0.$$

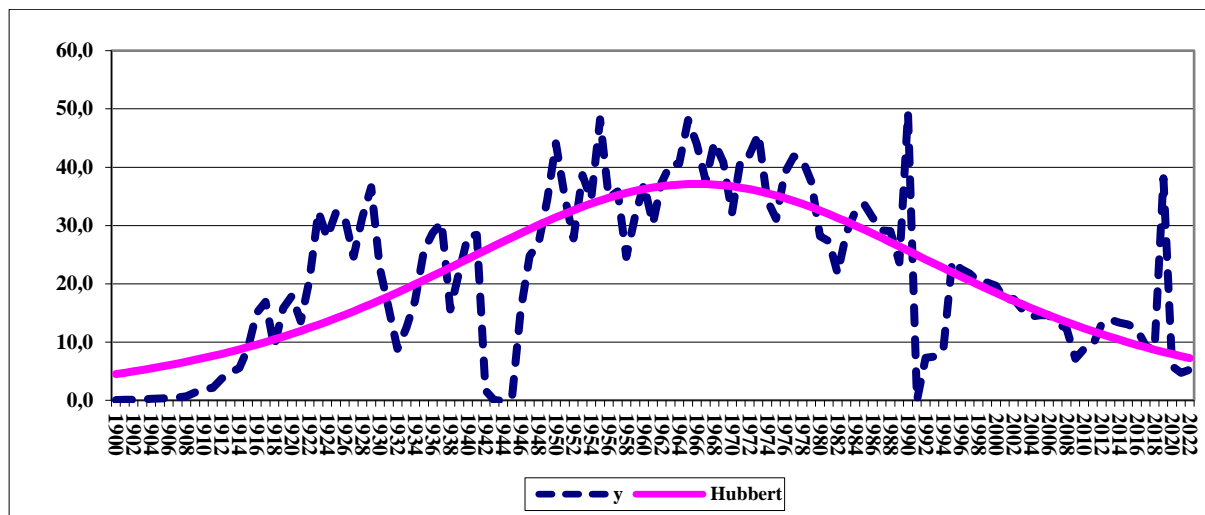
A számítások eredményei:

b	0,05	0,08
U	2853	2626
t	66,93	91,00

SSE	10 252
SST	24 096
R²	0,5745



Hubbert görbe 4 tagú mozgó átlagolással (a trend típusa és a mozgóátlag tagszáma változtatható)



Szakirodalom:

Bertalanffy, L. [1938]: A Quantitative Theory of Organic Growth. (Inquiries on Growth Laws II.) Human Biology, 10..

Bertalanffy, L. [1960]: Principles and theory of growth, in: Fundamental Aspects of Normal and Malignant Growth, W. W. Nowinski (ed), Amsterdam.

Besenyi Lajos – Gidai Erzsébet – Nováky Erzsébet [1977]: Jövőkutatás, előrejelzés a gyakorlatban. KJK. Budapest.

Fokasz Nikosz [2006]: Növekedési függvények, társadalmi diffúzió, társadalmi változás. Szociológiai Szemle. 3. sz.

Freschl György [1982]: Bevezetés az időszori módszerek gyakorlatába. Statisztikai módszertani füzetek. KSH. Budapest.

Haustein H. D. [1972]: Prognózismódszerek a szocialista gazdaságban. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

Hunyadi László – Vita László [2008]: Statisztika I-II. Aula Kiadó.

Iványi Attila Szilárd [1984]: Termékstratégia, gyártáspolitikai, műszaki fejlesztés. Műszaki könyvkiadó. Budapest.

S. Makridakis-S. C. Wheelwright- V. Mcgee [1983]: Forecasting: methods and applications. 2. Edition. John Wiley and Sons. Inc. New York.

S. Makridakis -S. C. Wheelwright- R. J. Hyndman. [1998]: Forecasting. John Wiley and Sons. Inc. New York.

Nováky Erzsébet [Szerk.] [1992]: Jövőkutatás. BKE. Budapest.

Nyitrai Ferencné – Rédey Katalin [1974]: Statisztika III. (Korszerű statisztikai módszerek és alkalmazásuk a gyakorlati közgazdasági munkában). Tankönyvkiadó. Budapest.

Ramanathan Ramu [2003]: Bevezetés az ökonometriába alkalmazásokkal. Budapest. Panem.

Szilágyi Roland - Varga Beatrix - Géczi-Papp Renáta. [2017]: Árelőrejelzési módszerek összehasonlító elemzése. In: Csizsár, Csilla Margit (szerk.). Jubileumi tanulmánykötet Illés Mária professzor asszony 70. születésnapjára. Miskolc, Magyarország Miskolci Egyetem Gazdaságtudományi Kar. 131-138.

Theil H. [1961]: Economic forecasts and Policy. 2nd Edition. Amsterdam: North Holland.

Theiss Ede [1943]: Konjunktúrakutatás. A Mérnöki Továbbképző Intézet kiadványai. 15. kötet. 11. füzet. Budapest.

Theiss Ede szerk. [1958]: Korreláció és trendszámítás. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest.

Thomopoulos, N. T. [1980]: Applied Forecasting Methods. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, p. 370.

Törőcsik Mária [2003]: Fogyasztói magatartás. Trendek. Új fogyasztói csoportok. KJK-Kerszöv. Budapest.

Xinyou Yin-Jan Goudriaan-Egbert A. Lantinga – Jan Vos-Huub J. Spiertz [2003]: [A Flexible Sigmoid Function of Determinate Growth](#). Annals of Botany.

A szabályos rövid távú (szezonális) ingadozást leíró összetevő.

A szezonális vagy idényszerű ingadozás állandó periódushosszú, olyan hullámmozgás, melynek a periódushossza egy évnél rövidebb időszak.⁶⁰ Ha a szezonális hullámmozgás kitérései, amplitúdói abszolút értelemben vagy relatív (a trendhez viszonyítva) értelemben állandóságot mutatnak, akkor állandó szezonálisról beszélünk. Ha a periódus (i) hossza az év, ezen belül a szezonotényező (j) hossza lehet pl. 4 negyedév, 12 hónap, 52 hét, 365 nap, 230-252 munkanap, 250-252 tőzsdenap. Ha a periódus (i) hossza a hónap ezen belül a szezonotényező (j) hossza lehet 4 hét, 28-31 nap. Ha a periódus (i) hossza a hét ezen belül a szezonotényező (j) hossza lehet 7 nap, 5 munkanap. Ha a periódus (i) hossza a nap ezen belül a szezonotényező (j) hossza lehet 24 óra.

Az **additív modell** esetén tehát azt tapasztaljuk, hogy a különböző periódusok azonos szezonjában, a trendtől mért eltérések nagysága megközelítőleg ugyanakkora. Mivel a szezonális hullámmozgást az alapirányzathoz képest jelentkező szisztematikus pozitív és negatív eltérésekként definiáltuk, elvárható követelmény, hogy egy teljes perióduson belül kiegyenlítsék egymást. Ezért additív modell esetén a szezonális eltérésekre vonatkozó követelmény úgy írható fel, hogy

$$\sum_{j=1}^m s_j^* = 0.$$

A véletlen komponensre hasonló követelmény írható fel, eszerint

$$\sum_{t=1}^N v_t^* = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m v_{ij}^* = 0$$

vagyis „megköveteljük”, hogy a véletlen tag ne eredményezzen szisztematikus eltérést az alapirányzathoz képest.

A **multiplikatív modell** logikájának megfelelően, a szezonindexekre vonatkozó követelmény úgy írható fel, hogy:

$$\frac{\sum_{j=1}^m s_j}{m} = 1$$

A véletlen komponensre hasonló követelmény írható fel, eszerint

$$\sum_{t=1}^N v_t = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m v_{ij} = 1$$

Összefoglalóan megállapítható, hogy a szezonális eltérítő hatása a megfelelő szezonoknál additív modellben abszolút állandóságot, multiplikatív modellben a trendhez mért relatív állandóságot mutat.

A szezonotényező meghatározása két lépésben történik:

a trendhatás leválasztásával, és
a véletlen hatás kiszűrésével

A szezonális hatás számszerűsítését multiplikatív és additív modell esetén együtt mutatjuk be és most eltekintünk a konjunktúra ciklusok modellezésétől. Kiindulva a modellekből

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} * s_j * v_{ij}$$

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} + s_j^* + v_{ij}^*$$

⁶⁰ Ld.: Herman Sándor [1985]: A szezonális - vizsgálat statisztikai módszerei. IGTK. Időszerű gazdaságirányítási kérdések. Prodinform Műszaki tanácsadó vállalat. 4. szám.

Herman Sándor – Varga József [1983]: [A szezonális átrendezősség vizsgálata](#). Statisztikai Szemle. 61. évf. 6. sz.

először a már előzetesen számszerűsített trendhatást szűrjük ki a megfigyelt idősorunkból. Ez a két alap-modellnek megfelelően az alábbiak szerint történik:

$$s_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}$$

$$s_j^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \hat{y}_{ij})$$

A szezonkomponensekre megfogalmazott követelményteltjesülését vizsgálni kell mindkét modell esetén. Ha a követelmény nem teljesül, a nyers szezon-tényezőket korrigálni kell. Korrekciós tényező a két modellben:

$$\bar{s} = \frac{\sum_{j=1}^m s_j}{m}$$

$$\bar{s}^* = \frac{\sum_{j=1}^m s_j^*}{m}$$

ami nem más, mint az m számú nyers szezonindex, illetve -eltérés egyszerű számtani átlaga.

A tisztított szezonindexeket (A jele: Korr. Index) úgy nyerjük, hogy a nyers szezonindexeket a korrekciós tényezőjükkel rendre elosztjuk. Hasonlóan nyerjük a tisztított szezonális eltéréseket (A jele: Korr. Elt.), a nyers szezonális eltérésekből rendre levonva korrekciós tényezőjüket. Az alap-modellekből számszerűsített szezonkomponens értelmezése: bármely periódus j -edik szezonjában a szezonális trendhez képest módosítja az időszori értékeket. A módosítás a multiplikatív modellben s_j -szeres növelést, illetve csökkentést jelent; a szezonindexeket százalékban kifejezve, a 100% feletti rész a százalékos növelést, a 100%-nál kisebb szezonindexek esetén a 100%-ra kiegészítő érték a százalékban kifejezett csökkenés mértékét adja meg. A módosítás additív modellben az s_j^* -nek megfelelő mértékű növelését, vagy csökkentését jelenti az idősor értékeinek, az s_j^* előjelétől függően, az idősor adatainak nagyságrendjében és mértékegységében.

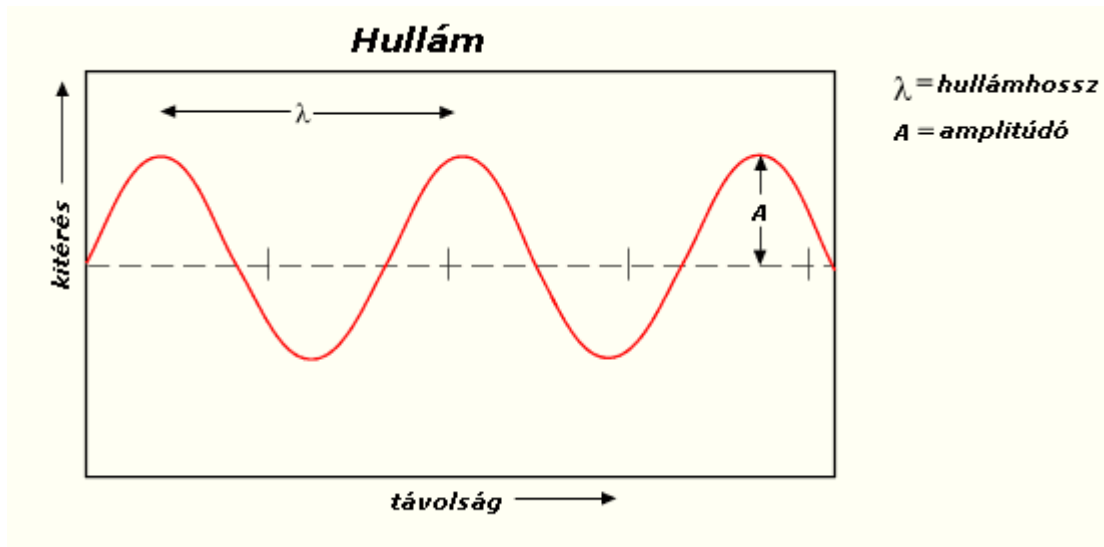
A szabálytalan hosszabb távú ingadozásokat leíró ciklikus összetevő (konjunktúraciklus)

A konjunktúraciklus a trend körüli ingadozást jelenti. Általában változó periódushosszú és amplitúdójú ingadozás, a legtöbb esetben különböző – egy évnél hosszabb – periódusú (pl. 3, 9, 18, 54 éves) hullámozás. Ezen ciklusok jelenlétét csak hosszabb (legalább 15-100 éves) idősorok alapján lehet kimutatni.

Ciklusok a természetben.

A ciklusok a természetben számos területen kimutathatók. A ciklusok periódusa lényeges különbségeket mutatnak. Néhány példa: [Fényhullám](#): A fény elektromágneses sugárzás: az elektromágneses sugárzásoknak azon hullámhosszú tartománya, amelyet az emberi szem érzékelni tud. Az emberi szem a 390 és 750 nanométer hullámhosszak közé eső elektromágneses sugárzást érzékeli. A fénysebesség értéke pontosan 299 792,458 (kerekítve 300 ezer) km/s. [Hanghullám](#): „A hang a fül, a hallás által érzékelt inger. Az emberi beszéd, a beszélt nyelvek, illetve a zene, a zenei hangrendszerek alapeleme. Fizikai jellegét tekintve valamely rugalmas közeg mechanikai rezgése, e rezgés hullámként

való tovaterjedése. Ha a rezgés frekvenciája kb. 20 Hz alatti, vagy kb. 20 kHz fölötti, akkor hallásunk nem érzékeli azt, első esetben infrahangról, a másodikban ultrahangról van szó.” „A [frekvencia](#) mérésekor megszámoljuk, hogy egy adott időtartam alatt hányszor ismétlődik meg az esemény, majd elosztjuk az illető időtartam hosszával. A frekvencia SI mértékegysége a hertz Heinrich Rudolf Hertz német fizikus neve után. Jele a Hz. 1 Hz azt jelenti, másodpercenként egyszer következik be az esemény, 2 Hz azt, hogy kétszer stb. Hang, elektromágneses hullám (mint rádióhullám vagy fény), elektromos jelek vagy más hullámok frekvenciáját mérve a hertzben mért frekvencia a másodpercenként ismétlődő hullámalakok száma. A normál zenei hang szokásos definíciója 440 Hz, amire egy zenekar hangol. Egy csecsemő kb. 20 000 Hz-ig képes hallani a hangokat, de a korral ez a felső határ csökken”

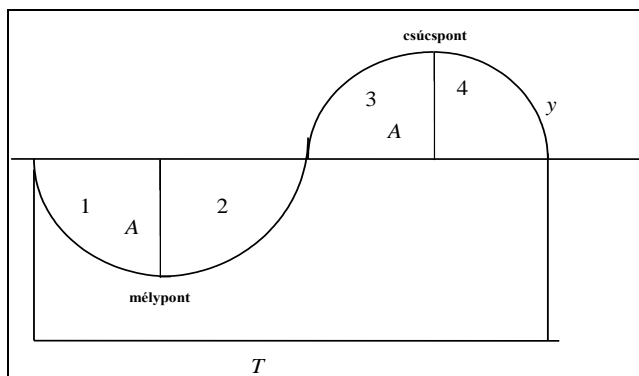


A fenti kép egy pillanatkép egy szinuszos hullámról. A vízszintes tengelyen a távolság van fel-tüntetve, a függőleges tengelyen például egy kötélen vagy gumiban kialakuló hullámok esetén kitérés van, de lehet ehelyett légnomás (hangnál) vagy elektromos illetve mágneses térerősség (elektromágneses hullámok esetén). A λ hullámhossz és az f frekvencia között fordított arányosság van. A hullámhosszt megkapjuk, ha a hullám sebességét (c) elosztjuk a frekvenciával (f).

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

A **ciklikus (periodikus) mozgás** sémáját az alábbi ábra mutatja. Ez az ábra a konjunktúraciklus elméleti alapját, a harmonikus rezgőmozgást mutatja be, és a fizikából ismert harmonikus rezgés modelljére épül.

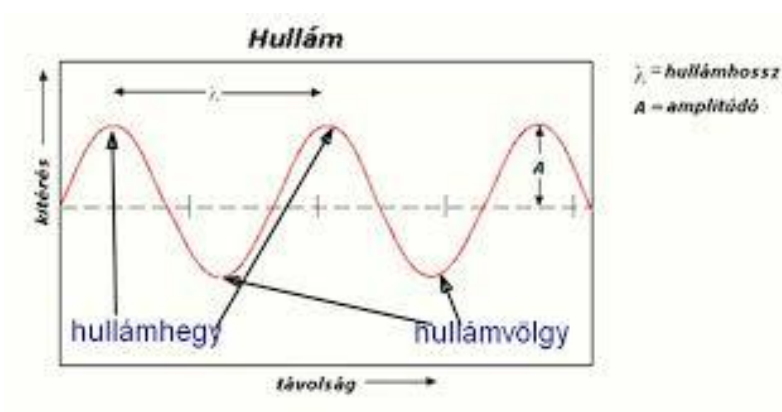
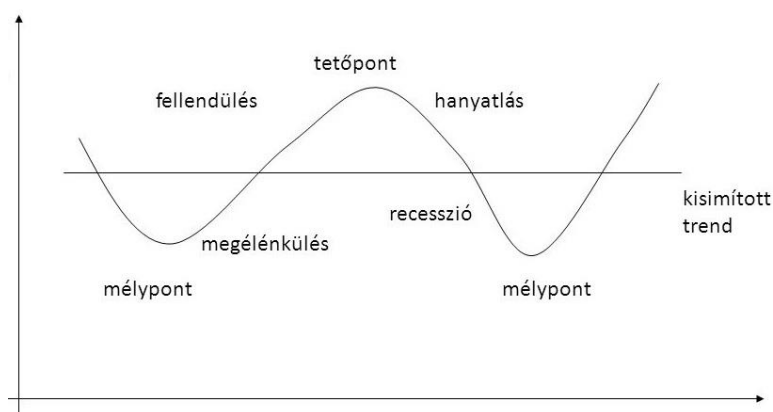
Ha csak egy fellendülő és egy visszaeső fázist különböztetnek meg, gyakran a következő terminológiát használják: felszálló ág és leszálló ág, alacsonyabb fordulópont vagy hullámvölgy (mélypont), fellendülés vagy növekedés, magasabb fordulópont (csúcs), és visszaesés vagy csökkenés. A gyakorlati tapasztalatok szerint a ciklusok periódusa és amplitúdója változik.



A ciklikus (periodikus) mozgás sémája

1. szakasz a pangás, (depresszió),
2. szakasz a megélénkülés, (expanszió),
3. szakasz a fellendülés, (prosperitás),
4. szakasz pedig a válság (recesszió vagy hanyatlás) időszaka.

A konjunktúra ciklusok periódusa és amplitúdója is változik.



A hullámhossz egy teljes hullámnak a hossza, pl. a csúcspon'tól (hullámhegytől, tetőpon'tól) a csúcspon'tig (hullámhegyig, tetőpon'tól) vagy a mélypon'ttól (hullámvölgytől) a mélypon'tig (hullámvölgyig):

$$\lambda = \frac{v}{f} = vT$$

Ez a megközelítés tehát a Newton-féle „akció egyenlő reakció”, illetve „hatás egyenlő ellenhatás” elvből indul ki, vagyis azt feltételezi, hogy a gazdasági életben – éppen úgy, mint a fizika hullámjelenségeiben – az egyensúlyi helyzetből való kilengést az abba való visszatérés jelensége követi, majdnem mechanikus módon. Ez a fizikai modell természetesen elméleti, és így egy ideális megvalósulást ír le, a gyakorlatban a ciklus képe eltér a fenti szabályos mintától.

Ahol:

y = kitérés, az egyensúlyi helyzettől mért távolság,

A = amplitúdó, a nyugalmi helyzettől mért legnagyobb kitérés (mélypont, illetve csúcspont),

T = periódus (rezgésidő),

ω = körfrekvencia, a frekvencia 2π -szerese,

f = frekvencia (gyakoriság), a rezgések számának és időtartamának hányadosa, amely megadja az egységnyi idő alatt történt rezgések számát:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

v = sebesség:

$$v = A\omega \cos(\omega t) = A\left(\frac{2\pi}{T}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

A nemzetközi szakirodalom a következő öt konjunktúra-ciklust feltételezi és különbözteti meg:⁶¹

1. a 3–5 éves leltár (készlet) vagy Kitchin-ciklus;⁶²
2. a 7–11 éves állandó befektetési (gépi beruházási) vagy Juglar-ciklus,⁶³
3. a 15–25 éves építési vagy Kuznets-ciklus,⁶⁴
4. a 45–60 éves hosszú vagy Kondratyjev-ciklus (K-hullámnak is hívják),⁶⁵
5. a 100 évnél hosszabb évszázados vagy szekuláris trendek

A ciklikus mozgást megkülönböztetjük jelentkezésének területe szerint: pl. üzleti, pénzügyi, agrár, ipari és más ciklusok.

A ciklusok periódusa tehát duplázódhat, pl. egy Kondratyjev ciklus [57 év] tartalmazhat 6 Juglart [9,5 év] és egy Juglar tartalmaz 3 Kitchint [3,16 év]. Ha például a Kondratyjev ciklus hosszát [periódusát] átlagosan 54 évnél vesszük, és a Kuznets ciklust 18 évesnek állítjuk, a Juglar ciklust 9 évesnek, a Kitchin ciklust 4,5 évesnek vesszük, akkor a kapcsolat teljesen tiszta:

1 Kondratyjev ciklus = 3 Kuznets ciklus = 6 Juglar = 12 Kitchin.

⁶¹ Országokként, vizsgált mutatóknaként és időszakokként jelentések a különbségek a periódusok alakulásában.

⁶² Kitchin, J. [1923]: Cycles and trends in economic factors. Review of Economic Statistics 5. évf. 1. sz.

⁶³ Juglar, C. [1862]: Des crises commerciales et leur retour periodique en France, en Angleterre et aux Etats Unis. Franklin. Párizs.

⁶⁴ Kuznets, S. [1930]: Secular movements in production and prices. Houghton Mifflin Company. Boston és New York.

⁶⁵ Кондратьев Н. Д. [1925]: Большие циклы конъюнктуры. Вопросы конъюнктуры. – М., – Т. 1, вып. 1. – С. pp. 28–79.

Kondratyjev vizsgálatait kizárólag a kapitalista társadalom viszonyaira korlátozta. A gazdasági változások között evolucionárius, azaz megfordíthatatlan és konjunkturális, azaz megfordítható folyamatokat különböztetett meg. Megfordíthatatlannak tekintette például a népesség – illetve termelés-növekedési folyamatokat [más terminológiában ez határozza meg a növekedési pályát] megfordíthatónak, tehát hullámnak, ismétlődőnek minősítette az árak – a kamatláb, a munkanélküliség aránya stb. – folyamatokat. A gazdasági fejlődés egésze véleménye szerint megfordíthatatlan folyamat, amelyben a haladás szakaszokon keresztül jut előre. Bizonyos elemek [árak, bérek, kamatlábak stb.] konjunkturális hullámzással jellemezhetők, más elemeknél az ingadozás komplex, a trendet és a különböző hullámzásokat együtt tartalmazza. Ez a megkülönböztetés meghatározza az igénybe vehető módszereket is.

Kondratyjev négy empirikus szabályszerűséget állapított meg, ezek a következők:

1. a hosszú ciklusok emelkedő hullámának kezdete előtt vagy a kezdetekor lényeges változások mennek végbe a gazdasági életben; találmányok születése és alkalmazásuk, változások a termelési viszonyokban, a világgazdasági kapcsolatok kiszélesedése, a pénzforgalom változásai, az aranytermelés felfutása.
2. a hosszú ciklusok emelkedő hullámának időszakában sokkal gyakoribbak a társadalmi megrázkódtatások és fordulatok [forradalmak, háborúk];
3. a hosszú ciklusok csökkenő hullámának időszakában a mezőgazdaság is tartós válságban van;
4. a hosszú ciklusok hanyatló periódusában a 8-11 éves közepes ciklusok depressziós szakaszai hosszabbak és mélyebbek, míg a fellendülés rövid és gyenge. Kondratyjev e megállapításánál támaszkodott Tugan-Baranovszkij és Spienthoff vizsgálataira.

A Kondratyjev-ciklusok jellemzője még a globalitás, tehát egyrészt az, hogy az egész világgazdaságra kihat illetve, hogy a nagyobb gazdaságokban, országokban szignifikánsabban kimutatható, másrészt az, hogy nem marad a gazdaság keretei között, hanem megjelenik a demográfiában, a politikában, a bűnözésben, a divatban, a művészeti és irodalmi irányzatokban és iskolákban stb. A globalitásból adódik a téma összetettsége, bonyolultsága, s az, hogy a Kondratyjev-ciklusok kialakulásának okaira vonatkozóan csak hipotézisek vannak.

A történelem folyamán a modernkori Európában a Kondratyjev – ciklusok a következők szerint alakultak^{66 67}:

A Kondratyjev-ciklusok alakulása az elmúlt két évszázadban

Felszálló ág kezdete	Csúcspont	Leszálló ág vége	Periódus
1790	[1815]	1850	60
1850	[1875]	1896	46
1896	[1929]	1945	49
1945	[1973]	2000	55
2000	[2025] ?		

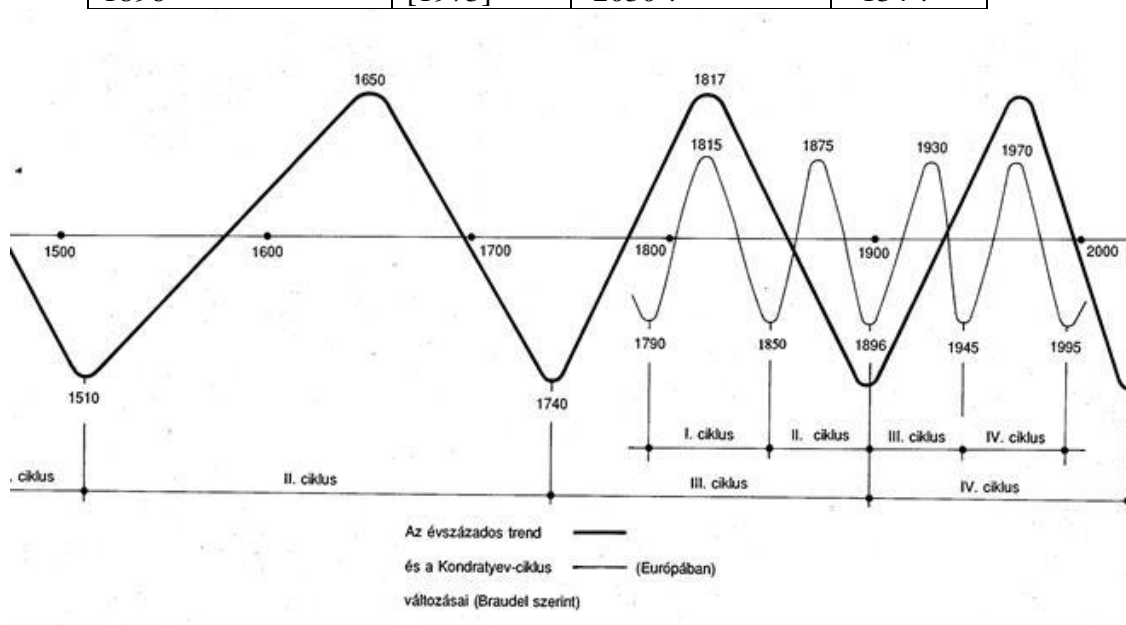
Az évszázados trendek alakulása ugyanakkor a következő volt:

⁶⁶ A felszálló ág kezdete – [csúcspont] – a leszálló ág vége és a következő felszálló ág kezdete.

⁶⁷ Fernand Braudel: [A tér és idő felosztása Európában](#). Világtörténet, 1980. 4. szám. Részlet Fernand Braudel: Anyagi civilizáció, gazdaság és kapitalizmus a XV-XVII. században. 3. kötet. A világ ideje.

Az évszázados trendek alakulása

Felszálló ág kezdete	Csúcspont	Leszálló ág vége	Periódus
1250	[1350]	1510	260
1510	[1650]	1740	230
1740	[1817]	1896	156
1896	[1973]	2030 ?	134 ?



A Kondratyjev ciklusok és az évszázados trendek változása Európában. Az ábrát a szerző készítette.

Kondratyjev (K) ciklusok és évszakok.⁶⁸

Az alábbi tábla Ian Gordon (Gordon, 2007⁶⁹) adatai nyomán 1789-től 2074-ig tartó, közel 300 éves időszakra tekinti át a szakma által a Kondratyjev-ciklusokra leginkább elfogadott elnevezéseket és a számszerű adatokat. „A táblázat számai többnyire csak a nagyságrendeket jelzik – a ciklusokon belüli éves pontosságú évszakos beosztást illetően is. A tábla az évszakok közhangulati, gazdasági és egyéb sajátosságai mellett röviden utal azokra a K-től időszakában keletkező nagy (korszakos) felfedezésekre is, amelyeken a következő ciklus alapvető innovációi alapulnak a szakirodalom szerint. A táblázat utolsó sora kulcsszavakkal jelzi a ciklusok főbb innovációs és világrendi jellemzőit. Az 5K-ciklus adatai a múltbeli hullámhosszak előrevezetésén és egy részletes elemzésen (Sebestyén, 2009⁷⁰) alapulnak. A 2001 végén kezdődő és még jelenleg is tartó válságos időszak várhatóan 2017 körül ér véget – és ezzel lezárul majd a negyedik Kondratyjev-ciklushoz kapcsolható „régí világrend” korszaka. A 2017-ig tartó 4K-től azonban a világválságra súlyosbító és prolongáló hatást fejt ki abban a formában, hogy a rövid és felszínes fellendüléseket hosszabb és mélyebb visszaesések követik – amint az általában is jellemző a Kondratyjev-től zord időszakára. A hosszú távú Kondratyjev-ciklusok, vagyis a

⁶⁸ Sebestyén Tibor. [2010. február] Félretermelési világválság a Kondratyjev-től zord időszakában. Polgári Szemle.

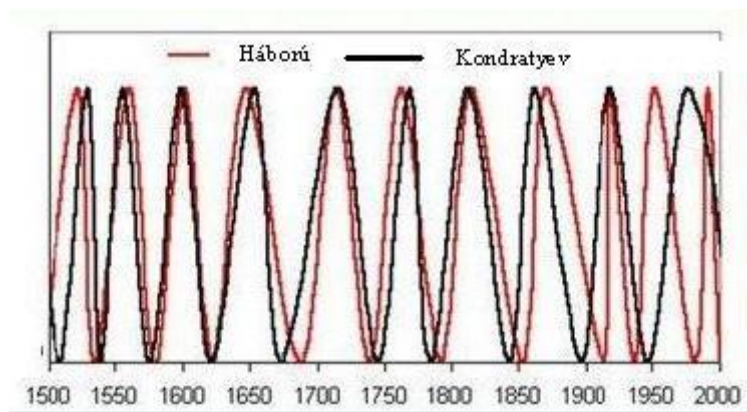
⁶⁹ Ian Gordon: „Economic Forecaster & Interpreter of the Kondratieff Cycle”, 2009. honlapja: www.longwavegroup.com/home.html

⁷⁰ Sebestyén Tibor: A jelenlegi komplex világválság természete, okai, problémái és cikluselméleti háttere. Általános kérdésekkel foglalkozó (kb. 100 oldalas) tanulmány. Eutrend, 2009. augusztus.

K-hullámok mintegy 60±10 évet kitevő hossza tapasztalati tény. A K-télhez kapcsolt „nagy felfedezések” mintegy 60 év szerinti periodikussága azonban kétséges.”⁷¹

Kondratyev-ciklusok és évszakok jellemzői										Saját előrevezetés vagy feltételezés
Forrás az 1-4 ciklusra: Ian Gordon: The Long Wave Analyst										
A „Kezdet” adatai naptári években, a „Hossz” adatai években értendők.	1K-ciklus		2K-ciklus		3K-ciklus		4K-ciklus		5K-ciklus	
	Kezdet	Hossz	Kezdet	Hossz	Kezdet	Hossz	Kezdet	Hossz	Kezdet	Hossz
K-TAVASZ (Új optimizmus és bázis innovációk)	1789	14	1845	14	1898	10	1949	17	2017	14
	Gőzgépes manufaktúra (Watt)		Morse távíró, Darwini evolúció.		T-modell, fonográf, írógép, rádió, traktor		Tomboló életkedv, Aranykori növekedés.		Zöld energiák. Nanotech. Szerves félvezetők.	
K-NYÁR (Árak és kamatlábak nőnek, háborúk)	1803	18	1859	6	1908	13	1966	16	2031	13
	Angol-amerikai háború (1812-15)		Polgárháború (USA, 1861-65)		I. világháború (1914-18)		Vietnami és hidegháború		Globális civilizációs polgárháborúk	
K-ŐSZ (Kezdeti recesszió, majd stagnálás)	1821	16	1865	8	1921	8	1982	19	2044	13
	Politikai béke (USA, 1817-25)		Újjáépítés (USA, 1864-74)		Újjáépítés (EU, SZU) („Roaring 20s” USA)		Wash. Cons. (WC) és „Új Világrend” építése		Új energetikai és hatalmi Világrend építése	
K-TÉL (Háború, depresszió, nagy felfedezések)	1837	8	1873	25	1929	20	2001	16	2057	17
	Mexikói-amerikai háború		Spanyol-amerikai háború		Nagy válság és a 2. világháború		Civilizációs terror és etnikai polgárháborúk.		Pánik és küzdelem a klímakatasztrófák ellen	
Teljes K-ciklus (K-hullám)	1789	56	1845	53	1898	51	1949	68	2017	57 év 2074
Kulcsszavak: a nagy innovációkra és társadalmi változásokra.	Gőzgép (1789), gőzhajó (1807), gőzmozd. (1825). Rabszolga-, és jobbágyfelszabad.		Vasútépítés, acél- és textilipar. Nemzetállamok, gyarmatbirod. munkásmozg.		Kőolaj, gépkocsi, repülő, mozi, telefon, rádió. Gyarmatok felszabadulása.		Atom-, űr-, mikro- és biotech., Internet. Neolib. globalizáció. USA dominancia. Wash. Consensus (WC)		Anyag-, nano-, robot és géntechnika. Zöld energiák, mozgalmak. Globalizáció ázsiai és etatista dominanciával.	

A Kondratyev- és háborúk ciklusait mutatja az alábbi ábra:



A hosszú ciklusok makrogazdasági jellemzőit mutatja az alábbi tábla.⁷²

⁷¹ Sebestyén Tibor. [2010. február] Félretermelési világválság a Kondratyev-tél zord időszakában. i. m.

⁷² Goncsarov V. N., Kolosov, A. N., Sipos Béla. [1989]: [A Kondratyev – ciklusok és a technikai fejlődés kapcsolata](#). Marketing – Piackutatás. pp. 149-156.

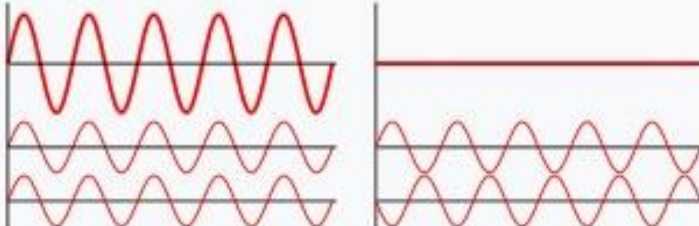

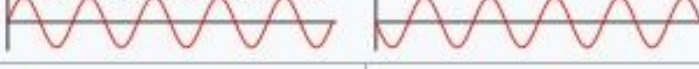
A hosszú ciklusok fázisainak makrogazdasági jellemzői¹

Jellemzők	A Kondratyev-ciklus fázisai ²			
	Pangás (Hanyatlás)	Felélénkülés (Nekilendülés)	Fellendülés (Expanzió)	Visszaesés (Válság)
Összes kibocsátás (nem termelő szféráé is)	Kicsi vagy nincs növekedés	Fokozódó növekedési ütem	Erőteljes növekedési ütem	Csökkenő növekedési ütem
Beruházási igény	Felesleges kapacitások miatt racionalizálás, leépítés	Fokozódó pótlás és beruházás ³	A tőkeállomány erőteljes növekedési üteme	Csökkenő beruházások, a raktárkészletek felszámolása
Fogyasztói igény	A kereslet csökken. A megtakarítás összege megnő	A vásárlóerő új területeket keres	Az összes területen erőteljesen nő a kereslet	A kereslet csak az új területeken nő. Az eladások magas szinten megállapodnak
Nagykereskedelmi árindexek	Esik	Lassan nő	Emelkedik	Csökken
Állandó kamatozású állami kötvények árfolyama	Emelkedik	Csökken	Esik	Lassan nő
Kamatláb (változó)	Esik	Lassan nő	Emelkedik	Csökken
Bérek, jövedelmek	Esik	Lassan nő	Emelkedik	Csökken
Külkereskedelem	Esik	Lassan nő	Emelkedik	Csökken

A jellemző mutatók a hosszú ciklussal együtt mozognak, kivéve az állandó kamatozású állami kötvények árfolyama és a táblában nem szereplő bűnözések időbeli alakulása.

Láthattuk, hogy a ciklusok időtartama (periódusa) duplázódik. Ugyanakkor a különböző időtartamú ciklusok egyidejűek, keverednek, mozgásukkal csökkentik, vagy növelik az egész hullámmozgás amplitúdóját. Ha például az évszázados trend felszálló ága találkozik a Kondratyev ciklus leszálló ágával, akkor ez a válságot mérsékli, ellenkező esetben erősíti. Itt is érvényesül a fizikából ismert [interferencia](#) jelensége, illetve törvénye. Egyszerű technikai eljárásokkal a ciklusokat részmozgásokra oszthatjuk, egyiket-másikat kiszűrhetjük a vizsgálni kívánt mozgás kimutatása érdekében.

Tételezzük fel, hogy a két hullám azonos fázisban van, és amplitúdóik A_1 és A_2 . A hullámhegyek és hullámvölgyek egybeesnek, az eredő amplitúdó $A = A_1 + A_2$ lesz. Ez a konstruktív interferencia. Ha a két hullám fáziskülönbsége 180° , azaz ellenfázisban vannak, akkor a hullámhegy egy hullámvölgygel esik egybe, és így kioltják egymást. Az eredő amplitúdó ekkor $A = |A_1 - A_2|$ lesz. Ha $A_1 = A_2$ az eredő amplitúdó nulla. Ez a destruktív interferencia (az eredmény ebben az esetben egy egyenes, nincsenek hullámok). Összefoglalva: a konstruktív interferencia az a jelenség, amikor két hullám interferál úgy, hogy a kapott amplitúdó nagyobb, mint az egyes hullámok amplitúdója. A destruktív interferencia az a jelenség, amikor két hullám interferál, így az eredményül kapott amplitúdó kisebb, mint az egyes hullámoké. Ld. [alábbi ábrát](#):

Eredő hullámforma		
1. hullám		
2. hullám		
	Azonos fázisban lévő két hullám	Két hullám fáziskülönbsége 180°, ellenfázisban vannak

A Kondratyjev féle hosszú ciklus kimutatása⁷³

Az idősor elemei a **hosszú ciklus** vizsgálatánál a következők lehetnek:

1. Évszázados trend
2. 3-9-27 éves Kitchin-, Juglar-, és a Kuznets- ciklusok
3. Kondratyjev ciklus
4. Véletlen hatás

Az idősor hossza legalább 100 év, ebben az esetben egy évszázados trend és két hosszú-ciklus mutatható ki. A hosszú ciklusok vizsgálatánál először az eredeti idősor 9 vagy 27 tagú mozgóátlagát vesszük. A 9 tagú mozgóátlagolással a 3 éves periódusú Kitchin- és a 9 éves periódusú Juglar-, illetve 27 tagú mozgóátlagolással a Kuznets-ciklust is kiküszöböljük. A rövidebb ciklusok természetesen – az előzőekben ismertettek szerint – különböző periódusúak lehetnek, pl. 4-8-16 évesek, ebben az esetben 16 tagú⁷⁴ mozgóátlagolással küszöbölhető ki a Kitchin, a Juglar és a Kuznets-ciklus. A mozgóátlagolással a véletlen hatást is kiszűrjük. A mozgóátlagolás csak akkor küszöböli ki a periodikus hullámzást, ha a mozgóátlag tagszáma a periódus hosszával vagy egészszámú többszörösével egyenlő. Ha nagyobb tagszámot választunk, akkor a hullámzás ellentétes lesz a ciklussal, ha kisebb tagszámot választunk, mint a ciklus periódusa, akkor csak tompítjuk a hullámzást. A grafikus ábrát ezért alaposan kell elemezni, hogy a megfelelő mozgóátlag tagszámot kiválasszuk. Ezt követi a trend kiküszöbölése. Additív kapcsolat esetén a trendet az eredeti idősorból kivonjuk, multiplikatív kapcsolat esetén az eredeti idősort a trenddel osztjuk. Eljárhatunk úgy is, hogy először a trendet küszöböljük ki, s ezt követi a mozgóátlagolás. A két eljárás [sorrend], azonos eredményre vezet.

Feltételeztük, hogy a rendelkezésre álló empirikus idősorban (y_i $i=1,2,...N$) éves adatokkal dolgozunk, így nincs szezonális hatás az idősorban) a következő tényezők különböztethetők meg:

\hat{y}_i = az évszázados trendérték

c_1^* = a becsült (*) konjunktúra – ciklus

k_m^* = a Kondratyjev féle hosszú ciklus

⁷³ Kondratyev, N. D. [1980]: [A gazdasági fejlődés hosszú hullámai](#). Történelmi Szemle. 22. évf. 2. sz. 241–269.

⁷⁴ A $\sin(t+n2\pi)=\sin(t)$ ahol: $n=1,2,..$ és a $\sin(t)$ függvény periódusának a tartalma: $2\pi=360^\circ$ ugyanis $\sin(t+2\pi)=\sin(t)$.

v_{ij}^* = a becsült (*) véletlen hatás.

Ahol:

$i = 1, 2, \dots, N$ = az évek száma, legalább 100 év

$m = 1, 2, \dots, p$ = a Kondratyjev féle hosszú ciklus periódusa (pl. 45-50 év)

$l = 1, 2, \dots, o$ = a rövidebb konjunktúra ciklusok periódusa (3-27 év)

A * index additív kapcsolatot jelez, ha nincs * index, akkor a kapcsolat multiplikatív.

A kapcsolódás módja lehet additív:

$$y_i = \hat{y}_i + c_l^* + k_m^* + v_{ij}^*$$

Ebből a hosszú periódusú ciklus:

$$k_m^* = y_i - (\hat{y}_i + c_l^* + v_{ij}^*)$$

A kapcsolódás módja lehet multiplikatív:

$$y_i = \hat{y}_i * c_l * k_m * v_{ij}$$

Ebből a hosszú periódusú ciklus:

$$k_m = y_i / (\hat{y}_i * c_l * v_{ij})$$

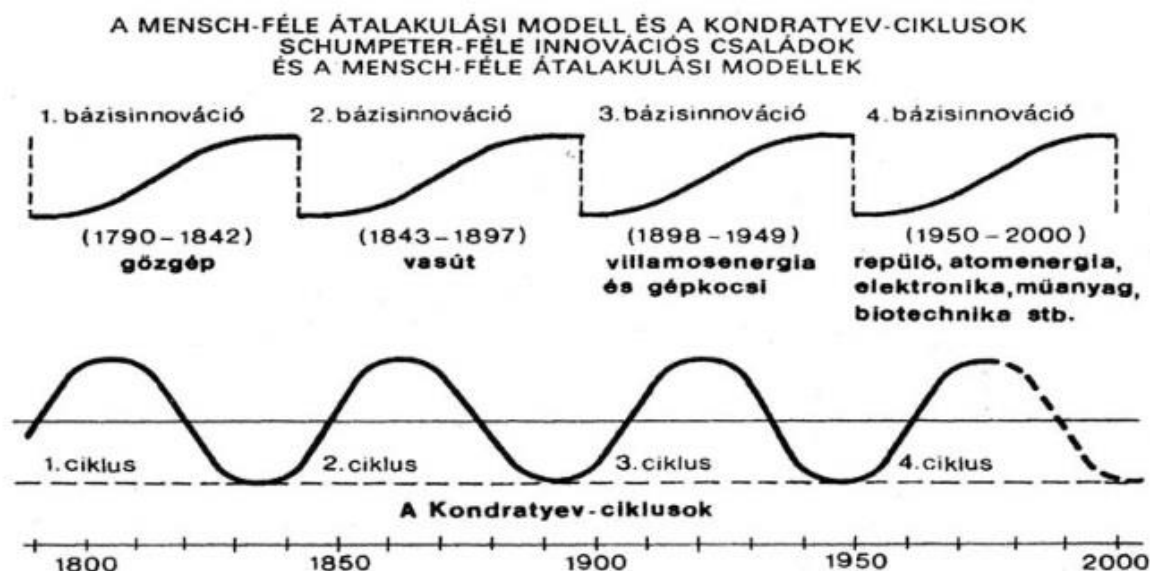
Ha a trend növekvő, akkor multiplikatív kapcsolat esetén a ciklikus mozgás amplitúdója is nő, [erősödő rezgés] additív kapcsolat esetén alig változik. Ha a trend csökkenő akkor a tendencia fordított a rezgés amplitúdója csökken, akkor multiplikatív a kapcsolat és ezt csillapodó rezgésnek hívjuk. Ha a trend csökkenő és a ciklikus mozgás amplitúdója alig változik, akkor a kapcsolat additív. Ld.: alábbi ábrát a trend és a szezonális (vagy a konjunktúra ciklusok) összefüggéseit.

	Nincs szezonális	Additív szezonális	Multiplikatív szezonális
Nincs trend			
Additív trend			
Multiplikatív trend			

Az idősor összetevőinek kapcsolódási módjai

A bázis – innovációk és a hosszú – ciklusok összefüggései.

Az alábbi ábra mutatja a jelentős, ún. bázis – innovációk és a hosszú – ciklusok összefüggését. A Kondratyjev – ciklusok leszálló ágában történnek a korszakalkotó felfedezések, amelyek általában a közlekedést gyökeresen átalakítják, de a bevezetésre akkor kerül sor, amikor a leszálló ág megfordul és elkezdődik a felszálló ág. Ezek a bázis – innovációk a felszálló ágban jelentős technikai – gazdasági változásokat eredményeznek, ami az oktatási rendszert is átalakítja.



[Joseph Schumpeter](#)⁷⁵ a technikai változásokra vezette vissza a Kondratyjev – ciklusok mozgását. Bevezette a „műszaki forradalom” kategóriáját, mint a Kondratyjev – ciklusok húzóerejét és létrehozta az „innováció-családok elméletét, s három nagy hullámot különböztetett meg, a gőzgép (1790-1842), a vasút (1843-1897), valamint a villamos energia és a gépkocsi (1898-1949) felhasználásához és elterjedéséhez kötve. Ezt fejlesztette tovább Gerhardt Mensch^{76 77}, aki szerint a negyedik hosszú – ciklus felszálló ágát a következő bázis – innovációk segítették: számítógép, televízió, repülő, atomenergia, elektronika, műanyag, biotechnika stb. (1950-2000). [Gerhard Mensch](#) szerint az új innovációk technológiai patt helyzetet eredményeznek, amikor az idősebb generáció elveszíti a tudását és hatalmát, mivel tudása elavul. Ez a „technológiai patt” helyzet a társadalmak életében konfliktusokat okozhat. (Ld. 1989. után a rendszerválást a keleteurópai országokban.) Mensch az innovációk eltérő típusait különbözteti meg. Alapinnovációk azok melyek teljesen új iparágak megalkotását okozzák. Tökéletesítő innovációk melyek további fejlesztésként jelennek meg létező tevékenységek területein. A harmadik kategória az úgynevezett pszeudó-innovációk; innovációk melyek valójában egyáltalán nem innovációk. Mensch az alapinnovációk megjelenésével foglalkozott, ezek felelősek a fellendülés időszakaiért, melyek a hosszú hullámú növekedés fázisaiként is ismertek. A vizsgálatok tapasztalatai szerint a fejlődési szakaszhoz több tőke szükséges, mint amennyit a hosszú távú egyensúlyi állapot megkövetelne. Pontosabban szólva a növekedés évtizedeiben a tőkebefektetések az összgazdaságban a szükséges és indokolt mérték fölé emelkednek, mint amit a hosszabb távú felhasználhatóság indokolt. Ez a túl nagy,

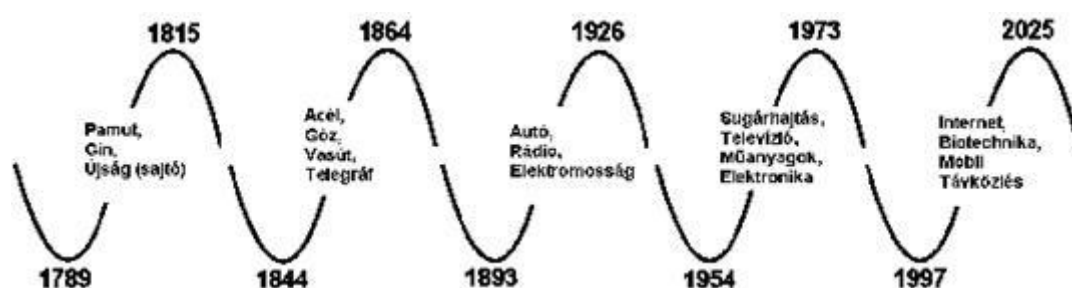
⁷⁵ Schumpeter I. A. [1939]: *Business Cycles*. McGraw-Hill.

⁷⁶ Mensch, G. O. [1975]: *Das Technologische Patt*, Umschau Verlag, Frankfurt.

⁷⁷ Duijn Van, [1982]: *The long wave in economic life*. London George Allen és Unwin.

fölös beruházás vezet végül is a depresszióhoz. Végso soron a világgazdaság árapálya hozza létre azt a „klímát”, amely az alapvető technikai változásokat elősegíti. Az egymást kölcsönösen hordozó technikák az árutermelésben, a felhasználás szektoraiban állandóan tovább integrálódnak, de velük változik a gondolkodásmód, a szaktudás és az életvitel is. A mozgás iránya a magasabb életszínvonal elérése és az életminőség javítása. Elindul a fölös beruházások likvidálása, az elkérgesedett struktúrák megtisztítása és a szükséges innovatív tevékenységek gyakorlati alkalmazása. Az életminőség javításához szükség van szociális, jogi, oktatási és nevelési, kulturális és politikai innovációkra. Ez is lehet annak az oka, hogy a hosszú ciklusok nem maradnak meg a gazdaság keretei között, hanem megjelennek a bünözésben, a divatban, a politikai rendszerek változásában, stb..

A következőkben részletesebben bemutatjuk az alapinnovációk változásának a hatását gazdasági élet hullámzásaira.



A Kondratyjev ciklusokat kiváltó [ipari találmányok](#) időbeli alakulása.

Ezeket a találmányokat mindig a Kondratyjev ciklusok leszálló ágában fedezték fel és a felszálló ágában vezették be.). [Gerhard Mensch](#) szerint – az előzőek alapján – az alapinnovációk azok melyek teljesen új iparágak megalkotását okozzák. A [különböző ipari forradalmak](#) és a Kondratyjev ciklusok alakulása között szoros összefüggés mutatható ki. Feltételezhető, hogy az alapinnovációk változása, az ipari forradalmak, illetve az ipari találmányok felfedezése és bevezetése váltja ki a Kondratyjev féle hosszú ciklusok megvalósulását az újkorban (16-20. századokban) de a középkorban (5-15. századokban) is. Ma már Anglia esetében 1209-től, az Amerikai Egyesült Államok esetében 1790-től rendelkezünk, a konjunkturális ingadozásokat követő idősorokkal. A következőkben bemutatott empirikus vizsgálatok igazolják azt, hogy az 1200-1800 közötti időszakokban is voltak évszázados trendek és hosszú ciklusok, de ezek periódusa igen hosszú volt, aminek az oka a lassú ipari fejlődés és a népesség alacsony duplázódási ideje volt. 1800 után ez a helyzet megváltozott.

Az ipari találmányok bevezetése a Kondratyjev ciklusok felszálló ágában voltak:

1789-1815. (eltelt évek: 26) 1789. ([a francia forradalom kitörése](#)). A klasszikus első ipari forradalom, a gőzgépek kora, 1750-től a 19. század közepéig elsőként Angliában, majd az Amerikai Egyesült Államokban, Németországban és a Németalföldön. Ez az időszak az első ipari forradalom első időszaka. A pamut. A fonógép feltalálása és elterjedése. [Richard Arkwright](#) (1732 – 1792) 1771-ben Cromfordban alapított gyárában már vízikerek-hajtást alkalmazott. Az egrenológép feltalálása ([Eli Whitney](#) (1765-1825), amit először 1796-ban használták egy Selsertowni (Mississippi államban) ültetvényen, ami a gyapot magszálaknak a magról való letépését végezte, majd a mechanikus szövőgép feltalálása ([Edmund Cartwright](#) (1743-1823), 1790-ben nagy hatással volt a pamutiparra. Az első gőzgéppel hajtott szövőgépet Angliában, a 19. század elején helyezték üzembe.

A gin. Az 1800-as években felfedezett új lepárlási eljárás, a finomítóoszlopos desztilláció alkalmazásával sokkal tisztább (kisebb metanol tartalmú) italt tudtak előállítani. A gin minőségének javulásával a fogyasztás újra emelkedni kezdett.

Az újság (sajtó) „1783-ban jelent meg az első amerikai politikai napilap, a Pennsylvania Evening Post. 1801-ben már 20 amerikai napilap volt. 1820-ra a nagy amerikai napilapok felének a címében ott volt az „advertiser,” „commercial” vagy „mercantile” (kereskedelmi) cím.”

1844-1864. (eltelt évek: 20) A klasszikus első ipari forradalom a vasútépítés kora, 1750-től a 19. század közepéig elsőként Angliában, majd az Amerikai Egyesült Államokban, Németországban és a Németalföldön. Ez az időszak az első ipari forradalom folytatása, második időszaka. A gőzhajók. Robert Fulton (1765-1815) által épített első használható lapátkerékes gőzhajó, a Clermont első, 240 km-es útját a Hudson folyón, New York és Albany között 32 óra alatt tette meg 1807. október 7-én, és még abban az évben megkezdte az üzletszerű hajózást. 1830 után rendszeressé váltak a gőzhajóáratok Európában és az Atlanti óceánon. 1842-ben jelent meg az első csavaros hajó, ami kiszorította az oldalkerékes hajókat az elkövetkező időszakban és lehetővé tette a hadihajóknál a gőzmotor alkalmazását. Az SS Archimédész, amelyet 1839-ben épített Nagy-Britanniában Francis Pettit Smith (1808-1874), volt az első gőzhajtású propellerhajó, amelyet nyílt tengerre terveztek. Jelentős befolyása volt a későbbi fejleményekre, mivel a kereskedelmi hajókra gyakorolt befolyása mellett ösztönözte a hajócsavar és a hajócsavar királyi haditengerészet általi elfogadását.

A vasút. George Stephenson (1781-1848) angol mérnök, volt a gőzmozdonyos vontatás tökéletesítője. 1825. szeptember 27-én Angliában Stockton és Darlington között megnyitották a világ első vasútvonalát, melyen végig ment a Stephenson-féle gőzmozdony. 1829-ben volt a „Rocket” gőzmozdony első útja a Liverpool-Manchester vasútpályán. 1844 után világszerte elterjedt a vasút közlekedés. Észak-Amerikában Európával szinte egyidejűleg vette kezdetét a nagy ütemű vasútépítés. 1829-ben nyílt meg az első észak-amerikai gőzvontatású vasútvonal. A mai Magyarország területén az első vonalat Pest és Vác között 1846. július 15-én nyitották meg. 1847-ben már a Pest–Szolnok 99 km hosszúságú szakasz is elkészült.

Az acél gyártás. Henry Bessemer (1813-1898) 1855-ben szabadalmaztatta a róla elnevezett eljárást. (Bessemer-acélgyártás) A módszer lényege az, hogy a folyékony nyersvasat egy körteformájú konverterbe öntik, és a nyersvasrétegen alulról levegőt fújtatnak át. A levegő oxigénjének hatására kiég a szén, a szilícium és a mangán. Előnye, hogy nem igényel külön tüzelőanyagot (a folyamatok hőtermelők) és igen nagy a termelékenység. 1875-ben Pittsburghben megnyílik a Carnegie-Bessemer acélüzem (Pennsylvania)

Távíró. (Telegráf) Samuel Morse (1791-1872) 1837-ben nyújtotta be távírójának első szabadalmát. Ezt követően a távíró szédületes gyorsasággal terjedt: 1848-ban a Mississippitől keletre valamennyi amerikai államban működött telegráf, az első transzatlanti kábel az Egyesült Államok és Írország között 1858-ban valósult meg.

1893-1926. (eltelt évek: 33) A második ipari forradalom, tömeggyártás-, az elektromosság és a nehézipar kora, 1870–71-től 1914-ig. Németország, Egyesült Királyság, Amerika, Franciaország és az Osztrák–magyar Monarchia. A harmadik ipari forradalom első szakasza 1918-1939, a két világháború között, amit a megkésett és megszakított fejlődés korának lehet nevezni.

Autó. 1892: Rudolf Diesel (1858-1913) kifejleszti a róla elnevezett motort. 1894: A Michelin gyár megszerkeszti John Boyd Dunlop (1840-1921) szabadalma alapján az első pneumatikus gumiabroncsot. 1896: Henry Ford (1863-1947) megépíti első autóját. 1896: Karl Benz (1844-1929) megalkotja az első autóbust. 1896: Gottlieb Daimler (1834-1900) megépíti az első teherautót. 1903: Bánki Donát (1859-1922) -Csonka János (1852-1939) féle benzinporlasztó kifejlesztése. 1924: Adam Opel (1837-1895) fiai

(5 fia: Carl, Wilhelm, Heinrich, Friedrich, Ludwig) megvalósítják Európában elsőként a futószalagon történő jármű-összeszerelést.

Rádió. A rádió kifejlesztésében az 1920-as évek nagy áttörése az amplitúdómoduláció (AM) üzemmód, amelyet kezdetben detektoros rádió segítségével vettek, majd később 2-5 elektroncsövet („lámpát”) tartalmazó vevővel.

Elektromosság. (Villamosság) A világ első elektromos erőművének megépítése Thomas Alva Edison (1847-1931) nevéhez fűződik. Az erőmű 1882-ben kezdte meg a működését.

1954-1973. (eltelt évek: 19) A harmadik ipari forradalom második szakasza 1945-től a hidegháborús haditechnikai fejlődés az Amerikai Egyesült Államokban és a Szovjetunióban, ez a tudományos és technikai forradalom.

Sugárhajtású repülőgép. A de Havilland DH 106 Comet az első sorozatban gyártott sugárhajtású utasszállító repülőgép volt. A gép prototípusa 1949-ben szállt fel először. A sorozatos balesetek miatt a Cometet többször átalakították. A Comet 4 első repülése 1958-ban történt meg. A másik sikerebb repülőgép a Boeing 707 négyhajtóműves, keskenytörzsű sugárhajtású utasszállító repülőgép volt, amit az 1950-es évek elején az amerikai Boeing cég fejlesztett. Ez volt az amerikai cég első sugárhajtású repülője. A gép az 1960-as és 1970-es években élte fénykorát, egészen 1979-ig gyártották.

Televízió. Az Egyesült Államokban az 1940-es években már több társaság is adott rendszeres műsorokat. A magyar televíziózás 1954. január 20-án kezdődött az M1, Magyarország első televízióadója kísérleti adásainak beindulásával.

Műanyagok. A műanyagok mesterséges úton előállított vagy átalakított óriásmolekulájú anyagok, szerves polimerek. Jelen vannak életünk szinte minden fontos területén a háztartásokban, a járművekben, az egészségügyben, az elektronikában, az űrkutatásban stb. A műanyagok fejlődése és főként felhasználása a 20. században, illetve inkább annak második felében vált meghatározóvá.

Elektronika. Az elektronikai eszközök szabályozzák az elektronok áramlását, elektromos jellé alakítják a fizikai mennyiségeket.

1997-2023. (eltelt évek: 26) A harmadik ipari forradalom harmadik szakasza az 1970-es évektől az elektronika forradalma, az automatizálás és a számítógépek megszületése, az első robotok kifejlesztése.

Internet. Az internet sajátossága, hogy globális és nyílt információ-hozzáférést biztosít széles tömegek számára. Internetről tehát csupán az 1990-es évek eleje-közepe óta beszélhetünk.

Biotechnika. Biotechnológia. Tágabb értelemben minden, az alap- és alkalmazott biológiai tudományágban használatos technológiát biotechnológiának neveznek. Az új biotechnológia kezdetei az 1973–1999 közötti évek. A modern biotechnológia élő szervezetek genetikai anyagának manipulációja rekombináns DNS-módszerekkel, amely mikroszkóp használatán, biokémiai módszereken, a kapcsolódó tudományokon és technológiákon alapszik. Gyakran nevezik géntechnológiának.

Mobiltelefon. A világ első mobilját a Motorola dobta piacra 1983-ban, ez volt a DynaTAC 8000x, egy 790 grammos készülék, aminek a magassága antenna nélkül érte el a 29 centimétert. 2005 körül indult hódítóútjára az okostelefonnak is hívott mobilkészülék-típus, melynek fő tulajdonsága, hogy sokkal több funkcióra képes, s ezek közül a telefonálás csak egy a többiből, ezért nem is feltétlenül lehet pusztán telefonként meghatározni. Jellemzői a számítógépekhez hasonló képességei, amelyekkel képes az internethez kapcsolódni, alkalmazásokat letölteni és használni.

A távközlés (vagy telekommunikáció) nagy távolságra történő kommunikációt jelent. A mobiltelefonok harmadik generációja (3G) (2000-). A 3G egy vezeték nélküli mobilinternet szabvány. A harmadik generációt képviseli, és jóval nagyobb adatátviteli sebességre képes. Negyedik generáció (4G) Az első 4G technológiát építő távközlési vállalat a brit Truphone volt, aki már 2006-ban elkezdte kiépíteni rendszerét.

	Az időszak szokásos elnevezése	Központi országok	Az átalakulást kiváltó műszaki újdonság	Megjelenés éve
Első	Az első „ipari forradalom”	Anglia	Arkwright fonalgyára Cromfordban	1771
Második	A gőzgép és a vasútépítés kora	Nagy-Britannia, majd USA és Nyugat-Európa	A „Rocket” gőzmozdony első útja a Liverpool-Manchester vasútpályán	1829
Harmadik	Acél, elektromosság és nehézipar kora	USA és Németország	Pittsburghben megnyílik a Carnegie-Bessemer acélüzem (Pennsylvania)	1875
Negyedik	Petrolkémia, autóipar és a tömegtermelés kora	USA, Németország majd Nyugat-Európa	Az első T modell elkészül Detroitban, a Ford üzemben (Michigan)	1908
Ötödik	Információs és telekommunikációs technológiák kora	USA, majd Európa és Ázsia	Bejelentik az Intel mikroprocesszor kifejlesztését Santa Claraban (Kalifornia)	1971

Öt technológiai forradalom kiindulási pontjai.⁷⁸

Az öt technológiai forradalom kiindulási pontjai, a felfedezések időpontjai a Kondratyjev ciklusok leszálló ágában voltak és bevezetésükre a felszálló ágakban került sor.

	Kulcstényezők Új technológiák és iparágak	Új infrastruktúrák
1. Az első „ipari forradalom”	Olcsó vízenenergia Gépesített pamutipar Kovácsoltvas gépek	Csatornák és országutak
2. A gőzgép és a vasútépítés kora	Olcsó kőszén Gőzgépek Gőzerővel hajtott ipari berendezések Vasérc- és szénbányászat Vasútépítés, vasúti gépgyártás	Vasút Rendszeres postaszolgálat Telegráf Nagy vitorlás kikötők
3. Acél, elektromosság és nehézipar kora	Olcsó öntöttvas (Bessemer technológia) Gőzhajózás Nehézvegyipar Városi közművek és tömegközlekedés Elektromos ipar Konzervgyártás Papíripar, nyomdaipar, sajtótermékek	Világkereskedelem gőzhajózással Szuezi csatorna Transzkontinentális vasutak Nagy acélszerkezetű objektumok építése Telefon Elektromos energia szolgáltatás
4. Petrolkémia, autóipar és a tömegtermelés kora	Olcsó olaj Tömegtermelés az autóiparban Petrolkémia (műanyaggyártás) Belső égésű motorok alkalmazása Elektromos háztartási gépek Mélyhűtött, fagyasztott élelmiszerek	Úthálózat, autópályák, kikötők és repülőtér Üzemanyagtöltő állomások hálózata Általános elektrifikáció Analóg távközlési világhálózatok
5. Információs és telekommunikációs technológiák kora	Olcsó mikroelektronikai alkatrészek Számítógépek és szoftverek Telekommunikáció Elektronikus mérő- és érzékelő műszerek Számítógéppel vezérelt gyártás Új anyagok	Digitális távközlési világhálózat (üvegszál, rádiós és műholdas átviteltechnika) Internet, email, más e-szolgáltatások Diverzifikált energiatermelés Nagy sebességű, kombinált szállítási rendszerek

Az öt műszaki-gazdasági paradigma vezető iparágai és új infrastruktúra elemei.⁷⁹

⁷⁸ Szanyi Miklós. [2018] január: Műszaki fejlődés és hosszú távú gazdasági ciklusok. Műhelytanulmányok. 122. MTA. Világgazdasági Intézet. 14.

⁷⁹ Szanyi Miklós. [2018] január: Műszaki fejlődés és hosszú távú gazdasági ciklusok. i. m. 16.

A fenti táblából látható, hogy az egymást követő technológiai forradalmak nem csak új termékek és iparágak kialakulásához vezettek, de alapvető változásokat hoztak a termelő eszközök fejlődésében is, de változásokat eredményeztek a vállalatok szervezeti felépítésében és a vállalatvezetési módszerekben is.

Az alapinnovációk felfedezőinek arcképcsarnoka



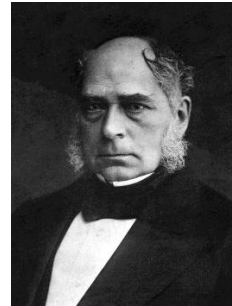
[Richard Arkwright](#)



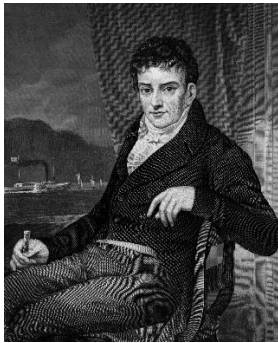
[Eli Whitney](#)



[Edmund Cartwright](#)



[Henry Bessemer](#)



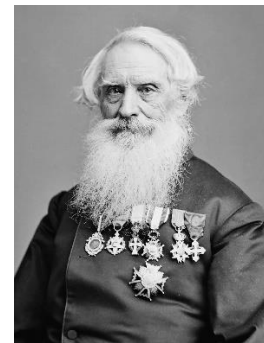
[Robert Fulton](#)



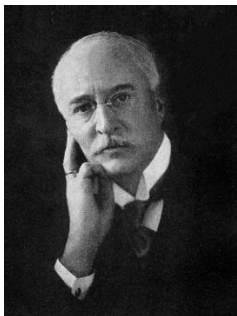
[Francis Pettit Smith](#)



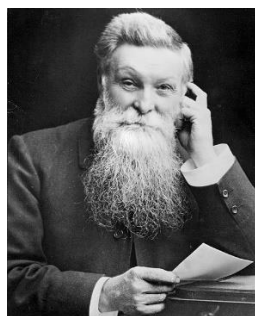
[George Stephenson](#)



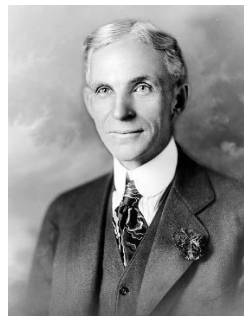
[Samuel Morse](#)



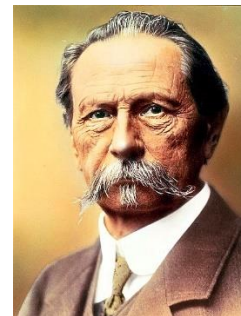
[Rudolf Diesel](#)



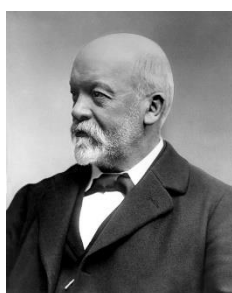
[John Boyd Dunlop](#)



[Henry Ford](#)



[Karl Benz](#)



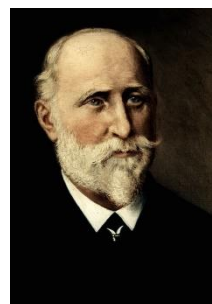
[Gottlieb Daimler](#)



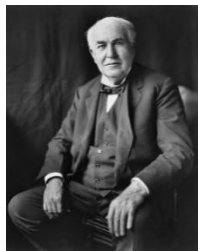
[Bánki Donát](#)



[Csonka János](#)



[Adam Opel](#)



[Thomas Alva Edison](#)

A tengeri kereskedelmi hajók innovációs ciklusai

A tengeri kereskedelmi hajó a nagyobb, pl. 100 bruttóregiszter tonnánál nagyobb vízi közlekedési és szállító eszköz. A hajók abban különböznek alapvetően egymástól, hogy milyen energiát alakítanak át mozgási energiává, vagyis mi mozgatja a hajót. Ezt az energiát tekintjük bázis – innovációnak. Ennek alapján az alábbi korszakokat különböztetjük meg.

- | | | |
|----|-----------------------------|-------------------------|
| 1. | Evezős hajók: | i. e. 8000 – i. u. 1300 |
| 2. | Vitorlás hajók: | 1300-1850 |
| 3. | Gőzhajók: | 1600-1850 |
| 4. | Olajtüzelésű motoros hajók: | 1900 – 1960 |
| 5. | Atomhajtású hajók: | 1960 – 2000 |

Látható, hogy az első innovációs ciklus 9300 évig tartott, ez idő alatt az emberek, többnyire rabszolgák mozgatták a hajót. Ezen hosszú időszak alatt számos jelentős innováció révén korszerűsödött a hajózás, de az energiát az ember biztosította. Időszámítás előtt 8000 év körül jelent meg a monoxilon, a bödönhajó, a hajó őse, amit az akkor élt emberek a fatörzs kivájásával nyertek és kézzel hajtottak. Az első monoxilonra⁸⁰ (bödönhajó) vonatkozó leletet a skóciai [Firth of Forth](#) közelében találták. Az i.e. 4000.-tól az ókori sumér kalmárok kecske- vagy tehénbőrből készült felfújható tömlőkre kötözött tutajt (kelek) használtak. Az aszfalttal tömített nádcsonakot és a kör alakú favázás és bőrbevonatú guffát⁸¹ katonai célokra is használták. A hajózás i. e. 2800 – tól kezdve terjedt el Egyiptomban és Mezopotámiában. A Nílus és a széles csatornahálózat kézenfekvővé tette a hajózás korai kialakulását Egyiptomban. Ebből az időből már találunk erre vonatkozó ábrázolásokat agyagedényeken. Az i.e. 1440-1475 között az egyiptomi hajózás Hatsepszut királynő uralkodásának az idején élte hőskorát. A kereskedelem hatósugarát Búblosz, Ciprus, Kréta, Rhodosz, Núbia, a Shinai-félsziget és Punt jelzi. Ekkor már nagy tételekben szállították a hajóépítésre kiválóan alkalmas libanoni cédrusfákat Egyiptomba. I. e. 250-ben [Arkhimédész](#) kidolgozta az úszás elvét. A hajóépítési láz Szicíliába is eljutott. [II. Hierón szürakuszai](#) király megbízta Arkhiasz korinthuszi hajóépítő mestert, hogy Arkhimédész felügyelete alatt építsen egy (húsz) evezősoros hajót. Ez volt a világ első három árbocos hajója. Katapulttal is fel volt szerelve. 150 kg-os követ 200 m-re dobott el. Az i. sz. után 100-200 között már pányvás vitorlát használtak és ebben az időben jelenik meg a latin vitorlázat a római kishajókon. 860-ban [Nagy Alfréd](#) megépíti az első angol flottát. 1200 körül elkezdik használni az iránytűt és a fatőre szerelt kormánylapátot. A XIII. században megjelennek két és háromárbocos hajók a Földközi-tengeren. Jellemzőjük a hátsó felépítmény. Az elő árboc volt a legmagasabb és kissé előre dőlt, majd a két következő egyre kisebb volt. Latin nevük: nave, nef vagy nao. A vitorlás hajók szélesebb körben 1600 körül jelentek meg, hasznosítva a szél energiáját és kiszorítva az evezős hajókat. 1750 körül elterjedt a kormánykerék és a különböző brigg-, show-, lugger-, stb. vitorlázat. Ez a vitorlášhajó korszak már csak 550 évig tartott. [Robert Fulton](#) 1807-ben hajtotta végre az első sikeres kísérletet oldalkerekes

⁸⁰ Surányi Oszkár: [Fahajómodell](#)

⁸¹ Guffa - Teljesen kör alakú, favázás, sásból font és bőrrrel illetve kátránnyal bevont vízi jármű.

gőzhajóval. Ez volt az első használható lapátkerekes gőzhajó, a Clermont hossza 45,7 méter, az egyhengeres gőzgép teljesítménye 20 lóerő volt, két lapátkereket hajtott. Első, 240 km-es útját a Hudson folyón, New York és Albany között 32 óra alatt tette meg 1807. október 7-én, és még abban az évben megkezdte az üzletszerű hajózást. Következő hajója Pittsburghben épült az Ohión, és New Orleans környékén működött. 1830-tól rendszeressé váltak a gőzhajójáratok Európában és az Atlanti óceánon. 1842-ben jelent meg az első csavaros hajó, ami kiszorította az oldalkerekes hajókat az elkövetkező időszakban és lehetővé tette a hadihajóknál a gőzmotor alkalmazását. A vitorláshajók nagy értéket képviseltek, így kivonásuk a forgalomból fokozatosan történt. 1900-ban jelentek meg a diesel-motorral vagy olajjal (pakurával) fűtött gőzturbinák és az első tengeralattjárók. 1960-ban helyezték üzembe az első atommeghajtású kereskedelmi hajót. Az elmúlt 200 évben a bázis – innovációs ciklus a tengeri hajózásban 50-60 évre csökkent, ami megegyezik a hosszú ciklusok mozgásával. Az ókorban és a középkorban viszont 9300 évig tartott az első innovációs ciklus és így feltételezhető, hogy ilyen hosszú volt az első Kondratyjev – ciklus is. 1900-ban a várható élettartam a születéskor 35 év volt, ez 1999-re 65 évre emelkedett átlagosan. Az ötven éves hosszú ciklusok, így egy generáción belül is észlelhetővé váltak.

4. tábla

A hajó innovációs ciklusai (i.e. 6000-től a XVIII. század végéig)*

Ciklus	Az emelkedés		Az esés		A ciklus időtartama
	időszaka	időtartama	időszaka	időtartama	
Első.....	i.e. 6000– i.e. 2800	3200	i.e. 2800– i.e. 250	2550	5750
Második.....	i.e. 250– i.sz. 860	1100	860–1200	340	1440
Harmadik.....	1200–1750	550	1750–1807	57	607

5. tábla

**A tengeri kereskedelmi hajók innovációs ciklusai
(a XIX. és XX. században)**

Ciklus	Az emelkedés		Az esés		A ciklus időtartama
	időszaka	időtartama	időszaka	időtartama	
Első.....	1807– (1830–1840)	23–33	(1830–1840) –1842	2–12	25–45
Második.....	1842–1885	43	1885–1900	15	58
Harmadik.....	1900–1930	30	1930–1960	30	60

A hajók innovációs ciklusai.⁸²

⁸² Goncsarov, V. N., Koloszov, A. N., Sipos, Béla. [1989]: [A Kondratyjev – ciklusok és a technikai fejlődés kapcsolata](#), i. m. pp. 149-156.

**A vasút innovációs ciklusai
(XIX. és XX. század)**

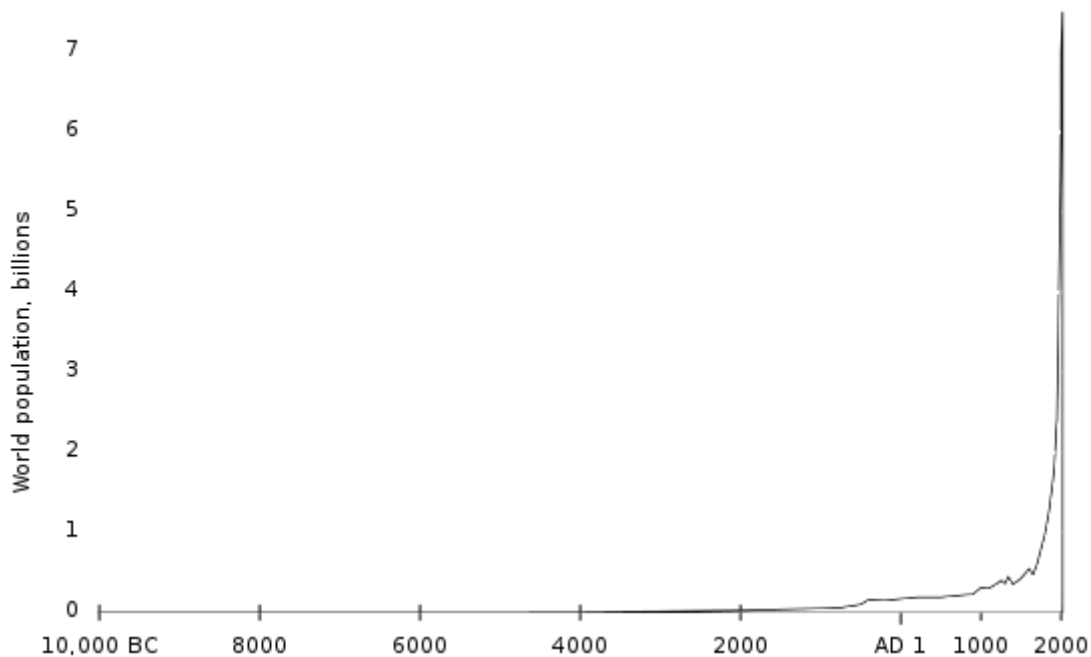
Ciklus	Az emelkedés		Az esés		A ciklus időtartama
	időszaka	időtartama	időszaka	időtartama	
Első.....	(1789–1814)– 1825	11–36	1825– (1830–1843)	5–18	16–54
Második.....	(1830–1843)– (1890–1897)	47–67	(1890–1897)– 1902	5–12	52–79
Harmadik.....	1902– (1930–1938)	28–36	(1930–1938)– 1950	12–20	40–56
Negyedik.....	1905–				

A világ népességének duplázódása

Nagyjából 200 év alatt megnyolcszorozódott a Föld népessége. A Föld népessége évezredekig alacsony volt és lassan nőtt: időszámításunk előtt 10000 és 1700 között évi 0,04 százalék volt a népességnövekedés üteme. Az első milliárdot 1804-ben értük el, majd a következő milliárdok eléréséhez fokozatosan egyre kevesebb időre volt szükség. A világ népességének duplázódása i. e. 10000 és 1987 között^{83 84} a következőképpen alakult. Az 1860 előtti demográfiai adatok becsléseken alapulnak. A Föld népessége a kezdetektől kezdve növekszik és a növekedés üteme is gyorsul. 10 duplázódási időszakot lehetett megbecsülni. A duplázódások hasonló tendenciát mutatnak mint az előzőekben bemutatott a tengeri kereskedelmi hajók innovációs ciklusai. Az újkőkor (neolitikum) kezdetén, mintegy 12000 éve 5 millió ember élhetett a földön. 2005-ben a világ népessége viszont már 6500 millió volt, tehát 1300-szor annyi ember élt a földön 2005-ben, mint 12000 évvel korábban. Az első duplázódáshoz 3000 évre volt szükség, a másodikhoz 2500 évre, majd igen lassan, de csökkentek a duplázódási idők, végül 1850 és 1950 között – az első és második ipari forradalom eredményeként – már csak 100 év volt a duplázódási idő, ami 1950 és 1987 között 37 évre rövidült. 2005-ben viszont növekedett a duplázódási időszak, értéke 42 év volt. Az utolsó duplázódást 1950 után hatalmas méreténél fogva népességrobbanásnak is nevezik.

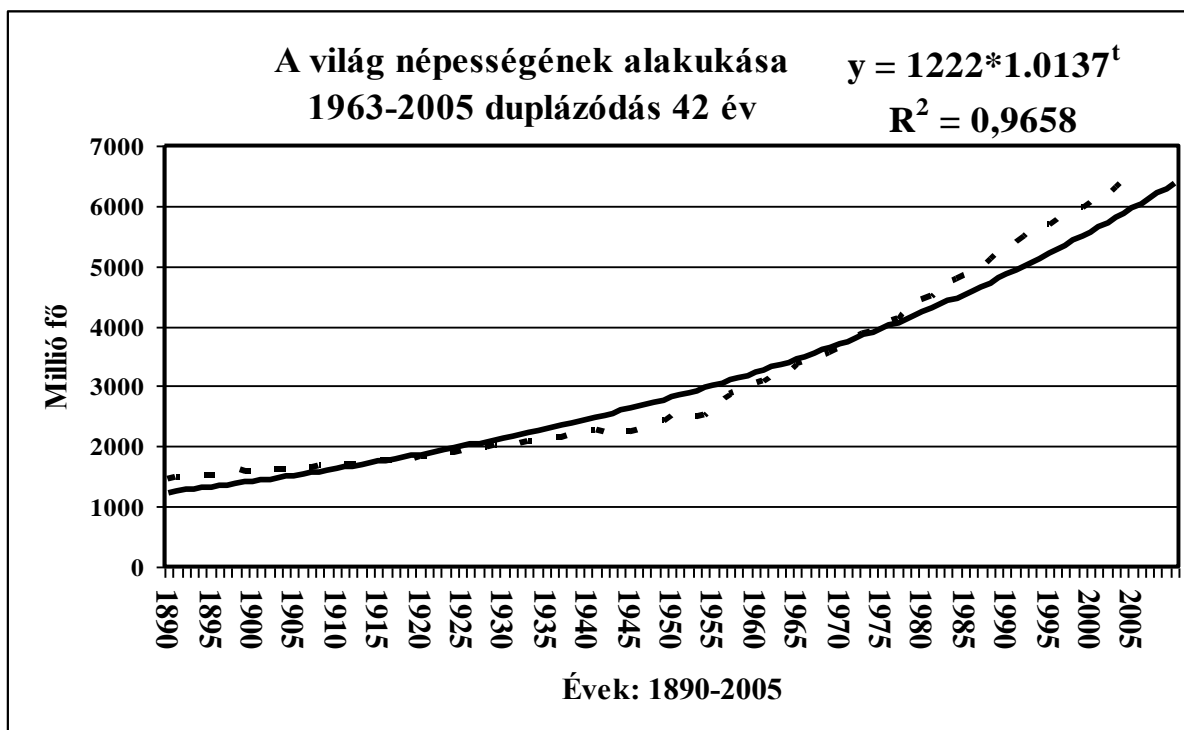
⁸³ Magyar Statisztikai Évkönyvek. KSH, Budapest, 1960-2004.

⁸⁴ Világgazdasági idősorok. 1860-1960. [1964]: KSH. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 151.



[A világ népességének alakulása](#) i. e. 10000 óta.

Az alábbi ábra 1890 és 2005 közötti tényleges adatok felhasználásával mutatja a világ népességének alakulását, az átlagos évenkénti növekedési ütem, az exponenciális trend alapján, 1.37% ($1.0137 \cdot 100 - 100 = 1.37\%$). A növekedési ütem 1950 és 2005 között viszont magasabb volt: 1.83 %. A termelési illetve termelékenységi növekedési ütemek általában meghaladták a világ népességének növekedési ütemét. A duplázódási idők csökkenése eredményeként a technikai fejlődés felgyorsult és az évszázados trendek és a hosszú ciklusok periódus ideje rövidült.



[Első milliárdot](#) a föld 1804-ben érte el. Második milliárdot 1927-ben (123 év után). Harmadik milliárdhoz már csak 33 év kellett – 1960. Negyedik milliárd 1974-ben lett elérve mindössze 14 év kellett hozzá. 5 milliárdhoz már csak 13 évre volt szükség, 1987-ben, a 6 milliárdhoz 12 év volt szükség

1999-ben. Ugyan ennyi év kellett a 7 milliárdhoz, 2011-ben. [2023-ban](#) a világ népessége meghaladta a 8 milliárdot, amihez megint csak 12 évre volt szükség.

A rövid (Kitchin) készlet vagy leltár ciklus kimutatása⁸⁵⁸⁶

A 3-5 éves rövid ciklus, amit „üzleti ciklusnak” nevezünk, valójában a készlet befektetési ciklus. A vállalatok különböző okok miatt tartanak készleteket. Először szükségük van rá tranzakciós célra és végezni fognak készlet befektetéseket, hogy az aktuális készleteket a kívánt szintre beállítsák, későbbi eladási célra. Másodszor tartani kívánhatnak külön készleteket spekulációs célokra, például ha áremelkedésre vagy anyagiánnyra számítanak. Harmadszor, akarhatnak puffert [közbenő] készletet tartani, hátha külön [extra] kereslettel találkozhatnak, pl. az idegenforgalom felfutása révén. A termelés és a kereslet közötti ellentmondás [eltérés] eredménye a nem kívánt készlet. A kereslet növekedése elfogyasztja a készleteket, míg a kereslet stagnálása a készletek növekedését eredményezi. A második világháború után [1948-1980. között] a készlet befektetési ciklus megközelítően 48 hónapos volt Európában. Az USA-ban nyolc háború utáni [1946 utáni] ciklusra 38 hónap hosszúságot mutattak ki. 1930-ig viszont fordított volt a helyzet, Angliában, Franciaországban a Kitchin ciklus egy harmaddal rövidebb volt, mint az USA-ban. Az USA-ban 1854 és 1961. között 107 év alatt 26 Kitchin ciklust mutattak ki. A ciklusok átlagos hossza 49 hónap, a legrövidebb ciklus 17 hónap, a leghosszabb 101 hónap volt. A felszálló ág átlaga 30 hónap [szóródás 10-80 hónap] a leszálló ág átlaga 19 hónap [szóródás 7-65 hónap] volt. Az évszázados trend 1896 és 1961 között növekedést mutatott, 1854 és 1896 között pedig leszálló ágban volt. Ez is befolyásolhatta azt, hogy a felszálló ág átlag időtartama 11 hónappal meghaladta a leszálló ágét. A nemzeti sajátosságok jobban érvényesülnek a rövidebb, Kitchin ciklusok alakulásában, míg a hosszabb ciklusok [pl. Kondratyjev, évszázados trend] esetén már világtendenciáról beszélhetünk.

Az idősor elemei a **rövid ciklus** vizsgálatánál a következők lehetnek:

1. Trend, ami lehet valamely hosszú ciklus fel, vagy leszálló ága
2. 3-5 éves Kitchin ciklus
3. Szezonális hullámzás
4. Véletlen hatás

Ha csak rövidebb ciklusokat vizsgálunk, akkor a szezonhatást küszöböljük ki mozgóátlagolással, s ezután a trendhatást. Havi adatoknál 12 tagú, negyedéves adatoknál 4 tagú mozgóátlagolást alkalmazunk. A korábbi jelöléseket alkalmazva:

A kapcsolódás módja lehet additív:

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} + s_j^* + c_1^* + v_{ij}^*$$

Ebből a rövid periódusú ciklus:

$$c_1^* = y_{ij} - (\hat{y}_{ij} + s_j^* + v_{ij}^*)$$

⁸⁵ Kitchin, J. [1923]: Cycles and trends in economic factors. i. m. 10–16.

⁸⁶ Van Duijn, J. J. [1983]: The long wave in economic life. i. m.

A kapcsolódás módja lehet multiplikatív:

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} * s_j * c_1 * v_{ij}$$

Ebből a rövid periódusú ciklus:

$$c_1 = y_{ij} / (\hat{y}_{ij} * s_j * v_{ij})$$

Az elemzés és a prognóziskészítés során át kell tekintenünk azokat a módszereket, amelyek megadják a jövőre vonatkozó adatokat és információkat. A trendfüggvény típusok esetében például ismernünk kell a függvények sajátosságait és kiválasztásuk módszereit. Vizsgálunk kell többek között: a trend függvényt leíró formulát, annak sajátosságait.

Additív kapcsolat esetén a trendet az eredeti idősorból kivonjuk, $(y_{ij} - \hat{y}_{ij})$ multiplikatív kapcsolat esetén az eredeti idősort a trenddel osztjuk (y_{ij} / \hat{y}_{ij}) , így kiküszöböljük a trendhatást. Ezt követően, ha havi adatokkal rendelkezünk, 12 tagú mozgóátlagát vesszük a különbségeknek (additív kapcsolat) vagy a hányadosoknak (multiplikatív kapcsolat). Így mivel havi adatokkal rendelkezünk kiküszöböltük a szezonális hullámzást és a véletlen hatást is. A kapott adatsor illetve grafikus ábra a konjunktúra ciklust mutatja. Eljárhatunk úgy is, hogy először mozgóátlagolással (pl. napi adatoknál, ha 252 munkanap van egy évben, akkor a mozgóátlag tagszáma 252, havi adatoknál 12, negyedéves adatoknál pedig 4) a szezonális hullámzást és a véletlen hatást kiküszöböljük ki, majd ezt követően szűrjük ki a mozgóátlagolású adatsorból a trendhatást, az előzőekben ismertetett módon. Azt, hogy a trend és a szezonhatás kapcsolódása additív, vagy multiplikatív egyszerű módszerrel megállapíthatjuk: ha a trend növekvő (pl. a lineáris trend b_1 együtthatója pozitív vagy az exponenciális trend b_1 együtthatója nagyobb, mint 1) és additív a kapcsolat, akkor a komponensek összegződnek, tehát az amplitúdók nem változnak, nem függenek a trend nagyságától. Multiplikatív kapcsolat esetén viszont a tényezők szorozódnak és a növekvő trend miatt az amplitúdók nőnek.

Csökkenő trendnél (pl. a lineáris trend b_1 együtthatója negatív vagy az exponenciális trend b_1 együtthatója kisebb, mint 1, de nagyobb mint 0) additív kapcsolatot jelez, ha nincs változás az amplitúdókban, mivel összegződnek a tényezők. A multiplikatív kapcsolatot viszont az jelzi, hogyha az amplitúdók az időben előrehaladva csökkennek, tehát csillapodó a rezgés.

A Juglar vagy állandó befektetési ciklus⁸⁷

A 8 – 10 éves beruházási ciklus. Az állandó tőke befektetések a tőkejavak minden fajtáját magában foglalják: gépek, berendezések, épületek stb. A Juglar ciklus kifejezetten összefügg a gépi és berendezési befektetések hullámzásával. A Juglar ciklust ezért csak akkor tudjuk kimutatni, ha sikerül kiküszöbölnünk az épület és más tartós tőkejavak befektetése által létrehozott ciklusokat idősorainkból. Az USA-ban 1947 és 1979 között négy teljes Juglar ciklust mutattak ki. [A csúcspontok 1949-ben, 1956-ban, 1967-ben, 1973-ban, a mélypontok 1955-ben, 1961-ben, 1971-ben és 1976-ban voltak.]

A Kuznets vagy építési ciklus⁸⁸

A 15 – 20 éves építési ciklus. A Kuznets ciklus „amerikai” ciklus⁸⁹, amerikai közgazdászok fedezték fel, ugyanis az USA olyan ország, ahol az építési ciklus a legjobban látható volt. Rostow csak 1840 és

⁸⁷ Juglar, C. [1862]: Des crises commerciales et leur retour periodique en France, en Angleterre et aux Etats. i. m.

⁸⁸ Kuznets, S. [1930]: Secular movements in production and prices. i. m.

⁸⁹ Van Duijn, J. J. [1983]: The long wave in economic life. i. m.

1914 közötti időszakra fogadja el a Kuznets ciklus létét. A nemzetközi szakirodalom alapján kérdéses, hogy megszűnt-e 1914 után a Kuznets ciklus, de az bizonyított, hogy létezett a Rostow által említett időszakban. Az USA-ban, Dauten és Valentine vizsgálatai alapján 1861 és 1975 között az aggregált [lakó és nemlakó épületekbe történő] befektetések alapján 6 Kuznets ciklust mutattak ki, a ciklusok átlagos hossza 16 év, nagyjából 11 éves növekvő és 5 éves csökkenő szakasszal, de az eltérés ezektől az átlagoktól jelentős. [A növekvő szakasznál 7-15 év, a csökkenő szakasznál 1 és 7 év volt a szóródás]. A vizsgált időszakban az évszázados trend túlnyomó részt [1896-1974] felszálló ágban volt, így - a Kitchin ciklushoz hasonlóan – ez is magyarázhatja azt, hogy a felszálló ág időtartama átlagosan több, mint duplája a leszálló ág időtartamának [11:5 = 2,2]. A Kuznets ciklus magyarázata nagyon támaszkodik a gazdasági és demográfiai változók közötti kölcsönhatásokra. Ha egy gazdaság adott időpontban teljes kapacitással működik, akkor a befektetési kereslet növekedése eredményeképpen nőnek a bérek, a munkanélküliség aránya csökken, nő a bevándorlás, vagyis mindez családalapítást indukál, ami a lakásépítés felfutását eredményezi. A Kuznets növekedési szakasz 1861-71-ben, 1878-92-ben és 1898-1912-ben mind figyelemre méltóan egybeesik a kivándorlással Európából az USA-ba. A II. világháború végéig a Kuznets ciklus Nagy-Britanniában fordítottan alakult az USA-hoz képest, vagyis az USA építési csúcspont nagyjából egybeesett az építési mélyponttal Nagy-Britanniában. Ez magyarázható a kivándorlások miatt bekövetkezett demográfiai ciklus alakulásával is. A II. világháború után a Kuznets ciklus 1947 és 1979 között az USA-ban kimutatható, a lakó és nemlakó épületekbe történő befektetések alapján. A Kuznets csúcs megjelenik 1955-ben és 1972-ben, a mélypont 1958-ban és 1975-ben. Ebben az esetben 3 éves mozgó átlagolást alkalmaztak, vagyis csak a Kitchin ciklust küszöbölték ki. A 9 éves mozgóátlagolással a Juglar és a Kitchin ciklust is kiküszöbölték, így a Kuznets csúcs 1955-ben maradt, viszont a másik visszament 1969-be. A Kuznets csúcsok megelőzik a Juglar csúcsokat, 1955, előbb van, mint 1956 és 1972 [illetve 1969], előbb van mint 1973. Történelmileg a teljes gazdasági tevékenység nagy visszaesését [a Kondratyjev ciklus] megelőzte a Kuznets ciklus csúcspontja [a visszaesés kezdete]: 1871-73, 1927-29 és 1972-73. A trendhatást is kiküszöbölték a Kuznets [illetve, korábban a Juglar] ciklus kimutatásánál. A mozgó átlagolt [3 illetve 9 tagú mozgó átlag] adatokhoz exponenciális trendet illesztettek, majd minden adatot osztottak e trend értékével. Az így kapott görbe mutatta a Kuznets ciklust.

A ciklusok periódusának becslése deduktív módszerrel⁹⁰:

A periódust két tényező időtartama határozza meg.

1. A gesztációs idő: a ciklus hosszát meghatározó egyik idő, az az idő, ami alatt a ciklust hordozó objektum alkalmassá válik feladata betöltésére (adaptációs időnek is nevezik).
2. Az élettartam: a ciklus hosszát meghatározó másik idő, az az idő, ami alatt a ciklust hordozó objektum alkalmas a feladata betöltésére.

A ciklus periódusát (T) tehát a hordozó objektum gesztációs (kihordási) ideje, (jele, g) és élettartama, működési ideje (jele, b) alapján becsülhetjük az alábbi összefüggés szerint:

$$T = 2\pi\sqrt{g \times b}$$

Az ember esetében g (terhesség ideje) 0,75 év, b (várható élettartam) 72 év, akkor a periódus:

$$T = 2\pi\sqrt{0,75 \times 72} \approx 46 \text{ év, ez egy Kondratyjev – ciklus.}$$

Építkezés esetében, ha az építkezés ideje 4 hónap, tehát $g=4/12=0,33$ év, az épület élettartama, $b=30$ év, akkor a periódus:

⁹⁰ Ld.: Bródy András [1983]: A lassuló idő. KJK. Budapest.

$T = 2\pi\sqrt{0,33 \times 30} \approx 20$ év, ami egy Kuznetz – ciklus.

Gépkocsi esetében $g=0.083$ év, $b=5$ év:

$T = 2\pi\sqrt{0,083 \times 5} \approx 4$ év, ami egy Kitchin – ciklus.

Kulturális ciklus esetében a tanulás ideje: $g=25$ év, 70 éves korig végzett szellemi munka esetében: $70-25=45$ $b=45$

$T = 2\pi\sqrt{25 \times 45} \approx 210$ év, ami egy kulturális ciklusnak felel meg.

A zavaró hatásokat leíró véletlen változók

A véletlen ingadozás az idősorban kimutatható szabálytalan mozgás, ami nem mutat semmiféle törvényszerűséget. amelyekről többnyire csak azt feltételezik, hogy várható értékük additív kapcsolatnál 0, illetve multiplikatív kapcsolat esetében 1. A tapasztalati idősorok adatai általában eltérnek a trend, a ciklus és a szezonálítás alapján várt értékektől. Az eltérést a szabálytalan, rövid távon ható véletlen ingadozás okozza.

Kiegészítésként meg kell említeni a **strukturális törést**. Strukturális töréseknek nevezzük az olyan egyszeri, jelentős tendenciaváltozásokat, melyek oly számottevően befolyásolják az adott időszakban a jelenség alakulását, hogy külön vizsgálatot igényelnek. Strukturális törés megléte esetén fontos cél, a létrehozó ok vagy okok feltárása, a hatás vagy hatások tovagyűrűzésének, esetleges „elhalásának” elemzése. Ha a strukturális törések száma és jelentősége nagy, akkor a dekompozíciós idősorelemzés módszereinek hatékonysága megkérdőjelezhető.

Nyikolaj Dmitrijevics Kondratyjev tragikus élete és munkássága

Nyikolaj Dmitrijevics Kondratyjev (oroszul: Николай Дмитриевич Кондратьев; Galujevszkaja, 1892. március 16. – Kommunarkai kivégzőhely, Moszkvai terület, [1938. szeptember 17.](#)) szovjet-orosz közgazdász, konjunktúra kutató, az Új gazdaságpolitika (NEP) híve, ami az 1920-as években előmozdította a kis magán, szabadpiaci vállalkozásokat a Szovjetunióban. A 45-60 éves hosszú ciklusokat a hazai és a nemzetközi szakirodalomban felfedezőjéről [Kondratyjev-ciklusnak](#) hívják. Kondratyjev a Szovjetunió első ötéves tervének kidolgozásában is részt vett. Az Orosz Birodalom Kosztromai kormányzóságában [Galujevszkaja](#) faluban (ma: Ivanovói terület, Vicsugai járás) született 1892. március 16-án paraszti családban. A tíz gyermek között ő volt a legidősebb. Alapfokú iskolába a helyi járási egyházi gyülekezeti iskolában kapott (1900–1903), majd a hrenovói egyházi tanítóképző szemináriumba járt (1906–1907). Később beiratkozott a földművelési-kertészeti szakképző iskolába (1907–1908) és részt vett Szentpéterváron Alekszandr Csernyajev általános műveltséget adó előadásain (1908–1911). 1911-ben a kosztromai gimnáziumban külsős érettségi vizsgát tett. Az érettségi vizsga évében beiratkozott a Szentpétervári Egyetem jogi karára.

1915-ben jelent meg első monográfiája, – ami diplomamunkája volt – A Kosztromai kormányzóság Kinyesmai zemsztvójának gazdasági fejlődése címen. Kondratyjev ezt a munkáját 1915-ben, 23 éves korában írta és monográfiájáért doktori címet kapott. Kondratyjev az októberi forradalom után 1918 elején Moszkvába költözött, rövid ideig a moszkvai Központi Bankban dolgozott. A februári forradalom után a földreformot előkészítő bizottságban tevékenykedett, valamint az e párt tagjaként az Ideiglenes, rövid ideig működő (1917. július 21.– 1917. november 7.) [Kerenszkij](#) kormányban 1917. október 5-től november 7-ig élelmezésügyi miniszterhelyettesként dolgozott. 25 évesen az októberi

forradalom után az akkor [Nagy Péterről](#), (I. Péter orosz cárról) később [Tyimirjazevről](#) elnevezett moszkvai mezőgazdasági akadémia professzora lett. Itt szervezték meg 1920-ban a Szovjetunió első konjunktúrakutató intézetét, amely hamarosan a Pénzügyi Népbiztosság irányítása alá került, igazgatója pedig Kondratyjev lett. Kondratyjev 1920 és 1928 között vezette ezt az intézetet, amikor leváltották. Az intézetben egy kis létszámú (mintegy 50 fős) szakértő gárda dolgozott. Pl.: J. J. Szluckij, M. V. Ignatyjev, N. P. Makarov, A. V. Csajanov, N. P. Ognavoszkiy és mások. 1922-ben publikálta: „A gabonapiac és szabályozása Oroszországban a háború és a forradalom idején” című dolgozatát. Kondratyjev a hosszú ciklusok problémakörét először az 1922-ben, Vologdában kiadott könyvében fogalmazta meg. Könyvének címe: „A világ gazdaság konjunktúrái a háború alatt és után”. Kondratyjev és Pityirim Alekszandrovics [Szorokin](#) szociológus feleségeikkel 1924-ben az USA-ban voltak tanulmányúton. Erről fényképet is közölt Arejev és Mjaszedov tanulmányában, ami 2013-ban egy orosz szaklapban jelent meg.



[Szorokin és Kondratyjev](#)

Kondratyjev megismerkedett a Harvard iskola tagjaival. Közülük a legnagyobb hatást rá [Wesley Clair Mitchell](#) gyakorolta, aki a NBER [National Bureau of Economic Research](#) (Nemzeti Gazdaságkutató Intézet) egyik vezetője volt és a konjunktúraciklusok okainak feltárásában játszott úttörő szerepet.



[Wesley Clair Mitchell](#)

Ha Kondratyjev feleségével, úgy mint Szorokin az USA-ban marad, Nobel-díjas közgazdász lehetett volna. A történelem sajnos nem ismeri a ha-t, csak a volt-at.

Amerikai útja után ezt az elméletet fejlesztette tovább legjelentősebb munkájában, amit „A konjunktúra nagy ciklusai” címen közölt orosz nyelven 1925-ben. Egyik utolsó munkája, ami a Szovjetunióban megjelent, a Kondratyjev, N. D. és Oparin, D. I. közötti vita a konjunktúra hosszú ciklusairól. Már 1927-ben Sz. G. Sztrumilin az Goszplan egyik vezetője a „narodnyikság epigonja” címen intézett támadást ellene. [Lev Kritzman](#) (1890-1938) 1928-1931 között az Agráregyetem igazgatója, 1931-1933 között az Állami Tervbizottság elnökhelyettese is aktív szerepet játszott N. D. Kondratyjev és [A. V. Csajanov](#) (1888-1937) elleni hajtóvadászatban. Ennek ellenére Kritzmant 1938 június 17-én

kivégezték. 1930 júliusában letartóztatták Kondratyjevét és több társát és harc indul a “Dolgozó Parasztság Pártja” ellen. Kondratyjev először a moszkvai [Butirka börtönben](#) raboskodott, ahol folytatni tudta tudományos tevékenységét és megírta „A közgazdasági statika és dinamika alapvető problémái. Előzetes vázlat” c. monográfiáját, amit feleségének átadott. Kondratyjev leánya átadta a kéziratot a Nauka könyvkiadónak, ami 1991-ben orosz nyelven megjelent. (Основные проблемы экономической статистики и динамики: Предварит. эскиз / Подгот. Иванов В. В., Ковалева М. С.; АН СССР. Ин-т социологии. Комис. по науч. наследию Н. Д. Кондратьева. – М.: Наука, 1991. – 570 с.: 1 л. портр. – (Сер.: Социол. наследие). – Имен. указ.: с.562-568.)

Kondratyjev életének utolsó éveit 1932. februárjától a szuzdali elkülönítő táborban töltötte. Feleségének, Jelenának 1932-1938 között írt levelei fennmaradtak és publikálásra kerültek először orosz, majd magyar nyelven is. Ezek a „[Szuzdali levelek](#)” 2000.(12. évfolyam). Fordította Kovács János Tamás, akinek megjegyzései: „Kondratyjevét 1930 júniusában tartóztatják le, mint a „Dolgozó Parasztok” állítólagos pártjának állítólagos vezetőjét. A koncepció persze, melyet végül máig ismeretlen okból elejtenek, vad propagandakampány előzi meg az ún. Kondratyjevcsina ellen, melynek során Kondratyjevét és társait (a legismertebb közülük A. V. Csajanov) a Buharin vezette ún. jobboldali ellenzék lejáratására is felhasználják. A megkülönböztetett figyelmet egyebek között azzal érdemli ki, hogy a húszas évek során tudományos műveiben hitet tesz a gazdaság organikus, agrárszektorra támaszkodó, piacbarát és a világpiacon is nyitott fejlesztése mellett. Neonarodnyiknak, eszer ellenforradalmárnak bélyegzik, holott csak nem volt bolsevik. Ha az lett volna, akkor se valószínű, hogy másként végzi. 1931 tavaszán, 39 évesen tanúként jelenik meg a mensevikek perében, ahol arra kényszerítik, hogy megtagadja korábbi nézeteit. Ezután még majd egy évig ül Moszkvában börtönben, míg Szuzdalba nem internálják. Szédületes tudományos pálya szakad meg ezzel, mely Tugan-Baranovszkij iskolájától, a Kerenszkij-kormány élelmezésügyi miniszterhelyettesi posztján át, a moszkvai Konjunktúrákutató Intézet irányításáig vezet. Még a moszkvai börtönben is alkot: húsz ívnyi kézirattal búcsúzik az élettől, mely A gazdasági statika és dinamika alapproblémái (Osznovnije problemi ekonomiceszkoi sztatiki i ginyamiki) címet viseli. E kéziratot szerette volna folytatni Szuzdalban. A levelet a V. V. Ivanov és M. Sz. Kovaljova által szerkesztett, hasonló című kötet közli (Moszkva, Nauka, 1991, 535-561.). Az itt következő összeállítás egy rövidítés rövidítése, illusztrációja a szerkesztők által már megválogatott levélrészleteknek. K. J. T.”

Részletek a Szuzdali levelekből, amiket feleségének írt:

1932. február 12. Szerencsésen megérkeztem. Dolgozni fogok a könyvemen, ha bírok. ...1932. február 17. Kedves, drága kis feleségem! A cella elég tágas, az asztal is megfelelő, zsámoly is van, így tudok olvasni és írni. Fűtenek. Naponta kétszer egy órát sétálunk. Éppen eleget vagyok ezért levegőn. A várakozások ellenére és a Butirka-börtöntől eltérően az ellátás itt kitűnő....Matematikával foglalkozom, valószínűségelmélettel, matematikai statisztikával. Úgy gondolom, hamarosan folytatom a kéziratomat. Kérlek, tudd meg az OGPU-ban, hogy megkaphatom-e az általam korábban összegyűjtött statisztikai anyagokat és az eddigi piszkozatokat. 1932. március 3. Az utóbbi időben úgy érzem magam, mint akit teljesen kizártak az életből. Létezem, ahogy eddig. Amikor korábban filozófiával foglalkoztam, sokat gondolkodtam a folyamatosság és azonosság elvén. Most konkrétan tapasztalom mindkettőt a gyakorlatban. Emlékezetből dolgozom. De ahogy telik az idő, annál inkább meggyőződöm arról, hogy a börtönben, ha nincs mód arra, hogy rendszeresen megkapjam a szükséges anyagokat és könyveket, lehetetlen bármi értelmeset és jelentékenyt csinálni. 1932. március 17. Eszembe jutott, hogy ma van a születésnapom. Akárcsak eddig, keveset dolgozom. Ennek alapvető oka az, hogy hiányoznak a szükséges könyvek és anyagok. Írtam erről egy kérvényt az OGPU-nak, ennek azonban még semmi eredménye. Sohasem feltételeztem volna, hogy még attól a jogomtól is

megfosztanak, hogy könyvet kapjak. Ha tudod, kérd meg te is, hogy engedélyezzék. 1932. szeptember 1. Ha módomban volna bizonyos kérdéseket tanulmányozni, átfogó művet alkotnék, melyben egy majdnem teljes és befejezett elméleti rendszert fejtenék ki. Visszatekintve azonban azt kell konstatálnom, hogy munkámmal felettébb lassan haladok. Az elmúlt néhány évben végsőkéig elfoglalt – ezt te tudod a legjobban – a hivatali szolgálat, most pedig, oly hosszú ideje már, a börtönhatóságokat szolgálom. A kiesett idő tudata nyomaszt, még hozzá kimondhatatlanul. 1932. október 20. Nem vagyok beteg, de továbbra is rosszul alszom, s ezért ködös a fejem. Látogatásaid mindig lelkesítenek. Nagyon kérek, hogy vedd meg és haladéktalanul küldd el nekem a Büntetőtörvénykönyvet, úgyszintén, ha van, valamiféle kiadványt a szovjet bírósági eljárásokról, és az Alkotmányt is. Ez nekem nagyon fontos. Szeretném gondosan átismételni, amit a szovjet jog alapjairól tudok. 1932. december 8. Mind gyakrabban gyötör a gondolat, hogy mi okból és kinek a számára mélyülök én el a tudományban. Ha nem hajtana az önzetlen tudásvágy, bele lehetne örülni az egészbe, bár nem vagyok meggyőződve arról, hogy nem így végzem majd....1933. szeptember 15. A napokban ismét láttam Andrejeva elvtársnőt.⁹¹ Arról a kérvényről is beszéltem vele, melyet nemrég [Kalinyinnak](#) küldtem. Elmondta, hogy a kérvény már a Központi Végrehajtó Bizottságban van, elvi döntést igényel, melyet még nem hoztak meg....1933. november 29. Tegnap levelet kaptam a mamától, teli szomorú és keserves hírrel. Meghalt a papa. Haldoklik Szerzs (a testvére Sz. D. Kondratyjev). Maga a mama is nagyon rossz állapotban van....1934. március 7. Folytatgatom a trendről szóló munkát. Ez a probléma a legszorosabb összefüggésben van az emberiség fejlődési lehetőségeivel, már ami a hosszú távon elérhető gazdasági jólétet illeti. Következtetésem sok vonatkozásban saját magam számára is váratlanok. Munkám eredményei, ha bármikor is napvilágot látnának, valószínűleg még nagyobb felzúdulást váltanának ki, mint korábbi műveim. (Kondratyjev halála után, elsősorban [Fernand Braudel](#) és munkatársai igazolták, hogy a Kondratyjev ciklusok is duplázodnak, ezeket évszázados- vagy megatrendeknek hívjuk. Kondratyjev munkáiban még nem küszöbölte ki az évszázados trendeket. Braudel A történeti valóság három szintjének három időskálát felel meg: a rövid idő az események ideje, a közepes távú konjunktúra-ciklus a konjunktúra ideje, a hosszú idő, a „longue durée” az alapszintet adó struktúrák idő-mértéke. S. B.) ... 1934. március 21. Nem vagyok nagyon jó véleménnyel saját tudósságomról, hát még az eszemről. Mégsem tudom nem észrevenni, hogy mennyi keserűséget és csüggedést hoztam magammal a te életedbe, mely felhőtlen és nyugodt lett volna egy olyan férj mellett, aki sablonos életet él és képes az árral úszni. Leveledben volt egy talányos kifejezés arról, hogy valaki engem a dinamika bizonyos problémáinak kiváló ismerőjeként tart számon. Hogy pontosan ki ez az illető, azt te szemmel láthatóan nem tekintetted lényegesnek. Nyilvánvalóan [Irving Fisher](#) (1867-1947) professzor egyik kijelentését említed. Fisher professzor annyira jelentős (valószínűleg ma az egyik legjelentősebb) világnagyság, hogy véleménye számomra távolról sem közömbös, sőt nagyon nem közömbös. Ezért kérve kérek, hogy tudósíts erről részletesen. Ha nyilatkozott valamit a sajtóban a munkáimról, nem tudnád annak szövegét elküldeni nekem?... 1934. június 19. Pontosan négy év telt el, amióta börtönbe zártak. Már nem sok van hátra: épp ugyanennyi. A napokban kértem egy kaszát és lekaszáltam a kertben a fűvet. A paraszti munkában sok egészséges és szép van. Önkéntelenül is eszembe jutott gyermekkorom, amikor a muzsikokkal együtt kaszáltam a csodálatos nyári harmatban a mezőn. 1934. július 11. Hosszadalmas ellenőrzés után arra a következtetésre jutottam, hogy az egyenleteket helyesen állítottam fel és oldottam meg. Sőt, megoldásukat már többre is tartom, mint eddig. További kutatásokat végezve ma hajlamos vagyok azt gondolni, hogy az említett egyenletrendszer a szó valódi értelmében felfedezés, mely lehetővé teszi, hogy a közgazdasági elmélet teljesen új, rendkívül gondolatébresztő és

⁹¹ M. F. Andrejeva színésznő, Gorkij felesége, a PPZ, a politikai foglyok segélyszervezetének vezetője.

fontos fejezetét alkossuk meg, ráadásul szigorú és pontos rendben. Sikerült egy felettébb egyszerű képletet elő-állítanom, amely, ha ismerjük a nemzetgazdaság bármely két fő mutatóját, mondjuk, a munkaképes lakosság számát és a nemzeti tőke nagyságát, akkor elég pontosan, egyszerű számítások útján meg tudjuk határozni (és előre tudjuk jelezni) a gazdaság összes többi alapadatát, olyanokat, mint a nemzeti jövedelem, a munkabér, a kamat, stb. Bevallom neked, hogy rég nem kaptam ily csodálatos eredményeket, nem vártam őket, és meglepődtem, amikor Anglia és az Egyesült Államok adataival összevetve igen pontosan igazolódott a felfedezett törvényszerűség. Annyira hálás vagyok neked, kedves kis feleségem, hogy ha élek, megírom és valaha kiadom a trendről szóló könyvemet, neked fogom ajánlani....Bizonyos általános előfeltevésekből kiindulva, melyek megfelelnek a Marx bővített újratermelésről szóló tanításainak (A Tőke, II. kötet), differenciálegyenlet-rendszert alkot-tam. Minden jel arra mutat, hogy az így nyert képletek lehetővé teszik, hogy ... meghatározzuk, egy ország másiktól való elmaradásának a mértékét.

1934.

(Kondratyjev ezen gondolatai a termelési függvényekre vonatkoznak, tehát felismerte a témakör jelentőségét, de a kutatásra a Szuzdali elkülönítő táborban már nem volt lehetősége. [Cobb és Douglas](#) voltak világviszonylatban az elsők, akik 1928-ban (amikor Kondratyjevot leváltották, mint igazgatót és eltávolították a Konjunktúra Kutató Intézetből) publikálták ez irányú eredményeiket. Ld.: [termeléselmélet](#). 1970-1982 között számos tanulmányt publikáltam a vállalati és ágazati termelési függvények témakörében és 1982-ben a „Termelési függvények-vállalati prognózisok” c. könyvemben foglaltam össze kutatási eredményeimet. A könyvet a Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó adta ki. [Kádas Kálmán](#) világviszonylatban harmadik volt, aki Cobb-Douglas termelési függvények témakörében tanulmányt publikált. A második [Irving Fisher](#) volt, akit Kondratyjev levelében megemlített. Kádas Kálmán: Az emberi munka termelékenységének statisztikai vizsgálata a magyar gyáriparban. Magyar Statisztikai Szemle, 1944. július-augusztus. Idézett könyvemben foglalkoztam a „Kádas-féle termelésifüggvény-számítás kiegészítésével.” (Id. mű.: 111-120. old.) S: B.)

1934. augusztus 15-én összefoglalta tudományos kutatómunkájának eredményeit. Ezek lennének orosz nyelven megjelent legfontosabb munkáim írta:

- a) A társadalmi-gazdasági fejlődés törvényeiről szóló fő tanítások. (1914)
- b) A gabonapiac... (1922)
- c) A világ gazdaság és konjunktúra a háború idején és a háború után (1922)
- d) A tudományos előrelátás problémája (1927)
- e) Az ipari és mezőgazdasági áruk árának dinamikája (1928)
- f) Több mint 100 tudományos cikk különféle folyóiratokban.

Más nyelveken kiadott műveim Amerikában a Quarterly Journal of Economics, Németországban az Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik és a Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Franciaországban a Revue internationale du Travail. Az utolsó kérdés, mely téged érdekel, itt végzett tudományos munkám. Ez a bővített újratermelés dinamikájának problémáját feszegeti.

(Magyarországon a Történelmi Szemle 1980-ban közölte Kondratyjev eredeti 1925-ben megjelent orosz nyelvű tanulmányának, angol változatát, amik 1935-ben, aztán 1979-ben jelentek meg. (Kondratieff, N. D. 1935: The long waves in economic life. The Review of Economic Statistics. 17. évf. 6. sz. Nov. pp. 105–115. Kondratieff, N. D. 1979: The long waves in economic life. Review. 2. évf. 4. sz. pp. 519–562.) Kondratyjevnek 145 publikációja jelent meg különböző nyelveken (oroszul, angolul, franciául, magyarul németül, spanyolul) ebből 20 letartoztatása 1930 után. E munkák többsége az eredeti publikációinak a fordításai. S. B.)

1938. utolsó levelei, amelyekből kiderült, hogy nagyon rossz volt az egészségi állapota:

„1938. május 2. Az emberi jellem 90%-ban nem az öröklődés, hanem a nevelés következménye. Ami engem illet, mint tudod, semmilyen nevelést nem kaptam, mint a parasztyerekek többsége. De ha nem lett volna ilyen a jellemem, talán sohasem jutok el a faekétől a professzori katedráig. Lehet, hogy az jobb lett volna?

1938. július 17. Kedves kis feleségem! Nyugtalanít a hír, hogy gyengélkedsz. Te magad könnyűnek érzed betegségedet. De a hozzád hasonló természetű emberek, kivált ha orvosi környezetből jönnek, mind így gondolják. A lehető legkomolyabb figyelmet kell fordítanod egészségedre, nemcsak azért, mert az az emberi élet legfőbb értéke, hanem azért is, mert a te gondjaidra van bízva Aljonuska, kizárólag a te gondjaidra. Ezért nem helyeslem a szándékodat, hogy a szabadság alatt Moszkvában akarsz maradni. Ha van rá pénzügyi és egyéb lehetőséged, feltétlenül utazz falura és ne csinálj ott semmit. Élj növényi életet, táplálkozz, szívód be a tiszta levegőt, fürödj a nap sugaraiban és a vízben! Mostanában úgy tűnik, hogy mindez nemcsak sokáig egészségessé, de boldoggá is teszi az embert. De lehet, hogy csak azért gondolom így, mert már régesrég meg vagyok fosztva mindettől.

1938. augusztus 15. Akárcsak, korábban, semmit sem tudok a sorsomról. Végtelenül belefáradtam a betegeskedésbe.

1938. augusztus 31. Egészségem nemhogy javulna, de az utóbbi időben még romlik is. Állandóan feküdnöm kell. Forrón öllelek és kívánok neked egészséget, sok sikert és boldogságot az életben. A te N. Kondratyev. Kedves, drága Aljonuskám! Remélem, hogy mint eddig, kitűnően tanulsz majd. Jó könyveket fogsz olvasni. Mint mindig, okos és jó kislány leszel. Hallgatsz a mamára és soha nem szomorítod el. Azt is szeretném, hogy ne felejts el teljesen engem, az apukádat. Légy egészséges és boldog. Milliószer csókol, apukád”

A fasizmus áldozatává vált Bálint György: „A halhatatlan szöveg” c. írásának alább idézett megállapításai Kondratyjev és kivégzett társai életművére is vonatkoznak: „Könyvtárak ezreit pusztíthatja el bomba és tűzvész: a szöveg azért valahol mégiscsak megmarad. Sok mindent el lehet venni az emberiségtől, meg lehet fosztani mindentől, ami életét értelmessé tette. Csak egyet nem lehet most már kiirtani: a szöveget. A szavak megmaradnak, az emberiség legszebb és legokosabb mondatai többé már nem veszhetnek el. Lehet, hogy évekig, évtizedekig nem akad senki, aki elolvassa vagy megértse őket, lehet, hogy évszázadokon át értelmetlenül merednek majd rájuk az új barbárság fiai – de ez nem nagy baj. Az a fontos, hogy megmaradnak, számos példányban, olvasható állapotban. Előbb-utóbb megint csak akadnak majd olvasóik... De azért ne higgyük, hogy az emberiség örök, nagy szavait nem éri bántódás a kultúra nagy kataklizmájában ... Sajnos, a szó számára nincs bombabiztos fedezék, a mondatot nem lehet óvó rendszabályokkal megvédeni a vandálságtól. A szöveg is szenved, szennyeződik és roncsolódik éppúgy, sőt, talán még súlyosabban, mint a kép vagy a szobor. Ijesztő sebeket kap, de azért elpusztítani mégsem lehet. Eldugott könyvespolcok mélyéről egyszer majd megint előkerül, fiatalon, tisztán, sértetlenül és diadalmasan.” (Kiemelés tőlem – S. B.)

Kondratyjev és társai munkáinak újbóli kiadásai bizonyították Bálint György igazát.

Kondratyjev munkatársai voltak többek között: N. P. Makarov, A. V. Csajanov, N. P. Oganovszkij, O. E. Pjáhinoj, N. Sz. A. N. Cselincev, Csetverikova, G. N. Holodkovszkij, M. V. Ignatyev, J. P. Gercsuk, A. L. Vajnstejn, E. E. Szluckom, V. E. Sirnik, T. I. Rajnov, N. I. Makaseva, Sz. A. Pervusin, L. N. Jurovskij, Sz. L. Maszlov, Sz. V. Bernstejn – Kogan. Egyes források szerint N. P. Makarovot (1886-1980) nem végezték ki. Az OGPU (Objedinyonnoje goszudarsztvennoje politiceszkoje upravljenje – Egyesített Állami Politikai Igazgatóság), azaz a politikai rendőrség adott nevet annak a csoportosulásnak (Trudovaja resztyjanszkaja partyija – Paraszti Munkapárt), amelyet az 1932-es koholt

vádirat szerint N. D. Kondratyjev vezetett, „Központi Bizottságában” helyet foglalt többek között Csajanov és L. N. Litosenko is. A vád szerint a kollektivizálást ellenző ellenforradalmi szervezkedés 1925/1926 folyamán egybefonta a szovjetellenes közgazdászokat, agrár szakembereket, tanítókat, statisztikusokat a rendszer megdöntésére; az „üggyel” kapcsolatosan 1930-tól összesen 1300 főt tartóztattak le. Kondratyjevet 1930-ban nyolc év börtönre ítélték, majd 1938-ban amikor kiszabadult volna kivégezték. A súlyos és borzalmas helyzetet, ami 1928-ban a Szovjetunióban kialakult, Sztálin az egyre gyengülő pártellenzék (Buharin) vagy a szakértő közgazdászok (Kondratyjev, Groman, Szadirin), a magas beosztású, de régi vágású tisztviselők nyakába varrta. A Kondratyjev és társai elleni per elhalasztása Sztálin döntése volt, ezt írta Molotovnak 1930. augusztus 6. után: „Azt gondolom, hogy a Kondratyjev–Groman–Szadirin-ügy nyomozását kellő alapossággal, nem sietve kell tovább folytatni. Ez nagyon fontos ügy.” „Kondratyjevet, Gromant és a gazemberek más párosát feltétlenül agyon kell löni.” 1930. szeptember 22-én már ezt a táviratot küldte: „Még várjatok a Kondratyjev-ügy bírósági átadásával. Ez nem teljesen veszélytelen. Őszig várjatok ennek az ügynek az eldöntésével. Október közepén majd együtt eldöntjük ezt a kérdést. Van néhány elképzelésem, ami ellene szól.” Közreadja Varga Lajos. Kordokumentum. „Feltétlenül agyon kell löni!” Sztálin levelei Molotovhoz, 1929–1930. Világosság. 1997. 2. szám. Kondratyjevet és 14 kivégzett társát a Szovjetunió Legfelsőbb Bírósága 1987. július 16-án rehabilitálta. Ld.: Nemzetközi Szemle, 1987-11-01/11. szám. Hét évtized. Lev Voszkreszenszkij: Visszatérés. Rehabilitált tudósok. Moszkovszkije Novosztji. (33. szám) 1987. augusztus 16. „Boldog az a nap, amely az igazság győzelmét hozza (és nem számít, hogy kis vagy nagy igazságról van-e szó). 1987. július 16-a ilyen nap volt: a Szovjetunió Legfelsőbb Bírósága, miután megvizsgálta a Szovjetunió főügyészének óvását a harmincas évek elején elítélt tizenöt állampolgár ügyében, hatályon kívül helyezte az 1931-ben, 1932-ben, valamint 1935-ben hozott ítéleteket, és a büntetőeljárást – bűncselekmény hiányában – megszüntette. A rehabilitációt már egyik elítélt sem érthette meg. Említsük meg mind a tizenötüket, hiszen büszke rájuk a szovjet tudomány, és némelyikük nevével a jövőben többször is találkozhat majd az olvasó: A. V. Csajanov, N. D. Kondratyjev, A. N. Cselincev, N. P. Makarov, L. N. Jurovskij, A. G. Dojarenko, A. A. Rübnyikov, L. N. Litosenko, Sz. K. Csajanov, L. B. Kafengauz, A. V. Tyejtyel, I. N. Leontyjev, A. O. Fabrikant, O. A. Hauke, N. V. Genzihadze.”

Magyarországon 1926 és 1948 között a Heller Farkas iskola tagjai ismerték és ismertették Kondratyjev hosszú hullámokkal kapcsolatos kutatási eredményeit. Néhány fontosabb könyv, amit publikáltak e témakörben: Andreich Jenő: A konjunktúrakutatás módszerei, MTA. Budapest, 1937. Kádas Kálmán: Áralakulás irányítása és a piaci egyensúly, Közgazdasági könyvtár. XXV. kötet. Budapest, 1941. Theiss Ede: Konjunktúrakutatás, A Mérnöki Továbbképző Intézet kiadványai, 15. kötet. 11. füzet. Budapest, 1943. Heller Farkas: [A közgazdasági elmélet története](#), Gergely R. Budapest. 1943.

1949-től a kommunista időszak közgazdaságtana a piaci folyamatok elemzésével nem foglalkozott, ez a gondolkodás akkoriban háttérbe szorult. Az ötvenes, de még a hatvanas évtizedben is sokszor napi érdekek és jó néhányszor dogmává merevült tudás – gyakran tudássá kikiáltott dogmák – alapján cenzúrázták meg eszmei örökségünket, tudományos és kulturális életünk maradandó termékeit. Hosszu ideig, lényegében az 1980-as évtized elejéig az említett időszak eredményeit megalapozatlanul, az eredeti művek ismeretének hiányában sematikusán ítélték meg. Kondratyjev nevét a hazai közgazdász kutatók 1979-ig meg se említették. A nyugati szakirodalomban is mintha elfelejtették volna Kondratyjev nevét és kutatási eredményeit. 1945-1950 körül megkezdődött a Kondratyjev-ciklus felszálló ága és 1896-tól az évszázados trend is felszálló ágban volt egészen 1973-ig. Úgy tűnt az 1960-as években, hogy a nyugati országokban el lehetett felejteni a válságokat. Az 1973-as olajválság megváltoztatta a közgazdász kutatók nagyobb részének véleményét. 1979-ben kiderült, hogy az 1945

óta tartó felszálló ág, az évszázados trendé és a Kondratyjev-ciklusoké megfordult és elkezdődött a leszálló ág, világméretű válság alakult ki. Kondratyjev féle hosszú ciklusok igazolása az 1973-as olajválság után Nyugat-Európa szakmai köreiből megkezdődött. Erről a tényről több hazai folyóirat beszámolt. Ezeket a híradásokat azért engedélyezték, mert úgy vélték, az 1973-ban kezdődő válság csak a tőkés társadalmakat sújtja a szocialista országokat nem. Néhány példa. „Hangok a nyugati sajtóból a világgazdaság helyzetéről.” A tudósok tanácsstalansága. Schumpeter tanítványai, így például a nyugat-berlini Gerhard Menschtől a következőt idézték: „Ha a mostani Kondratyjev-hullám lefolyása hasonlítani fog az elődökéhez, Mensch véleménye szerint a technológiai tespedés még 10—12 évig tart, éles világgazdasági válságba torkollik, majd azután „mélyreható technikai újításoknak féktelen áradata következik be.” Nemzetközi Szemle. 1975-03-01/3. szám.(Összeállította: Dr. Perneczky Béla) Vita. Gergely István. Külső infláció-gazdasági tisztánlátás és aktív cserearány-politika. Közgazdasági Szemle. 1975. december. Eric Hobsbawm: A kapitalizmus válsága történelmi perspektívában. Marxism Today. A tanulmány részletesen foglalkozik Kondratyjev elméletével. Közli a Nemzetközi Szemle. 1976-03-01/ 3. szám. 1987 előtt először történészek, pl. Berend T. Iván és főleg Kövér György, majd közgazdászok, pl. Bródy András, Bujdosó Dezső, ifj. Marosán György és Sipos Béla, a politológusok között meg Ágh Attila publikáltak önálló kutatásokon alapuló tanulmányokat a Kondratyjev-ciklusok témakörében. (ARCANUM Digitális Tudománytár és a KSH Statisztikai Szemle Archívum alapján) Az Annales-iskola tagjai 1945 után is kitartottak a hosszú ciklusok elmélete mellett és széleskörű kutatásokat végeztek, igazolták a Kondratyjev-ciklusok létezését a középkorban is. Véleményük szerint a Kondratyjev-ciklus is duplázódik, sőt feltételezhető, hogy a duplázódás folytatódik, bár ezt nehéz bizonyítani. A világökonómia idejének jellemzésére az árak és részben a bérek idősorait használták. Fernand Braudel 1956 és 1968 között szerkesztője volt annak az Annales címet viselő folyóiratnak, amely szemléletével új iskolát teremtett. Magyarországon a Világtörténet [1980. 4. számában](#) – magyarázó szöveg nélkül közölte Fernand Braudel: A tér és idő felosztása Európában c. könyv I. fejezetét (11-70), ami részletesen tárgyalja a Kondratyjev-ciklusokat.

Kondratyjev fontosabb publikációi:

Kondratyjev [144 publikációja](#) vált ismertté. Ebből adunk közre egy válogatást.

Кондратьев Н. Д. Развитие хозяйства Кинешемского земства Костромской губернии: Соц.-экон. и фин. очерк. – Кинешма: Изд. Кинешем. уезд. земства, [1915]: – 446 с.: табл., диагр. (Разд. паг.)

Кондратьев Н. Д. [1922]: Рынок хлебов и его регулирование во время войны и революции. - М.: Новая деревня.

Кондратьев Н. Д. [1925]: Большие циклы конъюнктуры. Вопросы конъюнктуры. – М., – Т. 1, вып. 1. – С. pp. 28–79.

Kondratieff, N. D. [1925]: The static and the dynamic view of economics // The Quarterly Journal of Economics. – Boston-Cambridge, – Febr., Vol.39, N 4. – P.575-583.

Kondratieff, N. D. [1926]: Die langen Wellen der Konjunktur. Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik. Berlin. 56. köt. pp. 573–609.

Кондратьев Н. Д. [1928]: Большие циклы конъюнктуры: Доклады и их обсуждения в Институте экономики. - М.

Кондратьев Н. Д. [1928]: Динамика цен промышленных и сельскохозяйственных товаров: (К вопросу о теории относит. динамики и конъюнктуры) // Вопросы конъюнктуры. - М.

Kondratieff, N. D. [1935]: The long waves in economic life. The Review of Economic Statistics. 17. évf. 6. sz. Nov. pp. 105–115.

Kondratieff, N. D. [1979]: The long waves in economic life. Review. 2. évf. 4. sz. pp. 519–562.

Kondratyjev, N. D. [1980]: A gazdasági fejlődés hosszú hullámai. Történelmi Szemle. 22. évf. 2. sz. pp. 241–269.[32]

Kondratyjev, N. D. – Oparin, D. I. [1989]: A konjunktúra nagy ciklusai. Politikai gazdaságtan füzetek. 66. Szerkesztette: Mihalik István. Fordította és a bevezető tanulmányt írta: Simanovszky Zoltán. Kiadja: az MKKE Politikai Gazdaságtan Oktatók Továbbképzési és Információs Központja. Budapest. Az eredeti mű: Кондратьев Опарин Д. И. [1928]: Большие циклы конъюнктуры: Доклады и их обсуждения в Институте экономики. – М.

Kondratyjev, N. D. [1926]: A gazdasági konjunktúra nagy ciklusai PDF Előadás. In: Magyar Filozófiai Szemle, 1988/5–6. szám, 565–617. o. Kövér György bevezetőjével.

Кондратьев Н. Д. [1989]: Проблемы экономической динамики / Редкол.: Абалкин Л.И. (отв. ред.) и др.: Сост.: Белянова Е.В. и др.; Отд-ние экономики АН СССР. Ин-т экономики АН СССР. – М.: Экономика, 525 с.: ил. – (Экон. наследие). – Библиогр.: с.502-520. – Предм., имен. указ.: с.521-524.

Кондратьев Н. Д. [1991]: Основные проблемы экономической статики и динамики: Предварит. эскиз / Подгот. Иванов В.В., Ковалева М.С.; АН СССР. Ин-т социологии. Комис. по науч. наследию Н.Д.Кондратьева. - М.: Наука, 570 с.: 1 л. портр. - (Сер.: Социол. наследие).

Kondratyjev fénykép albuma



[N. D. Kondratyjev fiatal korában](#)



[N.D. Kondratyjev \(balra\) feleségével, szüleivel és testvérével, Szergejjel](#)



[N. D. Kondratyjev \(balra\) és P. A. Sorokin](#) a Kremencsuki szeminárimban. 1905. k.



[Szentpétervári Egyetem, szeminárium](#) Első sorban a 3-ik [Lappo-Danilevsky, Aleksandr](#) orosz történész és szociológus egyetemi tanár. N. D. Kondratyjev az első sorban a jobb szélén a 4-ik. 1915.



[N.D. Kondratyjev feleségével, Jevgenyija Davidovna Dorffal](#)



[N. D. Kondratyjev lányával, Elenával. 1926](#)



[Kondratyjev](#) és 1922-ben megjelent könyvének borítója. Рынок хлебов и его регулирование во время войны и революции. (A kenyérpiac és annak szabályozása a háború és a forradalom idején)



[N. D. Kondratyjev \(balra\)](#) és [P. A. Sorokin](#) feleségükkel az USA-ban, 1924.



[N. D. Kondratyjev](#)



[A Konjunktúra Intézet munkatársai](#) (1927) N. D. Kondratyjev az első sorban 4-ik.



[Spaso-Evfimievskii kolostor](#), amely [a Suzdal politikai fogolytábornak](#) adott otthont, ahol N. D. Kondratyjev büntetését töltötte 1932-1938 között kivégzéséig.



N. D. Kondratyjev (1892-1938) dombormű.

A Kondratyjev ciklus vizsgálata

Az 1920-as években ismerte fel a társadalomtudomány azt az igazságot, hogy az emberek, a társadalom élete periodikusan, örökösen újramezdődő mozgások szerint hullámszik és ingadozik. Az eddigi tapasztalatok szerint többféle egyensúlyi pont is van, ami körül a gazdaság ingadozik. A ciklikus mozgást ugyanis az váltja ki, hogy a gazdasági tényezők alkalmazkodási képessége más és más, eltérő a reakciósebességük. Ha beindul egy folyamat, akkor ez a különböző tényezők egymásra hatásának eredményeként egy önmagát erősítő mechanizmussá válik. A fordulópontot pedig az idézi elő, hogy minél távolabb kerül a gazdaság az egyensúlyi helyzethez képest, annál erősebb ellenerők is működni kezdenek, hatásuk egyre inkább érezhetővé válik és arra kényszerítik a gazdaságot, hogy újra egyensúlyi helyzetbe kerüljön, illetve azon túllendüljön.

Lényeges szempont, hogy a ciklus milyen időközönként ismétlődik. A ciklusokat ezért időtartamuk szerint osztályozhatjuk, amely nem más, mint egy ciklus visszatérő időköze, vagyis az idő, amely alatt a ciklus lefut. Ezt az időt periódusnak hívjuk. A különböző periódus létrejötte a gazdasági életben azt jelenti, hogy különböző egyensúlyi pontok vannak, aminek oka az, hogy az áruk és javak nagyon különböző időtartamon keresztül teljesítik a maguk gazdasági funkcióit, így létrehozásuk is igen eltérő időt és eszközöket igényel. *Kondratyjev* és *Kuznets* rövidebb és hosszabb távú egyensúly-típusokat különböztettek meg.

Kondratyjev vizsgálati módszerének az a lényege, hogy az árakat egyszerű statisztikai indexszel ábrázolja, egyes pénzügyi [kamatráták, bérék], a vegyes jellegű [külkereskedelmi forgalom], illetve tisztán naturális sorok esetében a trendtől való eltérés számítási módszerét alkalmazza. Az utóbbiaknál [külkereskedelem és termelés, valamint fogyasztás] mindig egy főre jutó adatokat használt, és a

legkisebb négyzetek módszerével számított trendtől való eltéréseket vizsgálja úgy, hogy 9 éves mozgóátlagolással megpróbálja kiszűrni a rövidebb ciklusú mozgásokat. Kondratyjev francia, angol, német, amerikai (USA-beli) és a világgazdaságra vonatkozó sorok felhasználásával empirikus adatbázison - az ismertetett módszerrel - bizonyítja a hosszú hullámokra vonatkozó elméletét. A 21 naturális mutató közül csak 6 esetében nem tudta kimutatni a hosszú hullámozásokat. Ez utóbbiakat is ismerteti, ami tudományos objektivitására jellemző. A későbbi vitákban viszont kritikusi és támadói éppen ebből a 6 naturális mutatóból indultak ki, és bírálták a hosszú hullámok elméletét.

Az *első* szinten Kondratyjev a piaci kínálatot tekinti változatlanak. Egyes áruk és javak ugyanis átalakítás nélkül rövid ideig funkcionálnak. Ide sorolható nagyon sok fogyasztási cikk, számos nyersanyagfeleség és termelési eszköz. Ezen javak állományának cseréje és bővítése folyamatosan és rövid (1–4 év) időszak alatt megtörténhet. A *második*, már hosszabb periódusban az állótüke gépi állományát tekinti Kondratyjev változatlanak. Ide tartozik a termelési eszközök (gépek, berendezések) nagy része. Utal Kondratyjev arra, hogy Marx megállapította, hogy a tíz évenként visszatérő válságok vagy középciklusok anyagi alapja a tíz év élettartamú termelő-berendezések anyagi elhasználódása, cseréje és bővítése, mivel az lökészerűen történik. A szintén orosz származású, Nobel-díjas Kuznets megállapította, hogy a lakó- és termelő üzemi célokat szolgáló épületek előállításí ideje, cseréje, illetve élettartama lengéseket okoz, amit nem tekintett ciklusnak. Ez az időtartam véleménye szerint 21–23 évre tehető. Így *harmadikként* egy középtávú egyensúlyi-típus alakul ki. A *negyedik* egyensúlyi-típus a hosszú ciklus anyagi bázisát Kondratyjev szerint az alapvető, évtizedekig funkcionáló tükejavak állományának értékcsökkenése, pótlása és növekedése teremti meg. Ide olyan tükejavak sorolhatók, mint a hatalmas építmények, a jelentős vasútvonalak, a csatornaépítés, a talajjavító berendezések, a kvalifikált munkaerő képzése stb.

Heller Farkas legalaposabban „A közgazdasági elmélet története”⁹² c. munkája VI. fejezetében foglalta össze a konjunktúrakutatás történetét. Könyvének fő fejezeteiben az érték, az ár, a jövedelemeloszlás, a pénz, a külkereskedelem, és a gazdasági élet hullámozásait tárgyalta. Megállapította: „A klasszikus elmélet számára e válságok keletkezése, főképpen pedig időnkint való ismétlődésük, nehezen megoldható kérdést jelentett.”⁹³

A klasszikus tan ellenzői viszont felkarolták a gazdasági válságok kérdését, mivel azt akarták bizonyítani, hogy minden baj forrása a magántulajdon és a kapitalista rendszer. Heller ismerteti a klasszikus elmélet képviselőinek, J. B. Say és James Mill álláspontját, a Say dogmát, vagyis azt, hogy kizárt a túltermelés lehetősége illetve Ricardo elméletét. Megállapítja, hogy a válságok ismétlődése nem igazolta a klasszikus elmélet tételeit és ismerteti a konjunktúraelmélet további fejlődését, így Malthus általános túltermelési elméletét, Sismondi fogyasztáshiány elméletét. Viszonylag részletesen vizsgálja Walras álláspontját, aki már a pénzügyi folyamatokat is vizsgálja. Kiemeli Clément Juglar munkásságát, aki 1862-ben a válságprobléma helyébe a gazdasági élet hullámozását állította és aki a beruházásokra visszavezethető ciklusok felfedezője volt. Megállapította, hogy két irányzat alakult ki, az egyik a gazdasági élettől független, külső, míg a másik belső okokkal magyarázza a gazdasági ciklusokat. Különböző elméletek születtek, Jevons a napfolttevékenységgel, Hayek a pénzmozgással, Slutsky a véletlen okokkal magyarázta a konjunktúraciklusok alakulását. Heller tárgyalja a hosszú- és a rövidebb ciklusok kérdéskörét is, kitér Kondratieff, Schumpeter, Kuznets, Kitchin munkásságának ismertetésére. Megállapítja, hogy „a hosszú hullámok elmélete ma még csak a kezdeténél van és még az is kérdéses lehet, hogy milyen időre visszamenőleg állapíthatók meg ilyen hullámok.”⁹⁴ Szakmai

⁹² Heller Farkas: [A közgazdasági elmélet története](#). i. m.

⁹³ Heller Farkas: [A közgazdasági elmélet története](#). i. m. 500.

⁹⁴ Heller Farkas. u. o. 528.

korrektségére vall, hogy a Marxi elméleteket is összefoglalja és bírálja. Olvashatunk Keynes „okoskodásairól” is. Heller azokat az elméleteket (pl. Spiethoff, Mitchell, Haberler) tartja sikereseknek, amelyek nem egy okkal magyarázzák a konjunktúra alakulását. Heller Farkas Schumpeter hatására az évszázados trendek alakulását nem tartotta jelentősnek. E kérdéskör különösen az 1980-as években vált fontossá, bár az Annales iskola tagjainak publikációi 1930-tól megjelentek. Heller valószínűleg a történészek kutatásait nem kísérte figyelemmel. Ennek lényege a következő.

Az évszázados (szekuláris)trend változásai. F. Braudel és korábban a francia *Annales iskola* megalapítói (G. Imbert, F. Simiand, C. L. Labrousse és mások) tagjai az 1930-as évek óta foglalkoznak az évszázados (szekuláris) trend változásaival. Véleményük szerint a Kondratyjev-ciklus is duplázódik, sőt feltételezhető, hogy a duplázódás folytatódik, bár ezt nehéz bizonyítani. A világökonómia idejének jellemzésére az árak és részben a bérek idősorait használják. Az árstatisztikák három jellegzetes ingadozást mutatnak:

1. Egy szabálytalan évenkénti ingadozás (oka az időjárás változása és más helyi tényezők alakulása,
2. 30–40 éves Kondratyjev ciklus,
3. Szekuláris trend változása (szekuláris ciklus].

A Kondratyjev ciklusok az alábbiak szerint alakultak:

1780 - [1810] - 1848	1. Kondratyjev ciklus
1848 - [1873] - 1896	2. Kondratyjev ciklus
1896 - [1929] - 1948	3. Kondratyjev ciklus
1948 - [1973] - 2000	4. Kondratyjev ciklus

A szekuláris trend az alábbiak szerint alakult Európában:

1250 – [1350] – 1510	1. szekuláris trend
1510 – [1650] – 1740	2. szekuláris trend
1740 – [1817] – 1896	3. szekuláris trend
1896 – [1973] –	

Látható, hogy a szekuláris trend változás periódusa jelentősen rövidül, ami magyarázható a duplázódási idők rövidülésével. Braudel szerint a világ zárt test, így az interferencia okozza a ciklusok periódusának duplázódását. Az évszázados trend leszálló ágában a középkorban demográfiai apály is volt és gyakoribbak voltak a háborúk. Utóbbinak ellentmond, hogy az 1896–1974 közötti felszálló ágban két világháború és számos helyi háború volt, a világ népesség duplázódási ideje viszont tovább rövidült. A felszálló ágakat vizsgálva megállapíthatjuk, hogy először a feudális anarchiából a rendi képviselői monarchiák jöttek létre (1250–1350), majd az abszolút monarchia (1510–1650) Franciaországban⁹⁵ a következő felszálló ág (1740–1817) eredménye a nemzeti államok (az alkotmányos monarchiák) kialakulása, a francia polgári forradalom győzelme, amit restaurációs szakasz követett. Az évszázados trendek felszálló ágait új szellemi mozgalmak is jellemzik, így a XVI. század első felében a reformáció (Luther 1517, Kálvin 1541), a felvilágosodás a XVIII. század végén és a XIX. század közepétől kezdve a XX. században a marxizmus.

Késleltetett regressziós modellek

⁹⁵ XIV. Lajos, a napkirály 1661–1715 között uralkodott.

A gazdasági életben gyakran tapasztaljuk, hogy egy esemény (folyamat) vagy döntés hatás csak némi késéssel, időben elhúzódva észlelhető. Tipikus példa erre a beruházás és a termelés illetve az értékesítés kapcsolata, az import és az export (vagy belföldi) árak közötti összefüggések, az egy főre jutó személyes elkölthető jövedelem és az egy főre jutó személyes fogyasztási kiadások közötti összefüggések, stb. A Pécsi Bőrgyárban végzett kutatásaim során kiderült, hogy a marhanyersbőrök import ára és a hazai sertés készbőrök exportára között kb. féléves késleltetett kapcsolat van. Ha a marhanyersbőr árak emelkednek, akkor nő a kereslet a marha bőrhöz képest kevésbé jó minőségű sertés árak iránt, ami utóbbiak árának az emelkedésével jár. A gazdasági jelenségek elemzésére, leírására szolgáló modellek egyik csoportja adott időpontban vagy időszakban fennálló bonyolult kölcsönkapcsolatok leírására, elemzésére szolgál, tehát egy adott (vagy feltételezett) állapotot kíván leírni. (pl. az optimalizálási feladat, egy adott időszak rögzített költség- és árviszonyai mellett keres optimális termelési programot, rögzített erőforrás és kereslet korlátok mellett). Ezeket a modelleket statikus modelleknek szokták nevezni. A modellek másik csoportja a gazdasági folyamatok mozgástörvényeit vizsgálja (pl. a gazdasági növekedés tényezőit) s arra ad választ, hogy hogyan befolyásolják az egyes jelenségek pillanatnyi állapotát saját vagy más jelenségek korábbi állapotai. Az ilyen kérdéseket vizsgáló modelleket dinamikus modelleknek hívjuk. Dinamikus összefüggés alatt azt értjük, hogy különböző időponthoz, vagy időszakhoz tartozó változók közötti összefüggéseket vizsgálunk. Statikus modellel csak stabil végállapotot lehet modellezni. Stabil viszonyok csak rövid ideig léteznek a gazdasági életben. A klasszikus newtoni fizika szerint a mozgás folytonos és így folytonos függvénnyel leírható. A newtoni fizika szerint a mozgást meghatározó erők hatásukat késleltetés nélkül fejtik ki. Pl. a rezgőmozgás esetén a nyugalmi irányba ható erő minden időpontban arányos a nyugalmi helyzettől való eltérés (a kitérés) távolságával. Gazdasági mozgások leírásával ez az eszköz nem hatékony, mert:

- a megfigyelés diszkrét és rögzített időpontokhoz kapcsolódik. A mérés eredménye így eltérő lehet, ha napi, ha heti, ha havi, ha negyedévi vagy ha évi adatokkal dolgozunk.
- nem végtelen kicsi, hanem véges, sőt gyakran igen hosszú reakcióidővel kell számolni.

A modern fizika (Plank, Einstein, Heisenberg stb.) az idő és mozgás fogalmát átértékelte és nem tekinti folyamatosnak sem a mozgást, sem az időt.

A késleltetés okai (akció és reakció időben szétválík):

1. A felismerési késés. A megfigyelés, regisztrálás, összegzés, feldolgozás időt igényel. (pl. tartós fogyasztási cikkek ritkábban vásárolunk)
2. Döntési késés. Időre van szükség a döntések meghozatalára és végrehajtására.
3. A technológiai késés (oka a gyártási idő).
4. A folyamatok tehetetlenségéből adódó késés.
5. Spekulációs késés, amikor pl. az eladók áremelkedésre számítanak, és ezért készleteznek.
6. Egyéb okok, pl. szervezeti késleltetés, a bürokrácia tehetetlensége és lassúsága stb.

A folyamatok közötti kapcsolatok vizsgálatában korán, már az 1930-as években felmerült az a kérdés, hogy egy hatásnak milyen időbeli lefutása van, illetve az, hogy adott okok rövid és hosszú távú hatását milyen módon lehet szétválasztani. A korszak jeles képviselői például F. L. Alt és I. Fisher, akik megalapozták elméleteikkel a későbbi kutatásokat. Fisher dolgozta ki 1937-ben az ún. naiv osztott késleltetésű modellt, ami a csökkenő súlyszámok (short-cut) elvén alapul, ahol a csökkenés számtani sor szerint történik. A megosztott késleltetésű modellek, az ún. modellek alaposabb kutatása az 50-es években kezdődött, elsősorban L. M. Koyck, P. D., Cagan, M. Nerlove, S. Almon és R. Solow kutatási

eredményeit lehet kiemelni. Előtérbe került a végtelen osztású késleltetés alkalmazása, mégpedig úgy, hogy a súlyok csökkenése exponenciális módon történik. Az elmélet fejlődésével különböző modellek jöttek létre: pl. fordított V-késleltetésű, Almon-féle polinom eloszlású osztott késleltetésű modellek.

Az irodalom alapvetően két fajta modellt különböztet meg a késleltetés szempontjából:

1. egyszerű késleltetésű modellek: adott jelenség egy másik jelenség meghatározott idejű késleltetésétől függ csak, azaz

$$Y_t = \alpha + \beta X_{t-i} + \varepsilon_t ;$$

2. összetett (vagy elosztott) késleltetésű modellek: a vizsgált jelenség a másik jelenség több (akár végtelen darabszámú) múltbeli értékétől is függ, vagyis a hatások eloszlanak az időben, azaz:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_k X_{t-k} + \varepsilon_t$$

Az előző két modell-egyenletben szereplő jelölések:

- Y_t eredményváltozó, vagy magyarázott változó a t. időpontban,
- X_t magyarázó változó a t. időpontban,
- i a késleltetés mértéke egyszerű késleltetés esetén,
- k a késleltetés maximális mértéke $k \in (1, \infty)$,
- ε_t hibaterminusz,
- α, β_i regressziós együtthatók, paraméterek.

A β_0 regressziós együttható az X_t -hez tartozó súly és egyben parciális lineáris regressziós együttható megmutatja, hogyha X_t egy egységgel nő, akkor Y β_0 értékkel nő, a többi késleltetett magyarázóváltozó hatásának kiszűrése mellett. A β_0 -t egyidejű multiplikátornak is nevezik a nemzetközi szakirodalomban, ugyanis ez nem más, mint X marginális hatása Y -ra ugyanabban t. időpontban. A β_i regressziós együtthatót i -ed rendű késleltetett multiplikátornak nevezik, mivel azt mutatja meg, hogy az X_{t-i} változó egy t előtti i időpontban bekövetkezett egységnyi növekedésének hatására mennyivel változott az Y_t értéke, vagyis a folyó időszak eredményváltozó nagysága. Ha a gazdaság nyugalmi állapotban van, tehát más megfogalmazásban hosszú távú egyensúlyi állapot feltételezhető, akkor a regressziós paraméterek összegét hosszú távú multiplikátornak hívják, mivel megmutatja azt, hogy X változó egységnyi növekedése esetén, az Y mennyivel változik, a késleltetés időszaka alatt. Az így megbecsült kumulált hatás tehát:

$$dY/dX = \sum_{i=0}^k \beta_i = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 X_{t-2} \dots + \beta_k = \beta$$

A standardizált késleltetett multiplikátor (β_i^*) megmutatja egy β_i regressziós együttható részesedését a β hosszú távú multiplikátor kumulált hatásából:

$$\beta_i^* = \frac{\beta_i}{\sum_{i=0}^k \beta_i} = \frac{\beta_i}{\beta}$$

Mivel a paraméterek nehezen becsülhetők, illetve gyakori a multikollinearitás és az autokorreláció jelensége, ezért rájuk vonatkozóan megszorításokat (ilyen lehet pl. a súlyok (β_t) geometriai sor szerinti csökkentése) kell tennünk. Ebből az ötletből, felismerésből születtek meg a fent említett osztott késleltetésű modellek.

Késleltetettmátrix.xls parancsfájl működése:

Először az Y értékeit késlelteti 4-ig és az X értékeit 8 késleltetésig egy mátrix táblázatban. Ezeket az adatokat használják fel a különböző késleltetésű modellek. A regressziós becslések adatállományát és ennek alapján a becslés paramétereit közli a késleltetett mátrix parancsfájl. A megadott adatállomány felhasználásával a regresszió.xls parancsfájllal a regressziós becslést lehet megcsinálni és a tesztek alapján értékelhető a kapott modell.

Az alkalmazott példa:

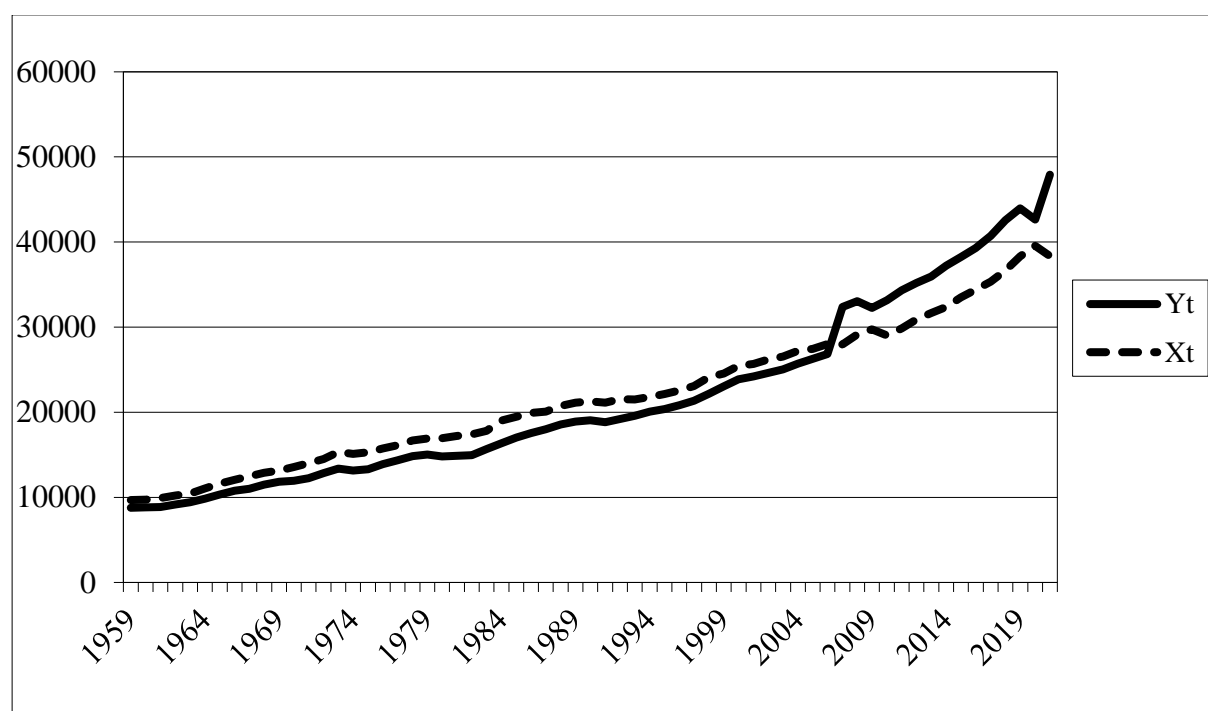
Y=Egy főre jutó személyes fogyasztási kiadások 2000-es \$-ban, az USA-ban

X=Egy főre jutó személyes elkölthető jövedelem 2000-\$-ban, az USA-ban

Forrás:

[The Economic Report of the President](#) (ERP) 1959-2021

A grafikus ábra:



A naiv osztott késleltetésű modellek.

A Fisher-féle megoldás.

Fisher számtani haladvány szerint csökkenő súlyokat alkalmazott. Az alapján, hogy hány időszakra visszamenőleg számszerűsítette a hatást, beszélhetünk az általa megalkotott egyenletekről. A Fisher 1

egyenlet tehát a magyarázó változó jelenlegi, és egygel késleltetett értékét veszi figyelembe, a Fisher 2 és Fisher 3 modellek pedig egyre hosszabb késleltetést tételeznek fel.

Ennek alapján Fisher 1. modellje:

$$Y_t = \alpha + \beta_1 (2X_t + X_{t-1}) + \varepsilon_t,$$

ahol $F_1 = (2X_t + X_{t-1})$

helyettesítést alkalmazva kapjuk a következő egyenletet:

$$Y_t = \alpha_1 + \beta_1 F_1 + \varepsilon_t$$

Példánkban a transzformált egyenlet :

α
-6320,47
β_1
0,429602
Transzformált paraméterek
α
-6320,47
$2\beta_1$
0,859205
β_1
0,429602

Hasonló módon képezhető a Fisher 2. és Fisher 3. egyenlet is:

$$Y_t = \alpha_2 + \beta_2 F_2 + \varepsilon_t$$

valamint

$$Y_t = \alpha_3 + \beta_3 F_3 + \varepsilon_t$$

ahol:

$$F_2 = (3X_t + 2X_{t-1} + X_{t-2}) \text{ és } F_3 = (4X_t + 3X_{t-1} + 2X_{t-2} + X_{t-3})$$

A Fisher egyenletek megoldása után az eredeti egyenletben a magyarázó változók paraméterei könnyen számszerűsíthetők.

Fisher 2. Eredmények:

α
-6544,204603
β_2
0,217746068
Transzformált paraméterek
α
-6544,204603
$3\beta_2$
0,653238205
$2\beta_2$
0,435492136
β_2
0,217746068

Fisher 3. Eredmények:

Fisher 2. Eredmények:

Alt módszere.

Alt szintén több egyenletet állapított meg, melyek sorszáma az előzőekhez hasonlóan a késleltetés mértékét mutatják. A különbség Alt és Fisher módszere között abban rejlik, hogy Alt nem alkalmazott megkötést a magyarázó változók értékeire vonatkozóan. Alt először az Y_t értéket csak X_t értékével magyarázza, majd a második becslésnél az X_{t-1} -t is bevezeti, és így tovább, mindaddig, amíg az eredményül kapott regressziós együtthatónak értelme van. Számszerűsítsük a következő Alt modellt:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \beta_3 X_{t-3} + \varepsilon_t$$

.....

Alt azt javasolta, hogy folytatni kell a késleltetést mindaddig, amíg a regressziós modell az elméleti feltételeknek eleget tesz. A további késleltetett tag bevonása feleslegessé válik például, ha a bevont regressziós paraméter nem különbözik szignifikánsan a 0-tól.

Alt 1. Eredmények:

α
-6128,924094
β_0
1,27295068

Alt 2. Eredmények:

α
-6316,248403
β_0
0,811148301
β_1
0,478495603

Alt 3. Eredmények:

α
-6499,267812
β_0
0,856244686
β_1
0,994631907
β_2
-0,568575179

Alt 4. Eredmények:

α
-6718,541635
β_0
0,973976563
β_1
0,853899348
β_2
0,19170064
β_3
-0,747882606

A fordított V-késleltetésű modellek.

A fordított V-késleltetésű modellek esetén – általában – kezdetben emelkedő, majd csökkenő súlyokat tapasztalunk, innen származik elnevezésük is. Az ún. Pascal (negatív binomiális) elosztású késleltetett modellek kidolgozása R. M. Solow nevéhez fűződik. Az ilyen eloszlás speciális eseteként értelmezhető a széles körben elterjedt Koyck módszer, ami a paraméterek megfelelő megválasztásával állítható elő.

Az osztott késleltetésű modell alapegyenlete a következő:

$$Y_t = \alpha + \beta(\omega_0 X_t + \omega_1 X_{t-1} + \omega_2 X_{t-2} + \dots + \omega_i X_{t-i} + \dots) + \varepsilon_t$$

ahol $0 \leq \omega_i \leq 1$ és $\beta \sum_{i=0}^{\infty} \omega_i = 1$.

A súlyok Pascal eloszlás esetén az alábbiak:

$$\omega_i = \binom{r+i-1}{i} (1-\lambda)^r \lambda^i = \frac{(r+i-1)!}{i!(r-1)!} (1-\lambda)^r \lambda^i$$

ahol:

- ω_i a késleltetés relatív súlyrendszere,
- r az eloszlás rendje ($r \in \mathbb{Z}^+$) pozitív egész szám: 1,2,3....
- i a késleltetés mértéke, 0, 1, 2,...k..... ∞
- λ a becslendő paraméter, $0 < \lambda < 1$

Figyelembe véve, hogy n elem k -ad osztályú kombinációja:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Pl. $i=2$ esetén:

$$\omega_2 = \binom{r+2-1}{2} (1-\lambda)^r \lambda^2 = \frac{(r+2-1)!}{2!(r-1)!} (1-\lambda)^r \lambda^2 = \frac{(r+1)r}{2!} (1-\lambda)^r \lambda^2$$

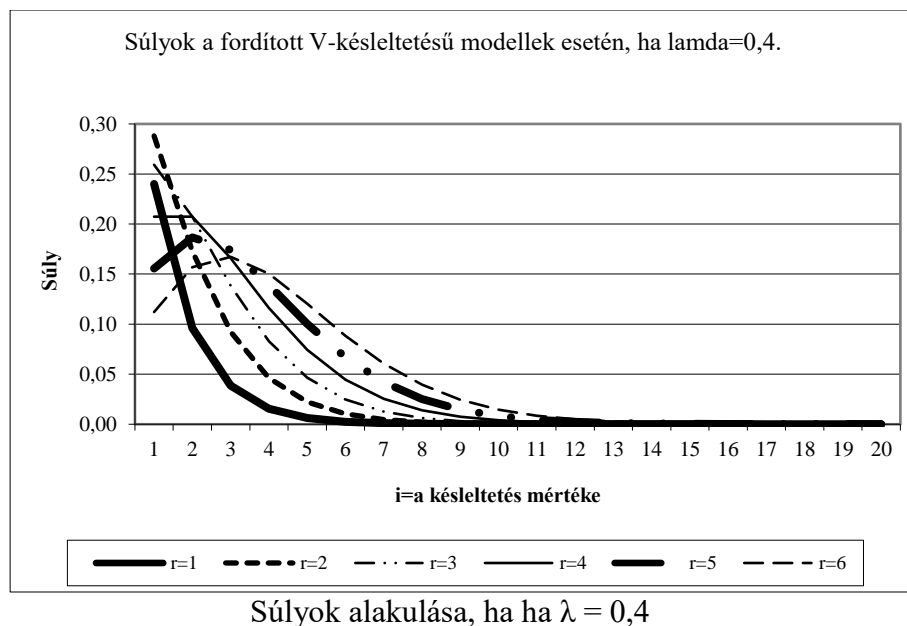
Az eredeti egyenlet az alábbi formában írható fel:

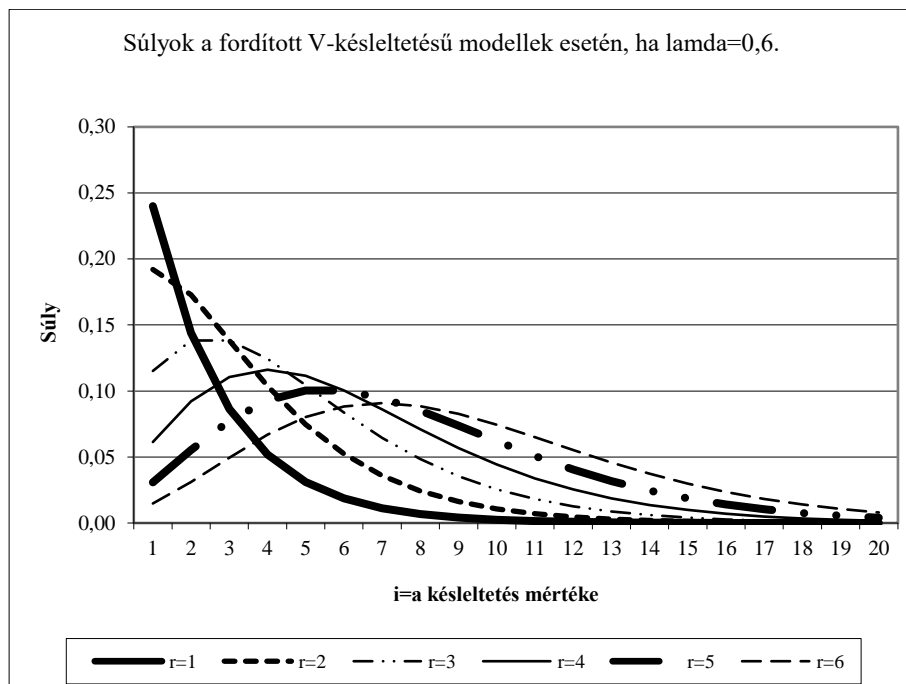
$$Y_t = \alpha + \beta(1-\lambda) \left\{ X_t + r\lambda X_{t-1} + \frac{r(r+1)}{2!} \lambda^2 X_{t-2} + \dots + \frac{r(r+1)(r+2)\dots(r+k-1)}{k!} \lambda^k X_{t-k} + \dots \right\} + \varepsilon_t =$$

$$\alpha + \beta(1-\lambda) \sum_{k=0}^{\infty} \binom{r+k-1}{k} \lambda^k X_{t-k} + \varepsilon_t$$

A súlyok alakulását mutatja az alábbi két ábra, ha $\lambda=0,4$ és $\lambda=0,6$, az eloszlás rendje mindkét esetben $r = 1,2,3,4,5,6$.

A λ növelése $\lambda=0,4$ -ről $\lambda=0,6$ -ra a következő változásokat eredményezi: $r=1$ esetben nő a késleltetés hossza, az $r=2,3,4,5,6$ eseteiben pedig a fordulópont – amikor a növekedő szakasz csökkenőbe megy át – később következik be. Az r növekedésével a fordulópont később következik be, tehát nő az emelkedő szakasz időtartama.





Súlyok alakulása, ha $\lambda = 0,6$

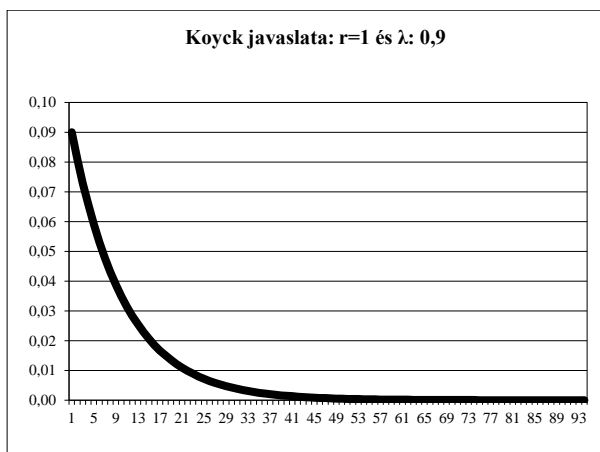
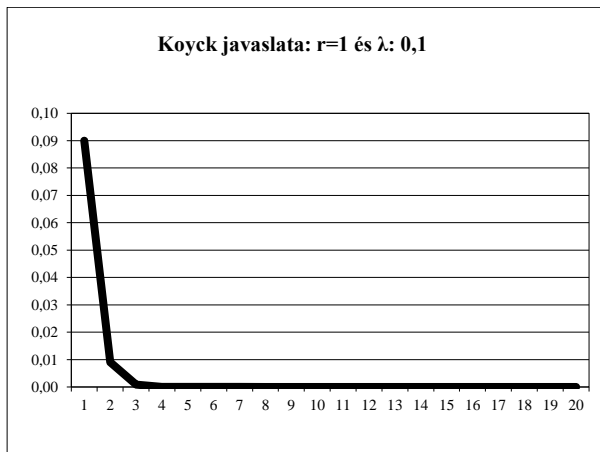
Ha az eloszlás rendje 1, akkor könnyen belátható, hogy

$$\omega_i = \frac{(r+i-1)!}{i!(r-1)!} (1-\lambda)^r \lambda^i = \frac{i!}{i!} (1-\lambda) \lambda^i = (1-\lambda) \lambda^i$$

Tehát geometriai késleltetésű lesz a Pascal-késleltetésű eloszlás. Ha r értéke nő akkor az emelkedő szakasz forduló pontja nagyobb késleltetésnél következik be.

Koyck módszerei

Ha $r=1$, akkor tehát a Pascal-eloszlás geometriai késleltetésű eloszlásra redukálódik. A súlyok (ω_i) alakulását $\lambda=0,1$ és $\lambda=0,9$ a következő két ábrán mutatjuk be. A két ábrán jól látható, hogy λ értéke tulajdonképpen azt mutatja meg, hogy mennyire „rég” adatoknak van még hatása a jelenre, azaz milyen gyors a felejtés. Az első ábrán, ahol $\lambda = 0,1$ a súlyok 6 késleltetés után „tűnnek el”, ekkor lesz a súly $= 0,00000$, míg ugyanez a helyzet a $\lambda = 0,9$ esetben a 94 időszakkal késleltetett adatok esetében következik be. Általánosságban elmondhatjuk, hogy minél nagyobb egy modellben λ értéke (de $0 < \lambda < 1$), annál lassabb a rendszer felejtése. Ha $\lambda \rightarrow 0$, akkor nincs késleltetés, $\omega \rightarrow 1$, ha viszont $\lambda \rightarrow 1$ akkor végtelenül nagy a késleltetés, tehát $\omega \rightarrow 0$.



Koyck javaslatai

Ha az eloszlás rendje 1, akkor, ahogy már bemutattuk:

$$\omega_i = (1-\lambda)\lambda^i \quad i=1,2,3,\dots,k.$$

Ezt az osztott késleltetésű modell alapegyenletébe visszahelyettesítve az alábbi összefüggés adódik:

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha + \beta_0 (\omega_0 X_t + \omega_1 X_{t-1} + \omega_2 X_{t-2} + \dots + \omega_k X_{t-k} + \dots) + \varepsilon_t = \\ &= \alpha + \beta_0 (1-\lambda) (\lambda^0 X_t + \lambda^1 X_{t-1} + \lambda^2 X_{t-2} + \dots + \lambda^k X_{t-k} + \dots) + \varepsilon_t = \\ &= \alpha + \beta_0 X_t + \beta_0 \lambda X_{t-1} + \beta_0 \lambda^2 X_{t-2} + \dots + \beta_0 \lambda^k X_{t-k} + \dots + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Ezt az összefüggést Y_{t-1} -re felírva, λ -val beszorozva és a két egyenletet egymásból kivonva, az alábbi modellt kapjuk, ami Koyck első módszereként ismert a szakirodalomban:

$$Y_t - \lambda Y_{t-1} = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + (\varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}).$$

Az egyenlet rendezése után a becslésre alkalmas függvényt kapjuk, ahol az eredményváltozó Y_t , a magyarázó változók X_t és Y_{t-1} :

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + (\varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}) \\ Y_t &= \alpha' + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + v_t \end{aligned}$$

Az eredeti konstans paraméter az alábbi összefüggésből nyerhető:

$$\alpha(1-\lambda) = \alpha'$$

$$\alpha = \frac{\alpha'}{(1-\lambda)}$$

Az α β_0 λ ismeretében az eredeti Koyck késleltetett regressziós függvény felírható:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_0 \lambda X_{t-1} + \beta_0 \lambda^2 X_{t-2} + \dots + \beta_0 \lambda^k X_{t-k} + \dots + v_t$$

$$Y_t = \alpha + \hat{\beta}_0 X_t + \hat{\beta}_1 X_{t-1} + \hat{\beta}_2 X_{t-2} + \dots + \hat{\beta}_k X_{t-k} + \dots + v_t$$

A paraméterek közötti összefüggés:

$$\hat{\beta}_0 = \beta_0$$

$$\hat{\beta}_1 = \beta_0 \lambda$$

$$\hat{\beta}_2 = \beta_0 \lambda^2$$

$$\hat{\beta}_3 = \beta_0 \lambda^3$$

⋮

$$\hat{\beta}_k = \beta_0 \lambda^k$$

Látható, hogy két egymást követő paraméter hányadosa állandó és λ -val egyenlő.

$$\lambda = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_{i-1}}$$

A β paraméterek összegét felhasználva meghatározhatjuk a hosszú távú multiplikátort, tehát a kumulált hatást is, vagyis, ha pl. a magyarázó változó az üzembe helyezett beruházások összege, akkor a kumulált hatás 1, mivel a beruházások összege egy idő után üzembe helyezésre kerül. Az alábbi képletben a regressziós paraméterek összegét (kumulált hatás) úgy értelmezhetjük, hogy az X magyarázó változó egységnyi változása hosszú távon mennyivel növeli átlagosan az Y eredményváltozó értékét.

$$\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i = \beta_0 (1 + \lambda + \lambda^2 + \lambda^3 + \dots) = \beta_0 \left(\frac{1}{1-\lambda} \right)$$

Ugyanis:

A mértani sorozat összege legyen s , q_0 a kezdőérték (esetünkben $q_0 = \beta_0$), és q a két szomszédos tag hányadosa (esetünkben $q = \lambda$), ami állandó:

$$s = q_0 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = \beta_0 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1} = \beta_0 \frac{-1}{\lambda - 1} = \beta_0 \frac{1}{1 - \lambda} = 1$$

$$\beta_0 = 1 - \lambda$$

Mivel:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda^n = 0$$

A hosszú távú (kumulált) késleltetett hatás tehát:

$$\frac{\beta_0}{1 - \lambda}$$

A kumulált késleltetés átlagos hosszát \bar{i} az alábbi képlettel határozhatjuk meg, ahol az átlagolandó érték a késleltetés hossza ($i=1,2,\dots,\infty$) a súly pedig a regressziós paraméterek becslt értéke ($\hat{\beta}_i$)

$$\bar{i} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} i \hat{\beta}_i}{\sum_{i=0}^{\infty} \hat{\beta}_i}$$

A fenti képletben – az előzőek alapján – a nevezőben lévő számnak, a paraméterek összegének a közgazdasági jelentése az, hogy X tényezőváltozó egységnyi növelése k időszakon át mennyivel növeli átlagosan az Y eredményváltozó értékét.

A Koyck modell esetében a kumulált késleltetés átlagos hossza:

$$\bar{i} = \frac{\lambda}{1-\lambda}$$

Átlagos késleltetés annak az időnek az átlagos hosszát jelenti, amíg az X magyarázó változó (egységnyi) változását átvisszük az Y függő változóra.

A Koyck modell esetében a kumulált késleltetés mediánját (Me_i) az alábbi képlettel lehet meghatározni:

$$Me_i = -\frac{\log 2}{\log \lambda}$$

A medián késleltetés az az idő, ami az Y változó teljes változása első felének vagy 50%-ának X egységnyi tartós változásának követéséhez szükséges.

Az átlagos késleltetés (medián és számtani átlag) a Koyck modell esetében λ különböző értéki függvényében változik, a λ növekedésével az átlagos késleltetés időtartama is nő, amit az alábbi táblázat szemléltet. A medián és az átlag $\lambda=0,5$ értéknél egyezik meg, nagysága 1.

λ	Me_i	i átlag
0,1	0,3010	0,1111
0,2	0,4307	0,2500
0,3	0,5757	0,4286
0,4	0,7565	0,6667
0,5	1,0000	1,0000
0,6	1,3569	1,5000
0,7	1,9434	2,3333
0,8	3,1063	4,0000
0,9	6,5788	9,0000

Koyk első modelljének az eredményei:

α'
-490,5996458
β_0
0,058278936
λ
0,992453723
Transzformált paraméterek
α
-65012,14108

Koyck második modellje abban különbözik az elsőtől, hogy az X_t és az X_{t-1} változóknak tetszőleges súlya van a csökkenő geometriai sorozat tulajdonságú súlyrendszer csak ezt követően kezdődik el. A könnyebb érthetőség érdekében a Koyck 1. módszerének leírásánál alkalmazott jelöléstechnikát célszerű használni. Koyck 2. módszerének geometriai késleltetésű alapkoncepciója miatt

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 (X_{t-1} + \lambda X_{t-2} + \lambda^2 X_{t-3} + \dots + \lambda^{k-1} X_{t-k}) + \varepsilon_t$$

alakban keressük a közelítést. Feladatunk az α , β_0 , β_1 , és a λ paraméterek meghatározása. Végezzük el a kijelölt szorzási műveletet, majd képezzük az $Y_t - \lambda Y_{t-1}$ kifejezést!

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_1 \lambda X_{t-2} + \beta_1 \lambda^2 X_{t-3} + \dots + \beta_1 \lambda^{k-1} X_{t-k} + \varepsilon_t$$

$$Y_{t-1} = \alpha + \beta_0 X_{t-1} + \beta_1 X_{t-2} + \beta_1 \lambda X_{t-3} + \beta_1 \lambda^2 X_{t-4} + \dots + \beta_1 \lambda^{k-1} X_{t-k-1} + \varepsilon_{t-1}$$

$$\lambda Y_{t-1} = \lambda \alpha + \lambda \beta_0 X_{t-1} + \lambda \beta_1 X_{t-2} + \beta_1 \lambda^2 X_{t-3} + \beta_1 \lambda^3 X_{t-4} + \dots + \beta_1 \lambda^k X_{t-k-1} + \lambda \varepsilon_{t-1}$$

$$Y_t - \lambda Y_{t-1} = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + (\beta_1 - \lambda \beta_0) X_{t-1} + (\varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1})$$

Rendezés után a becslésre alkalmas függvény:

$$Y_t = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + (\beta_1 - \lambda \beta_0) X_{t-1} + \lambda Y_{t-1} + (\varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1})$$

$$Y_t = \alpha' + \beta_0 X_t + \beta_1' X_{t-1} + \lambda Y_{t-1} + v_t$$

$$\alpha' = \alpha(1-\lambda)$$

$$\alpha = \frac{\alpha'}{(1-\lambda)}$$

$$\beta_1' = \beta_1 - \lambda \beta_0$$

$$\beta_1 = \beta_1' + \lambda \beta_0$$

Az egyenlet rendezése után tehát a becslésre alkalmas függvényt kapjuk, ahol az eredményváltozó Y_t , a magyarázó változók X_t , X_{t-1} és Y_{t-1}

Koyck második modelljének az eredményei:

α'
-347,9149453
β_0
-0,725980041
β_1'
0,779103509
λ
1,008078445
Transzformált paraméterek
α
43067,06941
β_1
0,047258679

Pascal eloszlás esetén a becslés, ha $r=2$

$$Y_t = 2\lambda Y_{t-1} - \lambda^2 Y_{t-2} + \beta(1-\lambda)^2 X_t + e_t$$

Pascal eloszlás esetén a becslés, ha $r=3$

$$Y_t = 3\lambda Y_{t-1} - 3\lambda^2 Y_{t-2} + \lambda^3 Y_{t-3} + \beta(1-\lambda)^3 X_t + e_t$$

Pascal $r=2$ eredményei

alfa
-410,7982092
béta0
0,717085333
béta1
0,299115563
béta2
0,039230613

Pascal $r=3$ eredményei

alfa
-306,6876666
béta0
0,735843879
béta1
-0,073374262
béta2
0,3958941
béta3
0,004906885

Almon-féle polinom eloszlású osztott késleltetésű modellek.

Almon egyenlete:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_k X_{t-k} + \varepsilon_t$$

Összevont formában:

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=0}^k \beta_i X_{t-i} + \varepsilon_t$$

A nyilvánvaló multikollinearitás miatt nem kapunk megbízható becslést a paraméterekre, ezért ismételten szükségünk van feltevésekre. Almon azt feltételezte, hogy a késleltetett modell súlyként szereplő paraméterei előre adott fokszámú polinom szerint alakulnak. Az Almon-féle késleltetés jele $PDL(k,r)^{96}$, ahol k ($i=1,2,3,\dots,k$) a késleltetések hossza, míg r ($r=2,3,\dots,m$) a polinom feltételezett fokszáma.

Általános formában:

$$\beta_i = \alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2 + \dots + \alpha_m i^m$$

Így $r = 2$ esetén:

$$\beta_i = \alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2$$

Ekkor eredeti egyenletünk a következő alakra módosul:

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=0}^k \beta_i X_{t-i} + \varepsilon_t = \alpha + \sum_{i=0}^k (\alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2) X_{t-i} + \varepsilon_t$$

A zárójel felbontása után, valamint az X_t összegszerű tagjainak megfelelő helyettesítésével a következő egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha + \sum_{i=0}^k (\alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2) X_{t-i} + \varepsilon_t = \\ &= \alpha + \alpha_0 \sum_{i=0}^k X_{t-i} + \alpha_1 \sum_{i=0}^k i X_{t-i} + \alpha_2 \sum_{i=0}^k i^2 X_{t-i} + \varepsilon_t = \\ &= \alpha + \alpha_0 Z_{0t} + \alpha_1 Z_{1t} + \alpha_2 Z_{2t} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Ugyanis:

$$Z_{0t} = \sum_{i=0}^k X_{t-i}$$

$$Z_{1t} = \sum_{i=0}^k i X_{t-i}$$

⁹⁶ Polynomial Distributed Lag

$$Z_{2t} = \sum_{i=0}^k i^2 X_{t-i}$$

Legyen $r=2$, és $k=5$ akkor:

$$Z_{0t} = \sum_{i=0}^5 X_{t-i} = (X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + X_{t-3} + X_{t-4} + X_{t-5})$$

$$Z_{1t} = \sum_{i=0}^5 i X_{t-i} = (X_{t-1} + 2X_{t-2} + 3X_{t-3} + 4X_{t-4} + 5X_{t-5})$$

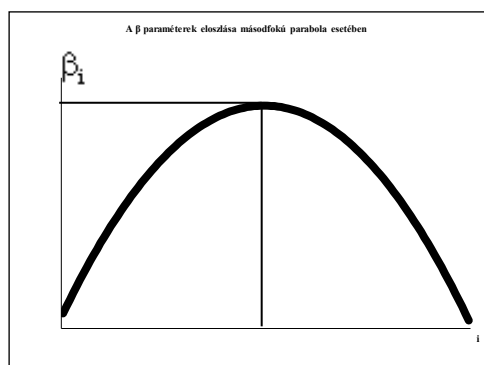
$$Z_{2t} = \sum_{i=0}^5 i^2 X_{t-i} = (X_{t-1} + 4X_{t-2} + 9X_{t-3} + 16X_{t-4} + 25X_{t-5})$$

Almon egyenletének megoldása:

α
-7339,925644
α_0
1,084317339
α_1
-0,490774116
α_2
0,038738783

A másodfokú polinomális késleltetés sémáját az alábbi ábra mutatja, ahol látható, a késleltetés növekedésével ($i=1,2,3,\dots,k$) a regressziós paraméterek egy ideig nőnek, majd a csúcspont elérése után csökkennek.

Gyakran alkalmazott módszer az ún. végpontfeltételek alkalmazása, amelyek azt kötik ki, hogy a késleltetésnél figyelembe vett értékek előtti és utáni súlyok 0 értéket vegyenek fel, ekkor a becslés tovább egyszerűsödik.



A másodfokú polinomális késleltetés sémája.

A regresszió.xls használata:

ALT1 módszer használata:

Bemenő adatok:

Y_t és X_t

A becslés eredményei:

A regressziós együtthatók:

	Eható	St. hiba	t-érték	p-érték	Alsó 95%	Felső 95%
b_0	-6128,9241	701,7522	-8,73	0,000	-7532,164	-4725,684
b_1	1,2730	0,0302	42,16	0,000	1,213	1,333

Regressziós statisztika	
R	0,9833
R^2	0,9668
$R^{\sim 2}$	0,9663
s	1932,1368
n	63

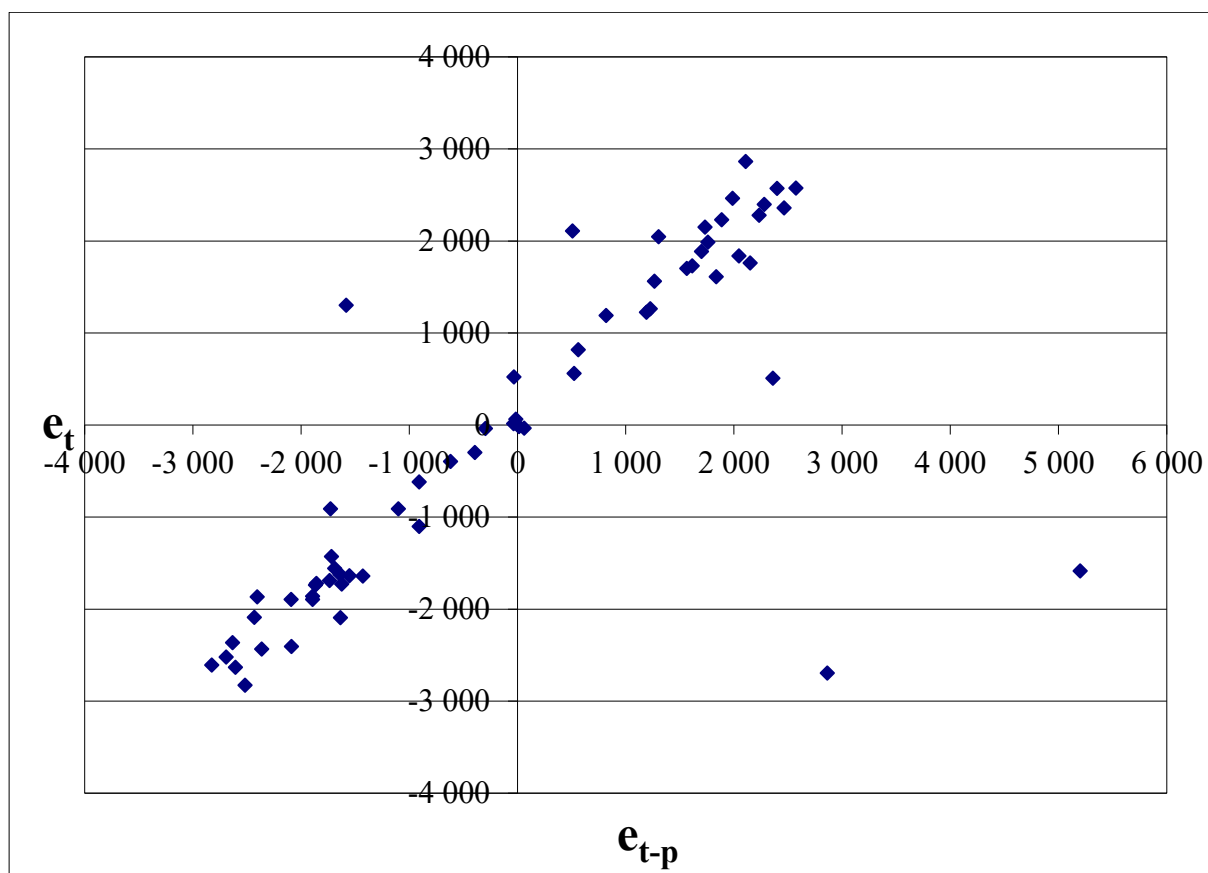
Varianciaanalízis					
	df	SS	MS	F	p-érték
Regresszió	1	6635845845,0	6635845845,0	1777,5	0,000000
Maradék	61	227722320,8	3733152,8		
Összesen	62	6863568165,7			

Durbin-Watson	
D-W	0,454
dL (5%)	1,549
dU (5%)	1,616
dL' (5%)	2,384
dU' (5%)	2,451

Pozitív autokorreláció

Autokorreláció rendje	ρ	t	t_{krit}	p-érték
1	0,773	9,522	2,000	0,0000
2	0,766	9,309	2,000	0,0000
3	0,756	9,015	2,001	0,0000
4	0,675	7,139	2,002	0,0000
5	0,570	5,415	2,002	0,0000
6	0,492	4,415	2,003	0,0000
7	0,429	3,705	2,004	0,0005
8	0,323	2,668	2,005	0,0100
9	0,228	1,829	2,006	0,0730
10	0,170	1,348	2,007	0,1835
11	0,116	0,908	2,008	0,3680
12	-0,063	-0,490	2,009	0,6261

Autokorreláció rendje 1-8 esetekben autokorrelált az idősor.



$t_{\text{kritikus}} = 5\%$

Az autokorreláció jelenléte mellett készített paraméter-, és pontbecslések ugyan torzítatlanok maradnak, de nem lesznek hatásosak. Különösen óvatosan kell kezelni az autokorrelált modellt, ha segítségével előrejelzéseket kívánunk készíteni. Autokorrelált modellek esetében az együtthatók standard hibái torzítottak, így sem a standard hibákhoz kapcsolódó próbák, sem az előrejelzésekhez kapcsolódó konfidencia intervallumok nem használhatók fel.

Irodalom:

- Abraham B.- Ledolter J. [1983]: Statistical methods for forecasting. John Wiley & Sons. New York.
- Aczel A. D. [2002]: Complete business statistics. (The Irwin/McGraw-Hill series: operations and decision sciences) McGraw - Hill Higher Education. 5. ed. McGraw -Hill/Irwin. Boston.
- Almon, S. [1965]: The distributed lag between capital appropriations and expenditures. *Econometrica*. 33.
- Alt F. F. [1942]: Distributed lags. *Econometrica*. Vol. 10.
- Arrow K. J. - Chenery H. B. - Minhas B. S. – Solow R. M. [1961]: Capital - labor substitution and economics efficiency. *The Review of Economics and Statistics*.
- Berenson Mark L. – Levine David M. – Krehbiel Timothy C. [2006]: Basic business statistics: Concepts and applications. 10th ed. Pearson/Prentice Hall.
- Bertalanffy, L. [1938]: A Quantitative Theory of Organic Growth. (Inquiries on Growth Laws II.) *Human Biology*, 10..
- Bertalanffy, L. [1960]: Principles and theory of growth, in: *Fundamental Aspects of Normal and Malignant Growth*, W. W. Nowinski (ed), Amsterdam.

Fisher I. [1937]: Note on a short-cut method for calculating distributed lags. International Statistical Bulletin. Vol. 29.

Fokasz Nikosz [2006]: Növekedési függvények, társadalmi diffúzió, társadalmi változás. Szociológiai Szemle. 3. sz.

Kiss Tibor [1985]: Koyck és Solow modelljeinek felhasználása a döntéselőkészítésben. Statisztikai Szemle. 10. sz.

Koyck, L. M. [1954]: Distributed lags and investment analysis. Amsterdam. North-Holland.

Kovács Péter [2008]: A multikollinearitás vizsgálata lineáris regressziós modellekben. Statisztikai szemle. 1. sz.

Mundruczó György [1981]: Alkalmazott regressziószámítás. Akadémiai Kiadó, Budapest.

Peter Kovacs – Tibor Petres – Laszlo Toth [2005]: A new measure of multicollinearity in linear regression models. International Statistical Review Volume 73 Number 3. International Statistical Institute. Voorburg. The Netherlands.

Solow R. M. [1960]: On a family of lag distributions. Econometrica.

Hosszú idősorok elemzése

A számításokat a Kehl Dániel – Sipos Béla: „Excel parancsfájlok felhasználása a statisztikai elemzésekben” Excel programokkal lehet elvégezni, ezek letölthetők az [OSZK-MEK](#)-ről.

A számításokat első lépésben a rövid ciklusok átlagos periódus hosszának becslésének céljából a ciklusfordulópontokszámítása.xls Excel parancs-fájl használtam.

A program megkeresi az alsó és felső fordulópontokat, a felső fordulópontot (amikor a növekedés után csökkenés következik) + jellel, az alsó fordulópontot (amikor csökkenés után növekedés következik) – jellel jelöli. A hullámhossz egy teljes hullámnak a hossza, ami becsülhető a csúcsponttól a csúcspontig (+tól a következő +ig), vagy a mélyponttól a mélypontig (-tól a következő -ig). A program megkeresi a legelső + illetve – értéket és az eredmények munkalapon ezeket a fordulópontokat bejelöli. A következő táblázat sorszámokkal látja el a fordulópontokat, pl. az első + érték kapja az egy értéket, a ciklushosszát innenől számítjuk, a következő megfigyelések addig kapnak 1 értéket, amíg a program meg nem találja a következő + jellel jelölt fordulópontot, innen a jelölés 2. Ennek alapján megállapítható hány fordulópont van az idősorban. A következő táblázatok közlik a fordulópontok átlagos távolságát időegységben (példánkban években) majd a kétféle fordulópont átlagát, egész számra kerekítve. A rövidebb ciklusok ki-küszöbölésére ezt az értéket vagy egész számú többszörösét használjuk mozgó átlag tagszámként.

A második lépés a megfelelő modell kiválasztása. Trend-szezonteszt Excel parancsfájl működése (trendszezonteszt.xls):

Módosíthatók a trendek paraméterei és a periódus erőssége. A következő trendek modellezhetők: lineáris, féllogaritmikus, másodfokú parabolikus, harmadfokú parabolikus, exponenciális, elsőfokú hiperbolikus és S-alakú logisztikus. A program elkészíti a trendek és a szezonkomponensek (ha van szezonkomponens) ábráját az additív és a multiplikatív modell esetben, továbbá csak a trendet, ha feltételezzük, hogy nincs szezonális hatás.

A rövid (Kitchin) ciklusok vizsgálata

Ennek első lépése a szabályos rövid távú (szezonális) ingadozás kimutatása.

Ha a szezonális hullámmozgás kitérései, amplitúdói abszolút értelemben vagy relatív (a trendhez viszonyítva) értelemben állandóságot mutatnak, akkor állandó szezonalitásról beszélünk.

Ha a periódus (i) hossza az év, ezen belül a szezonkénti (j) hossza lehet pl. 4 negyedév, 12 hónap, 52 hét, 365 nap, 230-252 munkanap, 250-252 tőzsdenap.

Ha a periódus (i) hossza a hónap ezen belül a szezonkénti (j) hossza lehet 4 hét, 28-31 nap.

Ha a periódus (i) hossza a hét ezen belül a szezonkénti (j) hossza lehet 7 nap, 5 munkanap.

Ha a periódus (i) hossza a nap ezen belül a szezonkénti (j) hossza lehet 24 óra.

Ha csak rövidebb ciklusokat vizsgálunk, akkor a szezonhatást kiszűrjük ki mozgóátlagolással, s ezután a trendhatást.

A Kondratyjev féle hosszú ciklusok vizsgálata.

Az idősor hossza legalább 100 év, ebben az esetben elméletileg egy évszázados trend és két hosszú-ciklus mutatható ki. Először a rövid ciklusok átlagos periódus hosszának becslését végezzük el. Ha az eredeti idősor esetében a rövid ciklus periódusa pl. 5 év, akkor ennek alapján a periódus hossza 5, 10, 15, 20 és 25 lehet, hogy a különböző periódusú ciklusokat (Kitchin, Juglar, Kuznets) kiküszöböljük és ha a trendhatást is kiszűrjük megkapjuk a Kondratyjev ciklust. A mozgóátlagolással a véletlen hatást is kiszűrjük. A mozgóátlagolás csak akkor küszöböli ki a periodikus hullámozást, ha a mozgóátlag tagszáma a periódus hosszával vagy egészszámú többszörösével egyenlő. Ha nagyobb tagszámot választunk, akkor a hullámozás ellentétes lesz a ciklussal, ha kisebb tagszámot választunk, mint a ciklus periódusa, akkor csak tompítjuk a hullámozást. A grafikus ábrát ezért alaposan kell elemezni, hogy a megfelelő mozgóátlag tagszámot kiválasszuk. Ezt követi a trend kiküszöbölése. Additív kapcsolat esetén a trendet az eredeti idősorból kivonjuk, multiplikatív kapcsolat esetén az eredeti idősort a trenddel osztjuk. A trend paramétereinek és a periódus hosszának változtatásával nyomon követhetők a grafikus ábrák változásai.

A rézárak alakulása az USA-ban 1800 és 2022 között 1998-as \$-on (\$/kg).

Az adatok forrásai, [USA rézárak](#) (Copper Price (USD / Kilogram) és S. Makridakis-S. C. Wheelwright-R. J. Hyndman. [1998]: [Forecasting](#). John Wiley and Sons, Inc. New York.

Az eredeti idősor esetében a rövid ciklus periódusa 4 év volt. Ennek alapján a periódus hossza pl. 4, 8, 16 és 32 lehet, hogy a különböző periódusú ciklusokat (Kitchin, Juglar, Kuznets) kiküszöböljük és ha a trendhatást is kiszűrjük megkapjuk a Kondratyjev ciklust.

A számítások részletesebb eredményei:

Első +	6
Utolsó +	223
+ darab	51

Átlagos + távolság	4,3
--------------------	-----

Első -	3
Utolsó -	221
- darab	51

Átlagos - távolság	4,4
--------------------	-----

A két átlagos távolság átlaga. (A rövid ciklus periódusa) 4 év.

Ennek alapján a rövidebb ciklusok kiküszöbölése céljából a 16 tagú mozgóátlagolást használtam.

A meghatározott paraméterek:

A ciklus legrövidebb periódusa 4 év. Az alkalmazott mozgóátlag 16 év.

A Trend-szezonsteszt Excel parancsfájl használata:

Az idősor hossza: 223 év, ebből becslésre felhasznált: 213 év. (Minden esetben a tesztidőszak évszámának az utolsó 10 évet alkalmaztuk a becsléseknél) Extrapoláció 20 év. (minden esetben a 20 évre készítettük el a trend prognózist)

A legjobban illeszkedő függvény kiválasztásánál az R^2 -t és a MAPE hibaképletet használtam.

A legjobban illeszkedő trendfüggvény

Hatványkitevős trend

$$\hat{y}_t = 22,108 * t^{-0.340}$$

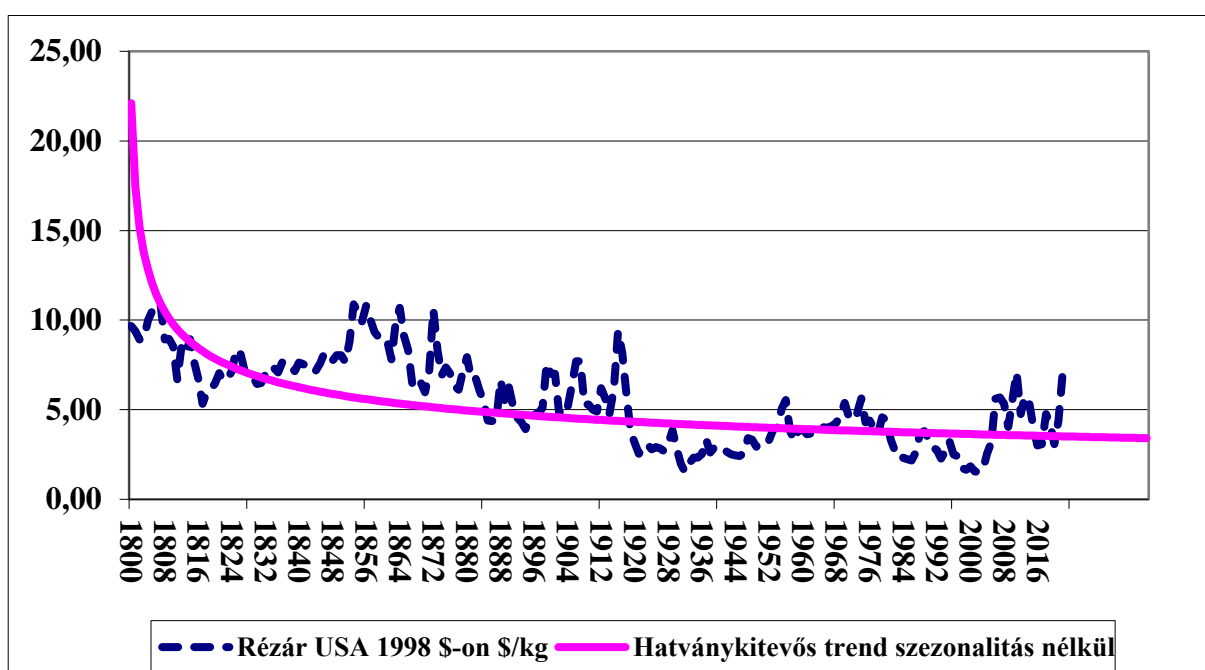
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{t=N} (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^{t=N} (y_t - \bar{y}_t)^2} = 0,449$$

Az előrejelzés hibája (MAPE) a maradék 10 év adata alapján

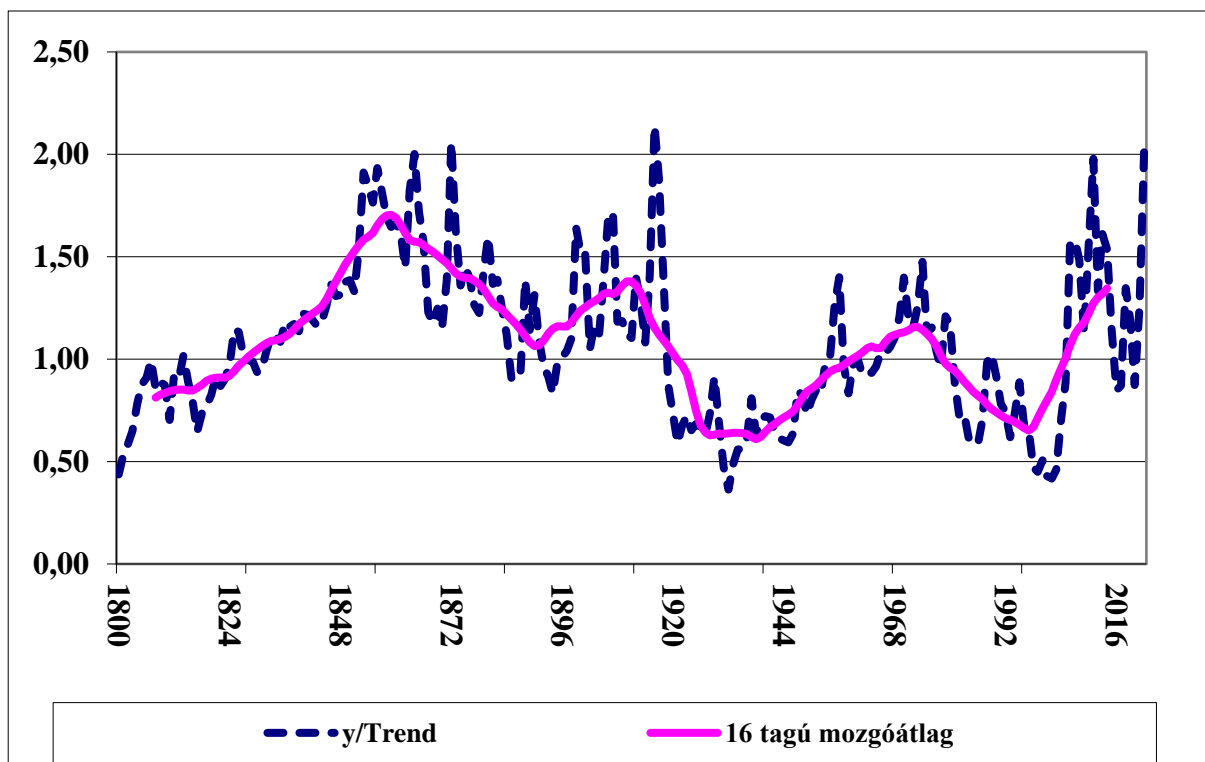
Átlagos relatív [%-os] abszolút hiba [MAPE = MEAN ABSOLUTE PERCENTAGE ERROR]:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^T |PE_i|}{T} = 24,49 \%$$

MAPE 20%-nál kisebb értéke az elfogadható.



Rézár alakulása az USA-ban 1800-2022 között fix áron 1998 \$-on (\$/kg). A hatványkitevős trend csökkenő, az amplitúdók az időben előre haladva csökkennek, tehát a trend és az adatsor közötti kapcsolat multiplikatív, vagyis csillapodó a rezgés. A trend alapján 2042-re extrapolált érték 3,41 \$/kg



Multiplikatív kapcsolat esetén a Kondratyjev ciklus 16 tagú mozgóátlag esetén.

A Kondratyjev ciklusok a rézárak esetében az USA-ban az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont -	[Csúcspont] -	Mélypont		Periódus (év)
1822	- [1859]	- 1890	1. Kondratyjev ciklus	68 (fel: 37, le: 31)
1890	- [1916]	- 1932	2. Kondratyjev ciklus	42 (fel: 26, le: 16)
1932	- [1974]	- 1991	3. Kondratyjev ciklus	59 (fel: 42, le: 17)

Az általános konjunktúra ciklusokhoz képest eltérés van az 1929-1933-as világválsághoz képest, mert a rézárak már korábban 1916-ban a leszálló ágba kerültek, viszont az 1973-1979-es olajválságnál megegyezés van.

Számítások végzése az értékek mérése adatbázisának felhasználásával.

A következő hosszú [adatsorok](#) forrása:

[Measuring Worth](#) (Értékek mérése)

Az USA adatok esetében az Excelbe való bemásoláskor az unicode-szöveg beillesztést kell választani és Windows 11 (az eljárás hasonló a Windows 10, 7. stb. esetében is.) esetén a bemásolás előtt a Gépházban meg kell változtatni az Ország vagy régiót Magyarországról az Egyesült Államokra és a Területi formátumot magyaról (Magyarország) angolra (Egyesült Államok), majd az Excelbe való bemásolás után vissza kell állítani a beállításokat magyarra.

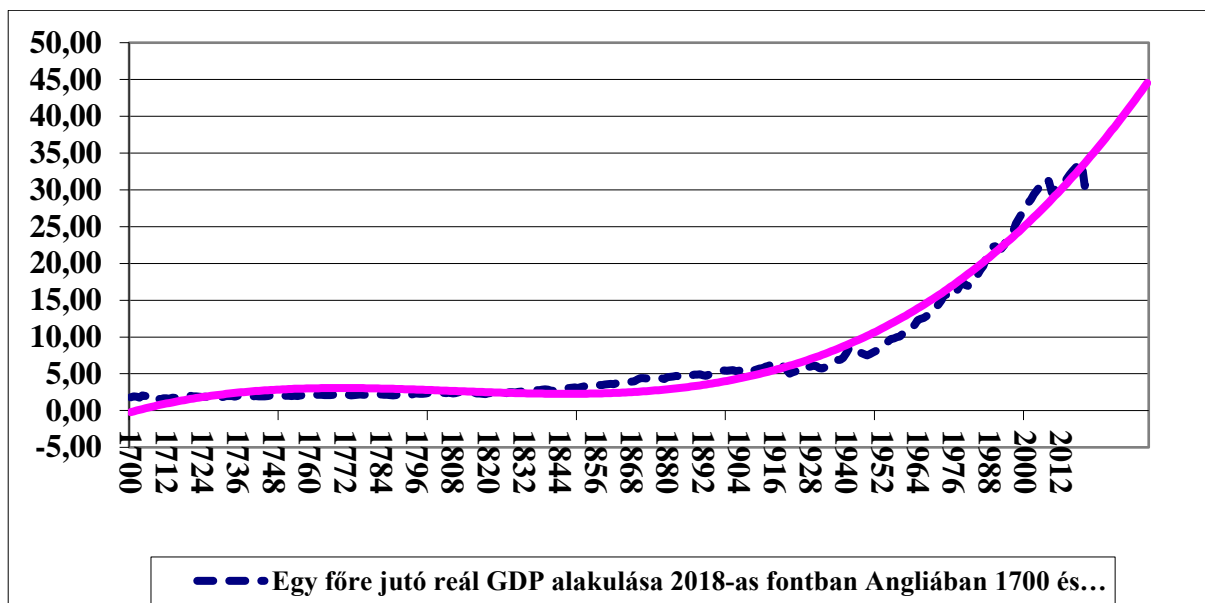
Angol adatok esetén az eljárás hasonló, de itt az Ország vagy régiót Magyarországról Egyesült Királyságra, és a Területi formátumot magyaról (Magyarország) angolra (Egyesült Királyság) majd az

Excelbe való bemásolás után vissza kell állítani a beállításokat magyarra. Az angol Excel a tizedesjegyek (helyértékek) elválasztásánál a pontot (.) és nem a vesszőt (,) használja, mint a magyar Excel. Az is előfordul, hogy az angol Excel a pontot (.) és vesszőt (,) is használja helyértékek elválasztására. Pl. a tizedeselválasztó a pont és az ezres elválasztó vessző.

Egy főre jutó reál GDP alakulása 2018-as fontban Angliában 1700 és 2021 között.

A ciklus legrövidebb periódusa 4 év. Az alkalmazott mozgóátlag 16 év.

Az idősor hossza: 322 év, ebből becslésre felhasznált: 312 év. Extrapoláció 20 év.



Egy főre jutó reál GDP alakulása 2018-as fontban Angliában ábrájából látható, hogy az 5 Font/fő -t 1895-ben, a 10 Font/fő-t 1957-ben, a 20 Font/fő-t 1987-ben, a 30 Font/fő-t 2005-ben érte el a brit gazdaság. 192 évre volt szükség, hogy az 1700-ban mért 1,8 Font/fő elérje az 5 Font/fő értéket. 1895 után a lassú növekedés felgyorsult és bár voltak visszaesések (1933-ban, 1975-ben, 2009-ben, amikor a világ gazdaságban is recessziók voltak), a fejlődés töretlen, exponenciális volt. 2041-re az extrapolált trend értéke 44,52 font/fő. A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív. A 2041-re prognosztizált trend érték 32,64 (font/fő).

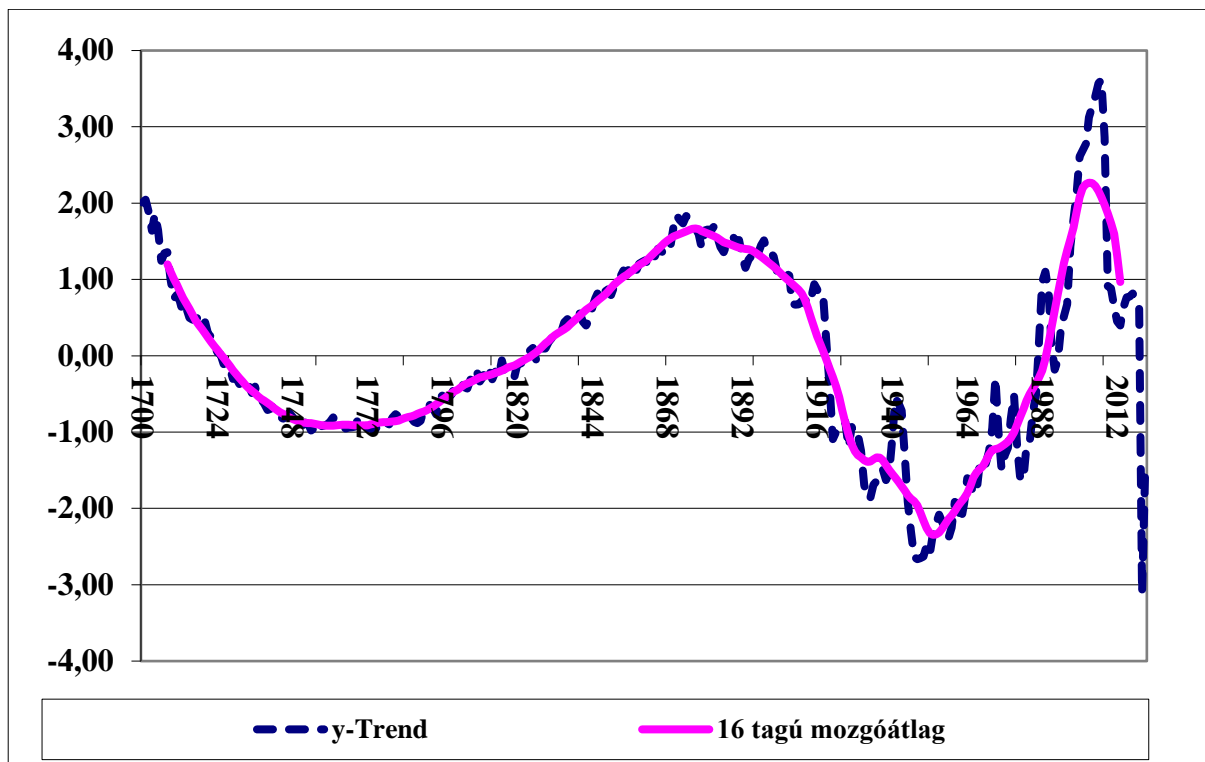
A trendfüggvény:

$$\hat{y}_t = -0,330 + 0,113 * t + -0,001 * t^2 + 0,000004 * t^3$$

$$R^2 = 0,969$$

$$MAPE = 3,06$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján elfogadhatóan pontos.



Additív kapcsolat esetén az egy főre jutó reál GDP Kondratyjev ciklusai Angliában 16 tagú mozgóátlag esetén.

A Kondratyjev ciklusok az egy főre jutó GDP esetében Angliában az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont - [Csúcspont] – Mélypont

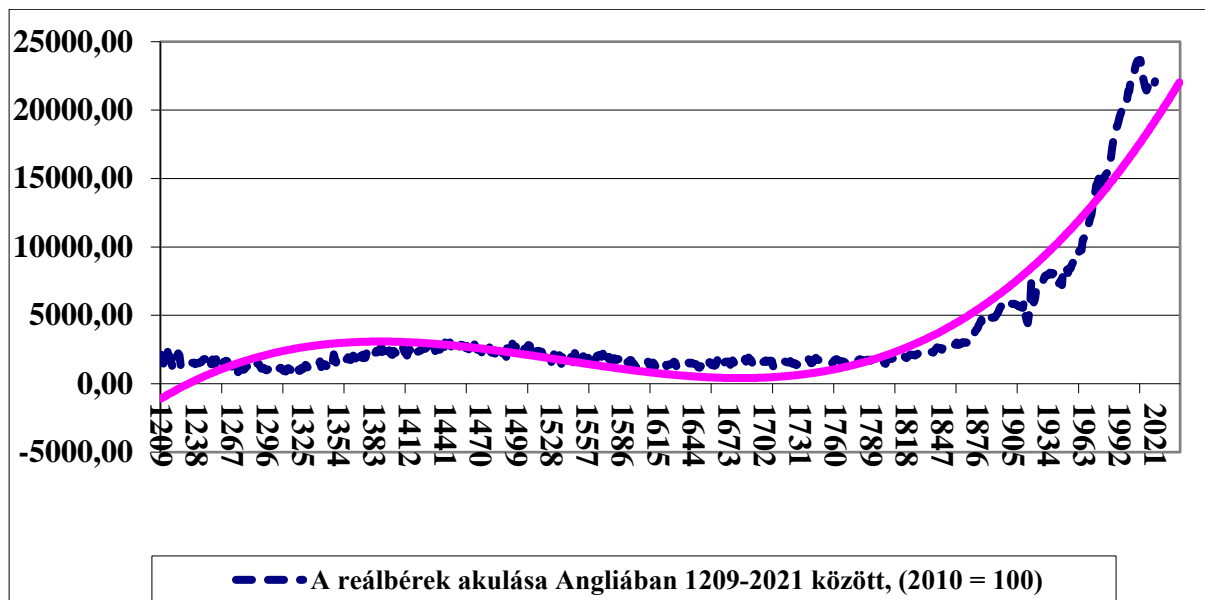
Periódus (év)

?	-	[1700]	-	1761	1. Kondratyjev ciklus	(le: 61)
1761	-	[1877]	-	1933	2. Kondratyjev ciklus	172 (fel: 116, le: 56)
1933	-	[2003]	-	?	3. Kondratyjev ciklus	(fel: 70)

Elvégeztem a számítást 8-as mozgóátlagolással is, de az eredmények, a Kondratyjev ciklus nem változott. 4 tagú mozgó átlagolás esetén a fordulópontokban 3-4 éves eltéréseket tapasztaltam. A bemenő paraméterek változtatásánál azonnal láthatók az eredmények. Érdekes a 16 tagú mozgóátlagolású görbénél a csúcspontok és mélypontok értékeit, mondjuk piros betűvel jelölni és akkor, ha megváltoztatjuk a mozgó átlag számát, azonnal láthatóak az eltérések. A Kondratyjev ciklusoknál azt vettem figyelembe, hogy az egyensúlyi vonal (0,00) fölé vagy alá ment-e a 16 tagú mozgóátlag – trend görbe.

A reálbérek alakulása Angliában 1209-2021 között, (2010 = 100) 1209-2021 között.

A ciklus legrövidebb periódusa 4 év. Az alkalmazott mozgóátlag 16 év. Az idősor hossza: 813 év, ebből becslésre felhasznált: 803 év. Extrapoláció 20 év.



Harmadfokú polinom (trend) mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A trendfüggvény:

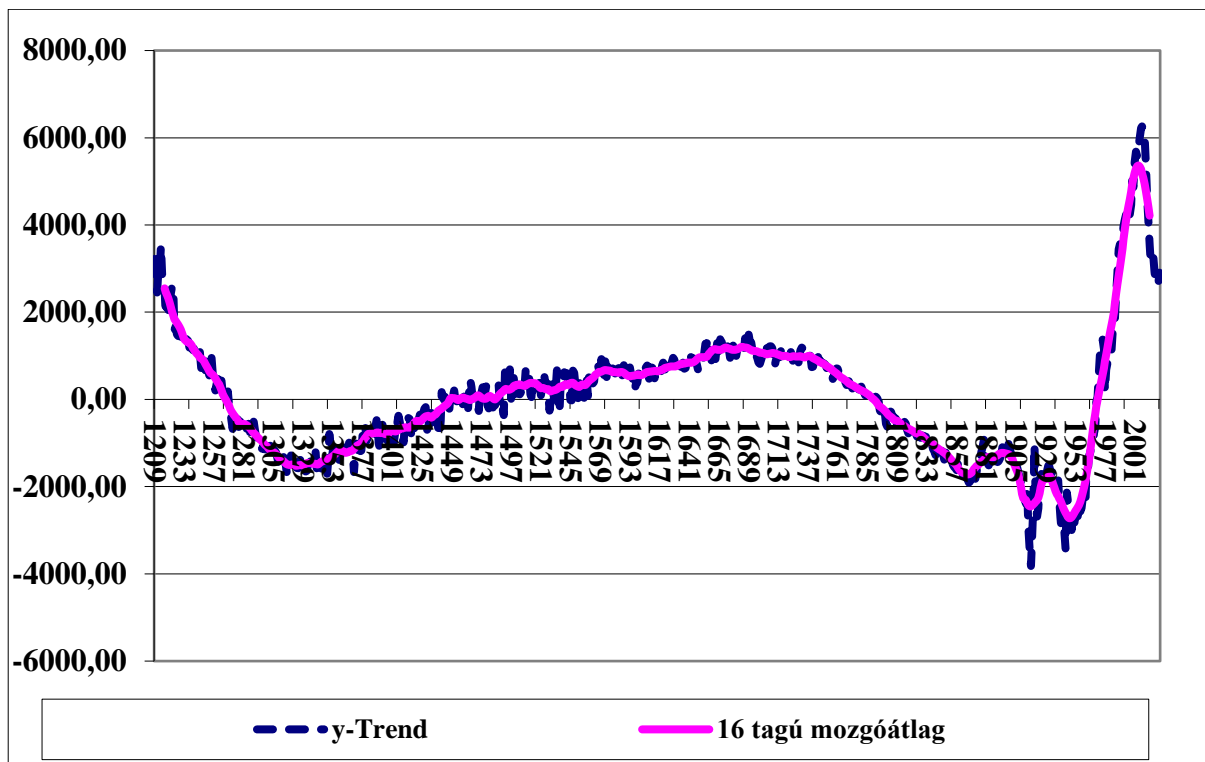
$$\hat{y}_t = -1145,768 + 53,770 * t - 0,206 * t^2 + 0,00021 * t^3$$

$$R^2 = 0,881$$

$$MAPE = 14,36$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján elfogadhatóan pontos.

A reálbérek Angliában lassan emelkedtek. Az induló érték 1209-ben 2129, ez elkezdett csökkenni, 1228-ban 1300, majd egy lassú emelkedés következett be, 1815-ben 2023, ami után a növekedés felgyorsult, 1864-ben 3036, 1876-ban 4027, 1892-ben 5065, 1994-ben 2011 volt. A bázis érték 2010 = 100. Ha az első (1209=2129 és 2021=22111) és az utolsó év adatát nézzük, akkor azt látjuk, hogy 813 év alatt a reálbérek növekedése több, mint tízszeres volt (10,4 szeres.) A 2041-re prognosztizált trend érték 22028.



A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A Kondratyjev ciklusok az egy főre jutó reálbérek esetében Angliában az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont -	[Csúcspont]	- Mélypont		Periódus (év)
-	[1209]	- 1329	1. Kondratyjev ciklus	(fel: 61)
1329	- [1696]	- 1949	2. Kondratyjev ciklus	620 (fel: 367, le: 253)
1949	- [2005]	- ?	3. Kondratyjev ciklus	(fel: 56)

Elvégeztem a számítást 8-as mozgóátlagolással is, de az eredmények, a Kondratyjev ciklus kis mértékben, csak 3-4 éves eltérésekkel változott.

Egy főre jutó reál GDP alakulása Ausztráliában 2020-as dollárban 1828 és 2021 között.

A ciklus legrövidebb periódusa 5 év. Az alkalmazott mozgóátlag 15 év. Az idősor hossza: 194 év, ebből becslésre felhasznált: 184 év. Extrapoláció 20 év.

Harmadfokú polinom (trend) mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

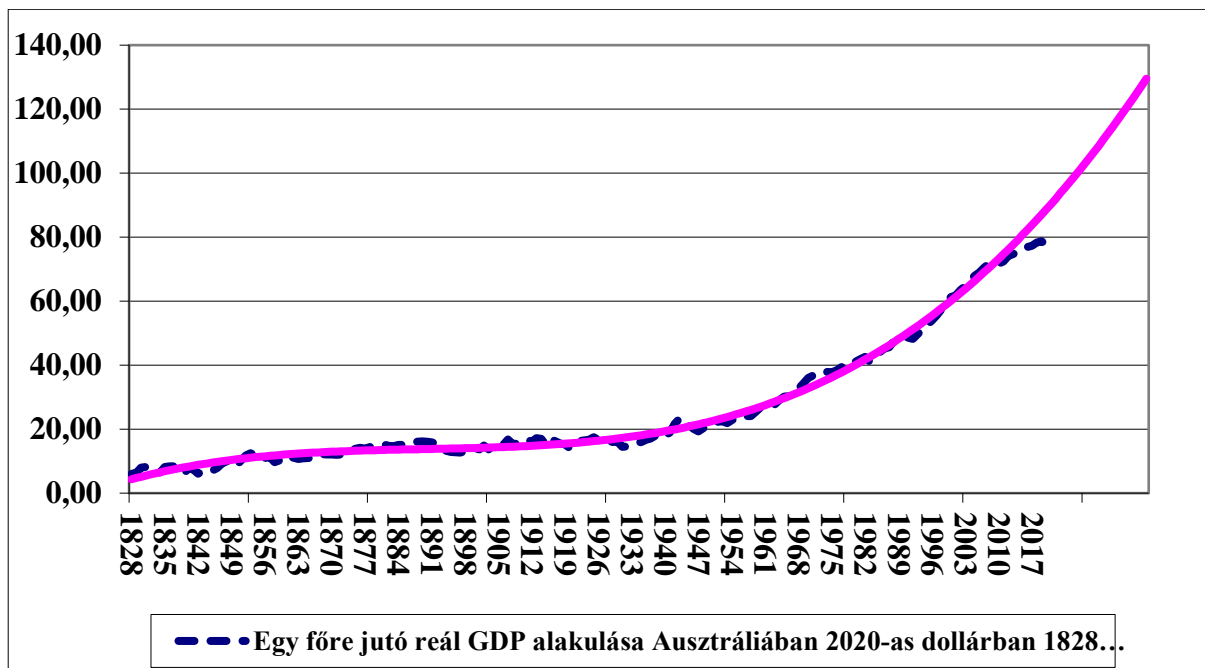
A trendfüggvény:

$$\hat{y}_t = 3,93528 + 0,41070 * t - 0,00606 * t^2 + 0,00003 * t^3$$

$$R^2=0,993$$

$$MAPE = 8,27$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján elfogadhatóan pontos.



A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív. Egy főre jutó reál GDP alakulása Ausztráliában 2020-as dollárban 1942-ig lassan emelkedett, ekkor haladta meg a 20 dollár/főt, ezután a növekedés exponenciális trendet követett. A 2041-re prognosztizált trend érték 82,33 (dollár/fő).

A dollár és font árfolyamának alakulása 1791-től 2023-ig

A legjobban illeszkedő trendfüggvény. Másodfokú hiperbola.

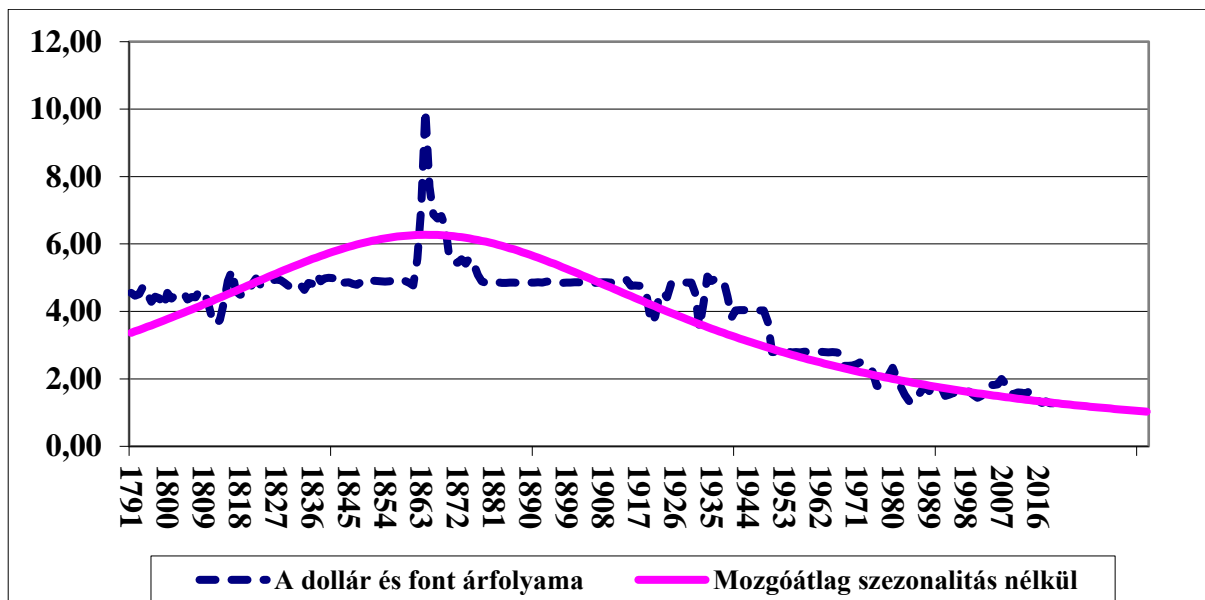
$$\hat{y}_t = \frac{1}{0,30060 - 0,00379 * t + 0,00003 * t^2}$$

A dollár/font árfolyama 1791-ben 4,55 ami 1864-ben elérte a maximumot, 9,99 és attól kezdve hullámszerűen, de csökkent, tehát gyengült, 2022-ben 1,23 volt. Ez mutatja az USA gazdaságának az erősödését és az Angol gazdaság gyengülését. 2042-re az extrapolált érték 1,03.

$$R^2=0,887$$

$$MAPE = 10,10$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján pontos.



Egy főre jutó reál-GDP alakulása az USA-ban (2012-es évi dollárban) 1790-2021 között.

Az idősor hossza: 232

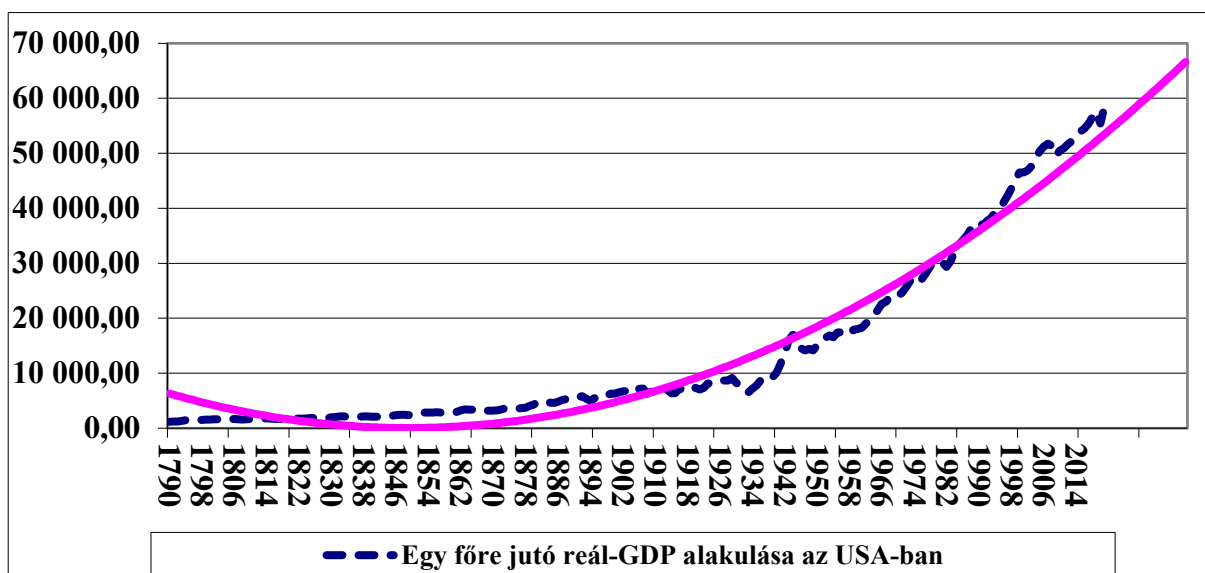
Ebből becslésre felhasznált: 222 (max. 232)

Extrapoláció: 20

Legjobban illeszkedő függvény az R^2 (0,96) és a MAPE (7,55 %) alapján a másodfokú parabolikus trend, amelynek paraméterei:

$$\hat{y}_t = 6524,40 - 216,41 * t + 1,8 * t^2$$

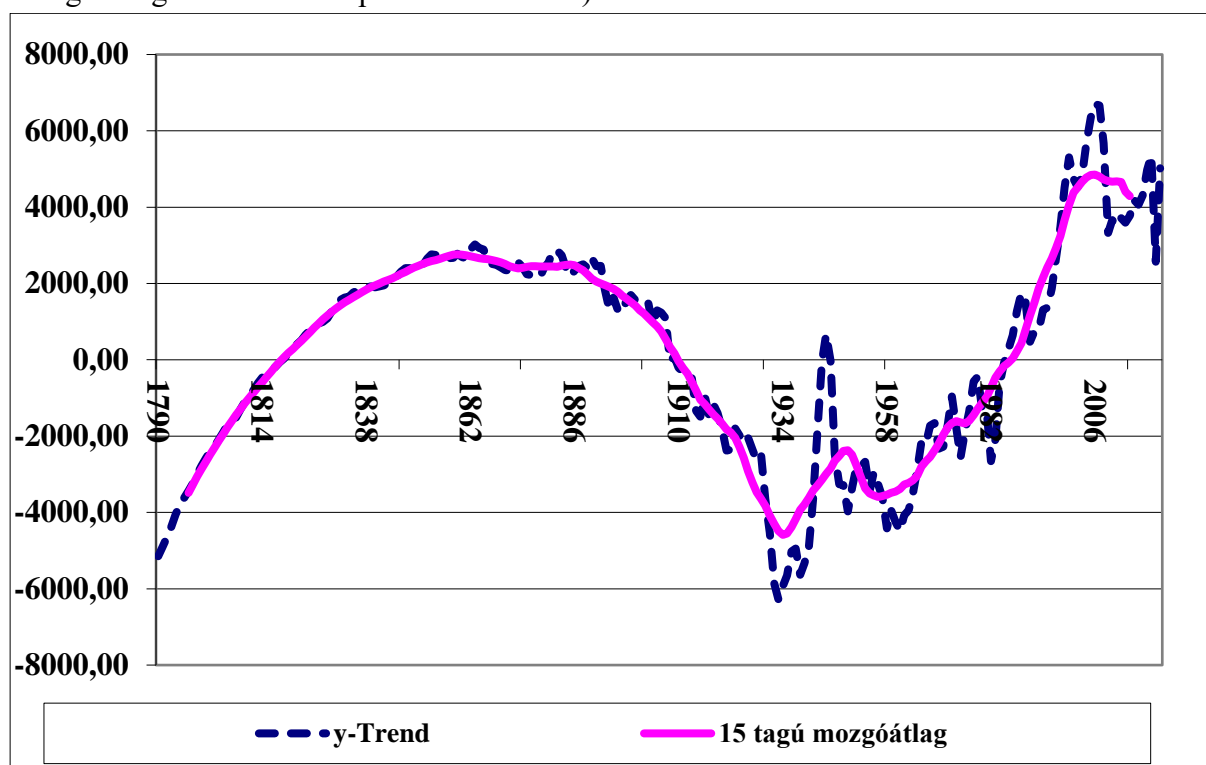
A rövid ciklus periódusa a számítások szerint 5 év. Az alkalmazott mozgóátlag szám 15 év.



Egy főre jutó reál-GDP alakulása az USA-ban, az eredeti adatok és a másodfokú parabolikus trend

Az extrapolált érték 2042-re 66603,91 (dollár/fő) A trend és az eredeti adatok közötti kapcsolat additív. (A trend növekedésével az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változnak, nem növekednek.

Egy főre jutó reál-GDP alakulása az USA-ban, a Kondratyjev ciklusok. (az eredeti adatok 15 tagú mozgó átlaga - másodfokú parabolikus trend)



A Kondratyjev ciklusok az főre jutó reál-GDP alakulása esetében az USA-ban az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont - [Csúcspont] – Mélypont					Periódus (év)	
1790	-	[1885]	-	1933	1. Kondratyjev ciklus	143 (fel: 95, le: 48)
1933	-	[2006]	-	?	2. Kondratyjev ciklus	(fel: 73)

[Az Egyesült Államok éves fogyasztói árindexének alakulása](#) (1982-1984=100) 1774-től 2022-ig

A ciklus legrövidebb periódusa 9 év. Az alkalmazott mozgóátlag 9 év. Az idősor hossza: 249 év, ebből becslésre felhasznált: 239 év. Extrapoláció 20 év.

Harmadfokú polinom (trend) mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A trendfüggvény:

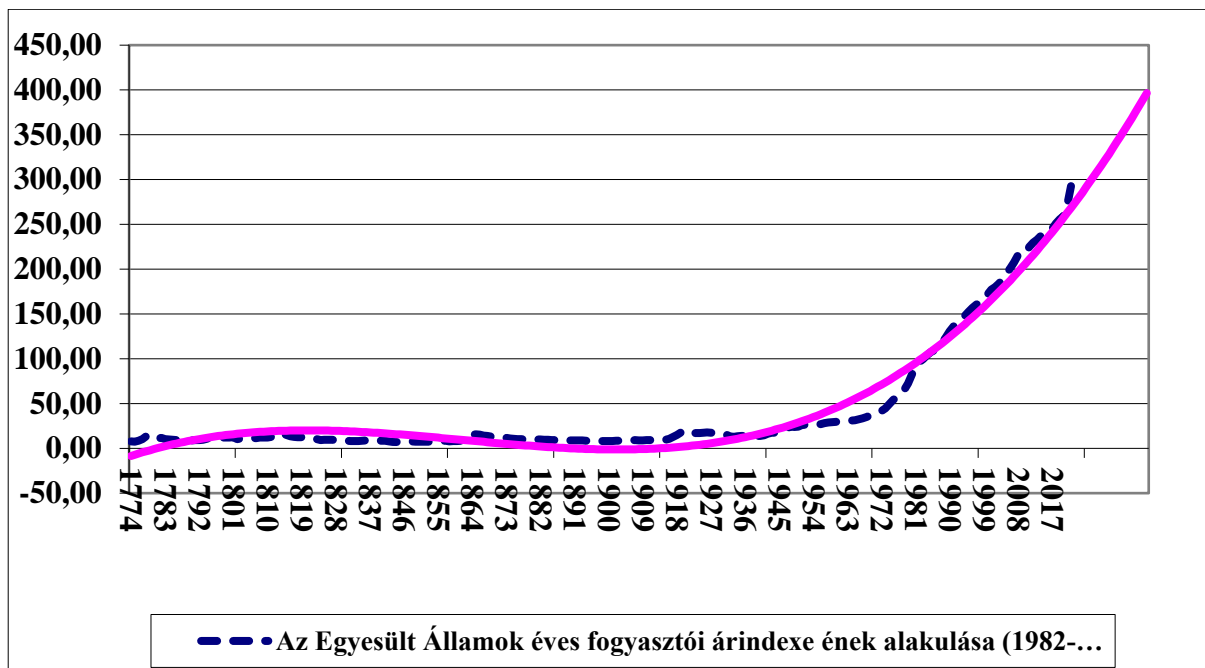
$$\hat{y}_t = -9,926 + 1,4373 * t - 0,206 * t^2 + 0,00008 * t^3$$

$$R^2=0,958$$

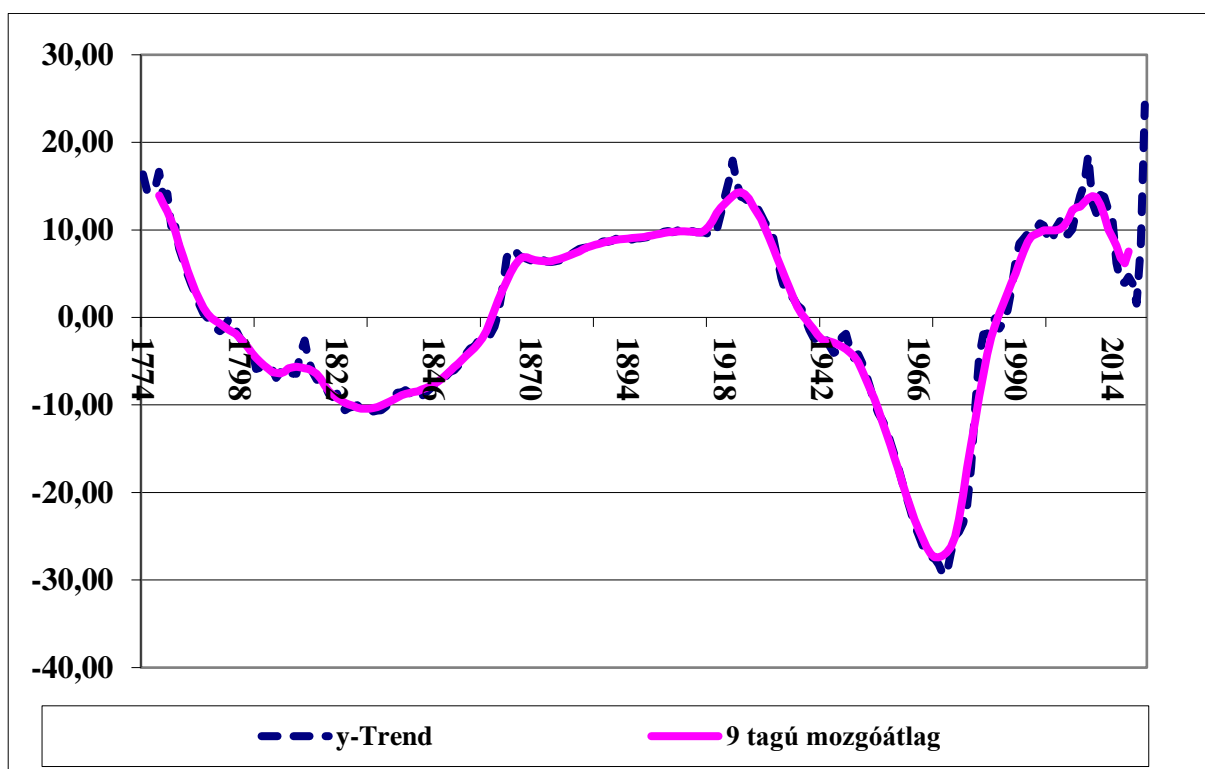
$$MAPE = 3,11$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján elfogadhatóan pontos.

A 2042-re prognosztizált trend érték 396,4.



A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.



A Kondratyjev ciklusok a fogyasztói árindexek esetében az USA-ban az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont	-	[Csúcspont]	-	Mélypont	Periódus (év)
1829	-	[1922]	-	1971	1. Kondratyjev ciklus 142 (fel: 93, le: 49)
1971	-	[2009]	-	?	2. Kondratyjev ciklus (fel: 38)

Hivatalos amerikai arany ár alakulása 1786-2022 (USA \$/uncia az év végén)

A számítások eredményei:

A ciklus legrövidebb periódusát nem lehetett kimutatni. Az idősor hossza: 237 év, ebből becslésre felhasznált: 227 év. Extrapoláció 20 év. A másodfokú polinom (trend) mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A trendfüggvény:

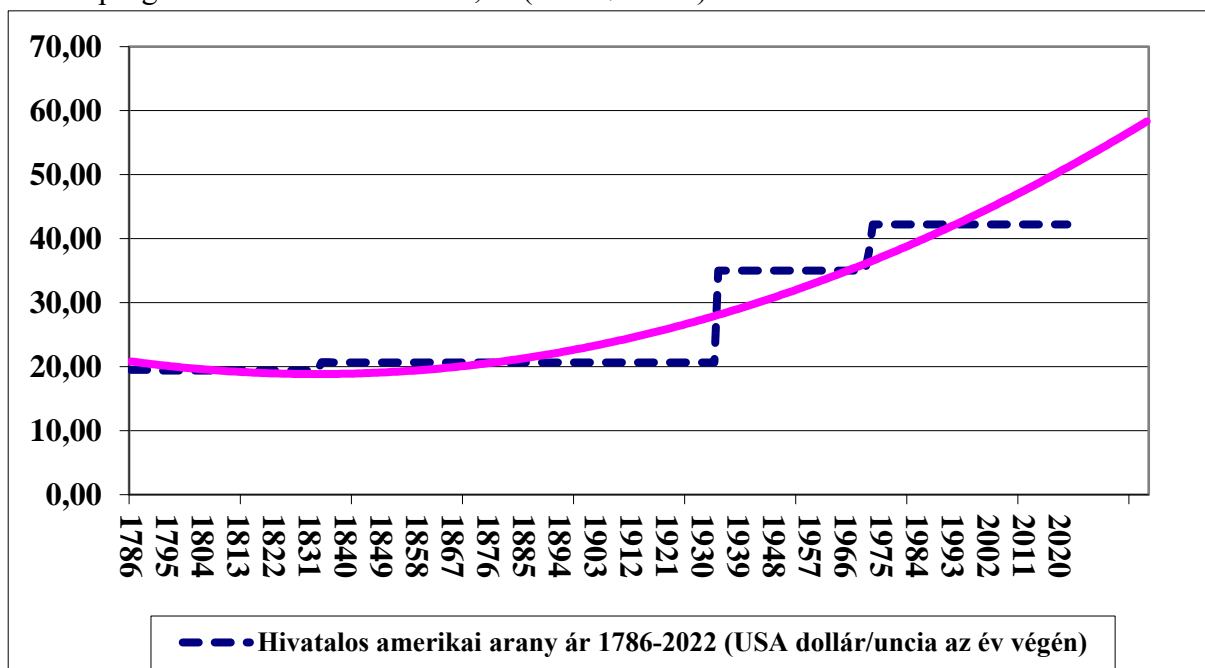
$$\hat{y}_t = 20,9013 - 0,086048 * t + 0,000901268 * t^2$$

$$R^2=0,895$$

$$MAPE = 17,53$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján elfogadhatóan pontos.

A 2042-re prognosztizált trend érték 58,31 (USA \$/uncia)



A nemképzett munkaerő bérének (1860=100) alakulása az USA-ban 1774-2022

Az idősor hossza: 249 év, ebből becslésre felhasznált: 239 év. Extrapoláció 20 év.

Harmadfokú polinom (trend) mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend növekvő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A trendfüggvény:

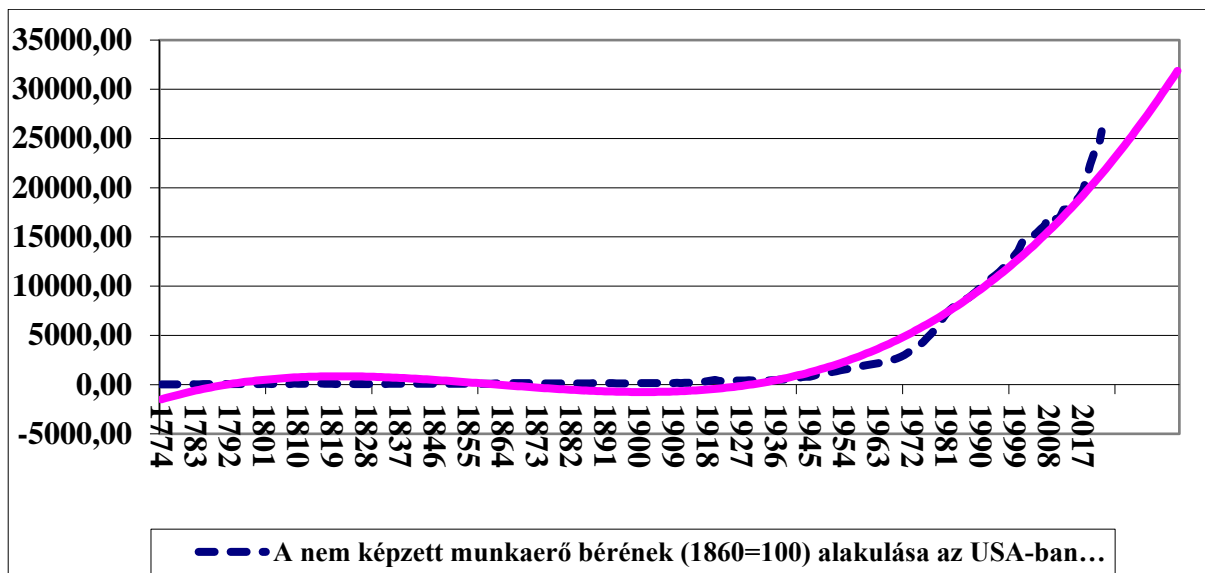
$$\hat{y}_t = -1611,33 + 116,569 * t - 0,206 * t^2 + 0,006294739 * t^3$$

$$R^2=0,968$$

$$MAPE = 6,64$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján elfogadhatóan pontos.

A 2042-re prognosztizált trend érték 4400,65.



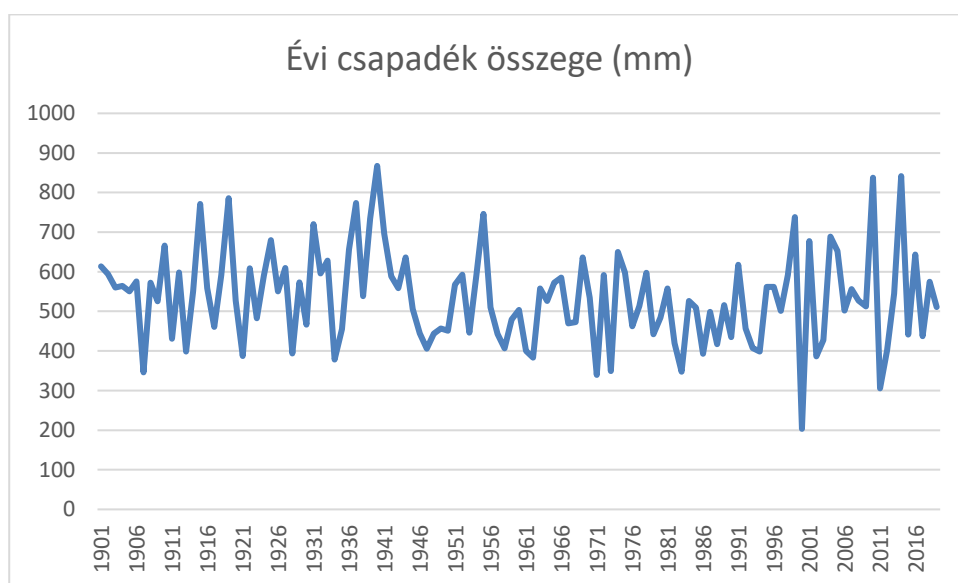
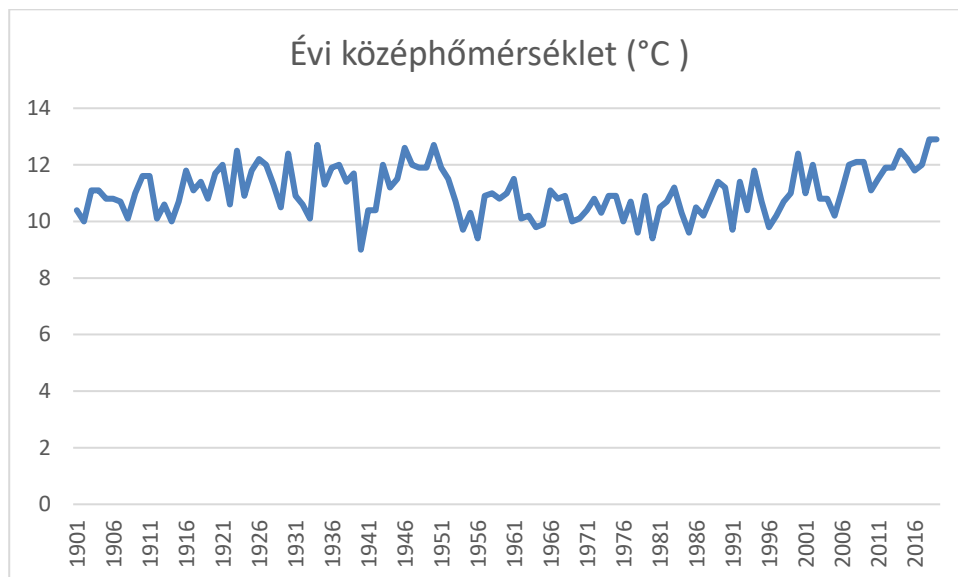
Hosszú (Kondratyjev) ciklusok kimutatása a Magyar mezőgazdaság idősorokban

Az empirikus vizsgálat adatbázisát a Központi Statisztikai Hivatal által 2000-ben CD-n megjelentetett „Magyar Mezőgazdaság 1851–2000” című kiadvány tette lehetővé. Az idősorok összehasonlíthatók, mivel a Magyarország jelenlegi területére vetítve számították az 1920 előtti adatokat. Az adatok kiegészítése a KSH által kiadott Magyar Statisztikai Évkönyvek (2001-2019) felhasználásával történt, amelyek tartalmazzák a fontosabb növények összes termésmennyiségét (ezer tonnában). KSH Magyar Statisztikai Évkönyv [2019](#). (Hosszú idősorok)

Az empirikus vizsgálatok eredményei.

Valkó Gábor. [[2020. június](#)]: A magyar mezőgazdaság elmúlt száz éve a statisztika tükrében. KSH. Statisztikai Szemlében megjelent tanulmányban áttekintést adott a magyar mezőgazdaság elmúlt száz évéről, elsősorban a statisztika szemszögéből bemutatva a növénytermesztés és az állattenyésztés legfőbb jellemzőit.

Az alábbi két ábra mutatja Magyarországon az országos középhőmérséklet éves átlagának alakulását [1901 és 2019](#) között továbbá az évi csapadékösszeg átlagának a változását. A két ábrából látható, hogy az évi ingáshoz képest a csapadékmennyiségek ingadozása nagyobb, mint a hőmérsékleti értékeké.



Az elemi műveletek Excel parancsfájllal vizsgálhatók az évi középhőmérséklet változásai.

Alapstatisztikák

Megfigyelések száma	119
Összeg	1314,6
Minimum	9
Maximum	12,9

Középértékek

Számtani átlag	11,05
Mértani átlag	11,01
Harmonikus átlag	10,98
Négyzetes átlag	11,08
Medián	10,9
Módusz	10,8

Szóródás mérőszámai

Terjedelem	3,90
------------	------

Interkvartilis terjedelem	1,40
Átlagos abszolút eltérés	0,69
Szórás	0,84
Variancia (szórásnégyzet)	0,71
Relatív szórás	7,64%
Középeltérés	0,69

A legkisebb 9 és legnagyobb 12,9 mért évi középhőmérséklet között csak 1,4-szeres a különbség. A terjedelem, a legnagyobb és legkisebb értékek közötti különbség 3,9 ($^{\circ}\text{C}$). A relatív szórás alacsony 7,64 %.

Az elemi műveletek Excel parancsfájllal vizsgálhatók az évi csapadékösszeg (mm) változásai.

Alapstatisztikák

Megfigyelések száma	119
Összeg	63698,2
Minimum	203,3
Maximum	867,3

Középértékek

Számtani átlag	535,28
Mértani átlag	522,05
Harmonikus átlag	508,06
Négyzetes átlag	548,09
Medián	534,4
Módusz	636,5

Szóródás mérőszámai

Terjedelem	664,00
Interkvartilis terjedelem	149,40
Átlagos abszolút eltérés	92,59
Szórás	117,80
Variancia (szórásnégyzet)	13876,71
Relatív szórás	22,01%
Középeltérés	92,58

A legkisebb 203,3 és legnagyobb 867,3 mért csapadék összeg között több mint négyszeres a különbség. A számtani átlag 535,28 (mm). A terjedelem, a legnagyobb és legkisebb értékek közötti különbség 664 (mm). A relatív szórás 22,01 %. Látható, hogy a csapadék évenkénti ingadozása lényegesen nagyobb, mint az évi középhőmérséklet változásai.

Búzatermés

A búza termésmennyiséget (ezer tonna) osztottuk a népességszámmal (ezer fő), így az egy főre jutó adatokkal dolgoztunk.

A rövid ciklus periódusa 3 év. Alkalmazott mozgóátlag 12 év. Az idősor hossza: 144 év, (1876-2019) ebből becslésre felhasznált: 134 év. Extrapoláció 20 év. A féllogaritmikus trend mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend lassan csökkenő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A trendfüggvény:

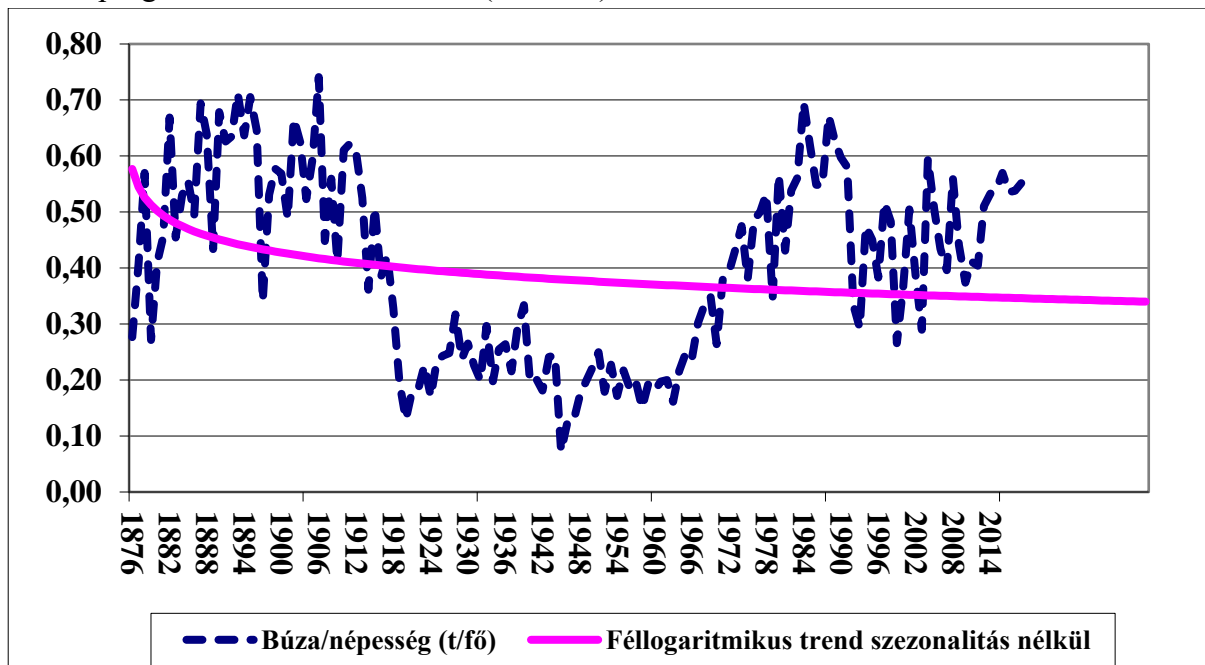
$$\hat{y}_t = 0,5768 - 0,0464 * \ln t$$

$$R^2=0,0645$$

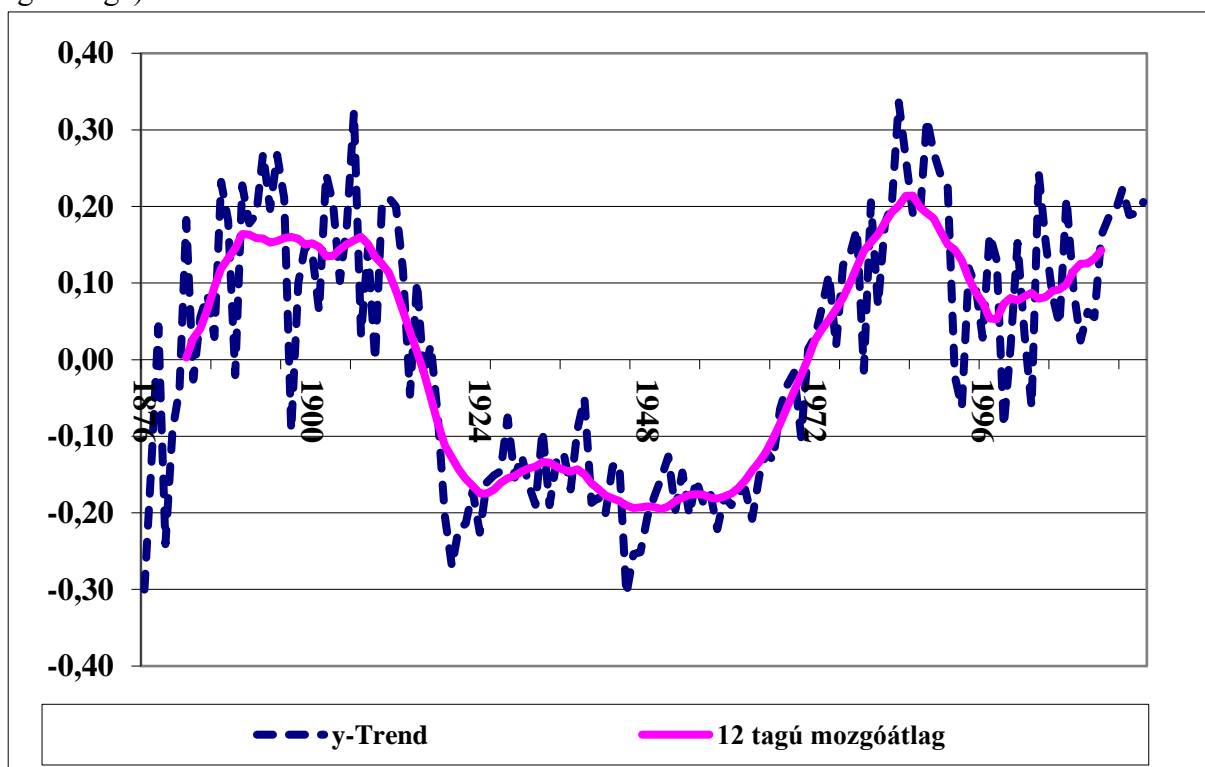
$$MAPE = 28,53$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján nem pontos.

A 2039-re prognosztizált trend érték 3,4 (tonna/fő)



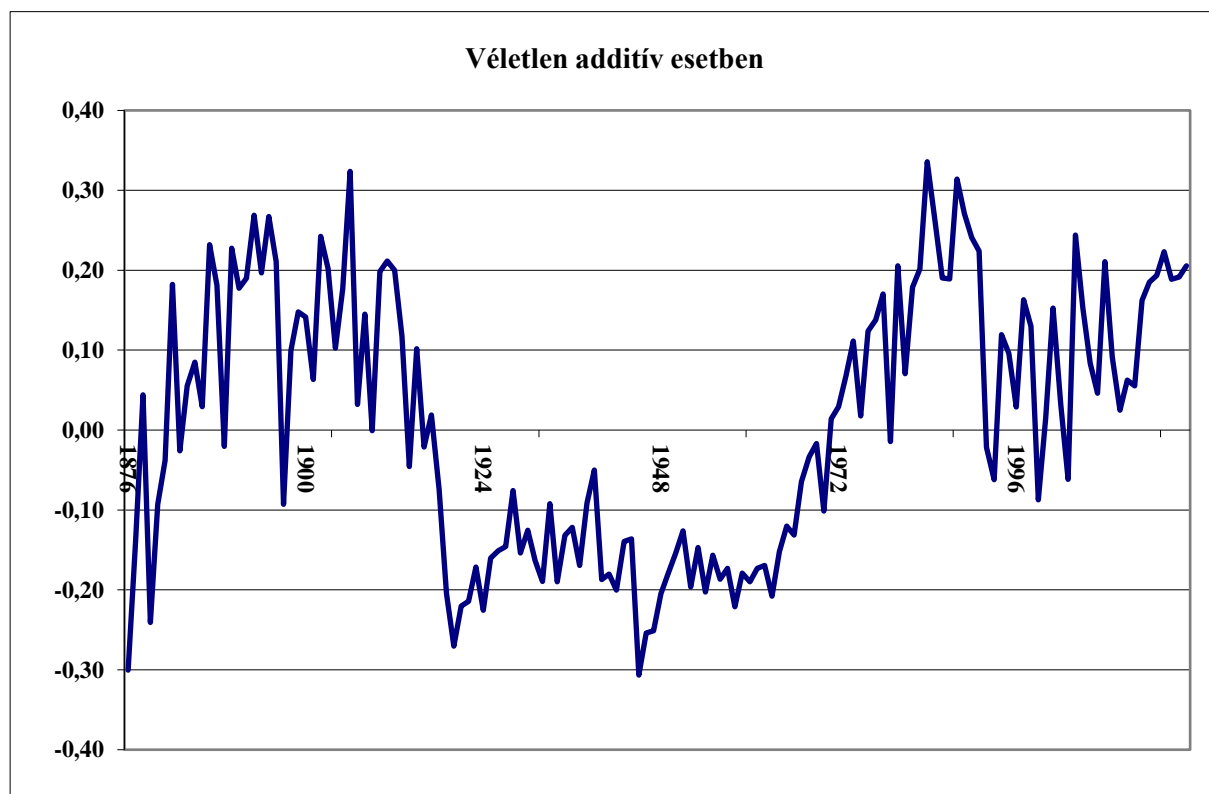
A Kondratyjev ciklusokat mutatja az alábbi ábra (eredeti adatok-féllogaritmikus trend és ennek 12 tagú mozgó átlaga)



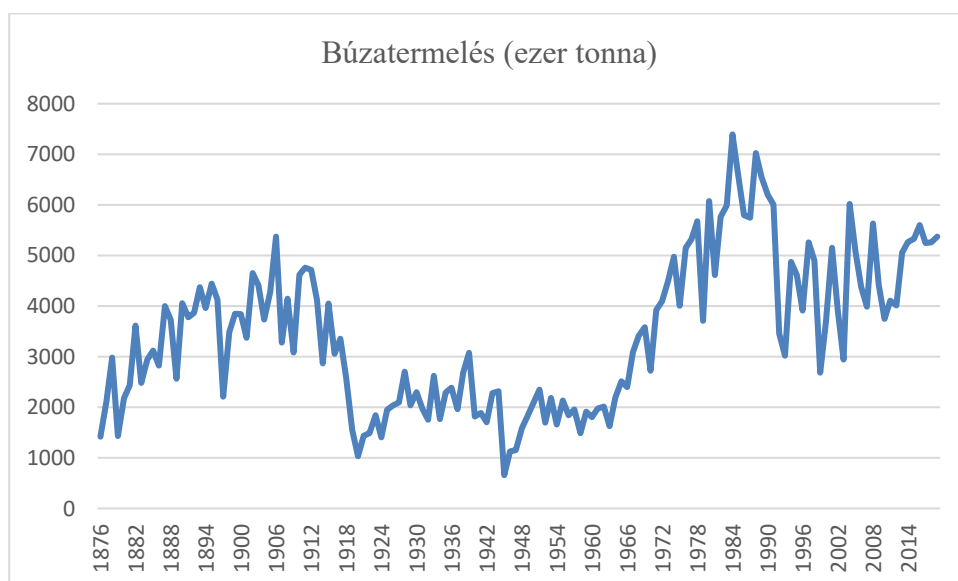
A Kondratyjev ciklusok az egy főre jutó búza termelés (tonna/fő) esetében Magyarországon az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont	-	[Csúcspont]	-	Mélypont	Periódus (év)
1877	-	[1890]	-	1924	1. Kondratyjev ciklus 47 (fel: 13, le: 34)
1924	-	[1986]	-		2. Kondratyjev ciklus (fel: 62)

A véletlen ciklus ábrája azt mutatja, hogy maradtak konjunkturális mozgások az idősorban, amiket nem tudunk kiszűrni:



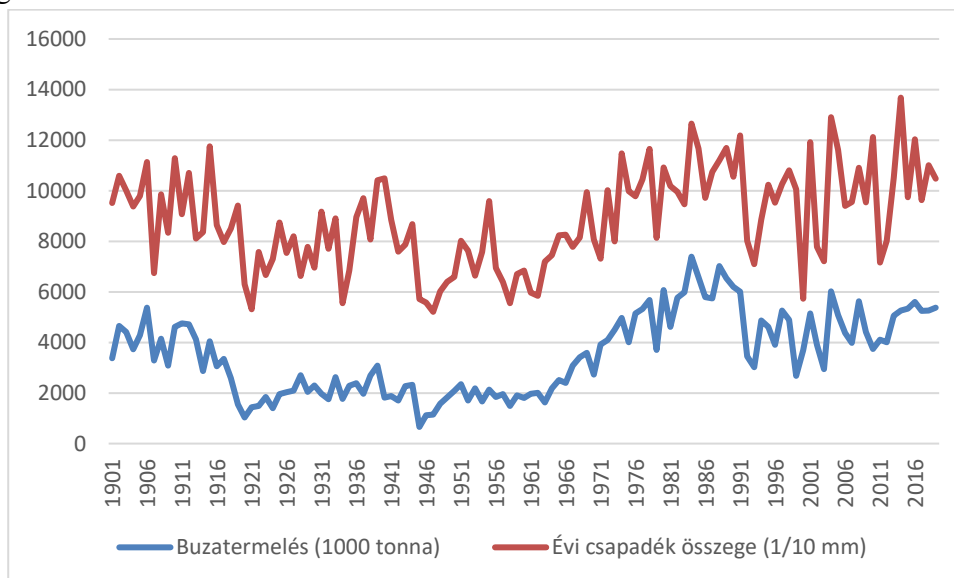
Az alábbi ábra 1876 és 2019 között mutatja Magyarországon a búzatermelés alakulását ezer tonnában.



A fenti ábra alapján a vizsgált időszakban a hazai búzatermelésben két kiugróan magas értéket találunk, 1923-ban 1843 ezer tonna és 1984-ben 7392 ezer tonna. A két csúcstermés eredményénél a különbség

négyszeres. Mindkét esetben a csúcás előtt egy felszálló ág, majd egy leszálló ág volt kimutatható. Az évenkénti ingadozások is jelentősek, aminek egyik oka az időjárás változásában keresendő.

Az évi csapadék összegét (1/10 mm, ugyanis a mm adatokat 10-zel szoroztam be, hogy az Y tengelyen jól láthatóak legyenek a búzatermelés és az évi csapadék összege közötti összefüggések) és a búzatermelés (ezer tonna) alakulását mutatja Magyarországon 1901-2019 között az alábbi ábra. Látható, hogy az éves csapadék összege hatást gyakorol a búzatermelés alakulására, a két görbe szinte együtt mozog.



Árpatermés

Az árpa termésmennyiséget (ezer tonna) osztottuk a népességszámmal (ezer fő), így az egy főre jutó adatokkal dolgoztunk.

A rövid ciklus periódusa 3 év. Az idősor hossza: 150 év, (1870-2019) ebből becslésre felhasznált: 140 év. Extrapoláció 20 év. A féllogaritmikus trend mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend lassan csökkenő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A trendfüggvény:

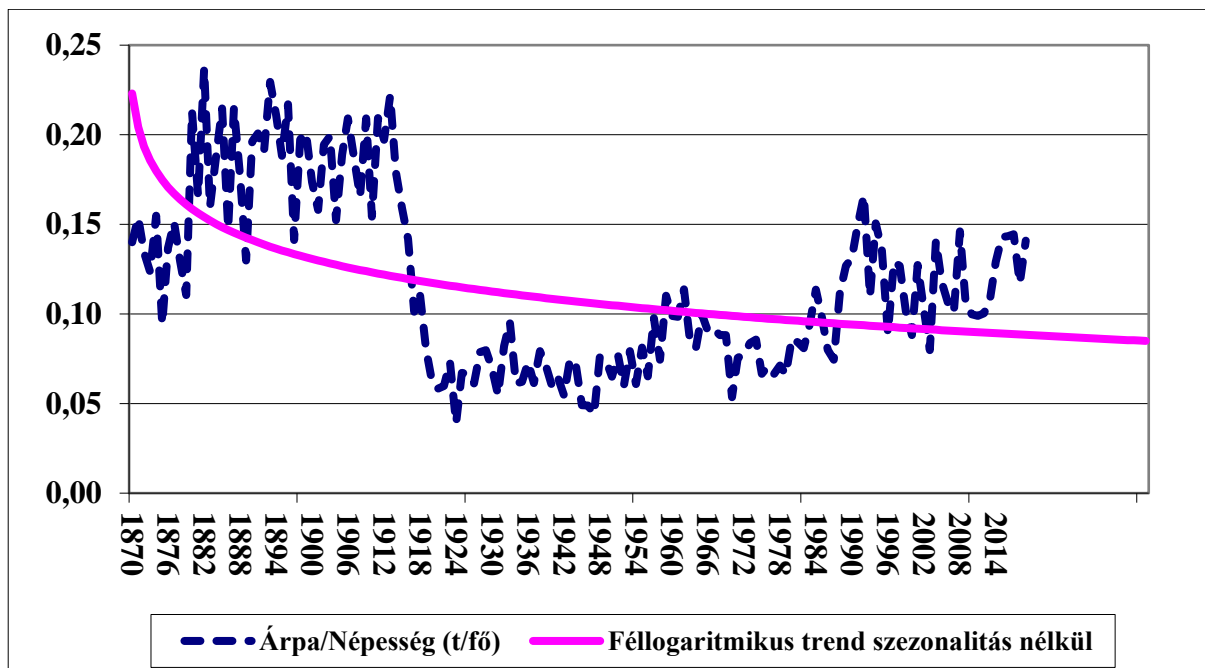
$$\hat{y}_t = 0,2230 - 0,02688 * \ln t$$

$$R^2 = 0,2457$$

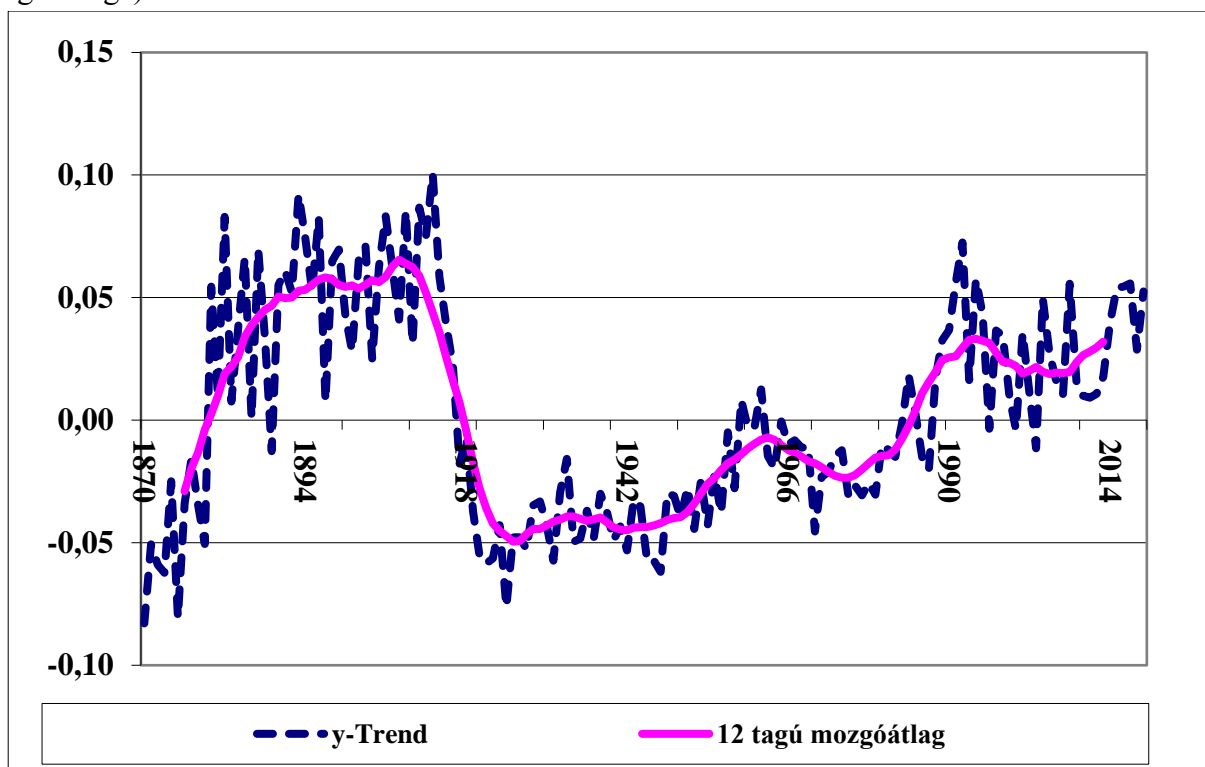
$$MAPE = 31,94 \%$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján nem pontos.

A 2039-re prognosztizált trend érték 0,08 (tonna/fő)



A Kondratyjev ciklusokat mutatja az alábbi ábra (eredeti adatok-féllogaritmikus trend és ennek 12 tagú mozgó átlaga)



A Kondratyjev ciklusok az egy főre jutó árpa termelés (tonna/fő) esetében Magyarországon az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont	-	[Csúcspont]	-	Mélypont	Periódus (év)
1870	-	[1888]	-	1923	1. Kondratyjev ciklus 53 (fel: 18, le: 35)
1923	-	[1990]	-		2. Kondratyjev ciklus (fel: 67)

Rozstermelés

A rozs termésmennyiséget (ezer tonna) osztottuk a népességszámmal (ezer fő), így az egy főre jutó adatokkal dolgoztunk.

A rövid ciklus periódusa 3 év. Az idősor hossza: 99, (1921-2019) ebből becslésre felhasznált: 89 év. Extrapoláció 20 év. A féllogaritmikus trend mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend lassan csökkenő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A trendfüggvény:

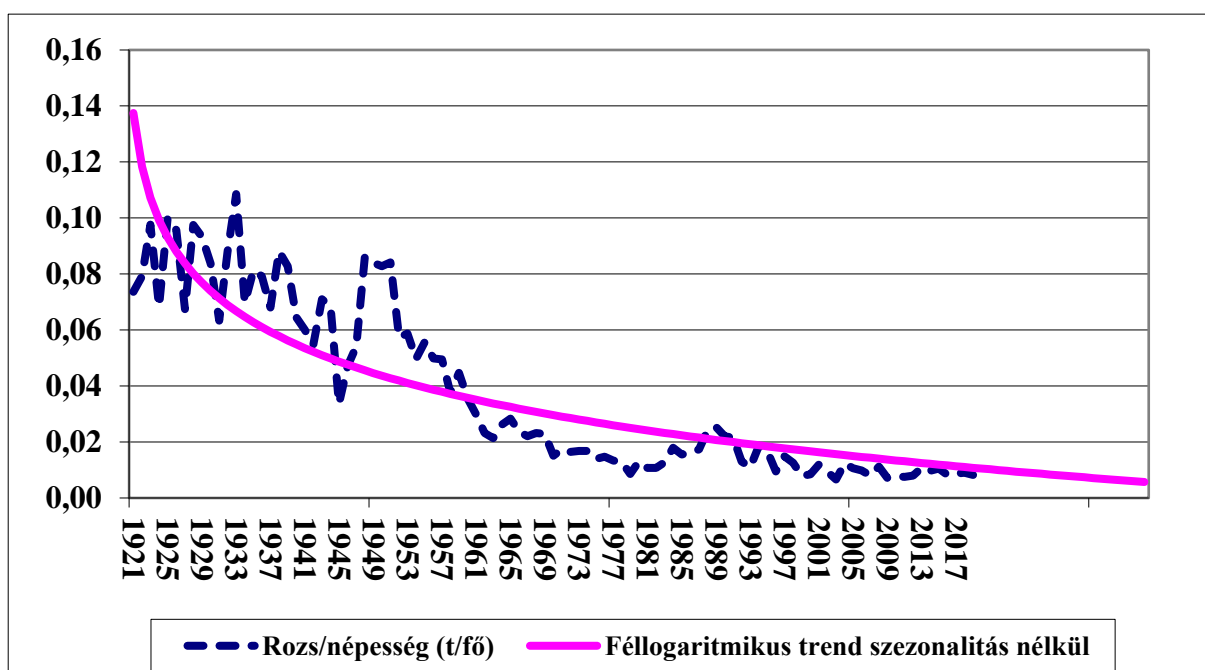
$$\hat{y}_t = 0,13749 - 0,0276 * \ln t$$

$$R^2 = 0,69695$$

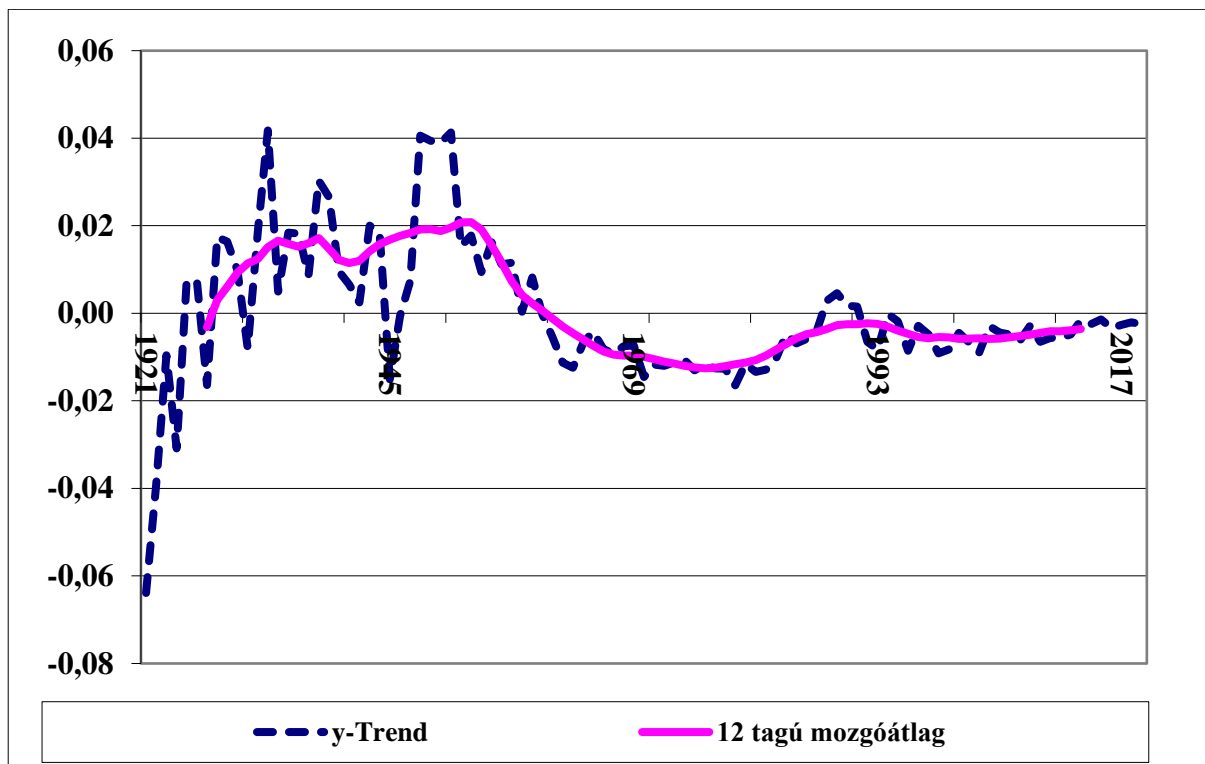
$$MAPE = 38,68 \%$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján nem pontos.

A 2039-re prognosztizált trend érték 0,00571 (tonna/fő)



A Kondratyjev ciklusokat mutatja az alábbi ábra (eredeti adatok-féllogaritmikus trend és ennek 12 tagú mozgó átlaga)



Az egyensúlyi Y tengelyt (0,00) csak egy helyen metszi az eredeti adatok mínusz féllogaritmikus trend 12 tagú átlagolású görbéje, a csúcs 1935-ben volt.

Zabtermelés

A rozs termésmennyiséget (ezer tonna) osztottuk a népességszámmal (ezer fő), így az egy főre jutó adatokkal dolgoztunk.

A rövid ciklus periódusa 3 év. Mozgóátlag 12 év. Az idősor hossza: 99, (1921-2019) ebből becslésre felhasznált: 89 év. Extrapoláció 20 év. A féllogaritmikus trend mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend lassan csökkenő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változott, tehát a kapcsolat additív.

A trendfüggvény:

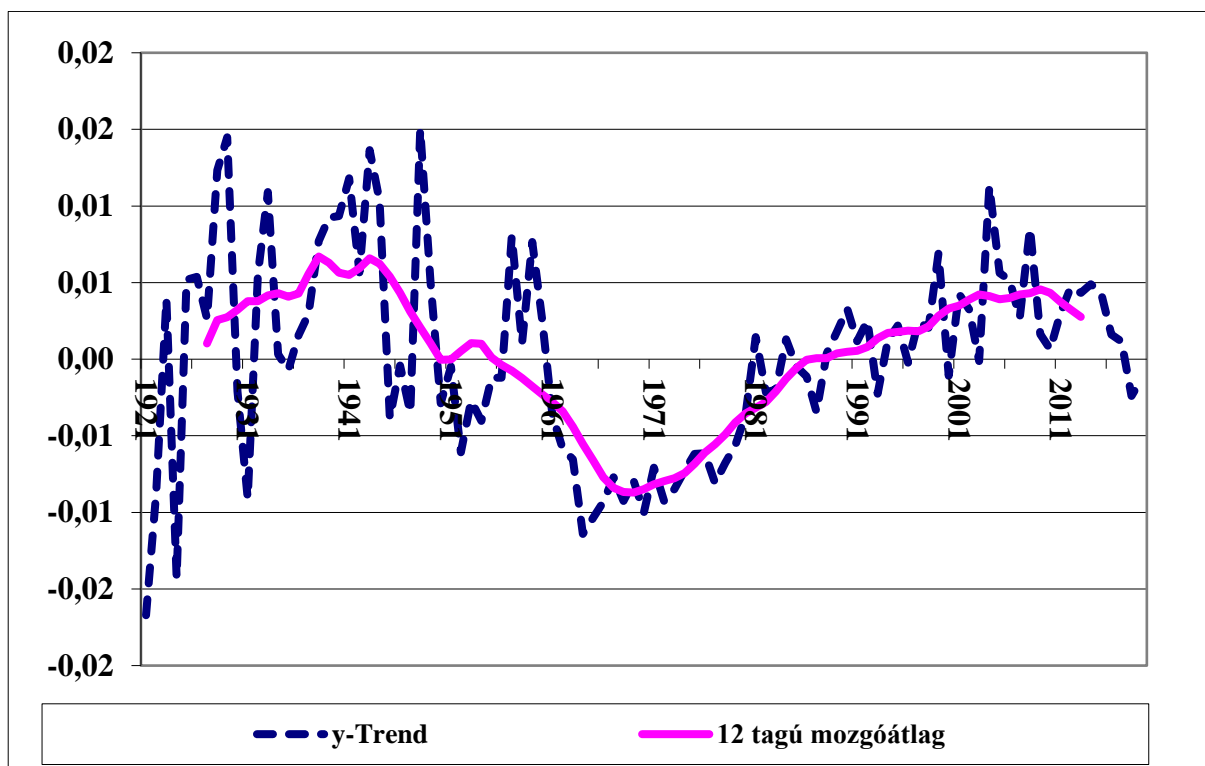
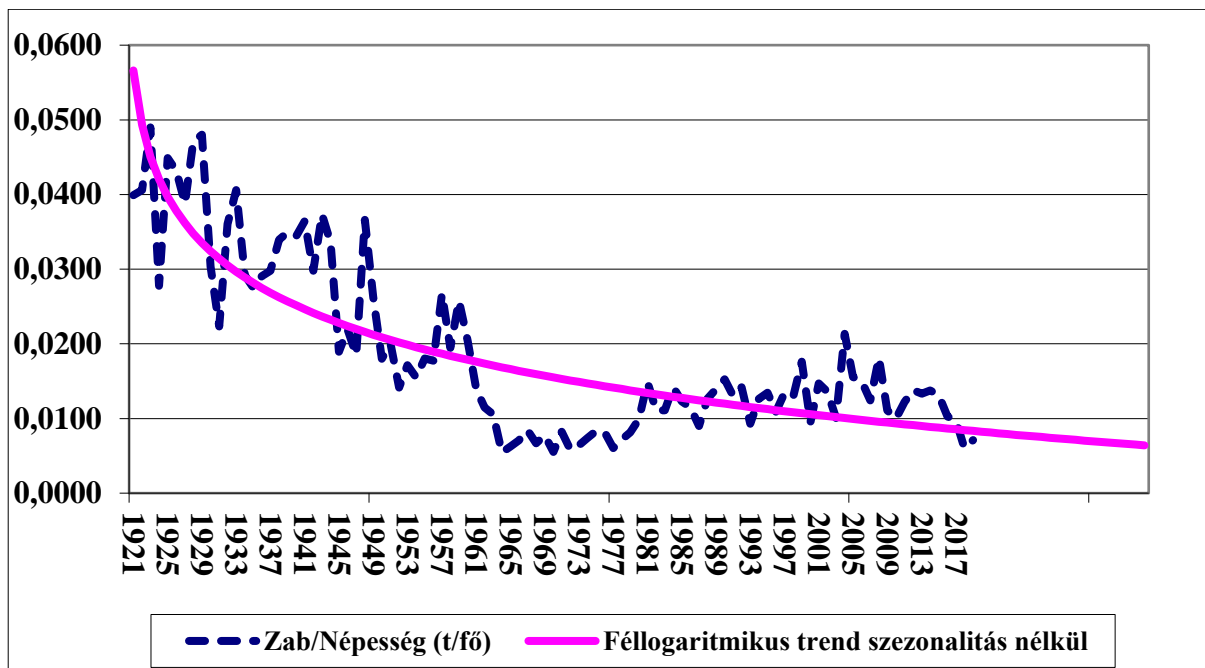
$$\hat{y}_t = 0,05661 - 0,01051 * \ln t$$

$$R^2 = 0,6708$$

$$MAPE = 25,12 \%$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján nem pontos.

A 2039-re prognosztizált trend érték 0,0064 (tonna/fő)



A Kondratyjev ciklusok az egy főre jutó zab termelés (tonna/fő) esetében Magyarországon az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont -	[Csúcspont] -	Mélypont		Periódus (év)
1921	- [1938]	- 1968	1. Kondratyjev ciklus	47 (fel: 17, le: 30)
1968	- [2003]	-	2. Kondratyjev ciklus	(fel: 35)

Kukoricatermelés

A kukorica termésmennyiséget (ezer tonna) osztottuk a népességszámmal (ezer fő), így az egy főre jutó adatokkal dolgoztunk.

A rövid ciklus periódusa 3 év. Mozgóátlag 12 év. Az idősor hossza: 150 év, (1870-2019) ebből becslésre felhasznált: 140 év. Extrapoláció 20 év. A féllogaritmikus trend mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend lassan csökkenő, az eredeti adatok eltérései a trend körül csökkentek (csillapodó rezgés), tehát a kapcsolat multiplikatív.

A trendfüggvény:

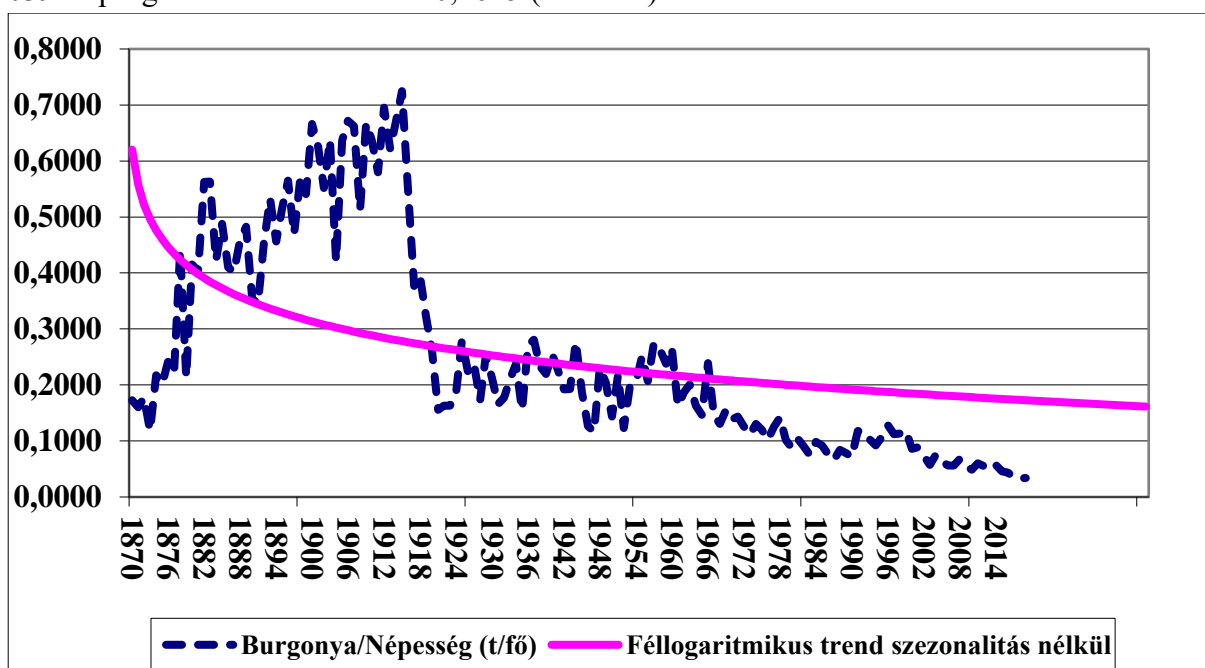
$$\hat{y}_t = 0,62015 - 0,08929 * \ln t$$

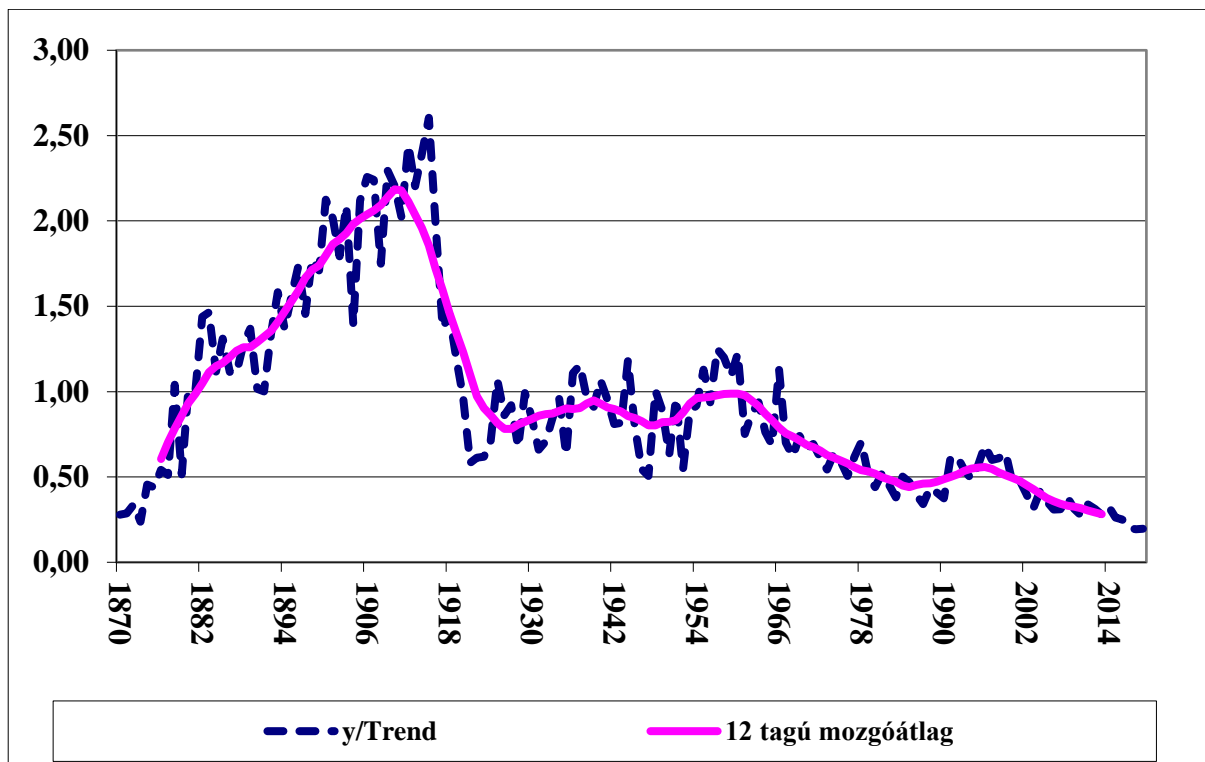
$$R^2 = 0,2076$$

$$MAPE = 295,62 \%$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján nagyon pontatlan.

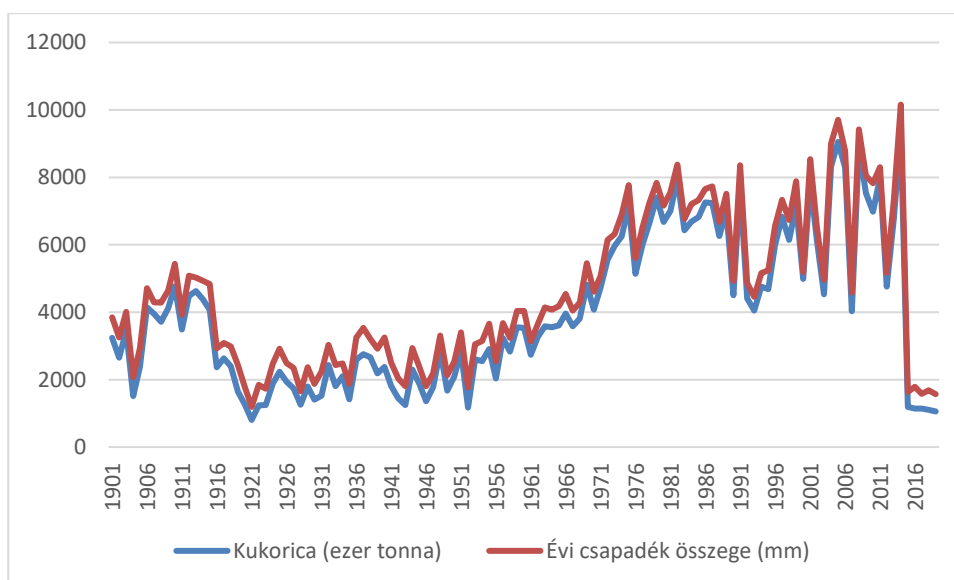
A 2039-re prognosztizált trend érték 0,1615 (tonna/fő)





Az egyensúlyi Y tengelyt (1,00) csak egy helyen metszi az eredeti adatok per féllogaritmikus trend 12 tagú átlagolású görbéje, a csúcs 1910-ben volt.

Az évi csapadék összegét (mm) és a kukorica termelés (ezer tonna) alakulását mutatja Magyarországon 1901-2019 között az alábbi ábra. Látható, hogy az éves csapadék összege hatást gyakorol a kukoricatermelés alakulására, a két görbe szinte együtt mozog.



Szarvasmarha állomány

A szarvasmarha állományt (ezer darab) osztottuk a népességszámmal (ezer fő), így az egy főre jutó adatokkal dolgoztunk.

A rövid ciklus periódusa 7 év. Mozgóátlag 14 év. Az idősor hossza: 150 év, (1870-2019) ebből becslésre felhasznált: 140 év. Extrapoláció 20 év. A féllogaritmikus trend mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend lassan csökkenő, az eredeti adatok eltérései a trend körül csökkentek (csillapodó rezgés), tehát a kapcsolat multiplikatív.

A trendfüggvény:

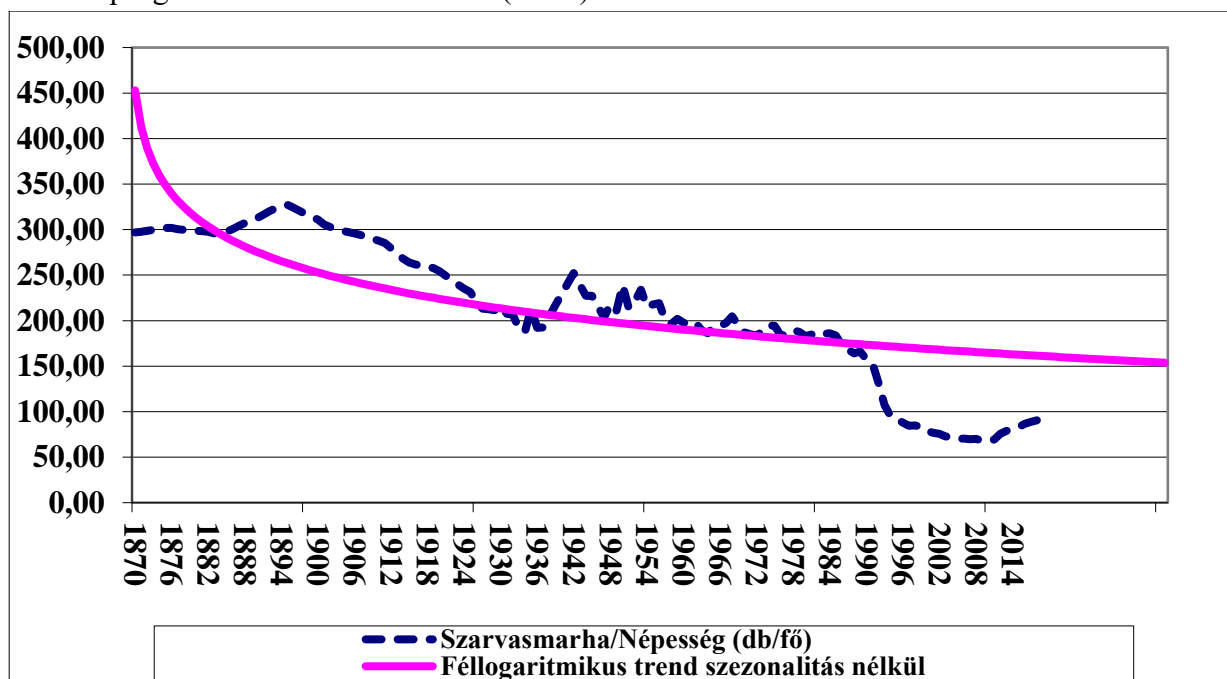
$$\hat{y}_t = 452,930 - 58,251 * \ln t$$

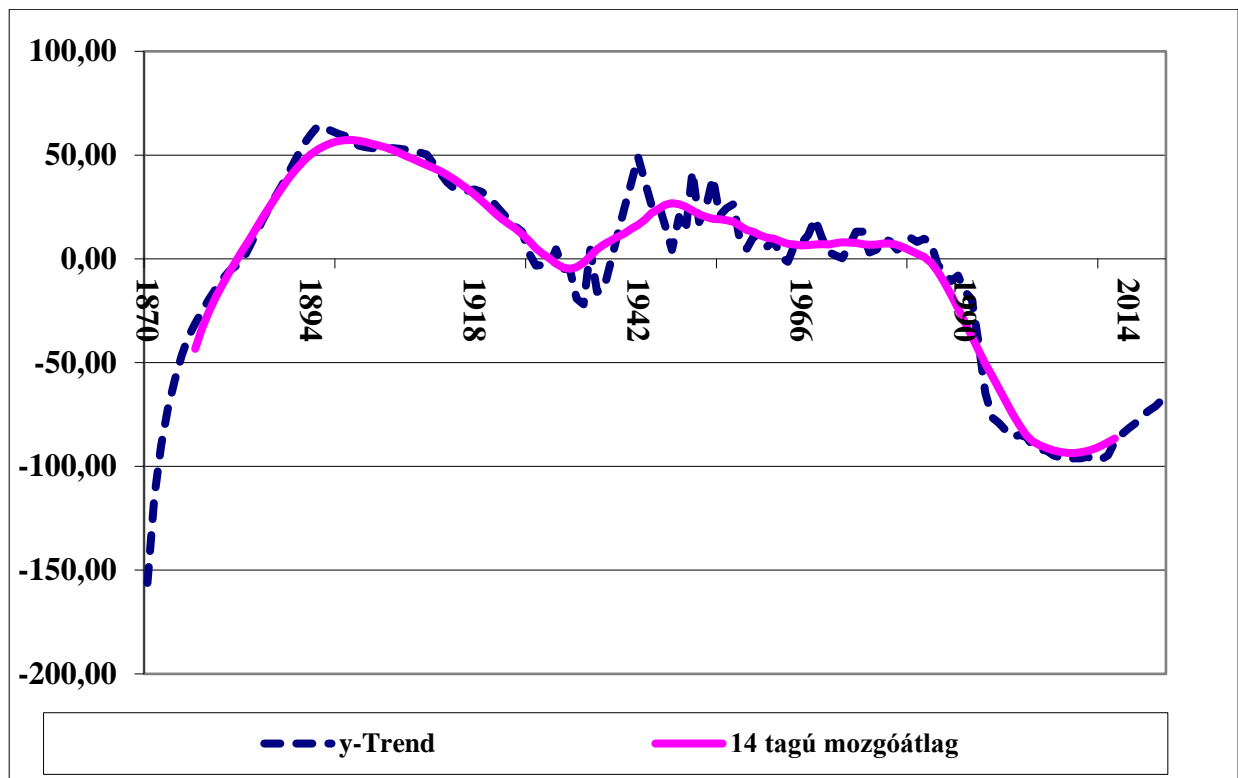
$$R^2 = 0,585$$

$$MAPE = 101,77 \%$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján nagyon pontatlan.

A 2039-re prognosztizált trend érték 154 (db/fő)





A Kondratyjev ciklusok az egy főre szarvasmarha állomány (db/fő) esetében Magyarországon az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont -	[Csúcspont] - Mélypont		Periódus (év)
1870 -	[1901] -	1933	1. Kondratyjev ciklus 63 (fel: 31, le: 32)
1933 -	[1946] -	2010	2. Kondratyjev ciklus 77 (fel: 13, le: 64)

Sertés állomány

A sertés állományt (ezer darab) osztottuk a népességszámmal (ezer fő), így az egy főre jutó adatokkal dolgoztunk.

A rövid ciklus periódusa 4 év. Mozgóátlag 16 év. Az idősor hossza: 150 év, (1870-2019) ebből becslésre felhasznált: 140 év. Extrapoláció 20 év. A féllogaritmikus trend mellett az eredeti adatok és a trend ábrája a következőképpen néz ki. A trend lassan csökkenő, az eredeti adatok eltérései a trend körül nem változtak, tehát a kapcsolat additív.

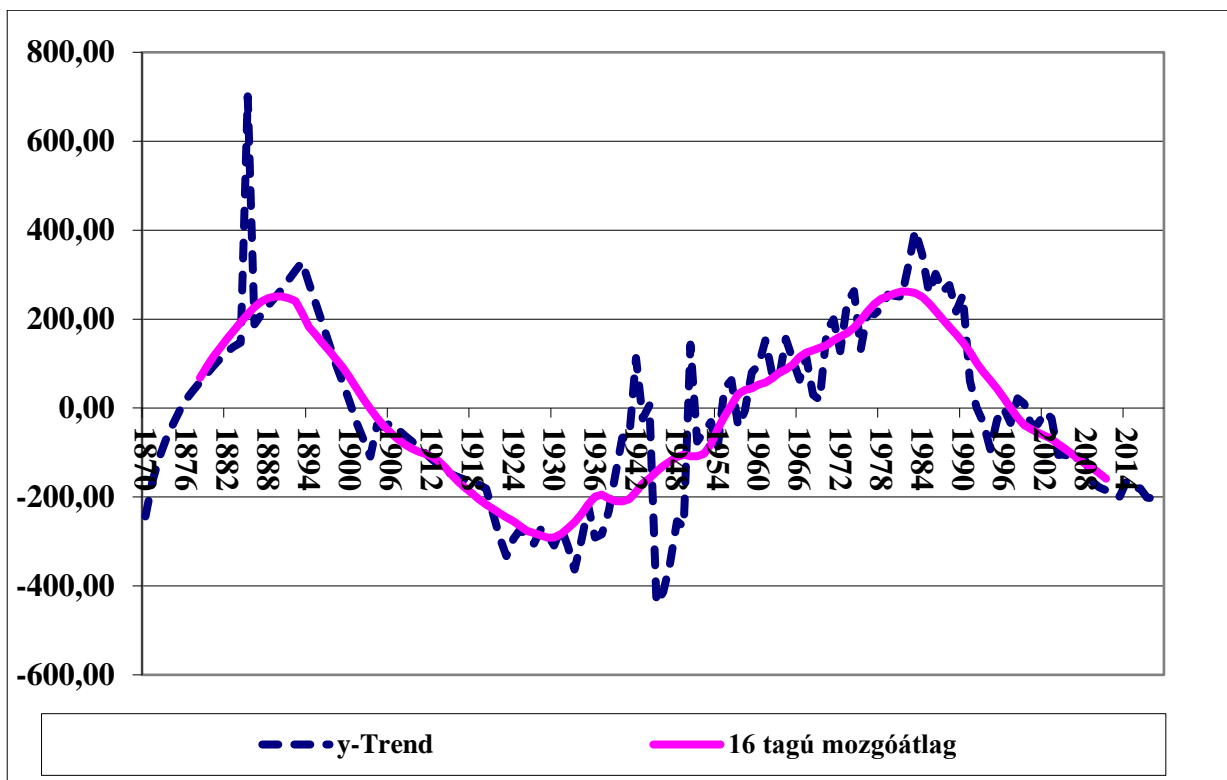
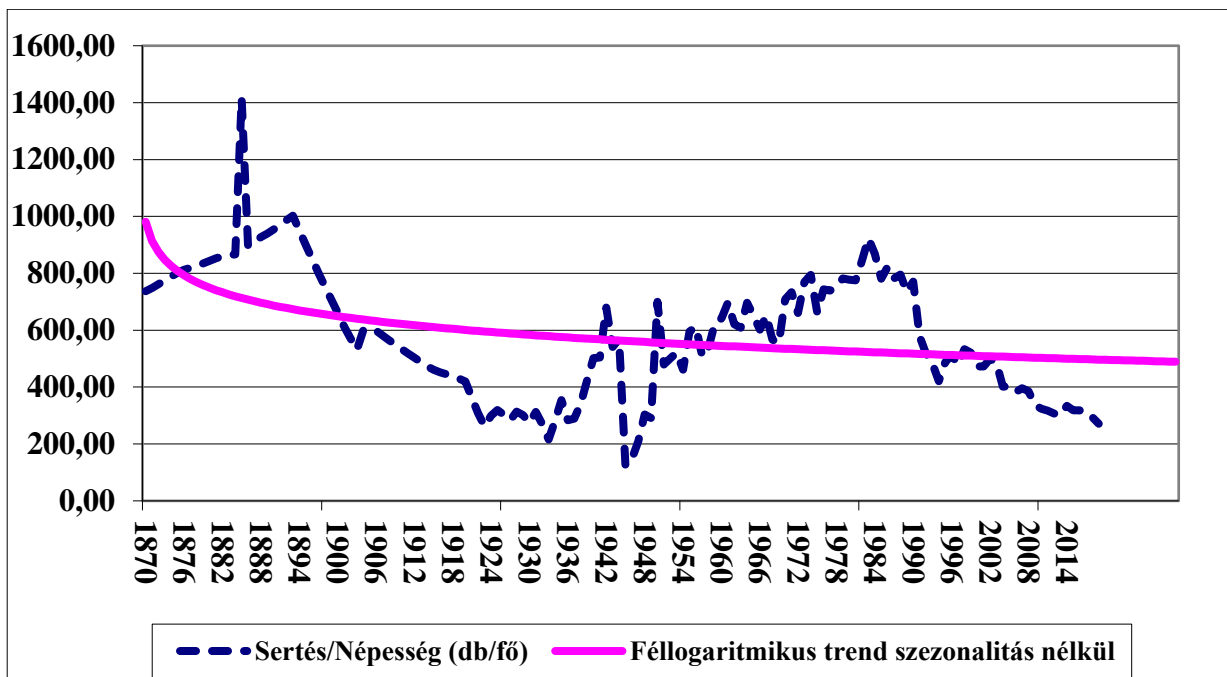
A trendfüggvény:

$$\hat{y}_t = 981,04 - 96,678 * \ln t$$

$$\text{MAPE} = 62,65 \%$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján nagyon pontatlan.

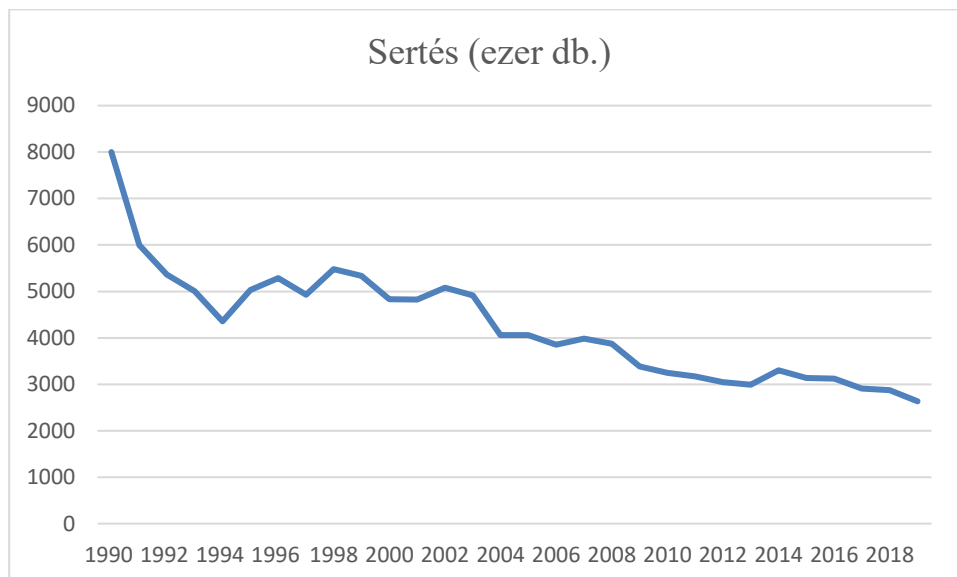
A 2039-re prognosztizált trend érték 489 (db/fő)



A Kondratyjev ciklusok az egy főre sertés állomány (db/fő) esetében Magyarországon az alábbiak szerint alakultak:

Mélypont -	[Csúcspont] -	Mélypont		Periódus (év)
1870	[1890]	1929	1. Kondratyjev ciklus	59 (fel: 20, le: 39)
1929	[1981]	2019	2. Kondratyjev ciklus	90 (fel: 52, le: 38)

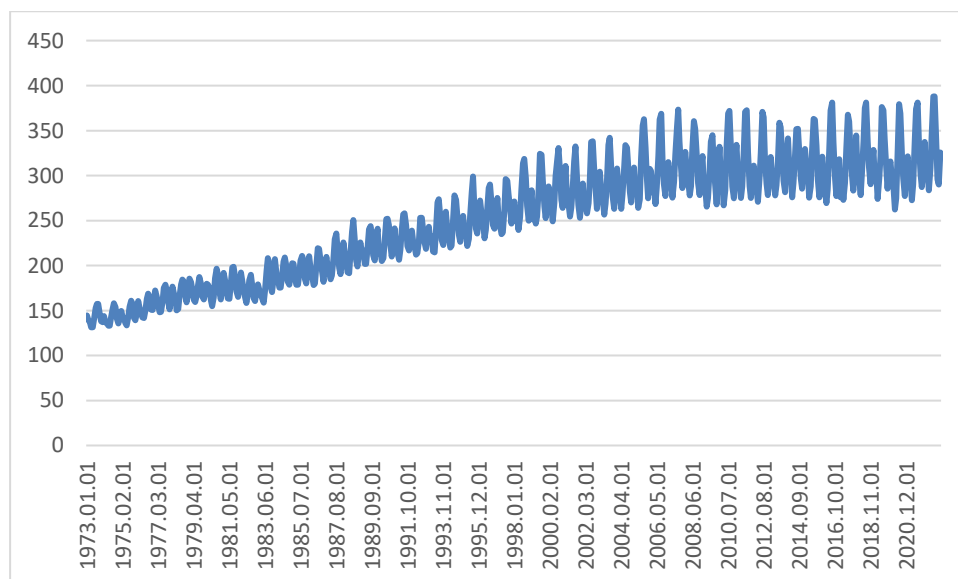
Az alábbi ábra a sertésállomány alakulását mutatja Magyarországon 1990 és 2019 között. 1990-ben a sertésállomány 8000 (ezer db.) volt, ami 2019-ben jelentősen harmadára csökkent, 2634 (ezer db.) volt.



A rövid (Kitchin) ciklus kimutatásának az alkalmazása

A felhasznált idősor. [Forrás:](#) USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.

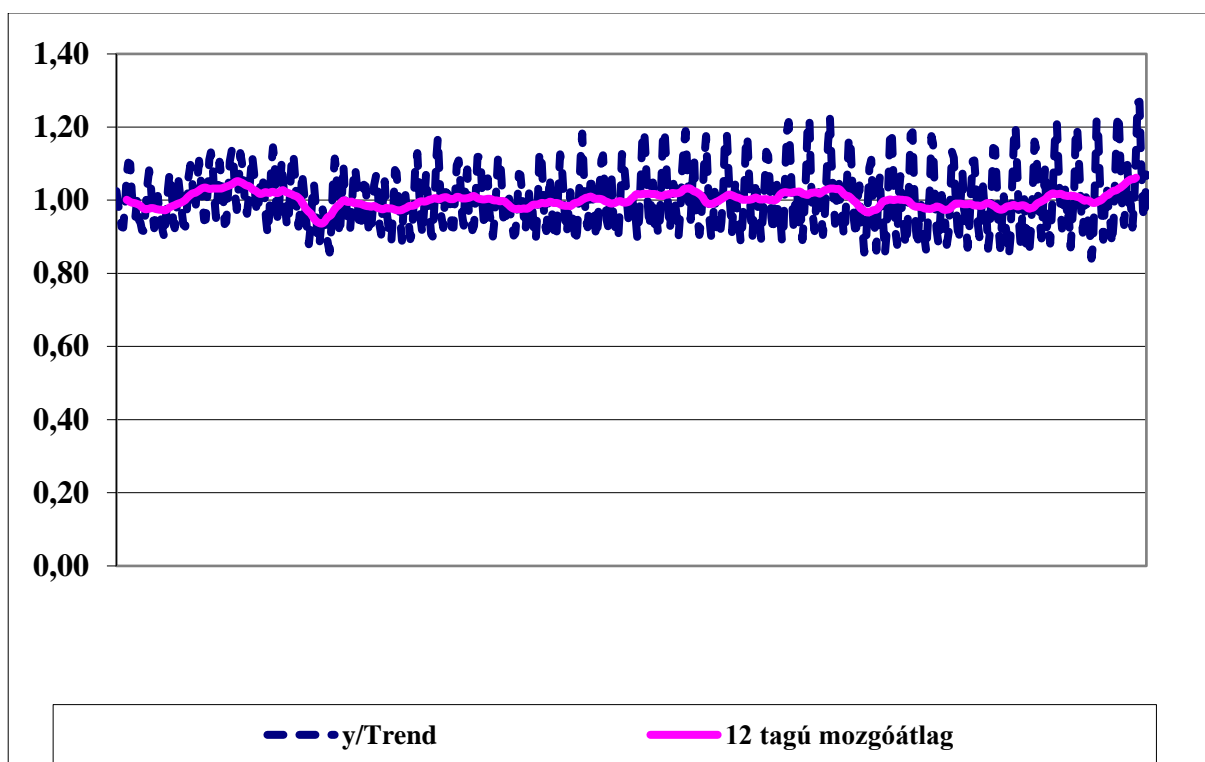
Az adatsor grafikus ábrája alapján látható, hogy a trend növekvő, az amplitudó is növekszik, tehát a kapcsolat multiplikatív.



Az első lépés a megfelelő trend kiválasztása. A grafikon alapján a harmadfokú parabolikus trend vagy valamelyik logisztikus trend jöhet számításba. A trend az ábrán növekvő, de a növekedés 2010 januárjától kezdve elkezdett csökkenni. A megfelelő trend kiválasztásánál figyelembe vesszük az illesztés pontosságát (R^2) és a vizsgált időszakon belül (becslési és teszt időszak) a prognosztizált értékek pontosságát. (MAPE) Az ábrából látható, hogy erősödő a rezgés, tehát multiplikatív a kapcsolat. Havi adatokról van szó, tehát a szezonhatás kiküszöböléséhez a 12 tagú mozgóátlagot használjuk. A legjobb trendtípus kiválasztása után az eredeti adatokat osztjuk a trenddel és ezzel

kiszűrjük a trendhatást, majd 12 tagú mozgóátlagolással a szezonhatást, így megkapjuk a rövid konjunktúra ciklust.

A számítások eredményei:



A ciklus legrövidebb periódusa 12 év. Az alkalmazott mozgóátlag 12 év. Az idősor hossza: 600 hónap, ebből becslésre felhasznált: 588 hónapban. Extrapoláció 1 év, 12 hónap.

A legjobb trendfüggvény, a harmadfokú parabolikus trend:

$$\hat{y}_t = 140,6996 + 0,255859 * t + 0,00103 * t^2 - 0,000001670 * t^3$$

$$R^2=0,872$$

$$MAPE = 8,17$$

Az illesztés a MAPE értéke alapján elfogadhatóan pontos.

A 2023 december hónapra prognosztizált trend érték 300,32. (milliárd kwóra/hónap)

A szezonális eltérések és a szezonindexek. Az eredményekből látható, hogy a szezonhatás miatt a trendhatástól felfelé a következő hónapokban tapasztaltunk eltérést: január, június, július, augusztus és szeptember hónapokban. A többi hónapokban a szezonhatás a trendhez képest lefelé térítette el a villamosenergia fogyasztást. A szezonindexeket saját átlagukkal elosztva megkapjuk a korrigált szezonindexeket. Így biztosítjuk, hogy a szezonális indexek átlaga együtthatós formában 1 legyen. A szezonális eltérésekből rendve levonva a szezonális eltérések átlagát megkapjuk a korrigált szezonális eltéréseket. Így biztosítjuk, hogy a szezonális eltérések összege 0 legyen.

	Eltérés	Index	Korrigált Eltérés	Korrigált Index
1	11,913	1,049	11,518	1,048
2	-8,289	0,973	-8,685	0,972
3	-11,817	0,956	-12,212	0,955
4	-26,585	0,899	-26,981	0,898
5	-18,699	0,924	-19,095	0,923

6	6,366	1,019	5,970	1,018
7	34,556	1,128	34,160	1,126
8	38,068	1,144	37,673	1,143
9	13,951	1,056	13,555	1,055
10	-10,749	0,959	-11,144	0,958
11	-22,039	0,916	-22,435	0,915
12	-1,928	0,992	-2,324	0,991

A rövid (Kitchin) ciklusok

Mélypont -	[Csúcspont] -	Mélypont	Periódus (hónap)
	1973 július	1976 február	(fel: 31,)
1976 február	1979 március	1983 február	84 (fel: 37, le: 47)
1983 február	1984 január	1986 szeptember	43 (fel: 11, le: 32)
1986 szeptember	1990 július	1994 december	101 (fel: 47, le: 54)
1994 december	2000 október	2005 január	123 (fel: 71, le: 52)
2005 január	2007 december	2013 április	101 (fel: 36, le: 65)
2013 április	2018 augusztus		(fel: 65,)

A számítások elvégzése a Richards logisztikus trenddel.

$$\hat{y}_t = \frac{K}{\left(1 + v e^{-c(t-m)}\right)^{1/v}},$$

ahol

- v – szabályozza az inflexiós pontban felvett függvényértéket, $v > 0$;
- c – növekedési sebességet jellemző paraméter, $c > 0$;
- m – az inflexiós pont, $m > 0$.

$$t_w = m,$$

$$\hat{y}_{t_w} = \frac{K}{(1 + v)^{1/v}}.$$

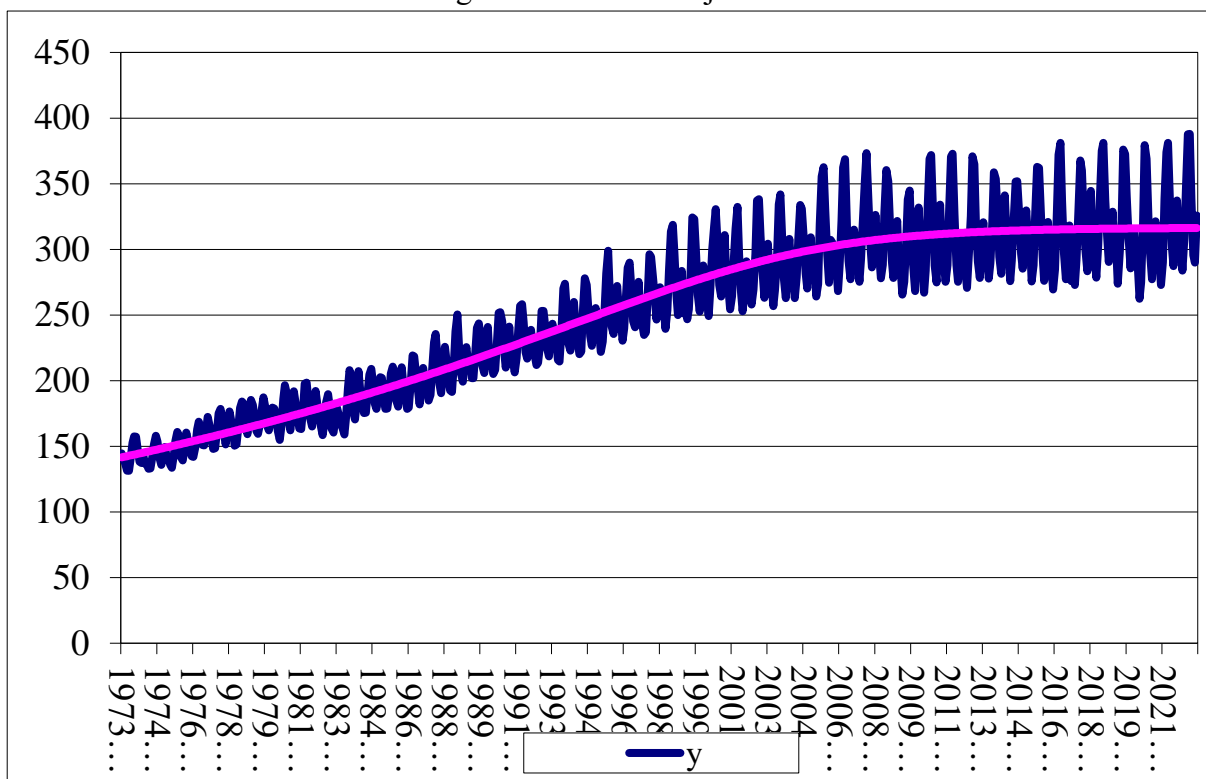
Eredmények (a sárga oszlopban az optimalizált eredmények, a zöld oszlopban a kiinduló paraméterek láthatóak):

K	316,54	387,93
A	29,23	0,00
m	257,82	300,00
c	0,02	1,00
v	7,650329	1,00

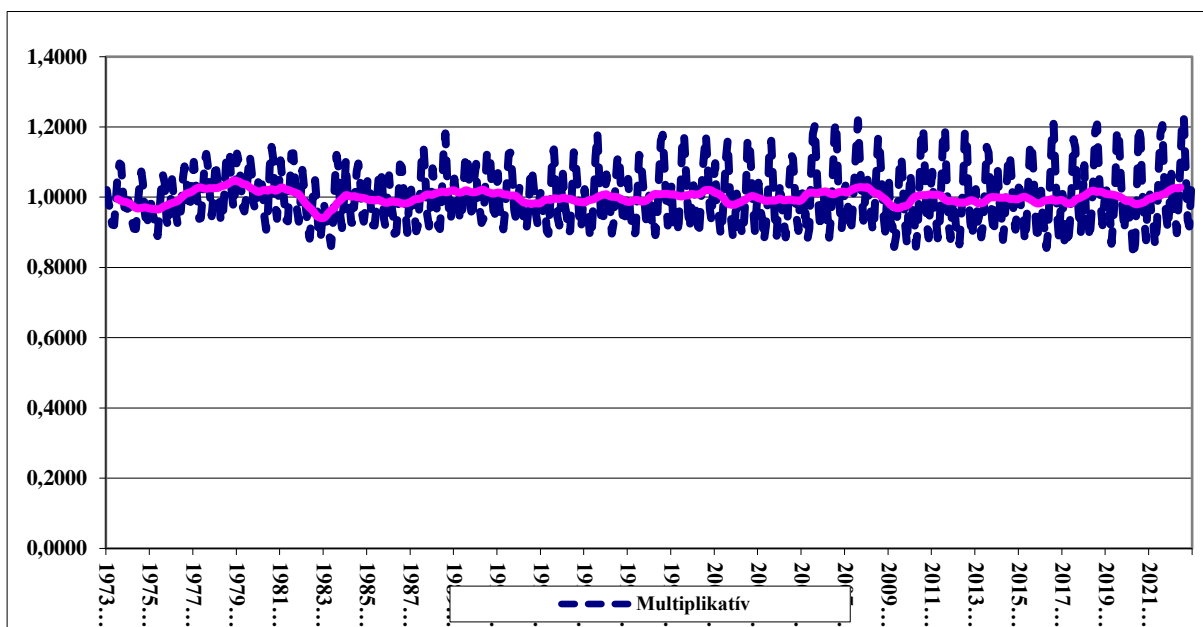
SSE	316 052
SST	2 463 986
R²	0,8717

t_w	257,820
y_{tw}	238,754

Az eredeti adatok és a Richárds féle logisztikus trend ábrája:



Eredeti adatok osztva a Richárds trenddel és a hányados 12 tagú mozgó átlaga, a rövid konjunktúra ciklus.



Az exponenciális kiegyenlítés módszere.

Az exponenciálisimítás.xls parancsfájl működése

A felhasznált idősor. [Forrás:](#)

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/év) 1973-2022 éves adatok.

Ahol szezonális van, ott a havi adtokat, ahol nincs szezonális ott az éves adatokat használtuk.

Az exponenciális kiegyenlítés⁹⁷ a számtani illetve a mozgó átlagolás továbbfejlesztett változata. Kiküszöböli a mozgó átlagolás azon hibáját, hogy az minden adatot azonos súllyal vesz figyelembe. A legújabb adatok általában nagyobb szerepet játszanak a jövőbeli adatok alakulásában, mint a régebbi adatok. Ezért a legfrissebb adatoknak a megelőzőnél relatíve nagyobb súlyt kell adnunk. Előnye, hogy egyszerűen kezelhető, nem kíván nagyobb matematikai elmélyülést. Az alkalmazhatóság feltételeit is meg kell említeni: megfelelő hosszúságú idősor [20-90] szükséges a kiegyenlítéshez.

Az alapképlet szerint a legfrissebb érték α -súllyal, míg az összes korábban megfigyelt érték $(1-\alpha)$ súllyal járul hozzá a becslt érték kialakításához, így az α becslése alapvető fontosságú.

Az előrejelzés:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha)F_t$$

ahol:

- F = az exponenciális kiegyenlítéssel nyert érték
- X = megfigyelt érték
- t = időszak
- α = reakcióparaméter, $0 \leq \alpha \leq 1$

Előrejelzés időszaka: m .

A kezdő simított értéket meg kell adni (inicializálás) ami általában, az idősor első értéke. Az első simított érték lehet továbbá az első néhány adat valamilyen átlaga, vagy egyéb becsléssel nyert érték.

Legyen:

$$F_0 = X_0$$

Ez utóbbi képletet a számítások során célszerű használni. Ennek alapján, ha:

$$F_0 = X_0$$

$$F_1 = \alpha X_1 + (1-\alpha)X_0$$

$$F_2 = \alpha X_2 + (1-\alpha)F_1 = \alpha X_2 + (1-\alpha)[\alpha X_1 + (1-\alpha)X_0] = \alpha X_2 + \alpha(1-\alpha)X_1 + (1-\alpha)^2 X_0$$

$$F_3 = \alpha X_3 + (1-\alpha)F_2 = \alpha X_3 + (1-\alpha)[\alpha X_2 + \alpha(1-\alpha)X_1 + (1-\alpha)^2 X_0] =$$

$$= \alpha X_3 + \alpha(1-\alpha)X_2 + \alpha(1-\alpha)^2 X_1 + (1-\alpha)^3 X_0$$

$$F_t = \left[\sum_{i=0}^{t-1} \alpha(1-\alpha)^i X_{t-i} \right] + (1-\alpha)^t X_0$$

Látható, hogy az új érték kialakításában a legutolsó ($X_{t-0} = X_t$) tehát t időpontban megfigyelt adat α súllyal, az azt megelőző, $(t-1)$ időpontban megfigyelt (X_{t-1}) adat $(1-\alpha)$, míg az i -edik időszakot

⁹⁷ S. Makridakis-S. C. Wheelwright- V. Mcgee. [1983] id. mű 84-123. felhasználásával.

megelőző adat ($X_{[t-(i-1)]}$), $(1-\alpha)^i$ súllyal járul hozzá az F_t érték kiszámításához. Az idősor legrégebbi adatának ($X_{t-t} = X_0$) súlya pedig $(1-\alpha)^t$. Ha $\alpha=0$ akkor a legrégebbi adat súlya 1.

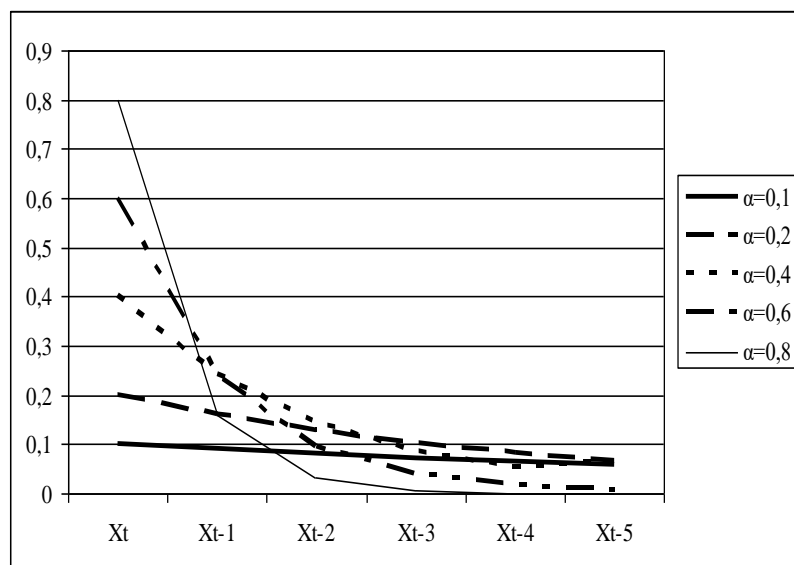
A súlyok geometriai sorozat szerint csökkennek, ahol a két szomszédos tag hányadosa: $q=(1-\alpha)$ és a sorozat első tagja $q_0=\alpha$ -val. A súlyok összege így 1-t ad, vagyis a várható értéket határoztuk meg. A geometriai sorozat összegképletét (s) felhasználva ugyanis:

$$s = q_0 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = \alpha \frac{(1-\alpha)^t - 1}{(1-\alpha) - 1} + (1-\alpha)^t = 1$$

A súlyok alakulását mutatja az alábbi tábla és ábra, ha $\alpha = 0,1, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8$.

Az α súlyok változása:

Súlyok	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha=0,4$	$\alpha=0,6$	$\alpha=0,8$
X_t	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
X_{t-1}	0,09	0,16	0,24	0,24	0,16
X_{t-2}	0,081	0,128	0,144	0,096	0,032
X_{t-3}	0,0729	0,1024	0,0864	0,0384	0,0064
X_{t-4}	0,06561	0,08192	0,05184	0,01536	0,00128
X_{t-5}	0,059049	0,065536	0,065536	0,006144	0,000256



Az α súlyok változásának az ábrája

Ha nagy α -t választunk [pl. $\alpha = 0,8$], akkor az utolsó év adatai nagy súlyt kapnak [az utolsó évé 0,8, előtte levőé $0,8[1-0,8]=0,16$ majd: 0,032, 0,0064, 0,00128 stb.]. Ha a véletlen erősen befolyásolja ezek nagyságát, az előrejelzés kevésbé megbízható lesz. Ha kis reakcióparamétert választunk [pl.: $\alpha = 0,2$], akkor a régebbi adatoknak is nagyobb szerepe lesz (a súlyok: 0,2, 0,2 $[1-0,2]=0,16$, majd: 0,128, 0,1024 stb.), a véletlen hatásokat jobban kiküszöbölhetjük.

Az adatállomány maximum 2500 megfigyelés lehet. 12 exponenciális simítási módszert programoztunk. A szezonalitást tartalmazó modellek esetében az ex-post és az ex-ante előrejelzés

időszaka rögzített, a szezonális hosszával (L) egyenlő, tehát havi adatoknál 12, negyedéves adatoknál 4, heti adatoknál 7 stb. A szezonális hossza (L) tetszőlegesen változtatható. A program az MSE minimalizálásával (solver) keresi meg a legjobb illeszkedést adó paramétereket. Egy kivétel van a normál exponenciális simítás (SES) ahol a MAPE alapján optimalizál. A szezonalitást nem tartalmazó 4 simítási eljárás esetében a becslési és teszt időszak tetszőlegesen változtatható.

A felhasznált módszerek algoritmusai:

Az egyes módszerek ($t=1, 2, \dots, 12$) egyenletei a következők (ezeket a modelleket az Exponenciális simítás Excel parancsfájl is megbecsüli.):

Az exponenciális kiegyenlítés általános alakja:

$$S_t = \alpha P + (1 - \alpha)Q$$

Ahol:

S_t = simított adat

X_t = megfigyelt (tényleges) adat

Q = a trend

P = a szezonális

Q és P a trend és a szezonális típusa szerint változik.

Ezt mutatja az alábbi táblázat:

A szezonális és a trend összefüggései.

	Szezonális nincs	Szezonális additív	Szezonális multiplikatív
Trend nincs	$P = X_t$ $Q = S_{t-1}$	$P = X_t - C_{t-L}$ $Q = S_{t-1}$	$P = X_t / D_{t-L}$ $Q = S_{t-1}$
Trend additív	$P = X_t$ $Q = S_{t-1} + A_{t-1}$	$P = X_t - C_{t-L}$ $Q = S_{t-1} + A_{t-1}$	$P = X_t / D_{t-L}$ $Q = S_{t-1} + A_{t-1}$
Trend multiplika	$P = X_t$ $Q = S_{t-1} B_{t-1}$	$P = X_t - C_{t-L}$ $Q = S_{t-1} B_{t-1}$	$P = X_t / D_{t-L}$ $Q = S_{t-1} B_{t-1}$

A Q (trend) és a P (szezonális) helyébe az alábbi egyenleteket lehet helyettesíteni:

Additív trend:

$$A_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)A_{t-1}$$

Multiplikatív trend:

$$B_t = \gamma(S_t / S_{t-1}) + (1 - \gamma)B_{t-1}$$

Additív szezonális:

$$C_t = \delta(X_t - S_t) + (1 - \delta)C_{t-L}$$

Multiplikatív szezonális:

$$D_t = \theta(X_t / S_t) + (1 - \theta)D_{t-L}$$

L = a szezonális periódusának a hossza, pl. 4 negyedéves adatok esetében, míg havi adatoknál 12. Az $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta$ (alfa, béta, gamma, delta, théta) paraméterek 0 és 1 közé esnek.

A következő táblázat a prognózist (F_{t+m}) mutatja m időszakra előre

A prognózis képletei.

Trend	Szezonális		
	nincs	additív	multiplikatív
nincs	$F_{t+m} = S_t$	$F_{t+m} = S_t + C_{t-L+m}$	$F_{t+m} = S_t D_{t-L+m}$
additív	$F_{t+m} = S_t + mA_t$	$F_{t+m} = S_t + mA_t + C_{t-L+m}$	$F_{t+m} = (S_t + mA_t) D_{t-L+m}$
multiplikatív	$F_{t+m} = S_t B_t^m$	$F_{t+m} = S_t B_t^m + C_{t-L+m}$	$F_{t+m} = S_t D_{t-L+m} B_t^m$

Az előző két táblázat jelöléseit felhasználva, a P és Q helyébe behelyettesítve az egyenleteket 9 simítási eljárás állítható elő. Ezen kívül még 3 módszer alkalmazását ismertetjük.

Az első módszer: normál exponenciális simítás (SES)⁹⁸

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha)F_t$$

A becsléshez az adatok rendelkezésre állnak, kivéve az első becslést:

$$F_1 = \alpha X_0 + (1-\alpha)F_0$$

Az egyik megoldás az, hogy

$$F_1 = X_1$$

vagy a táblázat szerinti formában:

$$S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)S_{t-1}$$

A másik módszer, hogy a felhasználó adja meg az első értéket, pl. az első néhány adat átlagát veszi. A normál exponenciális simítás (SES) módszerét akkor alkalmazzuk, ha sem trend, sem szezonális hatás nincs az idősorban.

Prognózis m időszakra előre:

$$F_{t+m} = S_t$$

Az exponenciális simítás becslése, az exponenciális simítás.xls parancsfájllal (optimalizálás az ex-post időszak MAPE alapján):

$$F_1 = -$$

$$F_2 = X_1$$

$$t \geq 3$$

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha)F_t$$

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(X_t - F_t)$$

$$F_{t+1} = F_t + \alpha e_t$$

$$F_{t+m} = F_t$$

⁹⁸ SES: Single Exponential Smoothing.

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^T |PE_i|}{T}$$

Az éves adatokkal elvégzett számítások eredményei:

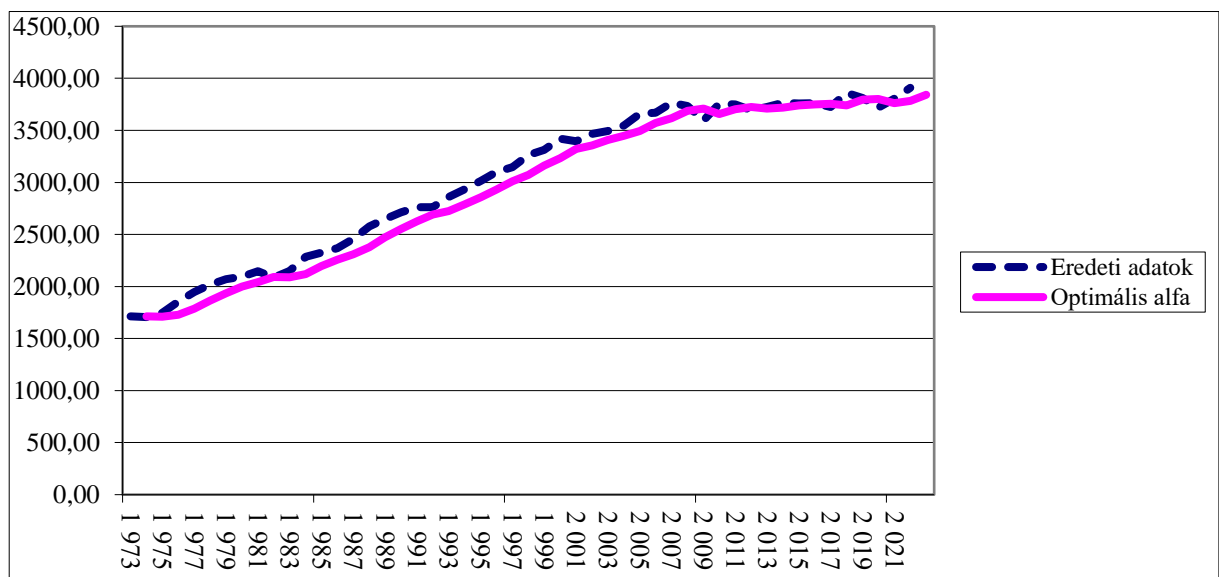
USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/év) 1973-2022 éves adatok.
Az idősor hossza 50 év, ebből becslésre felhasznált 45 év. Optimális alfa: 0,4676.

MAPE (teszt időszak, 46-50 év) Ennek alapján optimalizál:

0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
55,15%	5,75%	2,39%	2,09%	2,03%	2,03%
0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	0,4676
2,03%	2,15%	2,27%	2,37%	2,45%	2,02%

A legkisebb MAPE érték 2,02, a becslés pontos, az ehhez tartozó α érték 0,4676.

A grafikus ábra:



A második módszer: additív szezonális, trend nincs (2-12 módszereknél optimalizálás a teljes idősor X_t és becslés F_t alapján számított MSE minimalizálása alapján):

$$t = 1, \dots, L$$

$$S_t = \frac{\sum_{i=1}^L X_t}{L}$$

$$t = (L + 1), \dots, \dots$$

$$S_t = \alpha(X_t - C_{t-L}) + (1 - \alpha)S_{t-1}$$

$$t = 1, \dots, L$$

$$C_t = X_t - S_t$$

$$t = (L + 1), \dots, \dots$$

$$C_t = \delta(X_t - S_t) + (1 - \delta)C_{t-L}$$

$$t = 1, \dots, L$$

$$F_t = -$$

$$t = (L + 1), \dots, \dots$$

$$F_t = S_{t-1} + C_{t-L}$$

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.
Idősor hossza 600 hónap, ebből becslésre felhasznált 540, periódushossz (L) = 12 hónap.

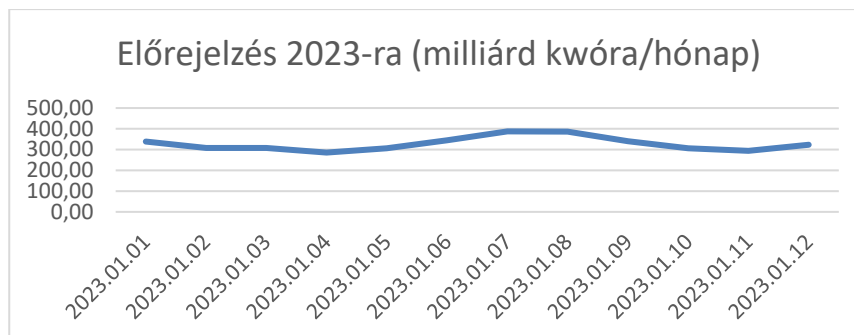
Eredmények:

MSE (teljes idősor) = 40,962

MAPE (teszt időszak) = 3,055%

α-(alfa)-simit	0,460
δ-(delta)-szezón	0,589

Előre jelzés 2023-ra



A harmadik módszer: multiplikatív szezonális, trend nincs:

$$\begin{aligned}
 t &= 1, \dots, L \\
 S_t &= \frac{\sum_{t=1}^L X_t}{L} \\
 t &= (L + 1), \dots, \dots \\
 S_t &= \alpha(X_t / D_{t-L}) + (1 - \alpha)S_{t-1} \\
 t &= 1, \dots, L \\
 D_t &= X_t / S_t \\
 t &= (L + 1), \dots, \dots \\
 D_t &= \theta(X_t / S_t) + (1 - \theta)D_{t-L} \\
 t &= 1, \dots, L \\
 F_t &= - \\
 t &= (L + 1), \dots, \dots \\
 F_t &= S_{t-1} * D_{t-L}
 \end{aligned}$$

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.
Idősor hossza 600 hónap, ebből becslésre felhasznált 540, periódushossz (L) = 12 hónap.

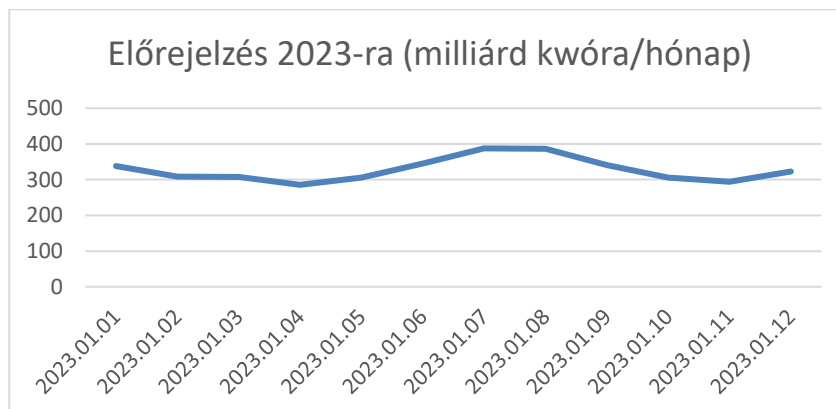
Eredmények:

MSE (teljes idősor) = 38,647

MAPE (teszt időszak) = 3,024%

α- (alfa)-simit	0,443
δ-(delta)-szezón	0,512

Előre jelzés 2023-ra



A negyedik módszer: szezonális nincs, trend additív (Holt módszere):

ha $t = 1$

$$S_1 = X_1$$

ha $t > 1$

$$S_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + A_{t-1})$$

ha $t = 1$

$$A_1 = X_2 - X_1$$

vagy:

$$A_1 = \frac{(x_2 - x_1) + (x_4 - x_3)}{2}$$

vagy ha nincs trend

$$A_1 = 0$$

ha $t > 1$

$$A_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)A_{t-1}$$

ha $t = 1 = 2$

–

ha $t > 2$

$$F_t = S_{t-1} + A_{t-1}$$

$$F_{t+m} = S_t + mA_t$$

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/év) 1973-2022 éves adatok. Az idősor hossza 50 év, ebből becslésre felhasznált 45 év. Előrejelzés 5 év.

MAPE (teszt időszak, 46-50 év) Ennek alapján optimalizál:

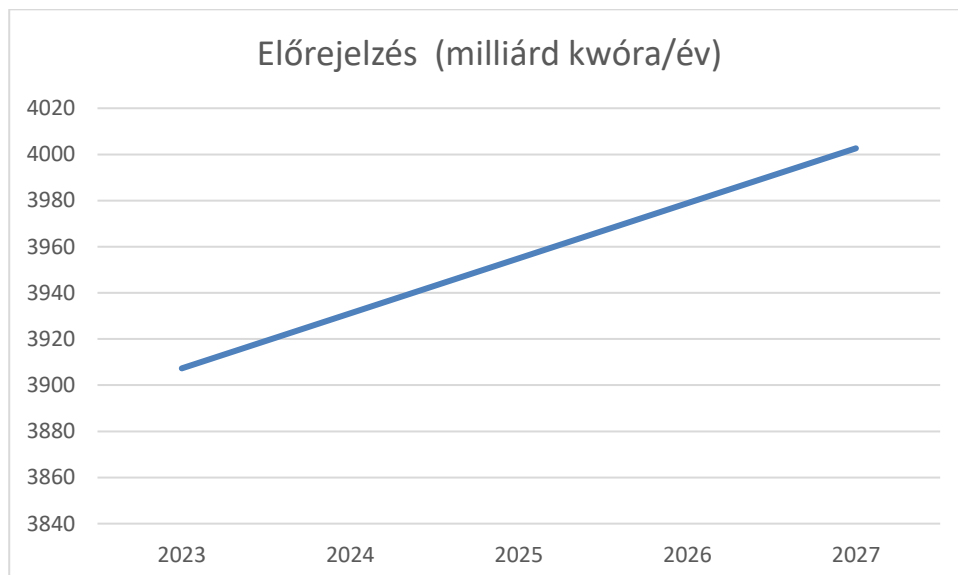
Eredmények:

$$MSE (\text{teljes idősor}) = 4092,176$$

$$MAPE (\text{teszt időszak}) = 2,368\%$$

α-(alfa)-simit	0,767
β-(béta)-trend	0,193

Előrejelzés 5 évre



Az ötödik módszer: szezonális additív, trend additív:

$$t = 1, \dots, L$$

$$S_t = \frac{\sum_{t=1}^L X_t}{L}$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$S_t = \alpha(X_t - C_{t-L}) + (1 - \alpha)S_{t-1}$$

$$t = 1, \dots, L$$

$$C_t = X_t - S_t$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$C_t = \delta(X_t - S_t) + (1 - \delta)C_{t-L}$$

$$t = 1, \dots, L$$

$$F_t = -$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$F_t = S_{t-1} + C_{t-L}$$

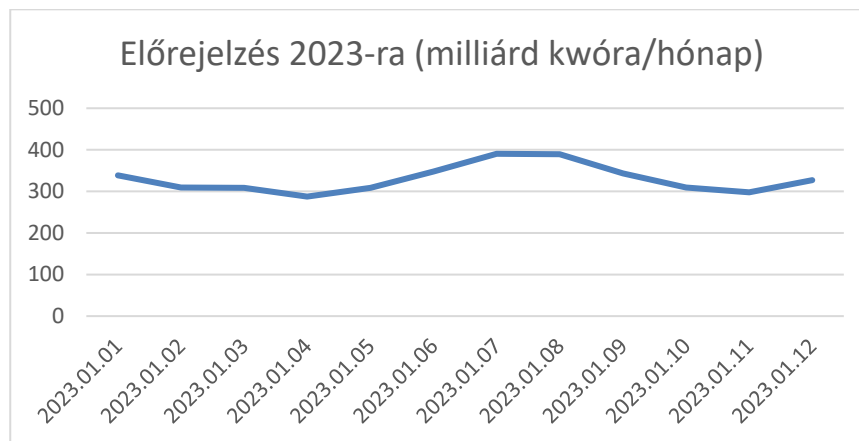
USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.
Idősor hossza 600 hónap, ebből becslésre felhasznált 540, periódushossz (L) = 12 hónap.

Eredmények:

α -(alfa)-simit = 0,480

δ -(delta)-szezon = 0,602

β -(béta)-trend = 0,033



A hatodik módszer: szezonális multiplikatív, trend additív (Winters módszere):

$$\begin{aligned}
 &t = 1, \dots, L \\
 &S_t = \frac{\sum_{i=1}^L X_t}{L} \\
 &t = (L + 1), \dots, \dots \\
 &S_t = \alpha(X_t/D_{t-L}) + (1 - \alpha)S_{t-1} \\
 &t = 1, \dots, L \\
 &D_t = X_t/S_t \\
 &t = (L + 1), \dots, \dots \\
 &D_t = \theta(X_t/S_t) + (1 - \theta)D_{t-L} \\
 &t = 1, \dots, L \\
 &F_t = - \\
 &t = (L + 1), \dots, \dots \\
 &F_t = S_{t-1} * D_{t-L}
 \end{aligned}$$

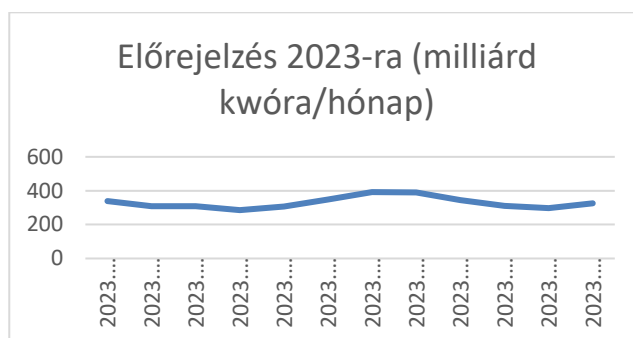
USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.
Idősor hossza 600 hónap, ebből becslésre felhasznált 540, periódushossz (L) = 12 hónap.

Eredmények:

MSE (teljes idősor) = 40,252

MAPE (teszt időszak) = 0,029

α-(alfa)-simit	0,447
θ-(théta)-szezón	0,508
β-(béta)-trend	0,036



A hetedik módszer: szezonális nincs, trend multiplikatív:

$$\begin{aligned}
 &t = 1, \dots, L \\
 &S_t = \frac{\sum_{i=1}^L X_t}{L} \\
 &t = (L + 1), \dots, \dots \\
 &S_t = \alpha(X_t / D_{t-L}) + (1 - \alpha)S_{t-1} \\
 &t = 1, \dots, L \\
 &D_t = X_t / S_t \\
 &t = (L + 1), \dots, \dots \\
 &D_t = \theta(X_t / S_t) + (1 - \theta)D_{t-L} \\
 &t = 1, \dots, L \\
 &F_t = - \\
 &t = (L + 1), \dots, \dots \\
 &F_t = S_{t-1} * D_{t-L}
 \end{aligned}$$

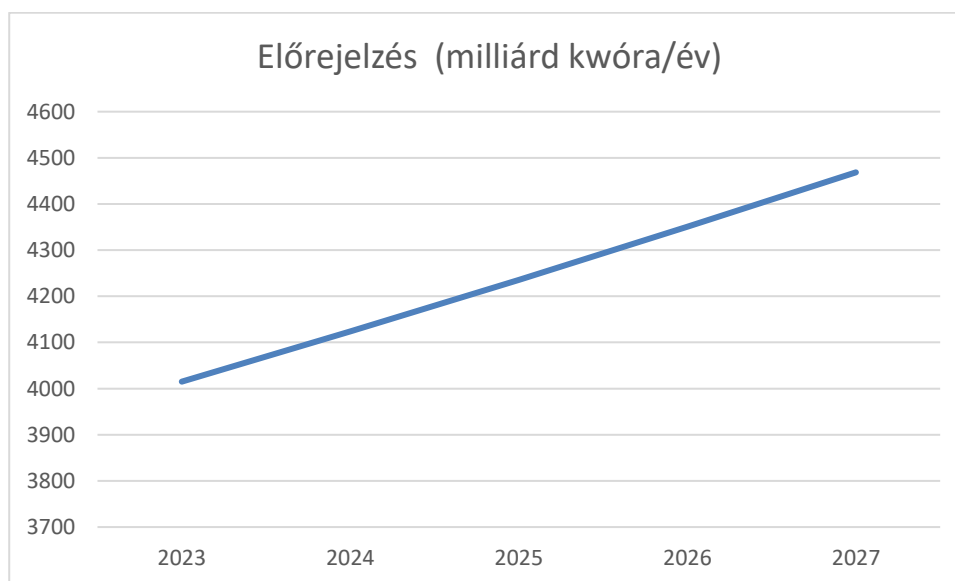
USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/év) 1973-2022 éves adatok. Az idősor hossza 50 év, ebből becslésre felhasznált 45 év. Előrejelzés 5 év.

Eredmények:

MSE (teljes idősor) = 5763,779

MAPE (teszt időszak) = 2,446%

α-(alfa)-simit	1,000
β-(béta)-trend	1,000



A nyolcadik módszer: szezonális additív, trend multiplikatív.

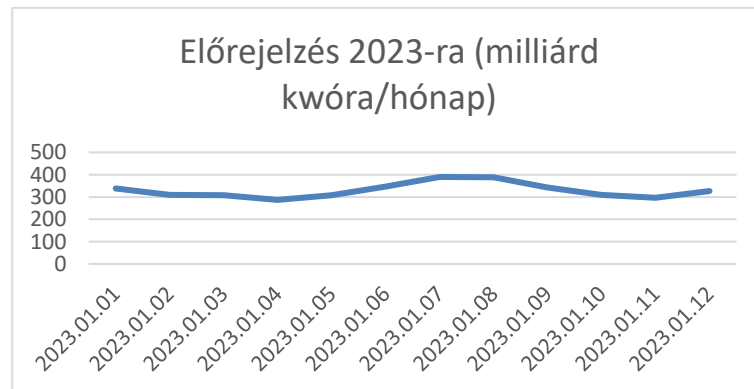
USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.
 Idősor hossza 600 hónap, ebből becslésre felhasznált 540, periódushossz (L) = 12 hónap.
 Eredmények:

MSE (teljes idősor) = 41,939

MAPE (teszt időszak) = 0,029

α-(alfa)-simit	0,467
δ-(delta)-szezón	0,591
γ-(gamma)-trend	0,019

Előrejelzés:



$$t = 1, \dots, L$$

$$S_t = \frac{\sum_{t=1}^L X_t}{L}$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$S_t = \alpha(X_t - C_{t-L}) + (1 - \alpha)S_{t-1}B_{t-1}$$

$$\text{ha } t = 1$$

$$B_1 = X_2/X_1$$

vagy :

$$B_1 = 0$$

vagy :

$$B_1 = \sqrt[L-1]{\frac{X_L}{X_1}}$$

$$\text{ha } t > 1$$

$$B_t = \gamma(S_t/S_{t-1}) + (1 - \gamma)B_{t-1}$$

$$t = 1, \dots, L$$

$$C_t = X_t - S_t$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$C_t = \delta(X_t - S_t) + (1 - \delta)C_{t-L}$$

$$t = 1, \dots, L$$

$$F_t = -$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$F_t = S_{t-1} B_{t-1} + C_{t-L}$$

$$F_{t+m} = S_t B_t^m + C_{t-L+m}$$

A kilencedik módszer (t=9) szezonális multiplikatív, trend multiplikatív:

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.
Időszak hossza 600 hónap, ebből becslésre felhasznált 540, periódushossz (L) = 12 hónap.

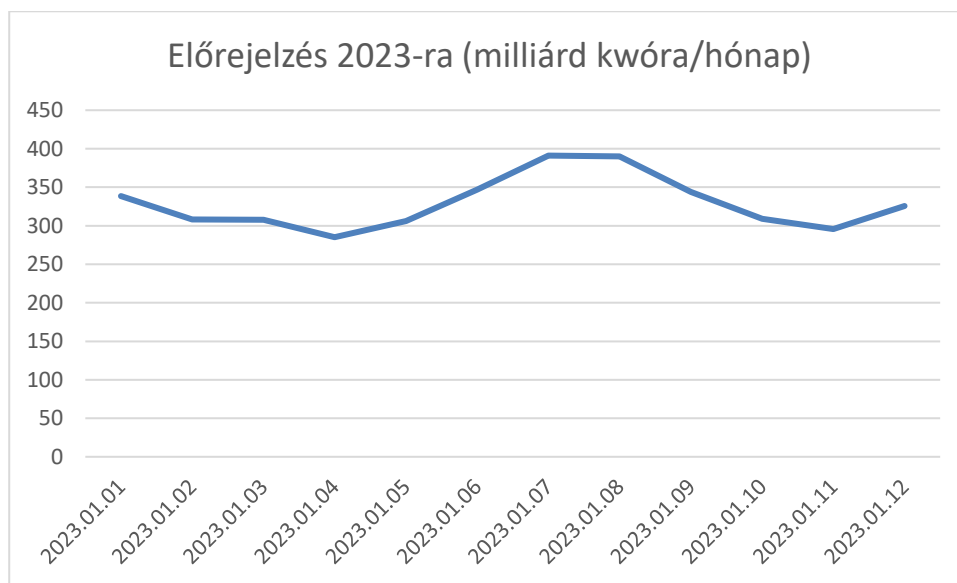
Eredmények:

MSE (teljes időszaki) = 39,395

MAPE (teszt időszak) = 0,029

α -(alfa)-simit	0,439
θ -(théta)-szezoni	0,500
γ -(gamma)-trend	0,021

Előrejelzés:



$$t = 1, \dots, L$$

$$S_t = \frac{\sum_{i=1}^L X_t}{L}$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$S_t = \alpha(X_t/D_{t-L}) + (1 - \alpha)S_{t-1}$$

$$t = 1, \dots, L$$

$$D_t = X_t/S_t$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$D_t = \theta(X_t/S_t) + (1 - \theta)D_{t-L}$$

$$t = 1, \dots, L$$

$$F_t = -$$

$$t = (L + 1), \dots$$

$$F_t = S_{t-1} * D_{t-L}$$

Ezzel a trend és szezonális típusok szerint különböző simítási módszereket áttekintettük.

A tizedik módszer: Adaptív Reagálású Egyszerű Exponenciális Simítási Módszer (ARRSES⁹⁹).

⁹⁹ Adaptive-response-rate single exponential smoothing: ARRSES.

Ennél a módszernél α_t értéke változik periódusról periódusra, amint az adatséma [minta, pattern] változik. A módszer alapegyenlete:

$$F_{t+1} = \alpha_t X_t + (1 - \alpha_t) F_t$$

Ahol:

$$\alpha_{t+1} = \frac{|E_t|}{M_t}$$

$$E_t = \beta e_t + (1 - \beta) E_{t-1}$$

$$M_t = \beta |e_t| + (1 - \beta) M_{t-1}$$

$$e_t = X_t - F_t$$

Az α és β 0 és 1 közé esik a $||$ az abszolút érték jele, e_t a hiba E_t a simítási hiba M_t az abszolút simítási hiba értéke.

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/év) 1973-2022 éves adatok.
Az idősor hossza 50 év, ebből becslésre felhasznált 45 év.

Eredmények:

$$\text{MAPE (teszt időszak)} = 2,121\%$$

$$\text{MSE (teljes idősor)} = 6352,259$$

α -(alfa)	0,995
β -(béta)	0,054

Előrejelzés: 2023-ra: 3849,6

A 11 módszer: a Brown egyparaméteres lineáris módszere.

Kétszeres exponenciális kiegyenlítés, az egyszer már kiegyenlített értékeket, S_t^1 még egyszer kiegyenlítjük S_t^2 , mivel lineáris trendet feltételezünk az idősorban:

$$S_t^1 = \alpha X_t + (1 - \alpha) S_{t-1}^1$$

$$S_t^2 = \alpha S_{t-1}^1 + (1 - \alpha) S_{t-1}^2$$

$$a_t = 2S_t^1 - S_t^2$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_t^1 - S_t^2)$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m$$

A Brown egyparaméteres lineáris módszerét akkor használjuk, ha lineáris trendhatás van az idősorban, viszont szezonális hatás nincs az idősorban.

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/év) 1973-2022 éves adatok.

Az idősor hossza 50 év, ebből becslésre felhasznált 45 év.

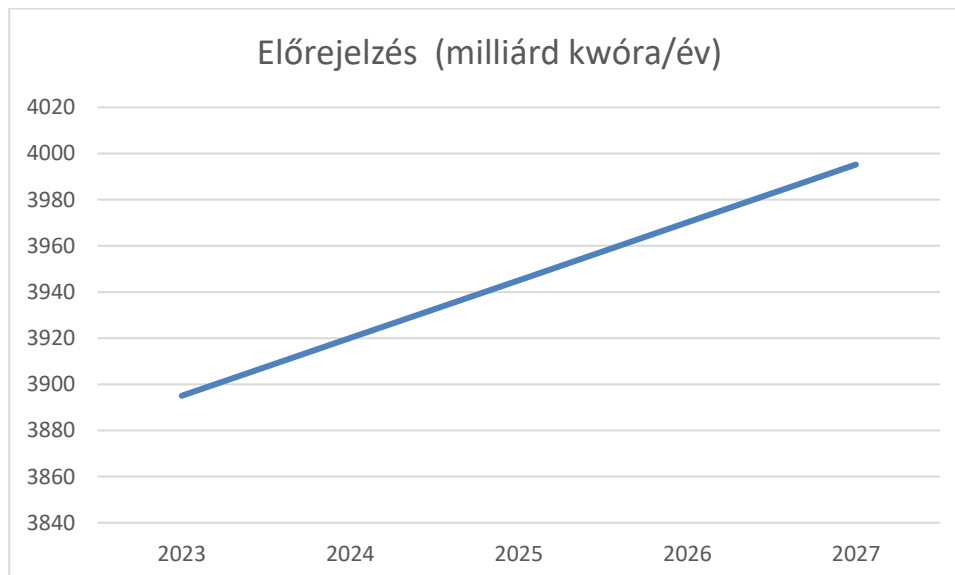
Eredmények:

MAPE (teszt időszak) = 2,290%

MSE (teljes idősor) = 4253,740

α -(alfa) 0,42181

Előtrejelzés:



A 12. módszer: Brown egyparaméteres kvadratikus módszere.

Háromszoros exponenciális kiegyenlítés, az egyszer már kiegyenlített értékeket, S_t^1 még egyszer kiegyenlítjük S_t^2 , majd a kétszeresen kiegyenlített idősort még egyszer, tehát harmadszor is S_t^3 kiegyenlítjük, mivel másodfokú parabolikus (kvadratikus) trendet feltételezünk az idősorban:

$$S_t^1 = \alpha X_t + (1-\alpha)S_{t-1}^1$$

$$S_t^2 = \alpha S_t^1 + (1-\alpha)S_{t-1}^2$$

$$S_t^3 = \alpha S_t^2 + (1-\alpha)S_{t-1}^3$$

$$a_t = 3S_t^1 - 3S_t^2 + S_t^3$$

$$b_t = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)S_t^1 - (10-8\alpha)S_t^2 + (4-3\alpha)S_t^3]$$

$$c_t = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} (S_t^1 - 2S_t^2 + S_t^3)$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m + \frac{1}{2} c_t m^2$$

A Brown egyparaméteres kvadratikus módszerét akkor használjuk, ha másodfokú parabolikus trendhatás van az idősorban, viszont szezonális hatás nincs az idősorban.

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/év) 1973-2022 éves adatok.

Az idősor hossza 50 év, ebből becslésre felhasznált 45 év.

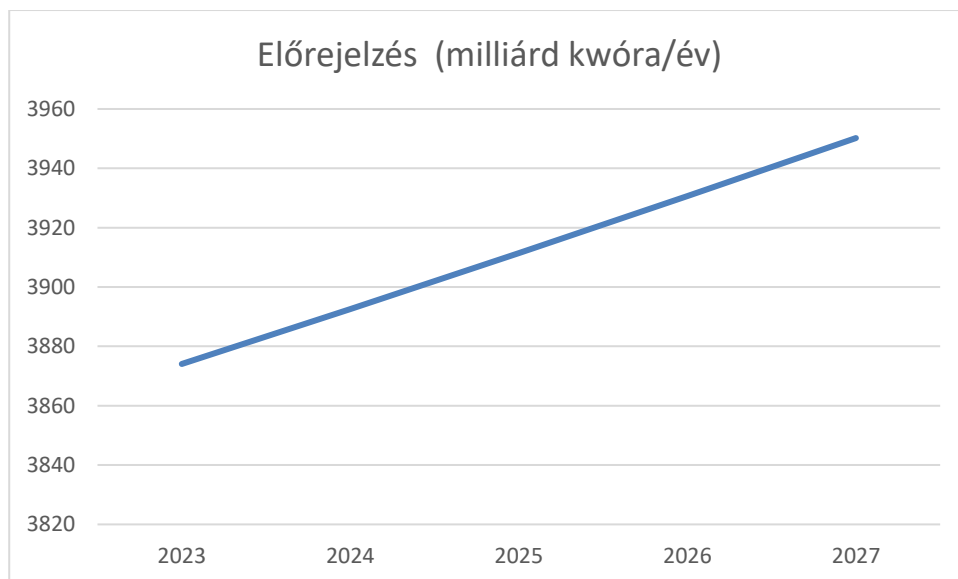
Eredmények:

MAPE (teszt időszak) = 2,259%

MSE (teljes idősor) = 4556,058

α -(alfa)	0,261
------------------	-------

Előrejelzés:



A kezdő értékek megadása, az inicializálás:

Az 1. és 10. módszernél:

$$F_1 = X_1$$

A 11. módszernél:

$$S_t^2 = S_t^1 = X_1$$

$$a_1 = X_1$$

$$b_1 = \frac{(X_2 - X_1) + (X_4 - X_3)}{2}$$

A 4. módszernél:

$$S_1 = X_1$$

$$b_1 = \frac{(X_2 - X_1) + (X_4 - X_3)}{2}$$

A 12. módszernél:

$$S_1^3 = S_1^2 = S_1^1 = X_1$$

$$a_1 = X_1$$

$$b_1 = \frac{(X_2 - X_1) + (X_3 - X_2) + (X_4 - X_3)}{3} = \frac{X_4 - X_1}{3}$$

$$c_1 = \frac{(X_3 - X_1)}{2}$$

A szezonalitást tartalmazó modellek (Winters és 2. 3. 5. 6. 8. 9.) esetében:

$$S_{L+1} = X_{L+1}$$

Ahol:

L = a szezonális hossza (negyedéves adatok: L=4, havi adatok: L=12, tőzsdenapok: L=252)

$$I_1 = X_1 / \bar{X}$$

$$I_2 = X_2 / \bar{X}$$

$$I_3 = X_3 / \bar{X}$$

.

.

.

$$I_L = X_L / \bar{X}$$

Ahol:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^L \frac{X_i}{L}$$

$$b_{L+1} = \frac{(X_{L+1} - X_1) + (X_{L+2} - X_2) + (X_{L+3} - X_3)}{3(L)}$$

Tanácsok a gyakorlati alkalmazáshoz.

Az igazán megalapozott rövidtávú előrejelzés készítéséhez az idősor hossza lehetőleg legyen hat év. Az első három év adata lehet a számítási időszak, a második három év adata pedig a tesztperiódus. Ebben az esetben a szezonális becslésére három a tesztelésére szintén három év áll rendelkezésre. Ha negyedéves adatokkal dolgozunk, akkor ez azt jelenti, hogy $6 \cdot 4 = 24$ megfigyelt adatra lenne szükség, ha pedig havi adatokat használnánk, akkor $6 \cdot 12 = 72$ megfigyelt adat az optimális. Ez utóbbi esetben a tesztperiódus kezdete $72/2 + 1$, azaz 37, míg a negyedéves adatok esetében a tesztperiódus kezdete $24/2 + 1$, azaz 13. időpontban történhet.

Az alkalmazott módszer mind a 12 esetben azt feltételezi, hogy a kimutatott összefüggés (trend, szezonális) stabil a megfigyelési és az előrejelzési időszakban. Ha pl. multiplikatív trendet és szezonalitást mutat ki az eljárás, illetve az ilyen modell becslésére alkalmas 9. módszer adja a legjobb közelítést, akkor ez azt jelenti, hogy az említett összefüggést a teljes megfigyelési és előrejelzési időszakra állandónak tekintjük. Ha tegyük fel ez a kapcsolat a tesztperiódus második felében megváltozik, pl. a multiplikatív trendkapcsolat additívra változik, akkor az előrejelzés bizonytalanává válik.

Érzékenységvizsgálatok.

Az előzőekben elmondottak következménye az, hogy az alkalmazott módszerek stabilitását ellenőrizni kell. Ezt úgy végezhetjük el, hogy a tesztperiódus kezdetét változtatjuk, pl. az idősor $\frac{3}{4}$ -nél határozzuk meg, vagy az utolsó év adatait tekintjük tesztperiódusnak.

Negyedéves adatok esetén az előző példát folytatva a tesztperiódus kezdete az alábbi lehet. $6 \cdot 4 = 24$ megfigyelés esetén a háromnegyed-időszak utáni első negyedév a 19. negyedév; az utolsó évtől kezdődő tesztperiódus esetén a 21. negyedév.

Naiv előrejelzési technikák

A naivmódszer-parancsfájl működése.

A naiv szabályok¹⁰⁰ egyszerű, de potenciálisan hatékony idősor előrejelzési módszerek. Szabályok abban az értelemben, hogy előre meghatározottak, így nincs szükség paraméterértékek becslésére, mint pl. a dekompozíciós vagy az exponenciális - simítási módszerekénél. A naivitás azt a tényt jelenti, hogy az idősor bármely naiv előrejelzésének alapja az idősor önmaga. Az idősort használjuk önmaga előrejelzésére, azaz az idősor történeti értékeit használjuk ugyanazon idősor jövőbeni értékeinek képzésére vagy létrehozására. A naiv szabályok egyszerűségükben viszonylag alacsony költségű előrejelzési módszerek, de ha egy módszer hatékony, nem kell hezitálni az alkalmazásával egyszerűsége vagy naivitása miatt. A naiv szabályok hatékonyabbak rövidtávú, mint hosszú távú előrejelzésre. Amint a prognózistáv hosszabbodik, a naiv előrejelzés valószínűleg kevésbé pontos, és nagyobb az ilyen előrejelzéseken alapuló döntések velejáró kockázata. Minden idősor változást mutat az egyes megfigyelések és a következők között az idősor teljes hosszán. Bármely idősor feltehetően egy vagy több típusú hullámzást tartalmaz, amint korábban bemutattuk: a trendet, a konjunktúra ciklust, a szezonális hullámzást és a véletlent. Az elemzési módszer megpróbálja figyelembe venni az idősorban levő hullámzás minden típusát. A következőkben leírt egyszerű naiv szabályok készíthetők úgy, hogy figyelembe vegyék az idősorban levő trend és szezonális tényezőket, de a naiv szabályok ritkán képesek figyelembe venni a sorban levő ciklikus viselkedést. Az egyszerű, naiv szabályoknak négy csoportja van:

1. azok, amelyek sem a trendet, sem a szezonalitást nem veszik figyelembe (alapértelmezett előrejelzési szabályok),
2. azok, amelyek a trendtényezőt figyelembe veszik, de felteszik, hogy a szezonális nem szignifikáns,
3. azok, amelyek figyelembe veszik a szezonális tényezőt, de felteszik, hogy a trend nem szignifikáns,
4. azok, amelyek megpróbálják figyelembe venni az idősor trend és szezonális komponenseit is.

Racionális emberek gyakran hoznak döntéseket anélkül, hogy először bármilyen előrejelzési módszerrel foglalkoznának. Amikor így tesznek, azt feltételezik, hogy a jövőbeli állapot hasonló lesz a jelenhez vagy a közelmúlthoz. Az alapértelmezett előrejelzés megfelelő lehet a mindennapi élet sok minimális következménnyel járó döntésével kapcsolatban. Ezért az alapértelmezett előrejelzés nem szükségszerűen irracionális. Formalizálni lehet az alapértelmezett előrejelzési módszert, amely a következő formában írható:

¹⁰⁰ Farnum Nicholas R. - Stanton LaVerne W. [1989]: Quantitative forecasting methods. Boston. PWS-Kent Pub. Co. 15-17. 105-108.

1.1 Szabály:

$$\hat{y}_{t+1} = y_t$$

ahol:

- t = az az időpont, melyen a prognózis alapul, rendszerint a legutóbbi elérhető megfigyelés,
- \hat{y}_{t+1} = a következő megfigyelés előrejelzése a sorban.

A szabály általánosítható i prognózistávval, átírva a következőképpen:

1.2 Szabály:

$$\hat{y}_{t+i} = y_t$$

Az 1.2 szabály értelme az, hogy a sor állapota néhány, i , periódusban a jövőben várhatóan hasonló a megfigyeléshez, melyen az előrejelzés alapul. Ezek az előrejelzések azonban sem a trendet, sem a szezonalitást nem veszik figyelembe.

Az 1.1 és 1.2 szabály olyan naiv és egyszerű, hogy kételkedni lehet formalizálásuk célszerűségében. Három célt szolgálnak: (a) feltárják a szimbolikus jelölések használatát a legegyszerűbb formában; (b) kiindulópontként szolgálnak a következő szabályok kifejlesztéséhez; és (c) összehasonlítási alapszabályt hoznak létre, melyhez a többi előrejelzési szabály teljesítményének hatékonysága hasonlítható.

2. Szabályok, amelyek figyelembe veszik a trendtényezőket.

A trend a hosszú távú változás jelensége egy gyűjtött adatsorban általában azonos irányban az idősor teljes hosszában érvényesülhet. A trend jelenléte lehet, hogy nem felismerhető az idősorban néhány egymást követő megfigyelésből, különösen ha egyéb típusú hullámmás (szezonális, ciklikus vagy tiszta véletlen) is van benne. Az idősor ábrázolása feltárhatja a trend jelenlétét. Felfelé emelkedő trend növekedési jelenséget mutathat; lefelé lejtő irány csökkenést jelezhet.

A szabályok 2. osztályában, melyet a következőkben áttekintünk, az a feltevés, hogy nincs más típusú (pl. szezonális és ciklikus) szignifikáns tényező a sorban, mint a trend. A 2. osztályban használt előrejelzési módszer létrehoz egy trendkiigazítási tényezőt, melyet a megfigyelt sorhoz kapcsol, amely az előrejelzés alapját képezi. A legegyszerűbb módszer, amely megpróbálja a változást figyelembe venni egy előrejelzési szabályban, a legutóbbi két megfigyelés közötti abszolút változást, a különbségképzést (elsőfokú differenciát) $(y_t - y_{t-1})$ hozzáadja a sor legutóbbi megfigyeléséhez y_t -hez, annak érdekében, hogy létrehozza a sor következő y_{t+1} értékének előrejelzését. Ezt a prognózis módszert naiv lineáris trendnek is hívhatjuk. Ha az elemző több, periódus értékét kívánja előrejelezni, a legutóbbi megfigyelésen túl, mindössze meg kell szorozni a számított változást i -vel, melyet ezután prognózistávnak nevezünk. Ez algebrailag a következőképpen írható:

2.1 Szabály:

$$\hat{y}_{t+i} = y_t + i(y_t - y_{t-1})$$

Ez nagyon leegyszerűsített trenddel foglalkozó módszer, mivel csak az adatok legutóbbi változásának információját tartalmazza. Ha ezt a szabályt összehasonlítjuk a többivel, úgy tekinthető, kielégítő eredményt adhat. Tegyük fel, okunk van azt feltételezni, hogy a vizsgált idősorban a növekedési ütem

állandó, ezért a relatív változás sokkal kifejezőbb mint az abszolút változás. A 2.2 szabály a 2.1 szabály módosítása, vagyis a prognosztizált értéket a legutóbbi relatív változás y_t/y_{t-1} hozzákapcsolásával képezi figyelembe véve a legutóbbi megfigyelést:

2.2 Szabály:

$$\hat{y}_{t+i} = y_t (y_t/y_{t-1})^i$$

Ez az alkalmazás multiplikatív műveletet tartalmaz, a 2.1 szabály additív művelete helyett. Ha az i prognózistáv egy periódusnál nagyobb, a relatív változás tényezőt i -szer kell alkalmazni a legutóbbi megfigyelésre, ezért alkalmazzuk az i hatványkitevőt, melyre a relatív változást emeljük. A 2.2 szabály trenddel kapcsolatos fogalmi nehézségei azonosak a 2.1 szabályéival.

2.3 Szabály:

A 2.3 szabály képviseli az erőfeszítést a hosszú távú változás képletbe foglalása problémájának megoldására. A legutóbbi abszolút változás használata helyett kiigazítási tényezőként, 2.3 az összes egymást követő megfigyelés növekmény mediánját használja a sorban, és ezáltal alkalmazza a teljes adatsorra kiterjedő információt. A számtani átlag nagysága kizárólag az idősor legrégebbi ($k=2$) és legújabb (m) adatától függ, és ha ez a két adat eltér az általános tendenciától, akkor az átlagos növekmény nem ad pontos értéket. A medián, mint helyzeti középérték alkalmazása ezért indokolt, ugyanis a medián egy biztosan közepes, meglehetősen robusztus (azaz viszonylag érzéketlen a kiugró értékekre) középértéknek bizonyult. A medián robusztus tulajdonságát könnyű megérteni, ha arra gondolunk, hogy a rangsorba rendezett adatok szélső értékei nagyságát nem befolyásolják. A medián, a szó legszorosabb értelmében közepes érték, a mennyiségi ismérvértékek közül az az érték, amelynél ugyanannyi kisebb, mint nagyobb érték fordul elő.

Meghatározása igen egyszerű, mivel értéke a rangsorba rendezett ismérvértékek középső tagja, tehát, ha az elsőrendű differenciákat jelöljük:

$$\alpha_k = (y_k - y_{k-1})$$

- m = a megfigyelések száma az idősorban.
- $k=2, \dots, m$

- páratlan elemszámú adathalmaz esetén:

$$Me_\alpha = \alpha_{k\left(\frac{(m-1)+1}{2}\right)}$$

- páros számú adat esetén a medián nem esik egybe egy konkrét megfigyeléssel, így ilyenkor, konvencionálisan a

$$Me_\alpha = \frac{\alpha_{k\left(\frac{(m-1)+1}{2}\right)} + \alpha_{k\left(\frac{(m-1)+1}{2}+1\right)}}{2}$$

képlettel határozható meg.

A szabály algebrai formulája:

$$\hat{y}_{t+i} = y_t + i(Me_\alpha)$$

2.4 Szabály

A 2.3 szabályhoz hasonlóan a 2.4 szabály a teljes adatsorra kiterjedő információt használja. A 2.4 szabály a 2.2 módosítása úgy, hogy a periódusról periódusra számított relatív változás mediánját használja a teljes sorra (a legutóbbi egyperiódusú relatív változás helyett) trendkiigazítási tényezőként. Az átlagos növekményi változást úgy számítjuk, hogy az egymást követő egyperiódusú növekményi változások mediánját határozzuk meg. Az előrejelzés képlete: a legutolsó megfigyelt értéket meg kell szoroznunk a számított trendkiigazítási tényező (M_e) (i)-ik hatványával. Mivel a 2.3 szabály a teljes adatsorra kiterjedő információt használja, helyesebben tekinthető trendet becslőnek, mint a 2.1 szabály.

$$\beta_k = (y_k / y_{k-1})$$

- m = a megfigyelések száma az idősorban.
- $k=2, \dots, m$

- páratlan elemszámú adathalmaz esetén:

$$Me_\beta = \beta_{k\left(\frac{(m-1)+1}{2}\right)}$$

- páros számú adat esetén a medián nem esik egybe egy konkrét megfigyeléssel, így ilyenkor, konvencionálisan a

$$Me_\beta = \frac{\beta_{k\left(\frac{(m-1)+1}{2}\right)} + \beta_{k\left(\frac{(m-1)+1}{2}+1\right)}}{2}$$

képlettel határozható meg.

A szabály algebrai formulája:

$$\hat{y}_{t+i} = y_t (Me_\beta)^i$$

Ennek a négy egyszerű naiv szabálynak az a célja, hogy figyelembe vegye a trendváltozást az adatsorban; ez nem az egyetlen lehetséges mód a trendváltozás figyelembevételére, csak a legegyszerűbb.

3. Szabályok, melyek figyelembe veszik a szezonális tényezőt.

A szezonális kapcsolódhat a mezőgazdasági munkákhoz, a szezonális időjárás változásokhoz, szokásokhoz és hagyományhoz, vallási vagy világi ünnepekhez. Fontos megjegyezni, hogy az egyik idősor szezonális sémája lehet, hogy hasonlít, lehet, hogy nem más idősorok szezonális sémájához.

3.1 Szabály.

A 3.1 szabály szemlélteti a legegyszerűbb módszert a próbálkozásra hogy figyelembe vegyük a szezonalitást az idősorban:

havi adatok esetében:

$$\hat{y}_{t+i} = y_{t+i-12}$$

negyedéves adatok esetében:

$$\hat{y}_{t+i} = y_{t+i-4}$$

Ez a szabály nem tesz erőfeszítést a trend figyelembevételére. Alapfeltevése hasonló az alapértelmezett szabályokéihoz, kis kiigazítással: a sor értéke az előrejelzett hónapban (negyedévben) valószínűleg azonos lesz az előző év azonos hónapjával (negyedévével). Ha t a legutóbbi megfigyelési érték hónapja és i a prognózistáv, a $t+i$ periódus előrejelzését az előző év megfelelő hónapjának (negyedévének) megtalálásával (visszaszámolunk a sorban) kapjuk a $(t+i-12)$ illetve $(t+i-4)$ periódusnál. Ez a viszonylag egyszerű módszere a szezonálisnak a legutóbbi tizenkét hónap (négy negyedév) információit használja, és valójában elhagy minden korábbi információt.

4. Szabályok, melyek figyelembe veszik a trendet és a szezonálisitást is.

A 3.1 szabályban alkalmazott módszer, lehetővé teszi a 2.3 és 2.4 szabály trendkiigazítási tényezőjének módosítását. Ezeket a szabályokat tehát átírhatjuk a következőképpen.

4.1 Szabály:

$$\hat{y}_{t+i} = y_{t+i-12} + i(\text{Me}_\alpha)$$

Negyedéves adatoknál értelemszerűen a 12 helyett 4-vel számolunk:

$$\hat{y}_{t+i} = y_{t+i-4} + i(\text{Me}_\alpha)$$

4.2 Szabály.

Havi adatoknál:

$$\hat{y}_{t+i} = y_{t+i-12} \times (\text{Me}_\beta)^i$$

Negyedéves adatoknál értelemszerűen a 12 helyett 4-vel számolunk:

$$\hat{y}_{t+i} = y_{t+i-4} \times (\text{Me}_\beta)^i$$

A naivmódszer-parancsfájl működése. (naivmodszor.xls)

Az i =az előrejelzés periódusa, a szezon= a szezon hossza (maximum=12)

A naiv módszerek megbízhatóságának ellenőrzése.

A becslési időszak megadásával a rendelkezésre álló idősort két részre bontjuk, becslési és teszt időszakra. A becslési időszak felhasználásával a becslést végezzük el, a teszt időszak adatai alapján a becslések pontosságát lehet ellenőrizni, a MAPE hibaképlet felhasználásával. A MAPE %-os értékeit a naiv módszerek szabályai (1.1, 1.2,...,4.2) szerint közli a program. Az idősor hosszát felismeri a program, a sárga mezőbe (Ebből becslésre felhasznált:) be kell írni a becslésre felhasznált idősor hosszát, ami az idősor fele vagy annál nagyobb érték. Ha tesztelni kívánjuk a naiv módszereket, akkor a becslésre felhasznált idősor hosszának legnagyobb értéke az idősor hossza mínusz egy. Az idősort és a naiv módszerekkel elvégzett becslések ábráit az Ábra1 és Ábra2 munkafüzetben közli a program. Az Ábra1 azoknak a szabályoknak az ábráit rajzolja meg, ahol nincs szezonális (1.1....2.4), az Ábra2 pedig azokat az ábrákat közli, ahol van szezonális (3.1, 4.1, 4.2). A hibaképletek munkalapon egy

gördülő menüben megtalálható az egyes naiv prognózis módszerek hibái¹⁰¹, azokban az esetekben, ha nincs szezonális (1.1.....2.4). Az autokorreláció eredményét is közli a program.

Számítások végzése.

A felhasznált idősor. [Forrás:](#)

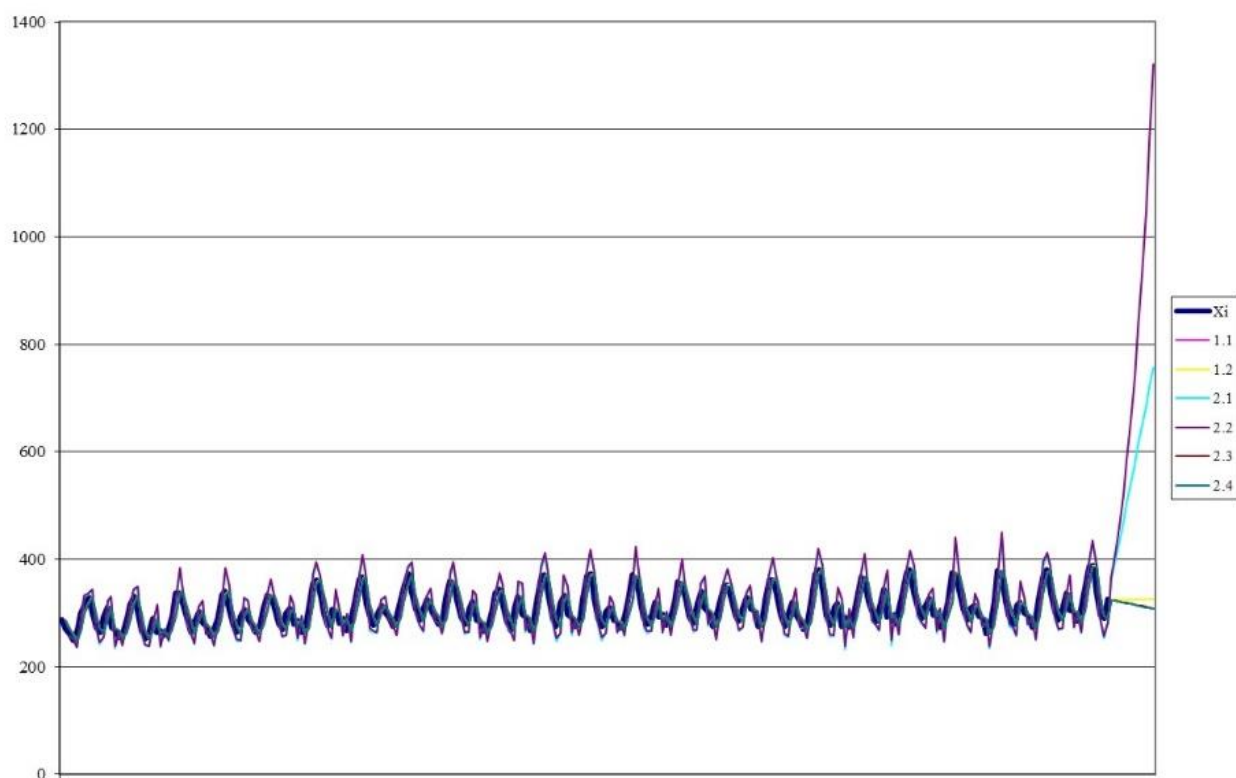
USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 2000-2022 havi adatok.

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/év) 2000-2022 éves adatok.

Ahol szezonális van, ott a havi adatokat, ahol nincs szezonális ott az éves adatokat használtuk.

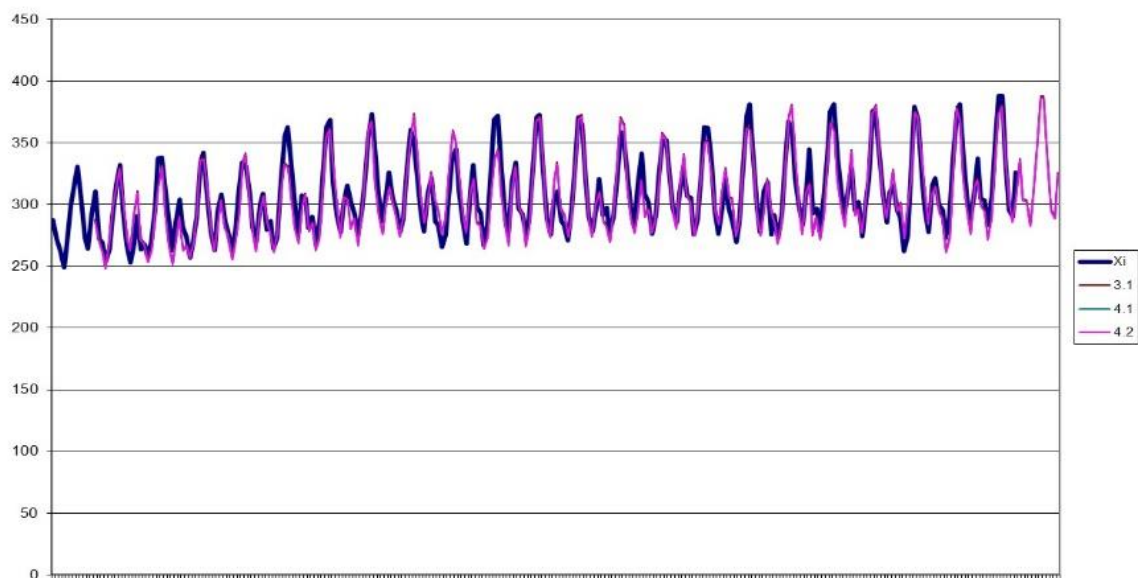
Havi adatok esetén: idősor hossza 276 hónap, ebből becslésre felhasznált 264 hónap. Teszt időszak 2022 év, 12 hónap.

Ábra 1.:



Ábra 2.:

¹⁰¹ Ld. Az előrejelzések hibáinak a mérése.

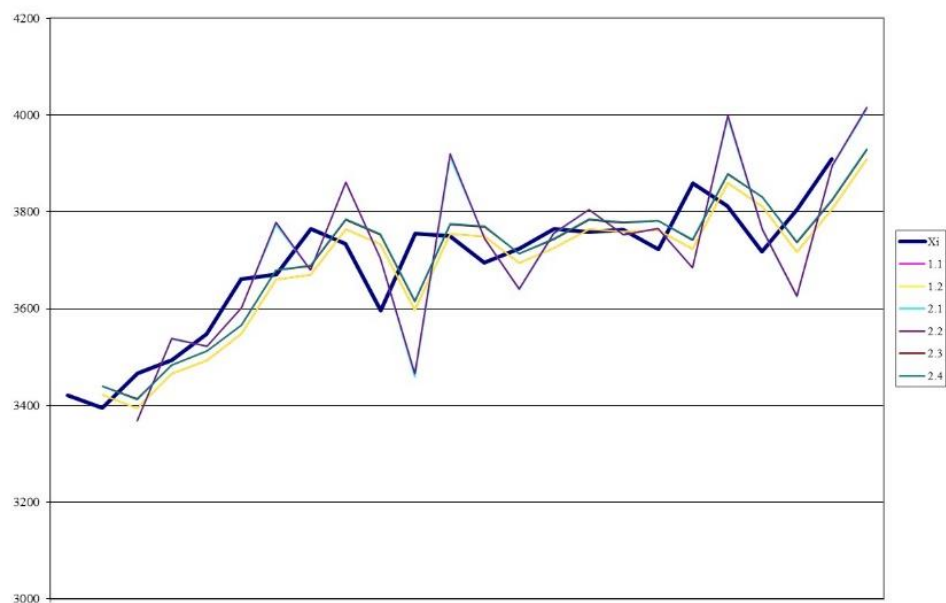


ME	-2,041
MAE	25,519
MSE	949,317
SDE	1,000
MPE	-0,43%
MAPE	8,31%
U-statisztika	1,165
MBA	283,5
D-W mutató	2,016

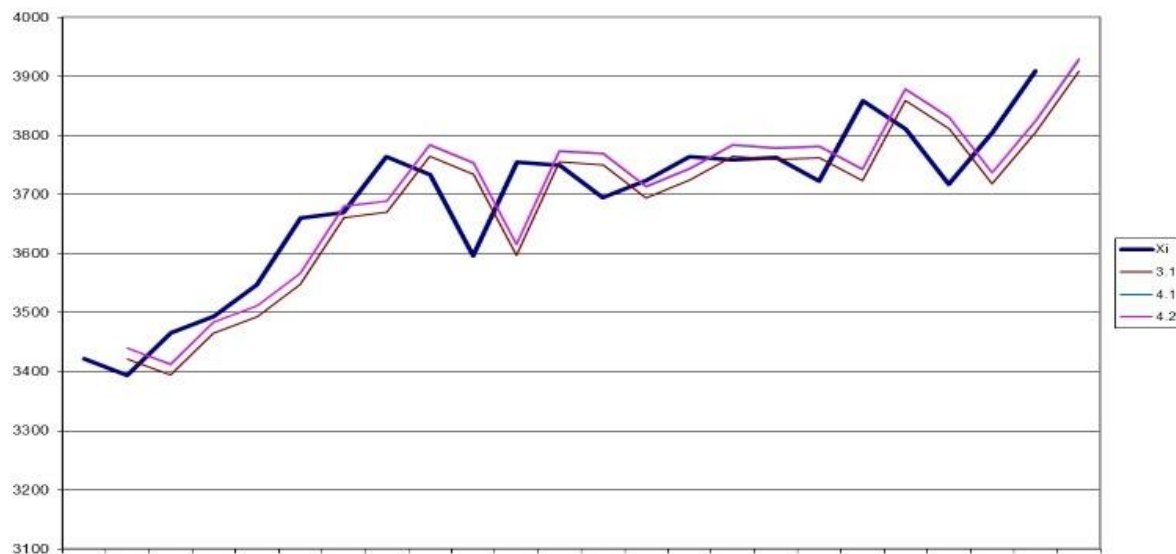
Nincs autokorreláció.

Éves adatok esetén. 23 év, ebből becslésre felhasználta 22 év, teszt időszak 1. év.

Ábra 1.:



Ábra 2.:



Hibaképletek

ME	4,629
MAE	93,247
MSE	13801,132
SDE	1,000
MPE	0,12%
MAPE	2,50%
U-statisztika	1,480
MBA	252,0
D-W mutató	2,871
Negatív autokorreláció	

Spektrálanalízis.

Spektrálanalízis.xls parancsfájl működése. © copyright 2005, all rights reserved by Mongol Temrangsitorrat and Stephen DeLurgio. Átdolgozta Kehl Dániel és Sipos Béla.

Az elméleti háttér részletesebb ismertetésétől eltekintünk, az megtalálható Pintér József tanulmányában.¹⁰²

Adatbevitel: Ctrl+a,

(Ctrl+a) a szezonok számának, az illesztéshez megadott megfigyelések számának, és az előrejelzés hosszának a változtatása.

(Ctrl+k) a Fourier modell becslése

(Ctrl+g) a grafikonok újratarzolása.

¹⁰² Pintér József. [2007]: [A spektrálanalízisről](#). Statisztikai Szemle. 85. évf. 2.

A Ctrl+ utasításokat az első munkalapon kell végrehajtani!

Ex-post ellenőrzésnél az [FOURIER illesztést \(becslést\)](#) végzi el a program a becslési időszak adatainak az alapján és kiszámítja az illesztett hibákat a becslési időszakra, továbbá az FOURIER modell előrejelzéseket készít, ha megadtuk a megfelelő előrejelzési időszakot, vagyis a teszt időszak adatainak a számát és mivel a tényadatokat is megadtuk a teszt időszakra, a program hibaképleteket tud számítani, amit az előrejelzett hibák néven közöl. A hibaképleteket a program kiszámolja az illesztett (becslési) és ebben az esetben az előrejelzett (teszt) időszakokra is. Célszerű először ex-post elemzést végezni és a legjobb FOURIER modell ismeretében ex-ante előrejelzéseket készíteni.

A rendelkezésre álló adatok száma: T

Szezonális (periódikus ingadozás) hossza = s (negyedéves adatoknál 4, havi adatoknál 12)

A teszt időszak száma: m

A becslési időszak száma: T-m

A becslésre használt adatok száma összesen T-m (t=1,2,...,T-m)

A számítások menete. Az alábbi számításokat végzi el a program:

Y_t = a megfigyelt adat a t-edik időpontban

$Y_t - Y_{t-s}$ a t-dik megfigyelt érték és a (t-s) időpontban megfigyelt érték különbsége.

Számtani átlag (\bar{Y}_t):

$$\bar{Y} = \frac{1}{T-m} \sum_{t=1}^{T-m} Y_t$$

Trend számítása és kiszűrése:

$$T_t = a_0 + b_0 t$$

$$b_0 = \frac{\sum_{t=s+1}^{T-m} (Y_t - Y_{t-s})}{s}$$

$$a_0 = \bar{Y} - b_0 \bar{t}$$

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{T-m} t_i}{T-m}$$

$$\text{Trend kiszűrve} = Y_t - T_t$$

A program kiszámítja az alábbi trigonometrikus függvényeket:

$$\cos(\omega t), \sin(\omega t), \cos(2\omega t), \sin(2\omega t), \cos(3\omega t), \sin(3\omega t), \cos(4\omega t), \sin(4\omega t)$$

ahol:

f = frekvencia,

ω = körfrekvencia

A = amplitúdó, a legnagyobb kitérés

Y = a függvény általános alakja

s = a periódus (rezgésidő)

$$\omega = \frac{2\pi}{s} = \frac{2\pi f}{(T-m)}$$

$$f = \frac{(T-m)}{s}$$

$$Y = A \sin(\omega t)$$

Az amplitudó megbecsléséhez a következő lineáris regressziószámítást kell elvégezni, konstanssal:

$$Y = \text{Trendkiszűrve} = Y_t - T_t$$

X változók: $X_1 = \cos(\omega t)$, $X_2 = \sin(\omega t)$, $X_3 = \cos(2\omega t)$, $X_4 = \sin(2\omega t)$, $X_5 = \cos(3\omega t)$, $X_6 = \sin(3\omega t)$, $X_7 = \cos(4\omega t)$, $X_8 = \sin(4\omega t)$

A kapott regressziós együtthatók: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$.

$$(Y_t - T_t) = a_0 + a_1 \cos(\omega t) + a_2 \sin(\omega t) + a_3 \cos(2\omega t) + a_4 \sin(2\omega t) + a_5 \cos(3\omega t) + a_6 \sin(3\omega t) + a_7 \cos(4\omega t) + a_8 \sin(4\omega t)$$

$$H_0 : a_i = 0$$

$$H_1 : a_i \neq 0$$

$$H_0 : b_i = 0$$

$$H_1 : b_i \neq 0$$

A fenti hipotézisrendszert teszteljük.

Ha 5 %-os szignifikancia szinten elutasítjuk ($p < 0,05$) azt a H_0 hipotézist, hogy az a_i ($i=1,2,\dots,8$) paraméter egyenlő 0-val, akkor a paramétert felhasználjuk az amplitudó számításához, ha a H_0 hipotézist fogadjuk el, ($p > 0,05$) akkor nem számítunk amplitudót. Az A_1 amplitudó számításához szükséges, hogy az a_1 és b_1 is, szignifikánsan különbözzön 0-tól. Ugyanez érvényes az A_2, A_3 és A_4 amplitudókra is. Természetesen dönthetünk úgy is, hogy a szignifikancia szint 10 %-os, akkor ha a $p < 0,1$, elutasítjuk a nulhipotézist. Az elfogadás esetén 1-t, az elutasítás esetén 0-t kell beírni a sárga cellákba.

Az amplitudók számítása:

$$A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$

$$A_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$$

$$A_3 = \sqrt{a_3^2 + b_3^2}$$

$$A_4 = \sqrt{a_4^2 + b_4^2}$$

A becsült Fourier egyenlet:

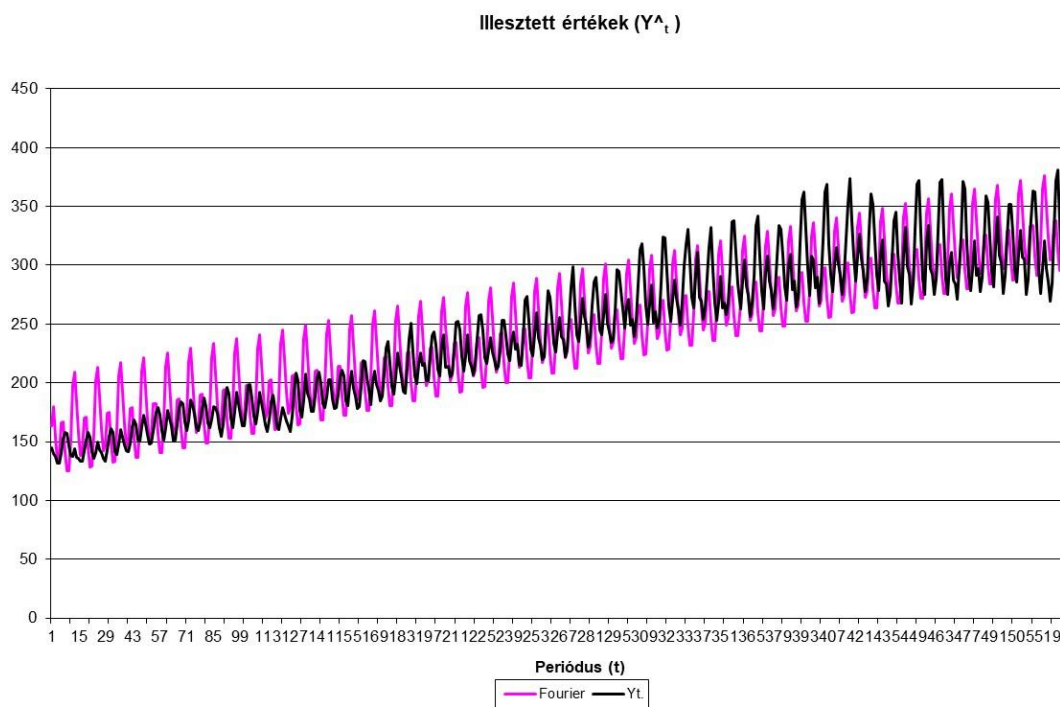
$$\hat{Y}_t = T_t + A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) + A_3 \cos(2\omega t) + A_4 \sin(2\omega t) + A_5 \cos(3\omega t) + A_6 \sin(3\omega t) + A_7 \cos(4\omega t) + A_8 \sin(4\omega t)$$

Adatbázis:

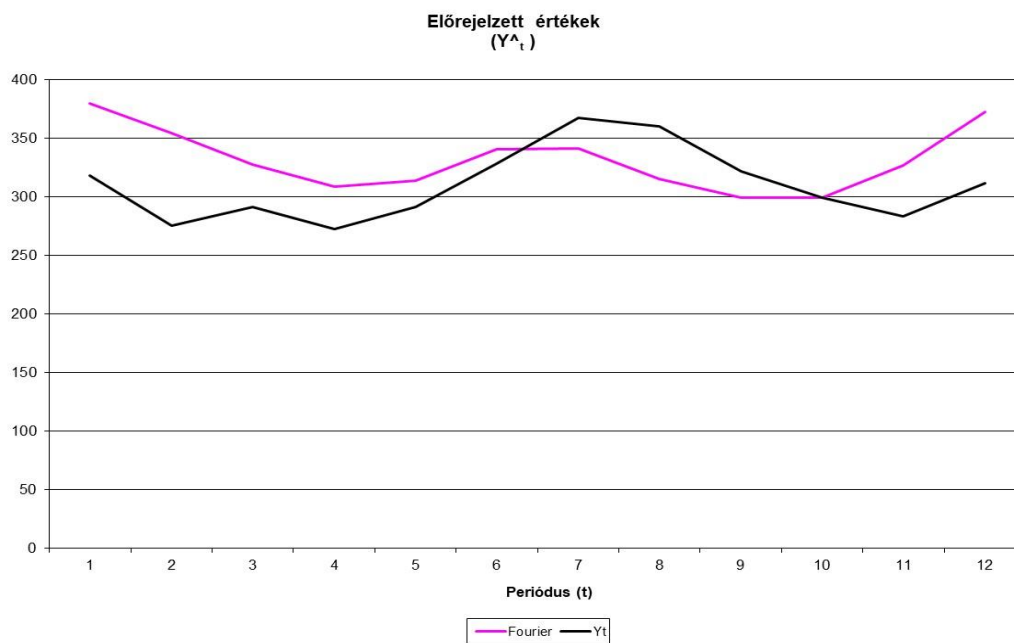
USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok.

Eredmények:

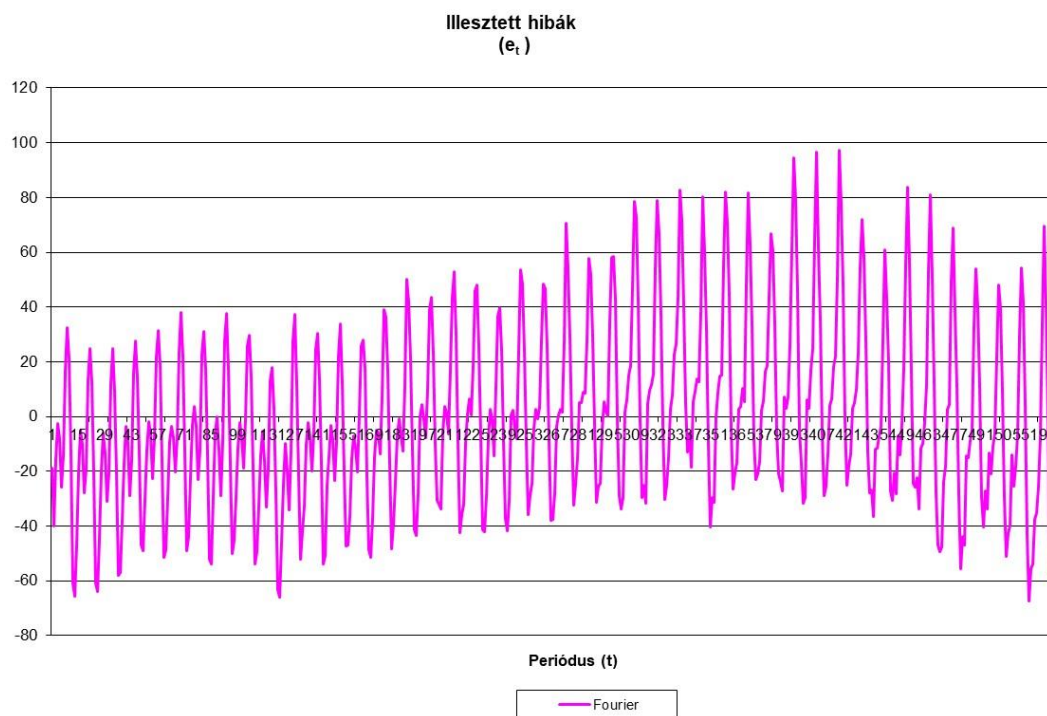
Illesztett értékek:



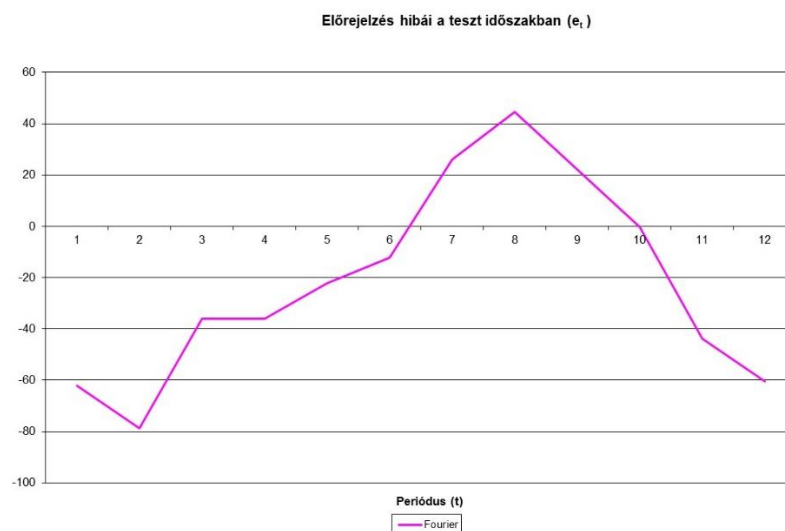
Előrejelzett értékek, 12 hónap.



Illesztett hibák:



Előrejelzések hibái a teszt időszakban:



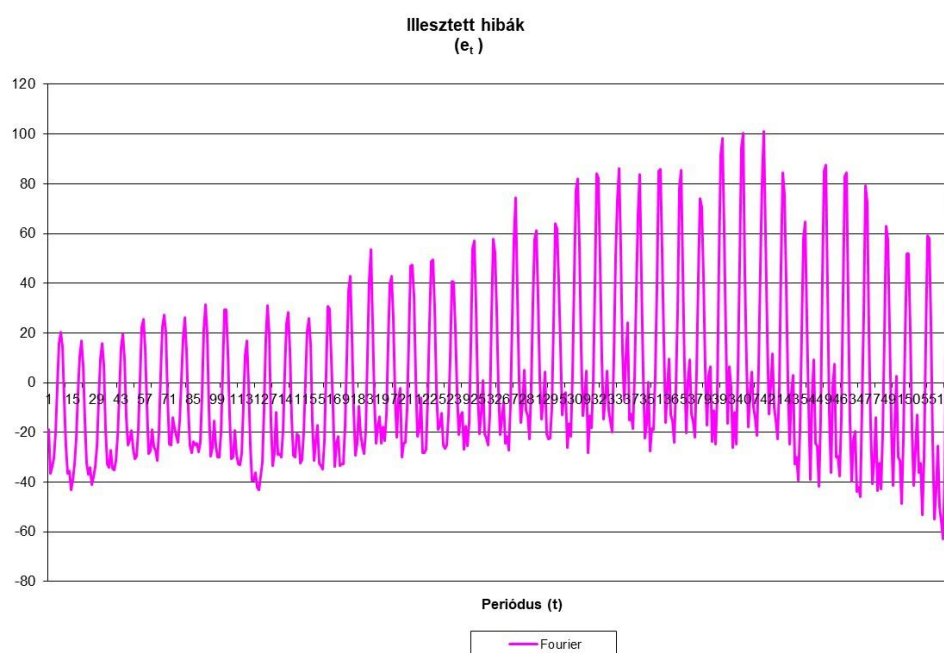
Hipotézis ellenőrzése:

	Koefficiensek	Standard hiba	t érték	p-érték	Alsó 95%	Felső 95%
Tengelymetszet	4,44184E-07	0,692747032	6,41193E-07	0,999999489	-1,360932503	1,360933391
X változó 1	-6,592572207	0,979692269	-6,729227549	4,52289E-11	-8,517222081	-4,667922334
X változó 2	-13,39266847	0,979692226	-13,67028146	1,4834E-36	-15,31731826	-11,46801868
X változó 3	0,854245173	0,979692262	0,871952557	0,383637447	-1,070404686	2,778895033
X változó 4	21,06230232	0,979692233	21,49889691	8,53556E-74	19,13765251	22,98695212
X változó 5	3,387982074	0,979692247	3,458210559	0,000588454	1,463332243	5,312631905
X változó 6	1,342495663	0,979692247	1,370323861	0,171178248	-0,582154168	3,267145494
X változó 7	1,150674596	0,979692219	1,174526626	0,240722772	-0,773975178	3,075324371
X változó 8	2,692174915	0,979692276	2,747980136	0,006205029	0,767525027	4,616824803

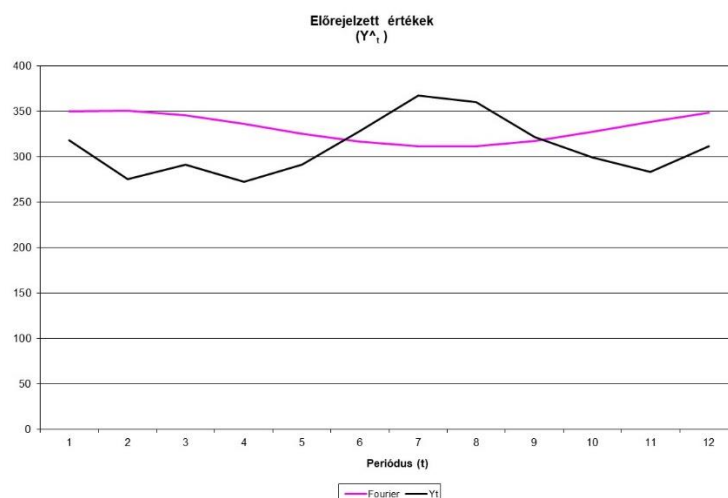
Ha 5 %-os szignifikancia szinten elutasítjuk ($p < 0,05$) azt a H_0 hipotézist, hogy az a_i ($i=1,2,\dots,8$) paraméter egyenlő 0-val, akkor a paramétert felhasználjuk az amplitúdó számításához, ha a H_0 hipotézist fogadjuk el, ($p > 0,05$) akkor nem számítunk amplitúdót. A $p < 0,05$ feltétel teljesül az összes változónál, kivéve az X_3 , X_6 , és X_7 változókat. Ennek alapján kizártuk a 3-ik, a_2 , a hatodik b_3 és a hetedik a_4 változókat az amplitúdó számításához.

		Szignifikancia (Igen=1/Nem=0)
a_1	-6,592572207	1
b_1	-13,39266847	1
a_2	0,854245173	0
b_2	21,06230232	1
a_3	3,387982074	1
b_3	1,342495663	0
a_4	1,150674596	0
b_4	2,692174915	1

Ennek alapján az illesztett hibák változtak:



Az előrejelzett értékek, ennek következtében módosultak:



25 idősorkutatási modell becslése.

25 modell becslését egyszerre, automatikusan elvégzi.¹⁰³ Az idősorok megoszthatók becslési és teszt időszakokra. A becslés és az előrejelzés megfigyelési számának a megadásánál (Ctrl+a) arra kell ügyelni, hogy összegük megegyezzen az összes adat számával, amit bemásolunk. A hibaképletek ebben az esetben adnak értelmezhető eredményt, mivel az ex-post időszakra ekkor rendelkezünk tényleges és becsült értékekkel is. Az ex-ante időszakban nincsenek tényadatok és ezért a program 0-nak tekinti azokat. Ha már ismertek a legjobb becslések, akkor lehet megadni az ex-ante időszakot is és prognózisokat lehet készíteni. A program azonos hibaképleteket alkalmaz minden előrejelzési módszernél. A becslések automatikusak. (Ctrl+k)

Az idősorkutatási prognózis modellek az alábbiak:

- Naiv és szezonálisan naiv modellek.
- Exponenciális simítási modellek, beleértve a szezonális exponenciális simítást is.
- 18 féle naiv és exponenciális simítási modell, amelyek a trendet és a szezonalitást is vagy figyelembe veszi vagy nem.
- Winters 3 paraméteres exponenciális simítási módszere. A szezonális multiplikatív, a trend additív, tehát lineáris, simított modell. A trend és a szezonális létét t-próbával teszteli.
- Winters 3 paraméteres exponenciális simítási módszere. A szezonális additív, a trend lineáris, simított modell. A trend és a szezonális létét t-próbával teszteli.
- Dekompozíciós idősormodellek.
- Furier féle spektrálanalízis.
- ACF és PACF értékeket számít.

Office 2010, 2016, 2019:

Beállítások: Fájl - Beállítások. Kattintson az Adatvédelmi központ (Trust Center) elemre, majd Az Adatvédelmi központ beállításai (Trust Center Settings) gombra végül a Makróbeállítások (Macro Settings) elemre. Kattintson a kívánt beállításra, a választás: Az összes makró engedélyezése. (Enable all macros) Minden választás után Ok.

Kattintson a Bővítmények (Add-Ins) gombra, majd válassza a Kezelés – Excel bővítményeket alul, az ugrást választva a Bővítményeket bejelölheti (Manage: Excel Add-Ins, Go, megjelenik: Analysis Tool Pak, érdemes a többi is bejelölni.). A Bővítményeket az Excel installálja. A Bővítmények megjelennek: Adatok - Adatelemzés ikonnál. (Data – Data Analysis)

Körkörös hivatkozás esetén, ha iterációt végez az Excel, az Excel által javasolt módosítás: Az Excel beállításai – Képletek - Közelítés engedélyezése.

A logisztikus trendek és logisztikus regressziós függvények valamint a simít (exponenciális simítás) ARIMA, Spektrálanalízis, 25 prognózismodell esetében még a következő beállításokra van szükség:

Eszközök – Bővítménykezelő - Solver beikszelni, vagy ha be van jelölve kiszedni a bejelölést, kilépni, lementeni, belépni és újra bejelölni a Solvert. (A többi bővítményt is célszerű bejelölni) Továbbá:

¹⁰³ Forrás: UNICAST, An Automated Univariate Forecasting System. Kidolgozta: Stephen De Lurgio, PhD., és Anthony Mongkolkeha, Temrangsitorrat, MBA, MSCE. 2005. Magyarra fordította és kibővítette Sipos Béla. PTE KTK. 2012.

Eszközők – Makró - Visual Basic Editor - Tools (felül) - References - Solver legyen bejelölve. Megoldható úgy is, hogy Alt+F11 Tools, Preferences, és ki kell jelölni (pipa jel) a SOLVER feliratot, ha nem volt bejelölve.

Az Excel beállításai. Menüszalag testreszabása - Fő lapok - Jelölje be: Fejlesztőeszközök. Ok. Megjelenik a Fejlesztő eszközök szalag, azon belül Visual Basic-Tools-References-Solvert be kell jelölni. Kilépés után mindig menteni kell.

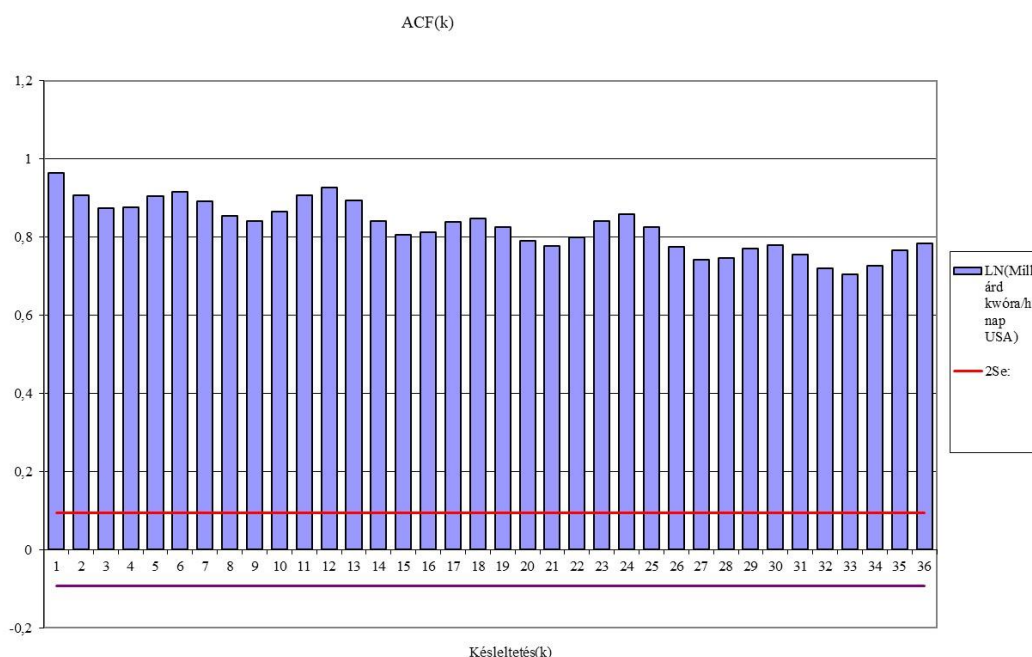
Ha az az üzenet jelenik meg, hogy nem tudja megnyitni a Solver/Solver.XLAM fájlt és így nem találja meg a SOLVER-t, újra kell telepíteni az Excel programot.

Adatbázis:

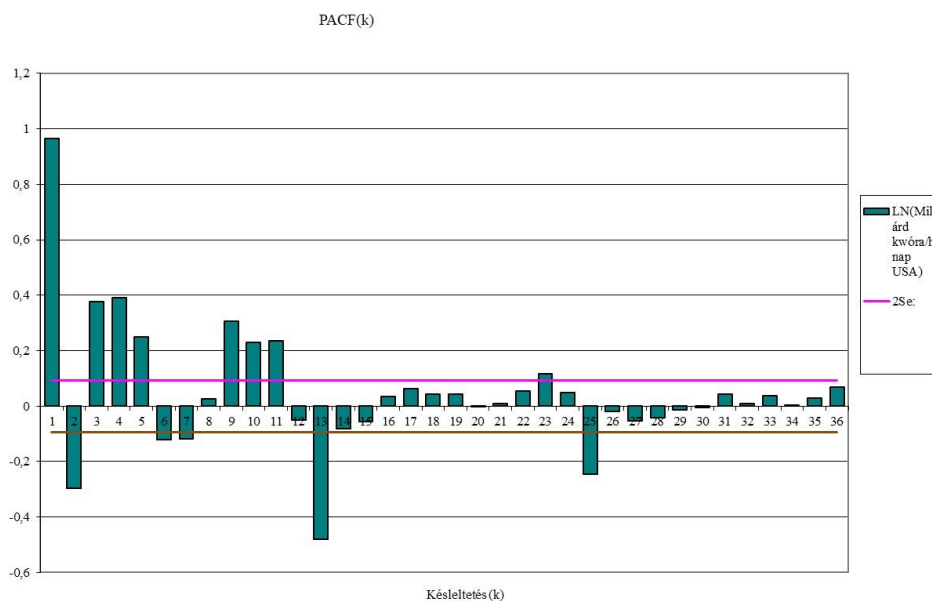
USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok. Az adatok ln transzformációja. Megfigyelt adatok 600 hónap, becslésre felhasznált 456 hónap, teszt időszakra felhasznált 144 hónap. Előrejelzés 12 hónap.

Eredmények:

ACF (autokorrelációs függvény):



PACF (parciális autokorrelációs függvény):

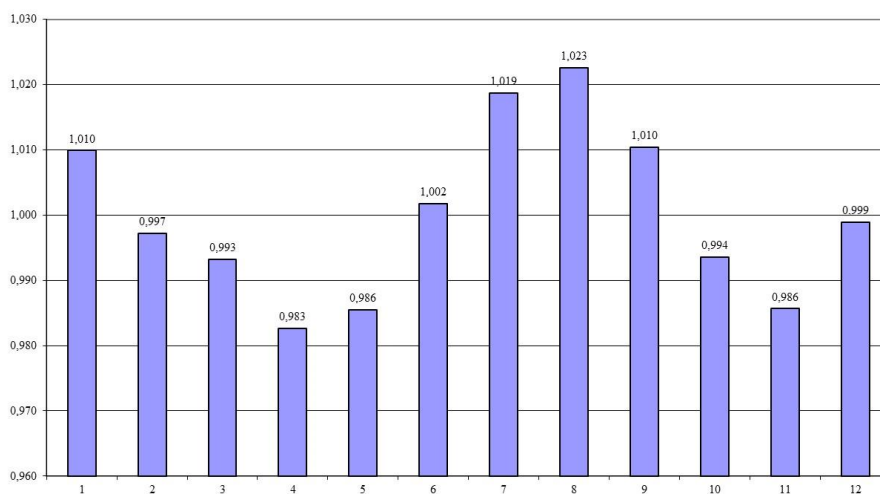


Dekompozíció, szezonális

Szezonok (s)	Nyers szezonindexek	Tisztított szezonindexek
1	1,009878216	1,010
2	0,997195534	0,997
3	0,993200304	0,993
4	0,982639118	0,983
5	0,985520609	0,986
6	1,001758166	1,002
7	1,018715876	1,019
8	1,022603986	1,023
9	1,010409401	1,010
10	0,993523192	0,994
11	0,985636277	0,986
12	0,998904576	0,999
Összeg	11,99998525	12

Dekompozícióval számított szezonindexek.

Dekompozícióval számított tisztított szezonindexek



A további eredményeket terjedelmi okok miatt nem adjuk közre, ezek megtalálhatóak „A konjunktúra-ciklusok elemzése és prognosztizálása-Felhasznált adatsorok”.zip fájlban: 25idősorkutatásimodellbecsléseUSA1973-2022.xlsm

A tőzsdeindexek átlagolása, indikátorok.

A tőzsdeindikátorok.xls parancsfájl működése.

A mozgóátlag az egyik legismertebb és legkönnyebben használható indikátor. Kisimítja az árfolyam hullámzásait és könnyebbé teszi a trendek felismerést, mely nagy segítség a gyorsan mozgó részvények esetében. A tőzsdeindexek átlagolására két módszert mutatunk be:

Az egyszerű (aritmetikai) mozgóátlag (Simple Moving Average, SMA): egy adatsor (A) egyszerű számtani átlagát jelenti. A formula:

$$SMA_{(j)} = \frac{1}{N} \sum_{i=j-N}^j A_i$$

Ahol:

$SMA_{(j)}$ a j időpontban számított mozgóátlag,

N a mozgóátlag periódusainak a száma,

A_i a tényleges érték az i időpontban.

Az egyszerű mozgóátlagot képezhetjük a tőzsdeindexek nyitó, minimum és maximum árakból is, de legtöbb esetben a záróárakat használjuk. Az egyszerű mozgóátlag képletében a legújabb és a legrégebbi adat is azonos súllyal szerepel, pedig a frissebb adatok az előrejelzések során nyilvánvalóan fontosabbak. A probléma egyik megoldása az volt, hogy a frissebb adatokat fokozottabban vették figyelembe. Az exponenciális mozgóátlag (EMA) ugyanis egy speciális súlyozott mozgóátlag, ahol a régebbi adatok súlya exponenciálisan csökken.

Ez az eljárás a becsült időszak értékeit úgy számítja ki, hogy a megelőző időszak adatait megadott számú periódusonként átlagolja. A mozgóátlagolás módszerével olyan részletek derülhetnek ki a trendről, amelyek a meglévő adatok egyszerű átlagolásával elmosódnak. Ez a módszer értékesítési adatok, raktárkészlet adatok vagy egyéb változó adatok előrejelzésére használható. A becsült értékeket az alábbi képlet alapján számítja ki:

$$F_{(t+1)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N A_{t-j+1}$$

ahol:

N a mozgóátlag periódusainak száma

A_j a tényleges érték a j időpontban

F_j a becsült érték a j időpontban"

A mozgóátlagolás célja, a fő tendencia kimutatása; az átlagolás tompítja a véletlen szerepét; a dinamikus átlag kifejezésre juttatja a fő tendenciát; probléma, hogy megrövidíti az idősort, a trendet hosszabb távra nem tudjuk extrapolálni, továbbá ha a mozgóátlag tagszáma kisebb mint a periódus, akkor, a hullámzást nem küszöböli ki teljesen, csak az erősege csökken, ha pedig a mozgóátlag tagszáma nagyobb mint a periódus, akkor a hullámzás az átlagolás után ellentétes irányú lehet, és az eredeti idősor hullámhegyével szemben hullámvölgy, illetve hullámvölgyével szemben hullámhegy állhat. Az elkövetett hiba annál nagyobb, minél erősebb a véletlen ingadozás és minél kevésbé szabályos a periodikus ingadozás. A mozgóátlagolás a régebbi adatoknak is ugyanolyan súlyt ad, mint az újabbaknak, viszont ismeretes, hogy az extrapoláció szempontjából az új adatok fontosabb szerepet játszanak mint a régiek.

A tőzsdei gyakorlatban a mozgóátlag számítása nem centrikus, hanem visszatekintő, azaz a mozgóátlagokat nem úgy számítják, hogy a kiválasztott adat (záró árfolyam) környezetében végzik az átlagolást, hanem a kiválasztott adat előtti adatokra számítják az értékeket. Ennek megfelelően csak az idősor elején vesznek el mozgóátlagokat, ami a technikai elemzésben nem jelent problémát, hiszen a kulcstényezőt az idősor végén található adatok jelentik. A mozgóátlagok így késő (lagging) indikátorok. Az idősor rövidülése: ha N, a mozgóátlag tagszáma páratlan, akkor az idősor (N-1) egységgel, ha páros akkor N egységgel (a középre igazítás, a centrírozás miatt) csökken. A heti tőzsdénapiak száma általában 5, így legtöbbször 5 egész számú többszörösét választják tagszámnak.

Exponenciális mozgóátlag (Exponential Moving Average, EMA): a technikai elemzők gyakran használják azért, hogy csökkenteni tudják az egyszerű mozgóátlag lemaradását. Az EMA esetében az

időben hozzánk közelebb álló árfolyamok nagyobb, míg a régebbi adatok kisebb súllyal szerepelnek a kalkulációba, a kapott értéket összeadjuk, majd a súlyok összegével elosztjuk. Az egyszerű mozgóátlaggal szemben az exponenciális mozgóátlag érzékenyebb az újabb adatokra, ezért gyorsabban mutatja a trendfordulókat.

Az EMA számítása során alkalmazott képlet:

$$EMA_{(jelenlegi)} = \left[\hat{A}r_{(jelenlegi)} - EMA_{előző} \right] * X + EMA_{(előző)}$$

Ez a képlet átrendezhető az alábbi formában:

$$EMA_{(jelenlegi)} = \left[\hat{A}r_{(jelenlegi)} * X \right] + \left[EMA_{előző} \right] * (1 - X)$$

A periódus alapú EMA esetében a súly értéke $X=2/(1+N)$, ahol az N a periódusok száma. Minden egyes előző záróár adatát felhasználjuk az EMA számításánál. A régebbi adatok befolyása az idő múlásával csökken, de soha sem szűnik meg. Némi bonyodalom csak az első adatpont számításával kapcsolatban van, hiszen ott még nem áll rendelkezésre előző napi érték, emiatt az adatsor első elemének egy egyszerű mozgóátlagot kell számolni. Feltétel, hogy $N \geq 2$ és egész szám, de az N kisebb mint a megfigyelések száma, figyelembe véve azt, hogy az idősor tagjainak száma (N-1) illetve N értékkel csökken.

Vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$EMA_{(jelenlegi)} = EMA_t$$

$$EMA_{előző} = EMA_{t-1}$$

$\hat{A}r_0$ = az első SMA, ahol a mozgó átlag tagszáma N.

$$\hat{A}r_{(jelenlegi)} = \hat{A}r_t$$

$$X = \alpha$$

$$N > 2 \text{ és } 0 < \alpha < 1$$

Akkor:

$$EMA_t = \alpha \hat{A}r_t + (1 - \alpha) EMA_{t-1}$$

Ebből következik, hogy

$$EMA_0 = \hat{A}r_0$$

$$EMA_1 = \alpha \hat{A}r_1 + (1 - \alpha) \hat{A}r_0$$

$$EMA_2 = \alpha \hat{A}r_2 + (1 - \alpha) EMA_1 = \alpha \hat{A}r_2 + (1 - \alpha) [\alpha \hat{A}r_1 + (1 - \alpha) \hat{A}r_0] = \alpha \hat{A}r_2 + \alpha(1 - \alpha) \hat{A}r_1 + (1 - \alpha)^2 \hat{A}r_0$$

$$EMA_3 = \alpha \hat{A}r_3 + (1 - \alpha) EMA_2 = \alpha \hat{A}r_3 + (1 - \alpha) [\alpha \hat{A}r_2 + \alpha(1 - \alpha) \hat{A}r_1 + (1 - \alpha)^2 \hat{A}r_0] =$$

$$= \alpha \hat{A}r_3 + \alpha(1 - \alpha) \hat{A}r_2 + \alpha(1 - \alpha)^2 \hat{A}r_1 + (1 - \alpha)^3 \hat{A}r_0$$

$$\alpha [\hat{A}r_t + (1 - \alpha) \hat{A}r_{t-1} + (1 - \alpha)^2 \hat{A}r_{t-2} + (1 - \alpha)^3 \hat{A}r_{t-3} + (1 - \alpha)^4 \hat{A}r_{t-4} + \dots + (1 - \alpha)^{i-1} \hat{A}r_{t-(i-1)}] + (1 - \alpha)^t \hat{A}r_0$$

$$EMA_t = [\sum_{i=0}^{t-1} \alpha(1 - \alpha)^i \hat{A}r_{t-i}] + (1 - \alpha)^t \hat{A}r_0$$

Látható, hogy az új érték kialakításában a legutolsó ($\hat{A}r_{t-0} = \hat{A}r_t$) tehát t időpontban megfigyelt adat α súllyal, az azt megelőző, $(t-1)$ időpontban megfigyelt ($\hat{A}r_{t-1}$) adat $(1-\alpha)$, míg az i -edik időszakot megelőző adat ($\hat{A}r_{t-(i-1)}$), $(1-\alpha)^i$ súllyal járul hozzá az EMA_t érték kiszámításához. Az idősor legrégebbi adatának ($\hat{A}r_{t-t} = \hat{A}r_0$) súlya pedig $(1-\alpha)^t$. A két szomszédos EMA adat között a különbség $(1-\alpha)$ – szoros. Az idősor a mozgó átlag tagszámának (N) megfelelően rövidül. Ha N páros, a rövidülés N adat, ha páratlan a rövidülés $(N-1)$. Az exponenciális mozgóátlag is a tőzsdei trendfordulók meghatározásában lehet a befektetők segítségére. Használata megegyezik az egyszerű mozgóátlagével, de nagyobb súllyal veszi figyelembe a friss árfolyamadatokat. Vannak időszakok, amikor az exponenciális mozgóátlag figyelése nagyobb nyereséget eredményezhet, de más időszakokban az egyszerű mozgóátlag ad jobb jelzéseket. Nem lehet általánosságban kijelenteni, hogy az egyik módszer megbízhatóbb lenne a másiknál.

Alkalmazott példa:

[Dow Jones Ipari Átlag index](#) napi átlagos záró értéke 1885.02.16-2022.12.30

A vételi és az eladási jelzés szűrésére sok módszert kidolgoztak. Ezek közül az a legjobb, amikor két mozgóátlagot (például a 200 naposat és az 50 naposat) ábrázolunk.

Az indikátor vételi jelzést ad a következő két esetben:

1. a hosszú mozgóátlag emelkedik és a rövid mozgóátlag alulról fölfelé metszi a hosszú átlagot
2. a hosszú mozgóátlag csökkenésből emelkedésbe vált és a rövid mozgóátlag a hosszú fölött helyezkedik el

Az indikátor eladási jelzést ad, amikor:

1. a hosszú mozgóátlag csökken és a rövid mozgóátlag fölülről lefelé metszi a hosszú átlagot
2. a hosszú mozgóátlag emelkedésből csökkenésbe vált és a rövid mozgóátlag a hosszú alatt helyezkedik el

Minél érzékenyebb egy indikátor, annál több jelzést fog adni. Ezek a jelzések időben érkehetnek, de a meg növekedett érzékenységgel a hibás jelzések száma is megnőtt. Minél érzéketlenebb egy indikátor, annál kevesebb jelzést produkál. Azonban ez a kevesebb jelzés sokkal megbízhatóbb is. Habár ezek a jelzések néha késve érkeznek. A mozgóátlagok esetében hasonló a dilemma. Rövidebb mozgóátlagok sokkal érzékenyebbek és több jelzést generálnak. Az EMA, mely tulajdonképpen

érzékenyebb, mint az SMA, több jelzést generál. Azonban a hibás jelzések száma is megnő. A hosszabb mozgóátlagok lassabban mozognak, és kevesebb jelzést adnak. Ezek a jelzések sokkal megbízhatóbbak, de késve következnek be. Minden befektetőnek tapasztalatot kell szereznie a különböző mozgóátlagok használatában, hogy megtalálja a középutat az érzékenység és a megbízhatóság között. Számos befektető rövidtávon az exponenciális mozgóátlagot használja, hogy gyorsan tudjon reagálni az árváltozásokra. A befektetők másik fele viszont jobban preferálja az egyszerű mozgóátlagot, hogy hosszabb távú trendeket találjon.

A részvények kiválasztása után a következő feladat a mozgóátlag periódusnak és típusának megválasztása. Minél mozgékonyabb egy részvény, annál több finomítást igényel, vagyis hosszabb mozgóátlagot érdemes használni. Azoknál a részvényeknél, melyek nem mutatnak erős trendet, szintén a nagyobb mozgóátlagok használata célszerű. Nincsen meghatározott paraméter, de a legismertebbek a 20, 50, 89, 150 és a 200 napos, valamint a 10, 30 és 40 hetes mozgóátlagok. A rövidtávon kereskedők 2-3 hétben gondolkodnak, és 21 napos mozgóátlagot használnak, míg a hosszabb távban gondolkodók a 3-4 hónapos trendeket preferálják, mihez 50 hetes mozgóátlagot használnak.

A szakemberek többsége a következő intervallumokat ajánlja a helyes érték megválasztásához:

- rövidtáv: 5-20 nap, legtöbbször 20 nap,
- középtáv: 21-84 nap (4-12 hét), legtöbbször 50 nap,

hosszútáv: 84-200 nap (13-40 hét), legtöbbször 200 nap

[Dow Jones Ipari Átlag index](#) (DJIA) napi átlagos záró értéke 1885.02.16-2022.12.30

Az induló paraméterek:

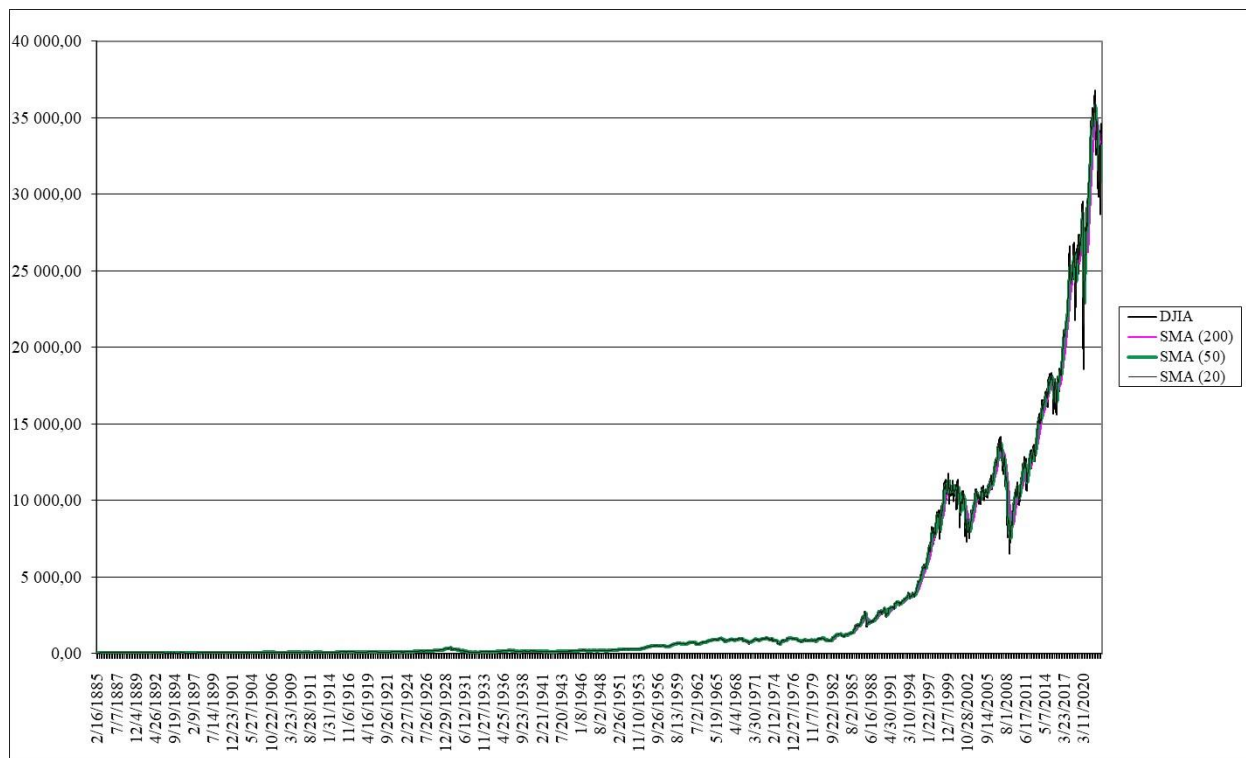
Adatpontok: 37676 nap DJIA napi átlagos záróindexe

Exponenciális mozgóátlag (Exponential Moving Average, EMA):

A számítások eredményei:

Az egyszerű (aritmetikai) mozgóátlag (Simple Moving Average, SMA):

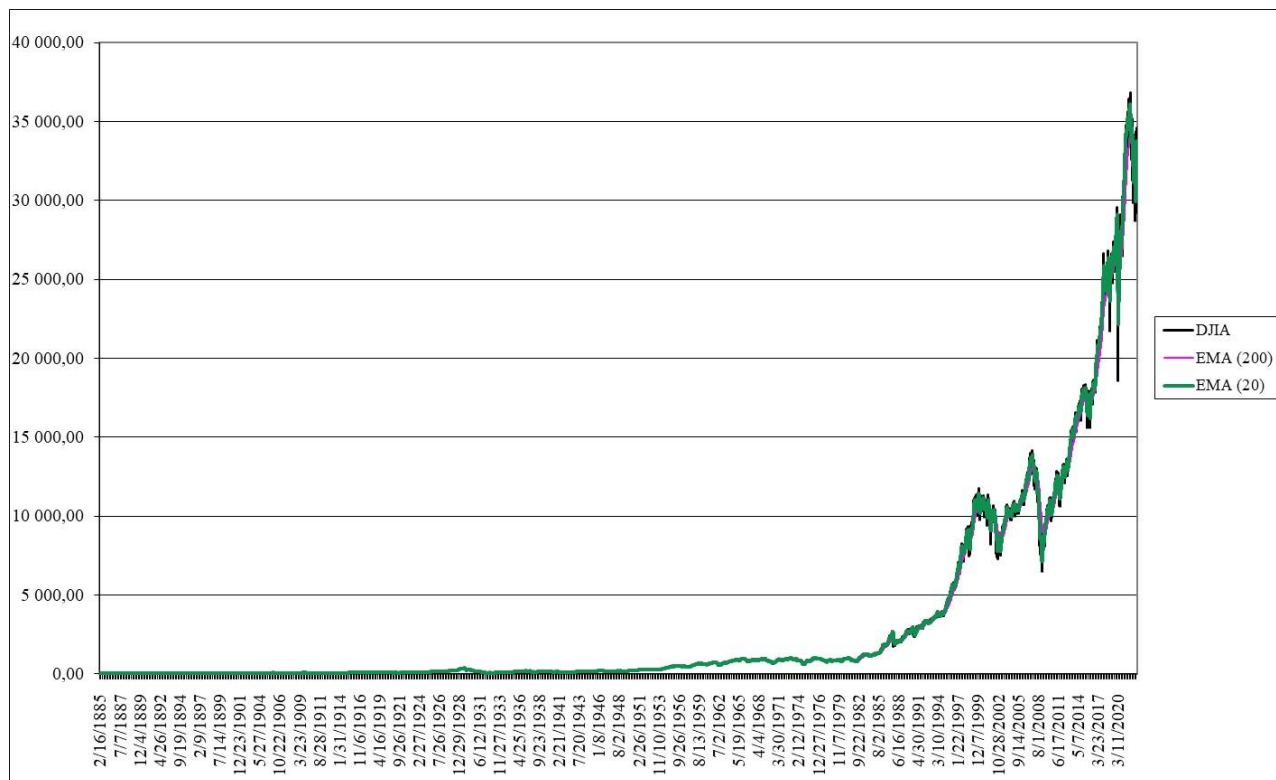
SMA			
N	200	50	20



Exponenciális mozgóátlag (Exponential Moving Average, EMA):

EMA		
N	200	20
X	0,00995	0,095238

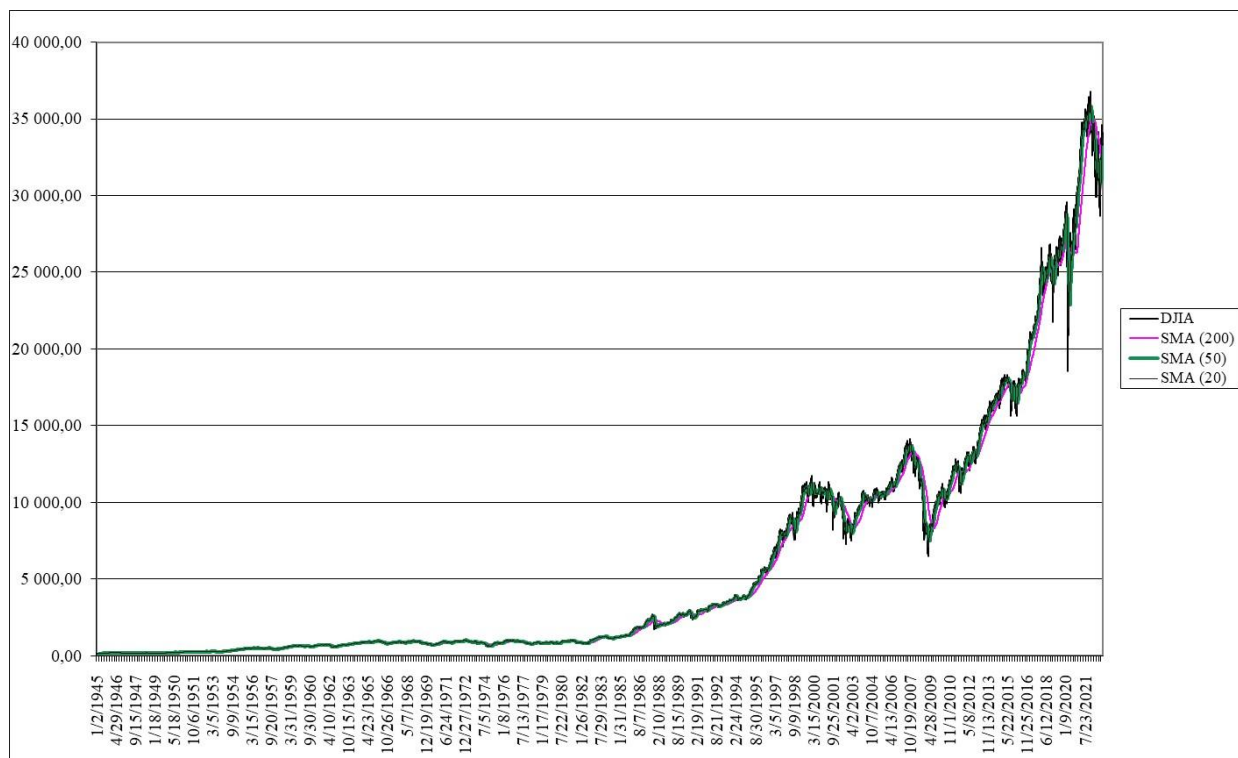
A számítások eredményei:



A grafikus ábrából látható, hogy a DJIA index 1945-ig alig változott, az 1929-1933-as nagy gazdasági világválság idején volt egy jelentős csökkenés.

A számításokat elvégeztük 1945.01.02-től is
Adatpontok: 1982 nap DJIA napi átlagos záróindexe.

SMA			
N	200	50	20



EMA		
N	200	20
X	0,00995	0,095238

Ciklus fordulópontok számítása:

+ első fordulópont (növekedés után csökkenés)

- alsó fordulópont (csökkenés után növekedés)

Ha N= 200 a forduló pontok száma:

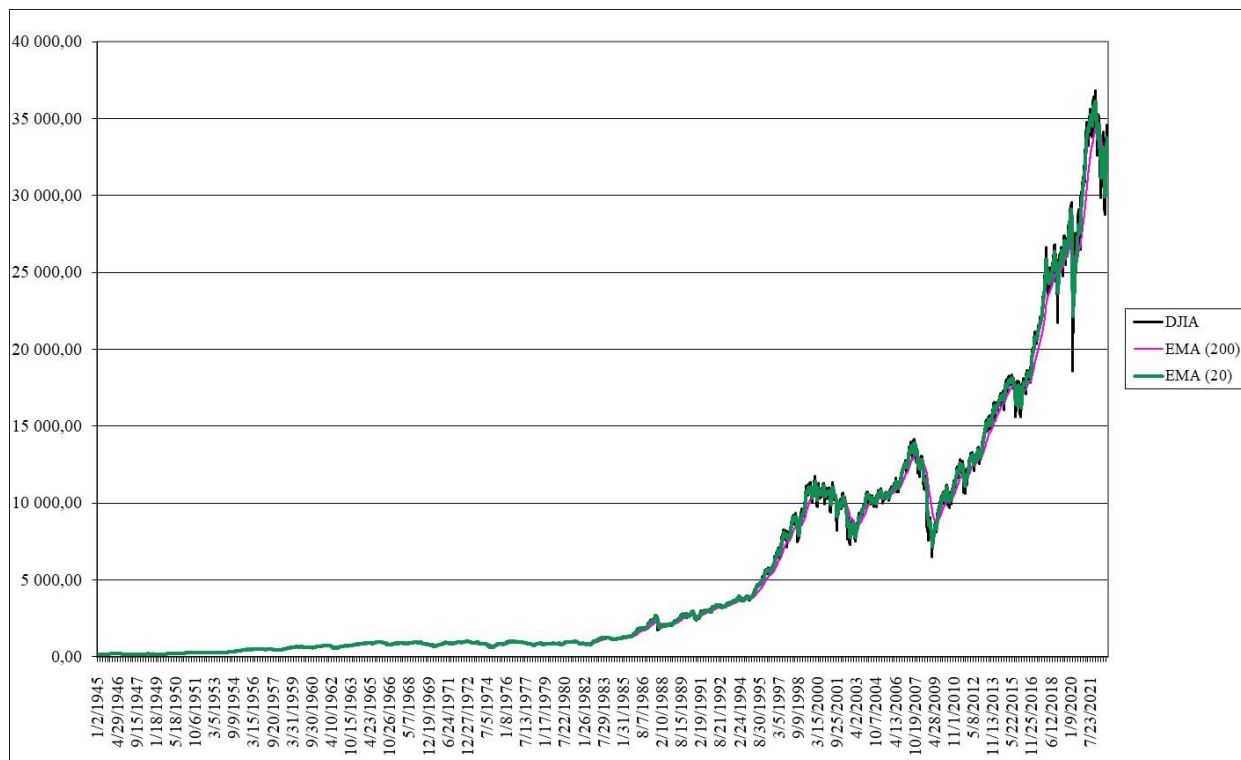
Első +	270
Utolsó +	1992
+ darab	28

Átlagos + távolság	63,8
--------------------	------

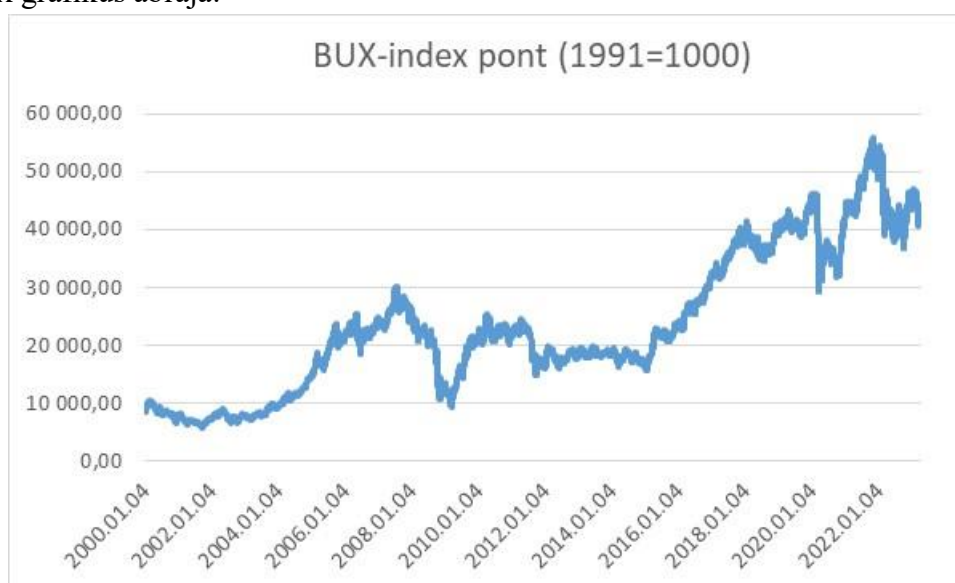
Első -	479
Utolsó -	1991
- darab	28

Átlagos - távolság	56,0
--------------------	------

A DJIA 200 napos mozgóátlagolás esetén ciklusos mozgást mutatott, az átlagos ciklushossz 60 nap volt.



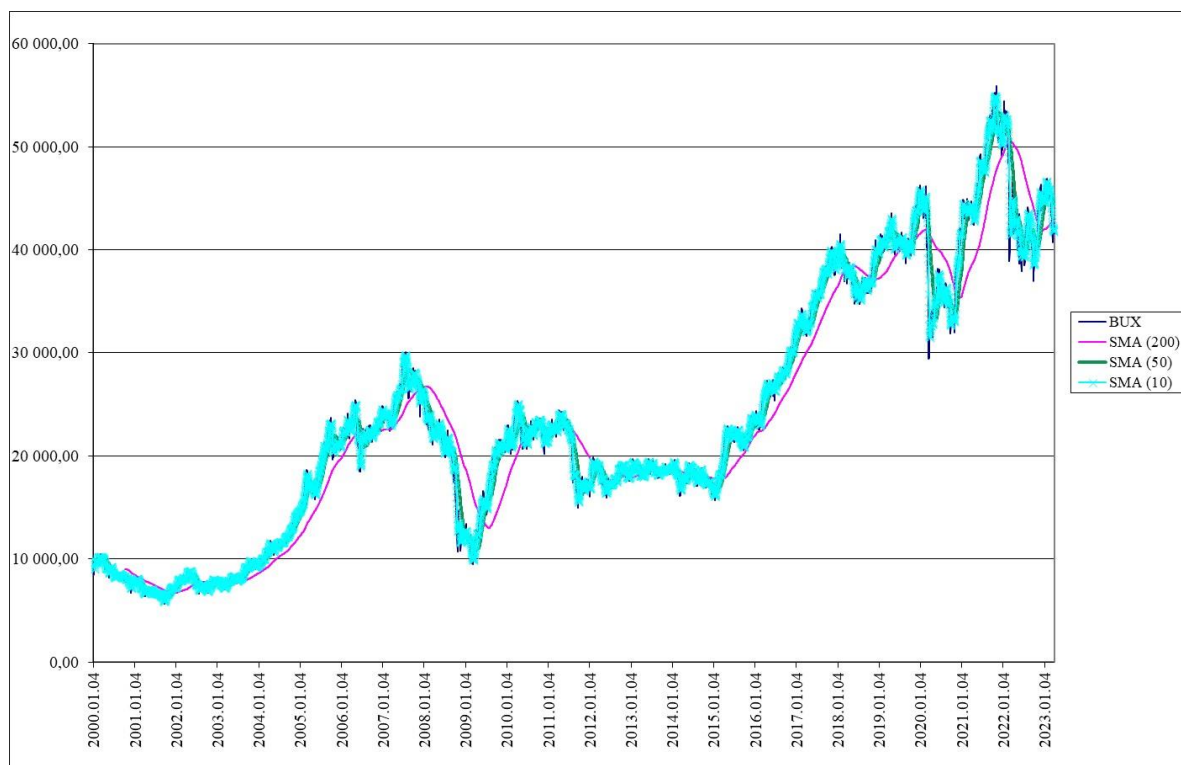
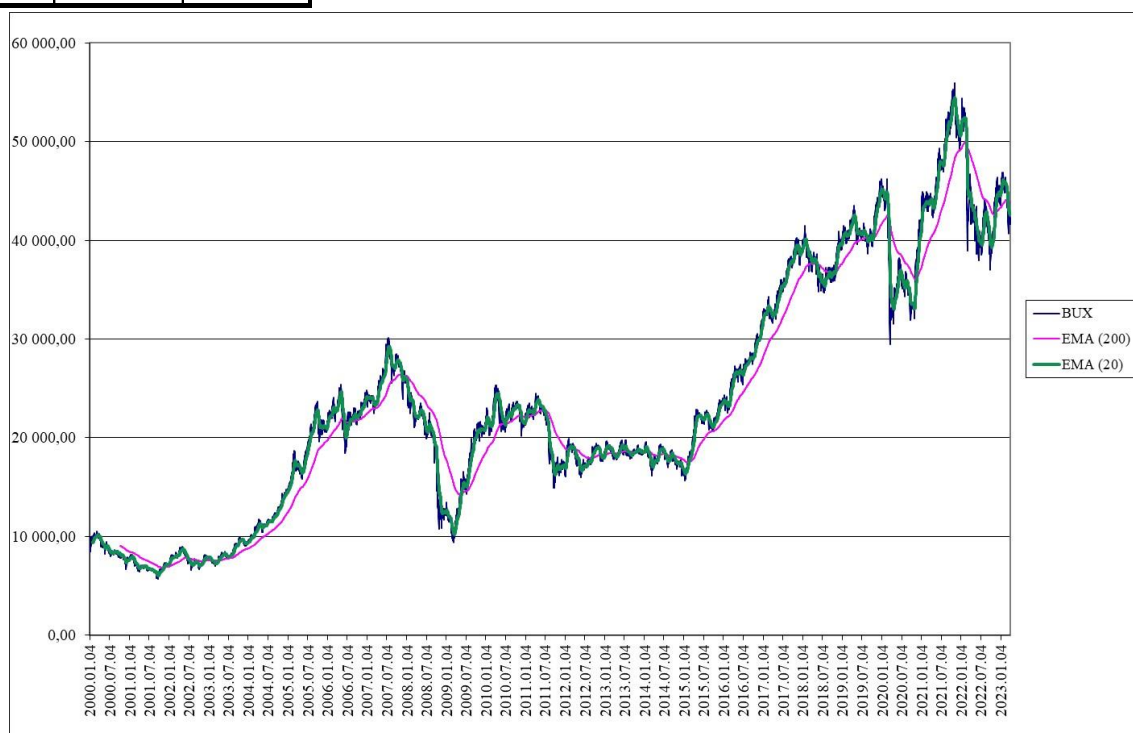
[BUX](#) (A BUDAPESTI ÉRTÉKTŐZSDE HIVATALOS INDEXE) (1991. január 2.=1000)
 Felhasznált idősor: MNB BUX-index Idősorok. 2000. január 4.-2023. március 31.
 A BUX index grafikus ábrája:



A számítások eredményei:

SMA			
N	200	50	10

EMA		
N	200	20
X	0,00995	0,095238



ARIMA modellek

George E. Box és Gwilym M. Jenkins népszerűsítette az autoregresszív/mozgóátlag modellek alkalmazását az idősor prognosztizálási feladatokra. Miközben ezt a módszert eredetileg az 1930-as években fejlesztették ki, nem volt széleskörűen ismert, amíg Box és Jenkins nem publikálta részletes leírását könyv formában 1970-ben¹⁰⁴. A Box és Jenkins által ajánlott általános módszer, ARIMA modellek alkalmazása idősorelemzésre, prognosztizálásra és ellenőrzésre az idősorelemzés Box-Jenkins módszertanaként lett ismert. Az ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average = Autoregresszív integrált mozgóátlag) modellezés menetét a következőkben foglaljuk össze.¹⁰⁵

A sztochasztikus idősori modellek *integrált autoregresszív és mozgóátlag* (rövidítve ARIMA) modellcsaládjának elnevezésében, az AR az autoregresszív, az MA a mozgóátlag jelzőre, az I betű (Integrated) pedig az összegzésre utal. Az *autoregresszív (AR) modell*, az idősor jelenlegi értékét, saját előző értékeinek függvényében fejezi ki, természetesen, mint sztochasztikus modell, kiegészülve a véletlen ingadozást reprezentáló változóval. Az autoregresszió a regresszió olyan formája, melyben az eredményváltozó más magyarázó változók helyett saját különböző késleltetésű múltbeli értékeihez kapcsolódik. Statisztikai szempontból tehát egyváltozós idősorelemzést végzünk.

ARIMA (p, 0, 0):

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

vagy:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

ahol: p az autoregresszivitás rendjét jelöli.

A *mozgóátlag (MA) modell* az idősor jelenlegi értékét, a jelenlegi és a múltbeli véletlen változók függvényében fejezi ki.

ARIMA (0, 0, q)

$$Y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

ahol: q a mozgóátlag folyamat rendjét jelöli.

(théta= θ , ε =epszilon, ϕ = ϕ)

Mozgóátlag. Két különböző jelentése van ennek a kifejezésnek. Először: idősoroknál a k-tagú mozgóátlagot k egymást követő megfigyelési érték átlagaként definiálhatjuk. Ezt felhasználhatjuk simításra vagy előrejelzésre. Másodszor: a Box - Jenkins modellezésben az MA a mozgóátlag rövidítése az ARIMA-ban, és az jelenti, hogy az idősor értékét a t időpontban befolyásolja a jelenlegi hibtag és a múltbeli hibtagok súlyozott kombinációja.

ARMA modell Az ilyen típusú idősori modell formája lehet autoregresszív (AR) vagy mozgóátlag (MA) vagy a kettő kombinációja (ARMA, vagy más néven vegyes modell).

A *vegyes (ARMA) modell* az idősor jelenlegi értékét, saját előző értékeinek, és a jelenlegi, illetve a múltbeli véletlen változók függvényében fejezi ki.

ARIMA(p, 0, q):

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Az *autoregresszív integrált mozgóátlag (ARIMA) modell*, a differencia- vagy különbözet- képzéssel stacionáriussá transzformált, ún. d-ed rendű *integrált* [I(d)] idősorokra felírt ARMA modell. Ha például az idősor első differenciái (az $Y_t - Y_{t-1}$ értékek) stacionáriusak, az eredeti idősor elsőrendű integrált [I(1)].

Az ARIMA modellezés kiindulópontja annak megállapítása, hogy a vizsgálni kívánt idősorunk stacionárius-e, illetve, ha nem, akkor az, hogy alkalmas transzformációval stacionáriussá tehető-e. Ezzel eldöntöttük azt, hogy az adott idősorhoz illeszthető-e ARIMA modell, ha igen milyen (d)

¹⁰⁴ Box, G. E. P. - Jenkins, G. M. [1970]: Time Series Analysis. Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco, CA.

¹⁰⁵ Rappai Gábor. [2013]: Bevezető pénzügyi ökonometria. Pearson. Magyar nyelven ad alapos áttekintést az ökonometriai modellekről, ezen belül az ARIMA-modellekről.

dimenzióval (fokkal) rendelkezik. A következő kérdés annak megválaszolása, hogy milyen típusú ARMA modell illesztésével próbálkozzunk, illetve, milyen legyen az autoregresszivitás (p) és/vagy, a mozgóátlagolás (q) rendje. Erre a kérdésre a választ a tapasztalati, vagy a transzformált idősor ACF és PACF értékei (autokorrelációs- és parciális autokorrelációs együtthatók) alapján adjuk meg. A modellezés ezen fázisát, modell azonosításnak (identifikációnak) nevezi a szakirodalom. Ezután a modellezés lépései alapvetően megfelelnek a már ismert lineáris regressziós modellezésnek. A választott modell paraméterbecslése után a modell ellenőrzése következik. A modell ellenőrzése során vizsgáljuk azt, hogy paraméterei szignifikánsak-e, illetve véletlen változók fehér zaj folyamatot követnek-e. Speciálisan az ARMA modelleknek van stacionaritási (az idősor jellemzői időben állandóak, azaz függetlenek a t időváltozótól) és invertibilitási (azaz a becsült paraméterek abszolút értéke kisebb, mint egy) feltétele is, melyek a modell paramétereinek értékére vonatkozó megszorításokként jelennek meg. Ezután döntünk arról, hogy felhasználható-e az illesztett modell elemzésre, előrejelzésre, vagy más modell választásával kell próbálkoznunk. A modellkészítés menetét illusztrálja az alábbi folyamatábra.

Az ARIMA modellek dimenzióit a következő módon adjuk meg: ARIMA (p, d, q). A gyakorlati alkalmazások szerint az idősorok nagy része jól közelíthető olyan modellekkel, melyeknél az autoregresszivitás és a mozgóátlag folyamat rendje (p és q), illetve a differenciaképzés foka (d) alacsony. Általában mindhárom dimenzió - a (p), a (d), és a (q) is 0, vagy 1, vagy 2 értéket vesz fel. Olyan idősorok elemzésére, melyek szezonális ingadozást is tartalmaznak, az ún. *szeszonalis ARIMA modellek* alkalmasak, melyekkel pl. havi adatsorok (s=12), vagy negyedéves adatsorok (s = 4) elemezhetők. A szezonális modellek általános jelölése: ARIMA (p, d, q) (P, D, Q)_s.

A paraméterek függvényében az idősor hossza rövidül, a kieső adatok száma = p+d+q+s(P+D+Q). Az ARIMA modellezés *feltevése* szerint tehát, az idősorok által reprezentált sztochasztikus folyamatok, viszonylag egyszerű lineáris modellekkel leírhatók. A modellezési technika kidolgozásának *alapvető célja*, megbízható rövidtávú előrejelzések készítése.

A modellezés során a megfigyelt idősorban tapasztalható belső összefüggések alapján következtetünk a sztochasztikus folyamat jellegzetességeire. E jellemzők határozzák meg a választott modell típusát. A modell paramétereinek segítségével - melyeket a megfigyelt idősorból becsülünk, - leírható az a "szisztéma", aminek alapján az idősor jelen időszaki értéke előállítható, az idősor múltbeli értékeinek és/vagy az elmúlt időszakban realizálódott véletlen eltéréseknek a lineáris kombinációjaként. A modellek alkalmazásának végső soron az a célja, hogy választott megbízhatósági szint mellett az idősor jövőbeni értékeire intervallumbecslést tudjunk adni. Az idősorokban tapasztalható belső összefüggések megállapítása az idősorok korrelációs struktúrájának feltárását jelenti, ez indokolja a modellkészítés nagy adatigényét. Általában 100-120 elemű megfigyelt idősorra van minimálisan szükség, mivel célszerű minél nagyobb késleltetésig elmenni, ami azt jelent, hogy általában a K= 20-25. Az általánosan alkalmazott összefüggés $K < (n/4)$ alapján 25 időszakkal történő késleltetéshez legalább 100 elemű idősorra van szükségünk. Nem szezonális, tehát éves adatok esetében a K lehet kisebb, pl. 12 (ez 48 éves adatot igényel), de szezonaritást tartalmazó, pl. havi adatoknál a tendencia feltárásához $3 \cdot 12 = 36$ havi késleltetésre is szükség lehet, itt az $n > 144$ havi adat.

Az elméleti idősort jelentő sztochasztikus folyamat jellemzői (várható értéke, szórásnégyzete és autokorrelációs együtthatói) azonban, csak akkor becsülhetők a tapasztalati idősorból, ha ezek a jellemzők *időben állandóak*, azaz függetlenek a t időváltozótól. Az ilyen tulajdonságokkal rendelkező idősorokat *stacionárius idősoroknak* nevezzük.

Stacionárius idősor az $Y_1, Y_2, \dots, Y_t, \dots, Y_T$ elméleti idősor ha :

$$1. E(Y_t) = \mu$$

$$2. \text{Var}(Y_t) = \sigma^2$$

$$3. \rho_k = \frac{\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k})}{\sigma^2} \quad k = 1, 2, \dots$$

ahol: $\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) = E(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)$ és
 $\sigma^2 = \sigma_t \times \sigma_{t-k}$ mivel $\sigma_t = \sigma_{t-k} = \sigma$ (□□□ mű)

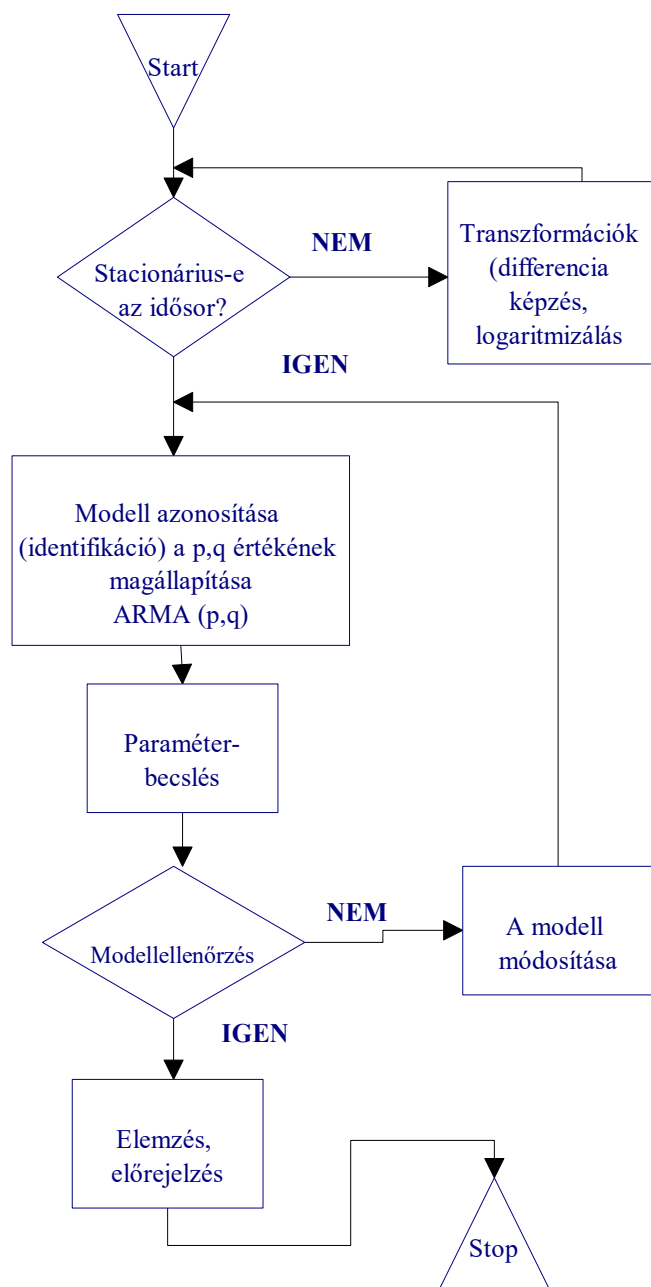
A stacionárius idősorok *nem tartalmazzak időtrendhatást*, az idősor értékei egy állandó átlagos szint körül ingadoznak, állandó szórással. Az állandó szórás azt jelenti, hogy az *ingadozások intenzitása időben nem változik* (nem növekszik vagy csökken). Ezenkívül a stacionárius idősorokra jellemző az, hogy az *autokorrelációs együtthatói* (ρ_k) *időben állandóak*, nem függenek t -től, csak a változók egymás közötti távolságától, k -tól. Amennyiben idősorunk nem stacionárius folyamatból származik, alkalmasan megválasztott transzformációval stacionerré próbáljuk alakítani. Ha ez nem sikerül, a folyamatra ARIMA modellek nem illeszthetők.

1. A stacionaritás biztosítása

Az ARIMA modellezés kiindulópontja annak megállapítása, hogy a vizsgálni kívánt idősorunk stacionárius-e, illetve, ha nem, akkor az, hogy alkalmas transzformációval stacionáriussá tehető-e. Ezzel eldöntöttük azt, hogy az adott idősorhoz illeszthető-e ARIMA modell, ha igen milyen (d = DIFFERENCE, DIFFERENCIA) dimenzióval (fokkal) rendelkezik.

1.a Stacionárius idősor. Az előzőekben definiáltuk a stacionárius idősor kritériumait. Ennek alapján a sor stacionárius, ha a statisztikai jellemzői függetlenek a konkrét időperiódustól a megfigyelés folyamán.

1.b Nem stacionárius idősor. A tapasztalati idősor nem stacionárius jelleget mutat, ha az alapjául szolgáló folyamat átlaga és/vagy varianciája nem konstans. A gyakorlatban az idősor ábrájának tanulmányozása, illetve az idősor autokorrelációinak sorozata felhasználható annak megállapítására, hogy az egyik, vagy mindkét feltétel fennáll-e. Az első lépés tehát stacionaritás biztosítása.



Az ARIMA modellezés lépései.

A stacionaritás biztosítása éves adatok esetében, nem szezonális differencia képzés.¹⁰⁶

Általában megállapítható, hogy a gazdasági, társadalmi idősorok többsége jelentős fejlődést mutat, általában jellemző rájuk az emelkedő, vagy csökkenő tendencia. Ilyen esetekben mondhatjuk, hogy az idősor várható értékében nem stacionárius, és ezért képezzük a sor első differenciáját, azaz képezzük az idősor $(Y_t - Y_{t-1})$ értékeit. Az első differenciák, az eredeti sorból számított *változások*ként értelmezhetők.

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

Vegyük az alábbi lineáris időtrendet:

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t$$

¹⁰⁶ Ramanathan Ramu [2003]: Bevezetés az ökonometriába alkalmazásokkal. Panem. 537-540.

Az időtrend első differenciája:

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Y(t + \Delta t) - Y(t)}{\Delta t} \approx (Y_t - Y_{t-1}) / (t - [t-1]) = (Y_t - Y_{t-1})$$

A lineáris trend t-szerinti deriváltja:

$$\frac{d\hat{Y}}{dt} = b_1$$

Mivel tehát a közelítőleg lineáris időtrend esetén az egymást követő tényadatok között konstans értékű a különbség, vagyis a növekmény vagy csökkenés, így az egységintervallum szerinti differenciaképzéssel a időtrendhatást tekintve konstans értéken tartható a folyamat.

Amennyiben az első differenciák nem stacionáriusak, akkor másodszor is differenciálni kell, mégpedig az első differenciákat $[(Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2})]$. Ilyenkor az idősor másodrendű integrált [I(2)]. Az elsőfokú differencia-sornak n-1, a másodfokú differencia-sornak n-2, a míg a tizenketted fokú differencia-sornak [tizenkettedrendű integrált I(12)] pedig n-12 adata lesz.

$$\Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1})$$

$$\Delta^2 Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$$

A magasabb fokú differencia-képzés szükség estén tovább folytatható.

$$\Delta^3 Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (Y_{t-2} - Y_{t-3}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-3}$$

$$\Delta^4 Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (Y_{t-2} - Y_{t-3}) - (Y_{t-3} - Y_{t-4}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-4}$$

.

.

.

$$\Delta^{12} Y_t = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-12}$$

.

.

$$\Delta^{24} Y_t = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-24}$$

Ha az idősor exponenciális időtrenddel rendelkezik, vagyis az idősor állandó %-os ütemben, exponenciálisan nő, logaritmusos lineáris időtrendet tartalmaz, ami már differenciálható.

$$\hat{Y}_t = b_0 b_1^t$$

$$\ln \hat{Y}_t = \ln b_0 + t \ln b_1$$

A másodfokú polinomiális időtrend eliminálható kétszeri- ($\Delta^2 Y_t$), a harmadfokú polinomiális időtrend pedig háromszori ($\Delta^3 Y_t$) differenciálással.

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$$

$$\frac{d^2 \hat{Y}}{dt} = (b_1 + 2b_2 t)' = 2b_2$$

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3$$

$$\frac{d^3 \hat{Y}_t}{dt} = (b_1 + 2b_2 t + 3b_3 t^2)' = (2b_2 + 6b_3 t)' = 6b_3$$

Trend-stacionaritás esetében: $\hat{Y}_t - \hat{Y}_{\text{trend}}$ Az időtrend lehet hiperbolikus, hatványkitevős stb. számítása trend-szezón-hiba.xls parancsfájllal is történhet. Az időtrend-stacionaritás azt jelenti, hogy a trendtől

való eltérések stacionáriusak. Kiszámítása esetében, beillesztés után az I.1 0 nincs transzformációt lehet választani.

A gyakorlati alkalmazásokban a nem szezonális differenciaképzésnél a differenciaképzés foka (degree of non-seasonal differencing=d) legtöbbször d=0,1,2.

Ha az az idősor stacionárius, akkor nullad rendű integrált [I(0)] sornak is nevezzük.

A Box-Cox transzformáció¹⁰⁷:

$$Y(\lambda) = \frac{(Y_i^\lambda - 1)}{\lambda}, \quad \lambda \neq 0$$

$$\ln(Y_i), \quad \lambda = 0$$

λ (Lambda) = 1 nincs transzformáció

λ (Lambda) $\rightarrow 0$ log-transzformáció, ugyanis az egyik nevezetes határérték:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln(a)$$

esetünkben a=Y és x= λ

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{(Y^\lambda - 1)}{\lambda} = \ln(Y)$$

λ Lambda= (-2, -1,9.....+1,9,+2)

$$-2 \leq \lambda \leq 2$$

A Box-Cox transzformáció után az adatok visszatranszformálása:

$$Y_i = (Y(\lambda)\lambda + 1)^{1/\lambda} \quad \lambda \neq 0$$

$$Y_i = e^{Y(\lambda)} \quad \lambda = 0$$

A Box-Cox transzformáció részletes leírása:

Y-t a kijelölt hatványra emeli és a megadott képlettel számol:

$$Y(\lambda) = (Y^\lambda - 1)/\lambda$$

$$\lambda = 1 \rightarrow Y$$

$$Y(1) = Y - 1$$

$$\lambda = 0 \rightarrow \ln Y$$

$$\lambda = 2 \rightarrow Y^2$$

$$Y(2) = (Y^2 - 1)/2$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \rightarrow Y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{Y}$$

$$Y(1/2) = (Y^{1/2} - 1)/(1/2)$$

$$\lambda = -1 \rightarrow Y^{-1} = \frac{1}{Y}$$

$$Y(-1) = (Y^{-1} - 1)/(-1)$$

¹⁰⁷ Ramanathan Ramu [2003]: Bevezetés az ökonometriába alkalmazásokkal. i. m. 281

1. Nincs transzformáció ($\lambda=1$), ha az idősor a stacionaritási feltételeknek (az előzőek alapján az egyes változók várható értéke (μ), varianciája (σ^2), valamint a különböző időpontokhoz tartozó változók (Y_t, Y_{t-k}) kapcsolatát kifejező (auto)kovariancia időben állandó) eleget tesz.

Legyen $Y_t = 10 + e$

$$Y(1) = (10 - 1) + u$$

2. Az ln-transzformációt ($\lambda=0$) akkor használjuk, ha hibatényező szórása (σ) az Y növekedésével szintén nő (pl. exponenciális időtrend, amikor az átlagos növekedés üteme állandó, vagy ha növekvő az időtrend és multiplikatív szezonális, tehát az időben előrehaladva az amplitudó nő) vagy ha a hiba (ε_t) eloszlása jobbra ferdült, (jobboldali asszimetria, balra hosszan elnyúló eloszlás)

3. Négyzetes transzformációt ($\lambda=2$) akkor használjuk, ha a hibatényező varianciája (σ^2) arányos a várható értékkel vagy ha a hiba (ε_t) eloszlása balra ferdült, (baloldali asszimetria, jobbra hosszan elnyúló eloszlás) Ha az adatsor gyökös formát követ, akkor a $\lambda=2$ transzformációval linearizálható az idősor és $d=1$ differenciálással stacionáriussá tehető.

$$Y_t = 1,05 * \sqrt{t}$$

$$(Y_t)^2 = 1,05^2 * t$$

$$Y(2) = (1,05^2 - 1)/2$$

4. A négyzetgyökös transzformációt ($\lambda=1/2$) akkor használjuk, ha a hibatényező varianciája arányos a várható értékkel. Ezt használjuk másodfokú parabolikus időtrendnél.

5. A reciprok transzformációt ($\lambda=-1$) akkor használjuk, ha a hibatényező varianciája (σ^2) csökken, amikor a változó (Y) értéke csökken. Ezt használjuk hiperbolikus időtrendek linearizálásánál.

A stacionaritás biztosítása havi adatok esetében, szezonális differencia képzés.

Egy további eset, amikor gyakran előfordul a stacionaritás hiánya: a szezonális. A periódusidő szerinti differenciálással a szezonális időeltolás mellett tapasztalható hatások, a periódikus mozgások szűrhetők ki. Negyedéves és havi idősorokban a stacionaritás hiánya gyakran eltüntethető a megfelelő differenciálással.

Negyedéves adatoknál:

$$\Delta^4 Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (Y_{t-2} - Y_{t-3}) - (Y_{t-3} - Y_{t-4}) =$$

$$Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-4}$$

Havi adatoknál:

$$\Delta^{12} Y_t = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-12}$$

További probléma lehet, hogy az ingadozás intenzitása állandó-e vagy nem, ha nem ln-transzformációt lehet alkalmazni.

Ha szükséges, mindkét transzformáció elvégezhető, először a logaritmizálás illetve Box-Cox transzformáció, majd a transzformált adatok differencia-képzése. Az ARIMA számítások elvégzése után vissza kell transzformálni az adatokat. A szoftverek, pl. az ARIMA.xls elvégzi a differenciálást és a becslésnél visszaalakítja az adatokat eredeti formátumukba, de pl. az ln transzformált adatokat nem, mivel ezekkel számoltunk. Ilyenkor a becsült értékeket e hatványára kell emelni (Excelben kitevő (Y becsült)) Először a szezonális, esetünkben a havi differenciálást kell elvégezni, majd ezt követi, ha szükséges az éves adatoknál már bemutatott differenciálás.

Szezonális differencia képzés:

$D=1$ ($y_t - y_{t-12}$), az idősor 12 adattal rövidül.

$D=2$ ($y_t - y_{t-24}$), az idősor 24 adattal rövidül.

Nem szezonális differencia képzés:

$d=1$ $(y_t - y_{t-1})$, az idősor 1 adattal rövidül.

$d=2$ $(y_t - y_{t-2})$, az idősor 2 adattal rövidül.

Az autokorrelációs- és parciális autokorrelációs együtthatók és az ACF és PACF értékek becslése és tesztelése

Az időben lejátszódó folyamatok mindegyike sztochasztikus folyamatként definiálható, mely valószínűségi változók sorozataként jelenik meg. Ezt *elméleti idősornak* nevezzük.

$Y_1, Y_2, \dots, Y_t, \dots, Y_T$,

Az Y_t ($t = 1, 2, \dots, T$) valószínűségi változók mindegyikére vonatkozóan egy megfigyeléssel rendelkezünk, ez a modellezés adatbázisát jelentő *tapasztalati idősor*,

$y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n$

melyet a sztochasztikus folyamatból vett n elemű mintának tekintünk.

Mind az elméleti idősor alkotó valószínűségi változóknak, mind a tapasztalati idősor különböző időpontokhoz (időtartamokhoz) tartozó megfigyelt értékeinek a felsorolása kötött. Az időszori sztochasztikus modellezés ezt, az adatok sorrendiségében rejlő információt használja fel az idősor jövőbeni értékeinek becslésére.

A megfigyelések sorrendjében rejlő információ leírásával, a tapasztalati idősorban lévő „szisztéma” megállapításával az elméleti idősor jellegzetességeire kívánunk következtetni, azaz arra a sztochasztikus folyamatra, amelyből a mintánk származik.

Az egymást követő megfigyelések között fennálló összefüggések megállapítása az idősorok korrelációs struktúrájának leírását jelenti, mely az autokorrelációs és a parciális autokorrelációs együtthatók számításával történik.

A mintából az **autokorrelációs együtthatók** becslése k késleltetéssel, a következőképpen történik:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad k = 1, 2, \dots, K$$

A k késleltetés különböző értékeihez ($k = 1, 2, 3, \dots, K$) rendelt autokorrelációs együtthatók, az autokorrelációs függvényt alkotják:

k	1	2	3	...	K
	r_1	r_2	r_3	r_K

Az autokorrelációs együtthatók becslött értékei, az Y idősor k időegységgel késleltetett értékei közötti lineáris korrelációs kapcsolat szorosságát méri. Az r_1 az egymást követő, az r_2 , az egymástól két időegységre lévő értékek közötti kapcsolat intenzitását jelenti, stb. Az r_k együtthatók a késleltetés függvényében ($k = 1, 2, \dots, K$), az *autokorrelációs függvényt*, rövidítve az ACF-et (Autocorrelation Function) alkotják. Az autokorrelációs függvény értékeit mátrixba foglalhatjuk:

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Az autokorrelációs együtthatók esetében tesztelhetjük, hogy vajon van-e kapcsolat az y_t és az y_{t-k} között. Hipotézis rendszerünk:

$$H_0: r_{y_t y_{t-k}} = 0$$

$$H_1: r_{y_t y_{t-k}} \neq 0$$

A nullhipotézis értelmében az y_t és az y_{t-k} változók között nincs szignifikáns autokorreláció, ennek elvetése az autokorrelációs kapcsolat szignifikáns voltát igazolja.

A becült autokorrelációs együtthatóra épülő próbafüggvényünk:

$$|t| = \frac{r_{y_t y_{t-k}} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{y_t y_{t-k}}^2}}$$

A nullhipotézis teljesülése esetén $(n-2)$ szabadságfokú kétoldali t -eloszlást követ.

A kapcsolat nem szignifikáns, 5%-os szignifikancia-szinten, tehát a H_0 -hipotézist elfogadjuk, ha:

$$|t| = \frac{r_{y_t y_{t-k}} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{y_t y_{t-k}}^2}} < t_{0,025(n-2)}$$

A kapcsolat szignifikáns, 5%-os szignifikancia-szinten, tehát a H_1 -alternatív hipotézist fogadjuk el, ha:

$$|t| = \frac{r_{y_t y_{t-k}} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{y_t y_{t-k}}^2}} > t_{0,025(n-2)}$$

Az idősor stacionaritásának vizsgálata történhet a tapasztalati idősből számított ACF (autokorrelációs függvény= autocorrelation function) alapján, amennyiben a k késleltetés különböző értékeihez ($k=1,2,3,\dots,K$) rendelt autokorrelációs együtthatók értékei lassan csökkennek, vagy majdnem lineárisan, ez indokolja a differenciaképzést. A megfelelő fokú differenciák elérését az autokorrelációs együtthatók gyors csökkenése jelzi. Ha az autokorrelációs együtthatók értékei a szezonális komponens hatásának megfelelően hullámoznak, akkor a szezonhatást először ki kell szűrni.

A parciális korrelációs együtthatók becslése:

1. Módszer. (Cramer szabály)

$$\hat{\Phi}_{kk} = \frac{|\mathbf{R}_k^*|}{|\mathbf{R}_k|}$$

Ahol:

$$K=1,2,\dots,K$$

\mathbf{R}_k^* =úgy kapjuk meg, hogy az \mathbf{R}_k mátrix utolsó sorát (ld. az alábbi mátrixot), vagy oszlopát az (r_1, r_2, \dots, r_k) sorral (vektorral) helyettesítjük.

$$\mathbf{R}_k^* = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1 & r_2 & r_3 & \cdots & r_k \end{bmatrix}$$

A korrelációs együtthatók tehát, az \mathbf{R}_k^* és \mathbf{R}_k mátrix determinánsának hányadosaként határozhatók meg. A k késleltetés különböző értékeihez ($k=1,2,3,\dots,K$) rendelt autokorrelációs együtthatók, a parciális autokorrelációs függvényt alkotják:

k	1	2	3	...	K
$\hat{\Phi}_{kk}$	$\hat{\Phi}_{11}$	$\hat{\Phi}_{22}$	$\hat{\Phi}_{33}$	$\hat{\Phi}_{KK}$

A *parciális* autokorrelációs együtthatók ($\hat{\Phi}_k$) az idősor k időegységgel késleltetett értékei közötti lineáris korrelációs kapcsolat szorosságát mérik úgy, hogy a közbenső, 1, 2, ... k-1 késleltetések hatását kiszűrjük. A $\hat{\Phi}_k$ együtthatók a késleltetés függvényében ($k = 1, 2, \dots, K$), a *parciális autokorrelációs függvényt*, rövidítve a PACF-et (Partial autocorrelation function) alkotják.

Speciálisan:

$$\text{Ha } k=1 \quad \hat{\Phi}_{11} = r_{y_t, y_{t-1}} = r_1$$

$$\text{Ha } k=2 \quad \hat{\Phi}_{22} = r_{y_t, y_{t-2} \cdot y_{t-1}} = \frac{|R_2^*|}{|R_2|} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

Ahol: $R_2 =$

1	r_1
r_1	1

és $R_2^* =$

1	r_1
r_1	r_2

A determináns a diagonálisok szorzatának különbsége, mivel a mátrix 2*2-es.

2. Módszer. (Durbin - féle rekurzív eljárás)

Ha $k=1$

$$\hat{\Phi}_{11} = r_1$$

ha: $k > 1$

$$\hat{\Phi}_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\Phi}_{k-1,j} * r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\Phi}_{k-1,j} * r_j}$$

$$\hat{\Phi}_{k,j} = \hat{\Phi}_{k-1,j} - \hat{\Phi}_{k,k} \hat{\Phi}_{k-1,k-j}$$

$$j = 1, 2, \dots, k-1$$

Például:

$$\hat{\Phi}_{22} = \frac{r_2 - \hat{\Phi}_{11} * r_1}{1 - \hat{\Phi}_{11} * r_1} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

ha: $k = 2$

$$\hat{\Phi}_{11} = r_1$$

$$\hat{\Phi}_{33} = \frac{r_3 - (\hat{\Phi}_{21} * r_2 + \hat{\Phi}_{22} * r_1)}{1 - (\hat{\Phi}_{21} * r_1 + \hat{\Phi}_{22} * r_2)}$$

ha: $k = 3$

$$\hat{\Phi}_{21} = \hat{\Phi}_{11} - \hat{\Phi}_{22} \hat{\Phi}_{11} = r_1 - \hat{\Phi}_{22} * r_1$$

Látható, hogy ez az eljárás a parciális autokorrelációs együtthatókat, az alacsonyabb rendű folyamatra már kiszámított parciális autokorrelációs együtthatók segítségével állítja elő.

3. Módszer. (A Yule-Walker egyenletekkel történő becslés¹⁰⁸.)

$$\hat{\Phi} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ r_k \end{bmatrix}$$

$i=1,2,3\dots k$ késleltetett értékekre külön-külön ki kell számolni a szorzatokat $(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})$ és a parciális autokorrelációs együttható ($k=1,2,\dots,K$) a számított vektor $\hat{\Phi}$ utolsó eleme lesz.

Az Excelben mind a három módszer programozható, de a harmadik a legkényelmesebb és ezért ezt használtuk a parciális autokorrelációs együtthatók becslésére.

A tapasztalati idősor ACF és PACF értékei alapján azonosítható a sztochasztikus folyamat típusa, amely egyben kijelöli a választandó modell típusát. Az EXCEL rendelkezik determinánst meghatározó programmal.

Ha egy stacionárius idősor ACF és PACF értékei nem különböznek szignifikánsan nullától, az idősorban nem található „szisztéma”, az idősorunk egy olyan egyszerű véletlen folyamatként modellezhető, melyben az idősor értékei egy konstans várható érték (μ) körül véletlenszerűen ingadoznak.

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t$$

ε =epszilon

Ha $\mu = 0$, akkor a véletlen folyamatot ún. *fehér zajnak* (white noise) nevezzük, mely a legegyszerűbb sztochasztikus folyamat.

$$Y_t = \varepsilon_t$$

A fehér zaj folyamat jellemzői:

$$1. E(\varepsilon_t) = 0$$

$$2. \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$$

$$3. \rho_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots$$

A fenti három követelményt teljesítő változó „teljesen” véletlen folyamatot követ, és a modellezésben ilyen értelemben használjuk az ε_t véletlen változót. A fehér zaj folyamat tehát, nulla várható értékű, állandó szórású és korrelálatlan változókból álló stacioner sztochasztikus folyamat. Feltételezzük továbbá, hogy az idősor adatai normális eloszlást követnek.

Az ACF és PACF értékek szignifikanciájának tesztelését a fehér zaj folyamat r_k autokorrelációs együtthatóinak ismert mintaeloszlása alapján végezhetjük el. Elméletileg a „teljesen” véletlen ε_t , fehér zajt követő változók minden autokorrelációs együtthatójának nullának kellene lennie. Véges mintából becsülve, nem számíthatunk arra, hogy minden ACF és PACF érték zérus lesz. Bizonyítható, hogy a fehér zaj folyamat autokorrelációs együtthatóinak mintaeloszlása nulla várható értékű és $(1/\sqrt{n})$ szórású normális eloszlást követ. Ezért az ACF és PACF értékeknek, a késleltetés függvényében készített grafikus ábráján, – melyet korrelogramnak nevezünk –, a 95 %-os valószínűségi szinthez

tartozó $\pm 1,96/\sqrt{n}$ hibahatárt is fel szokták tüntetni. A gyakorlati számításokban általában a $\pm 2/\sqrt{n}$ képlettel számolnak. A korrelogram így közvetlenül alkalmassá válik az autokorrelációk zérus voltára vonatkozó nullhipotézis tesztelésére, 5 %-os szignifikancia szinten. A $\pm 2/\sqrt{n}$ hibahatár (+2Se: -2Se:) által meghatározott sávon belüli autokorrelációs együtthatók 5 %-os szignifikancia szinten, zérusnak tekinthetők. A sávon kívüli, azaz nullától szignifikánsan különböző autokorrelációs együtthatók, „szisztéma” jelenlétére utalnak az idősorban, tehát meg kell keresni az alkalmas ARMA modellt. Ha az idősor első differencia sora egy nem nulla várható érték körül állandó varianciával ingadozik, és az ACF és PACF értékei nem különböznek szignifikánsan a zérustól, akkor a az idősor ún. *véletlen bolyongási folyamatot* követ:

$$Y_t - Y_{t-1} = \mu + \varepsilon_t \quad \text{vagy átalakítva} \quad Y_t = Y_{t-1} + \mu + \varepsilon_t$$

A fenti modell a véletlen bolyongási folyamat azon változata, mely a lineáris trend sztochasztikus megfelelője. E szerint az idősor értéke egyik időszakról a másikra egy állandó-, és egy véletlen értékkel változik. A véletlen bolyongási modell magasabb fokú differenciákra is felírható.

A stacionárius, vagy azzá transzformált idősorok ACF és PACF értékei általában tartalmaznak nullától szignifikánsan különböző értékeket, és ez az idősorban valamilyen „szisztéma” jelenlétére utal. A „szisztéma” megkeresése úgy történik, hogy a különböző típusú ARMA folyamatok közül kiválasztjuk azokat, amelyeknek az ismert elméleti ACF és PACF sémájára leginkább hasonlítanak a vizsgált idősor tapasztalati autokorrelációs és parciális autokorrelációs együtthatói. A kiválasztott ARMA folyamatoknak megfelelő modellek lesznek azok, melyek illesztésével megpróbálkozunk.

A különböző típusú ARMA folyamatok elméleti ACF és PACF értékeinek alakulását rendszerezve, - a gyakorlati alkalmazásokhoz könnyen használható formában -, a szakirodalom és a számítógépes szoftver-leírások is tartalmazzák. A normalitást általában a Jarque-Bera féle teszttel ellenőrzik.

Autokorrelált hibák. Ha a modell hibatagjai autokorrelációt mutatnak, ez azt jelzi, hogy a modell nem távolított el minden sémát az adatokból. Sok hipotézis ellenőrzés van az autokorrelációs hibák tesztelésére. A Box – Pierce -, és a Ljung-Box - teszt ellenőrzi, hogy az autokorrelációk sorozata szignifikánsan különbözik-e zérusok sorozatától; a Durbin - Watson teszt csak az elsőrendű autokorrelációkat ellenőrzi a regressziós modell illesztése után.

Az autokorrelációs együtthatók (Autocorrelation) (r_k) esetében a standard hiba (Standard error) ($s(r_k)$) a következő képlettel közelíthető:

$$s(r_k) = \sqrt{\frac{1}{n} \left[1 + 2(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots + r_{k-1}^2) \right]}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, K$$

A konfidencia-alsó és felső hibahatár (Lower bound (95%)-Upper bound (95%)) által meghatározott sáv kiszámítása 5 %-os szignifikancia szinten az alábbi képlettel történik:

$$\pm 1,96s(r_k)$$

A parciális korrelációs együtthatóknál (p_k) (Partial autocorrelation) a standard hiba (Standard error) ($s(p_k)$) :

$$s(p_k) = 1/\sqrt{n}$$

A konfidencia-alsó és felső hibahatár (Lower bound (95%)-Upper bound (95%)) által meghatározott sáv kiszámítása 5 %-os szignifikancia szinten az alábbi képlettel történik:

$$\pm 1,96/\sqrt{n}$$

A $\pm 1,96/\sqrt{n}$ hibahatár, illetve $\pm 2/\sqrt{n}$ (+2Se: -2Se:) által meghatározott sávon belüli autokorrelációs együtthatók 5 %-os szignifikancia szinten, zérusnak tekinthetők.

Box - Pierce tesztstatisztika (Q-teszt).

Ez az autokorrelált hibák ún. Q-tesztje. Ha a modell hibái fehér zajt alkotnak, akkor a Box - Pierce statisztika közelítőleg χ^2 - eloszlású.

Box - Pierce tesztstatisztika kiszámítása.¹⁰⁹

A mintából a Q-teszt becslése a következőképpen történik:

$$Q = n \sum_{k=1}^{k=K} r_k^2$$

Ahol:

r_k = a ε_t reziduumok k-ad rendű autokorrelációs együtthatója,

n = megfigyelések száma,

K = a számított autokorrelációs együtthatók előre megválasztott száma, pl. 21 vagy több.

Ha a reziduumok sora fehér zaj, akkor a Q χ^2 -eloszlást követ (K-p-q) vagy (K) szabadságfokkal. Ha a Q számított értéke nagyobb, mint a χ^2 -eloszlás kritikus értéke, akkor arra a következtetésre jutunk, hogy a reziduumok nem fehér zajok. ($Q >_{K-p-q} \chi^2_{0,05}$) Fordított esetben elfogadjuk a nullhipotézist, hogy a reziduumok fehér zajok ($Q <_{K-p-q} \chi^2_{0,05}$).

Ennek alapján a hipotézis rendszer:

H_0 = a reziduumok fehér zajok,

H_1 = a reziduumok nem fehér zajok,

A H_0 -t elfogadjuk, ha:

$$Q <_{K-p-q} \chi^2_{0,05}$$

A H_1 alternatív hipotézist fogadjuk el, ha:

$$Q >_{K-p-q} \chi^2_{0,05}$$

A szignifikancia-érték (p-érték) az a legkisebb szignifikancia szint, amin a H_0 már éppen elvethető a H_1 -gyel szemben. Ha pl. 0,05-nél kisebb a p-érték akkor 5 %-os szignifikancia szinten elutasítjuk a nullhipotézist, miszerint a reziduumok fehér zajok.

Használatos a Q-teszt, másik formája is, ahol a d-fokát is figyelembe veszik:

$$Q^1 = (n - d) \sum_{k=1}^{k=K} r_k^2$$

Ahol:

n-d, az idősor d számú differenciálása után felhasználható megfigyelések száma.

A kritikus érték: $_{K-p-q} \chi^2_{0,05}$

Döntés az előző módon.

A másik teszt a Ljung - Box teszt (Q^*), amely a Box – Pierce Q-teszt továbbfejlesztett változata.

A Ljung - Box portmanteau-próba (LJB vagy Q^* -teszt)¹¹⁰:

$$Q^* = n(n+2) \sum_{k=1}^{k=K} \left[\frac{r_k^2}{n-k} \right]$$

Ahol:

k = a számított autokorrelációs együtthatók előre meghatározott száma, pl. 24.

n = a megfigyelések száma.

¹⁰⁹ Ramanathan Ramu [2003]: Bevezetés az ökonometriába alkalmazásokkal. i. m. 542-543. és Greene, William H. [2003]: Econometric analysis. 5th ed. Pearson Education International. Upper Saddle River, N. J. Prentice Hall.271.

¹¹⁰ Ramanathan Ramu [2003]: Bevezetés az ökonometriába alkalmazásokkal. i. m. 542-543. és Maddala G. S. [2004]: Bevezetés az ökonometriába. Budapest. Nemzeti Tanakönyvkiadó Rt. 592-594.

H_0 = a reziduumok fehér zajok,

H_1 = a reziduumok nem fehér zajok,

Q^* χ^2 -eloszlást követ $(K-p-q)$ vagy (K) szabadságfokkal.

Ennek alapján a hipotézis rendszer:

A H_0 -t elfogadjuk, ha:

$$Q^* <_{K-p-q} \chi^2_{0,05}$$

A H_1 alternatív hipotézist fogadjuk el, ha:

$$Q^* >_{K-p-q} \chi^2_{0,05}$$

A szignifikancia-érték (p-érték) az a legkisebb szignifikancia szint, amin a H_0 már éppen elvethető a H_1 -gyel szemben. Ha pl. 0,05-nél kisebb a p-érték akkor 5 %-os szignifikancia szinten elutasítjuk a nullhipotézist, miszerint a reziduumok fehér zajok.

Használatos az LJB vagy Q^* -teszt, másik formája is, ahol a d-fokát is figyelembe veszik:

$$Q^{*I} = n' (n' + 2) \sum_{k=1}^{k=K} \left[\frac{r_k^2}{n' - k} \right]$$

Ahol:

$n' = n - d$, az idősor d számú differenciálása után felhasználható megfigyelések száma.

A tesztelési eljárás az előzőhöz hasonló módon történik.

Az ARIMA modell azonosítása

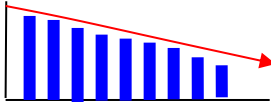
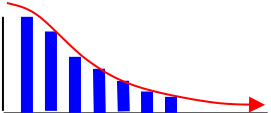

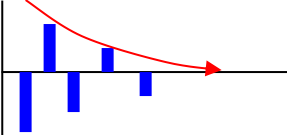
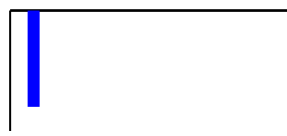
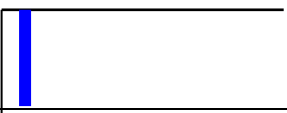
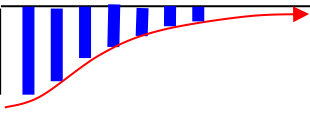
A következő kérdés annak megválaszolása, hogy milyen típusú ARMA modell illesztésével próbálkozzunk, illetve, milyen legyen az autoregresszivitás (p) és/vagy, a mozgóátlagolás (q) rendje. Erre a kérdésre a választ a tapasztalati, vagy a transzformált idősor ACF és PACF értékei alapján adjuk meg. A modellezés ezen fázisát, *modell azonosításnak (identifikációnak)* nevezi a szakirodalom. A mintából becsült autokorrelációs és parciális autokorrelációs együttthatók grafikus ábrája, a korrelogram (ACF és PACF) alapján lehet a legkönnyebben az autokorrelációs együttthatók viselkedését - a késleltetés (k) függvényében - tanulmányozni. Ugyanis a r_k becsült autokorrelációs együttthatók konfidencia intervalluma alapján közvetlenül megállapíthatók a nullától szignifikánsan különböző r_k értékek. Ezek a konfidencia sávon kívül helyezkednek el.


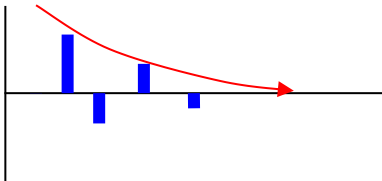
ARIMA modellek jellemzése

Modelltípus ARIMA (p,d,q)	Autokorrelációs együttthatók ACF (p_k)	Parciális autokorrelációs együttthatók (Φ_{kk})
(1, d, 0) AR(1)	Exponenciálisan csökken, ha $\rho_1 > 0$, csillapodó szinusz görbe szerint csökken, ha $\rho_1 < 0$	ϕ_{11} ha $k = 1$ 0 ha $k > 1$
(2, d, 0) AR (2)	Exponenciálisan és/vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökken	ϕ_{11} ha $k = 1$ ϕ_{22} ha $k = 2$ 0 ha $k > 2$
(0, d, 1) MA(1), ha $d = 0$ vagy IMA (d, 1)	ρ_1 ha $k = 1$ 0 ha $k > 1$	Exponenciálisan, vagy csillap szinusz görbe szerint csökken
(0, d, 2) MA(2), ha $d = 0$ vagy IMA (d, 2)	ρ_1 ha $k = 1$ ρ_2 ha $k = 2$ 0 ha $k > 2$	Exponenciálisan és/ vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökken

(1, d, 1) ARMA (1, 1) ha $d = 0$, vagy ARIMA (1, d, 1)	Exponenciálisan, vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökken a második értéktől kezdődően	Exponenciálisan, vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökken a második értéktől kezdődően
(1, d, 2) ARMA (1, 2) ha $d = 0$ vagy ARIMA (1, d, 2)	$\rho_0 = 1$ és ρ_1 után exponenciálisan csökken	Exponenciálisan és/vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökken
(2, d, 1) ARMA (2, 1) ha $d = 0$ vagy ARIMA (2, d, 1)	Exponenciálisan és/ vagy csillapo szinusz görbe szerint csökken	$\phi_{11} = \rho_1$ és ϕ_{22} után exponenciálisan csökken
(2, d, 2) ARMA (2, 2) ha $d = 0$ vagy ARIMA (2, d, 2)	$\rho_0 = 1$ után exponenci csökken	$\phi_{11} = \rho_1$ után exponenciálisan és/vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökken

A modellválasztásban az alábbi táblázat is segít:

Modelltípus ARIMA (p,d,q)	Autokorrelációs együtthatók ACF (ρ_k)	Parciális autokorrelációs együtthatók (Φ_{kk})
ARIMA (0,0,0)	Nem szignifikáns –mindegyik k-ra	Nem szignifikáns –mindegyik k-ra
ARIMA (0,1,0)	Lineárisan csökken, mindegyik k-ra szignifikáns 	Csak a $k=1$ szignifikáns
ARIMA (1,0,0) > 0	Exponenciálisan csökken a $k=1$ és esetleg a $k=2$ szignifikáns 	Csak a $k=1$ szignifikáns 
ARIMA (1,0,0) $-1 < \Phi < 0$	Exponenciálisan kétoldalúan csökken, ACF(1) a negative csúcs 	Csak a $k=1$ szignifikáns 
ARIMA (0,0,1) > 0	Csak a $k=1$ szignifikáns, negatív csúcs 	Exponenciálisan csökken, az első kettő k, vagy több is szignifikáns. 

ARIMA (0,0,1) < 0	Csak a k=1 szignifikáns, pozitív csúcs 	Exponenciálisan kétoldalúan csökken, PACF(1) a pozitív csúcs 
---------------------------------------	--	---

ARIMA modellek becslése

Ezután a modellezés lépései alapvetően megfelelnek a már ismert lineáris regressziós modellezésnek. A választott *modell paraméterbecslése* után a *modell ellenőrzése* következik. A modell ellenőrzése során vizsgáljuk azt, hogy paraméterei szignifikánsak-e, illetve véletlen változók fehér zaj folyamatot követnek-e. Ezután döntünk arról, hogy felhasználható-e az illesztett modell *elemzésre, előrejelzésre*, vagy más modell választásával kell próbálkoznunk.

A modell ellenőrzésére a szokásos eljárások alkalmazhatók:

- a becsült paraméterek standard hiba számítása és szignifikancia vizsgálata (pl. t-próbával),
- az ε_t tapasztalati reziduuumok alapján az ε_t véletlen változók véletlen jellegének vizsgálata.

Mindezek mellett speciális tesztelési eljárások alkalmazására is sor kerül, amelyeket a számítógépes programok is tartalmaznak. Amennyiben a választott és számszerűsített modellünk megfelel mindazon feltételeknek, melyekkel az illesztett modell "jószágát" ellenőrizhetjük, a modell felhasználható elemzésre és a tulajdonképpeni legfontosabb felhasználási területére, az előrejelzések készítésére. Ha modellünk nem felel meg a fenti feltételeknek (nem szignifikánsak a paraméterei, vagy az ε_t időszora nem véletlenszerűen alakul) a modellazonosítás fázisától újra indulva, más modelltípusok alkalmazásával próbálkozhatunk. (használható a regresszio.xls parancsfájl.)

Az ARIMA modellek igen széles választékából, most csak az alacsonyabb rendű tiszta, valamint vegyes modellek legfontosabb jellemzőit ismertetjük.

Az *első-* ($p=1$) és *másodrendű* ($p=2$) *autoregresszív modell* felírható az alábbi formában:

$$\text{ARIMA (1, 0, 0) vagy AR (1) modell} \quad Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{ARIMA (2, 0, 0) vagy AR (2) modell} \quad Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$$

Az autoregresszív folyamat mindenkor értéke kifejezhető saját késleltetett értékeinek lineáris kombinációja és egy fehér zaj folyamat összegeként.

A stacionaritási feltétel teljesülése érdekében az autoregresszív paraméterekre speciális korlátok érvényesek. $p=1$ esetén $|\phi_1| < 1$, míg $p=2$ esetén a következő három feltételt kell kielégíteni:

$$|\phi_2| < 1 \quad \phi_2 + \phi_1 < 1 \quad \phi_2 - \phi_1 < 1$$

Általában az AR (p) folyamatok elméleti ACF értékei $p \geq 2$ esetén exponenciális csökkenés és/vagy csillapodó szinusz görbe szerint alakulnak, a ϕ_1 és ϕ_2 paraméterek előjelétől függően. Az AR (1) folyamat elméleti ACF értékei exponenciálisan csökkennek, ha ϕ_1 előjele pozitív, és csillapodó szinusz görbe szerint csökkennek, ha ϕ_1 negatív.

Az AR (p) folyamatok elméleti PACF értékei p késleltetés után zérusok, tehát p=1 esetén csak az első, p=2 esetén az első kettő parciális autokorreláció nem nulla.

A két legegyszerűbb sztochasztikus modell, nevezetesen a fehér zaj, illetve a véletlen bolyongási modell, az autoregresszív modellek speciális eseteként is felírható. Ha $\phi_1 = 0$, az Y_t értékei fehér zaj folyamatot követnek, melyet ARIMA (0,0,0) modellnek lehet tekinteni. Ha $\phi_1 = 1$, az Y_t értékei véletlen bolyongás szerint alakulnak, akkor a folyamatot ARIMA (0,1,0)-ként lehet osztályozni.

Az első- (q=1) és másodrendű (q=2) mozgóátlag modell felírható az alábbi formában:

$$\text{ARIMA (0, 0, 1) vagy MA (1) modell} \quad Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$\text{ARIMA (0, 0, 2) vagy MA (2) modell} \quad Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

A mozgóátlag folyamat mindenkor értéke kifejezhető különböző késleltetésű fehér zajok lineáris kombinációjaként. A negatív előjelezést konvencionálisan használják a mozgóátlag folyamatoknál.

Az invertibilitási feltétel teljesülése érdekében az mozgóátlag paraméterekre is ugyanazon speciális korlátok érvényesek, mint amelyek az autoregresszív modellek vonatkoznak. q=1 esetén $|\theta_1| < 1$, míg

q=2 esetén a következő három feltételt kell kielégíteni: $|\theta_2| < 1$ $\theta_2 + \theta_1 < 1$ $\theta_2 - \theta_1 < 1$

Az ACF és PACF sémája pontosan a fordítottja annak, amit az autoregresszív folyamatoknál láttunk.

Az MA (q) folyamatok elméleti ACF értékei q késleltetés után zérusok, tehát q=1 esetén csak az első, q=2 esetén csak az első kettő autokorreláció nem nulla.

Az MA (q) folyamatok elméleti PACF értékei $q \geq 2$ esetén exponenciális csökkenés és/vagy csillapodó szinusz görbe szerint alakulnak, a θ_1 és θ_2 paraméterek előjelétől függően. Az MA (1) folyamat elméleti ACF értékei exponenciálisan csökkennek, ha θ_1 előjele pozitív, és csillapodó szinusz görbe szerint csökkennek, ha θ_1 negatív.

Az AR és MA modellek kombinálásával a modellek igen sok variációja állítható elő. Az alacsonyabb rendű *vegyes ARMA modellek* az alábbi módon írhatók fel:

$$\text{ARIMA (1, 0, 1)} \quad Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$\text{ARIMA (2, 0, 1)} \quad Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$\text{ARIMA (1, 0, 2)} \quad Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

$$\text{ARIMA (2, 0, 2)} \quad Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

Az autoregresszív mozgóátlag folyamat mindenkor értéke kifejezhető saját késleltetett értékeinek és különböző késleltetésű fehér zajok lineáris kombinációja összegeként.

Amennyiben a vegyes modellek valamelyikét az idősor differenciáira írjuk fel, ARIMA (p, d, q) modellhez jutunk. A legegyszerűbb ARIMA (1, 1, 1) modell az alábbi módon írható fel:

$$Y_t - Y_{t-1} = \phi_1 (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

A paraméterekre vonatkozó megszorítások és az elméleti ACF, PACF sémák általánosan a vegyes modellekre vonatkoznak, mivel függetlenek a differenciális fokától.

A vegyes modellek paramétereire vonatkozó megszorítások megegyeznek a modellek tiszta AR és MA részeire megállapítható korlátozásokkal.

Az elméleti ACF és PACF sémák is nagyon hasonlóak a tiszta AR és MA modellekre jellemzőkhöz.

A szezonális ARIMA (p, d, q) (P, D, Q)_s modellek, a szezonális ingadozást is tartalmazó idősorokban meglévő kettős függőségi rendszer leírására két ARIMA modell építenek egymásra. Az egymás után következő időszori értékek összefüggését a modell (p, d, q) dimenzióival rendelkező része mutatja, hasonlóan a szezonaritást nem tartalmazó modellekhez. Az egyes évek azonos szezonjai közötti összefüggéseket a modell ún. szezonális része képviseli, (P, D, Q)_s dimenziókkal, ahol s a szezonok számát jelenti. A szezonaritás kezelését az egyik leggyakrabban alkalmazott ARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1)₁₂ modell példáján mutatjuk be. Az egyenlet bal oldalán a „kétszeres” differenciaképzést úgy végezzük, hogy először a D=1 szezonális első differenciákat a különböző évek azonos hónapjainak

adatai alapján számítjuk, és így $s=12$ adattal (az első év teljes adatsorával) rövidül az adatsorunk. Ezután újabb $d=1$ első differenciákat számítunk, most az egymás után következő szezonális differenciákból, így egy további adattal rövidül az adatsorunk. A „kétszeres” differenciaképzés következtében összesen $(d+sD)$ (estünkben 13) taggal rövidül az adatsorunk. Az egyenlet jobb oldalán „kétszeres” mozgóátlag folyamatot írunk fel az ε_t véletlen változóra. Először a $k=1$ késleltetésnek megfelelően a θ paraméterrel, majd ebből az $s=12$ szezonális késleltetésű véletlen változóra Θ paraméterrel.

$$(Y_t - Y_{t-12}) - (Y_{t-1} - Y_{t-13}) = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1} - \Theta(\varepsilon_{t-12} - \theta\varepsilon_{t-13})$$

A magasabb rendű modellek, és különösen a szezonális modellek, a fenti módon már igen nehezen kezelhetők, ezért általában az ARIMA modelleket az ún. *operátor* jelölésmóddal szokás felírni. A késleltető (visszaléptető) operátort, B -t, a következőképpen használjuk: $BY_t = Y_{t-1}$

A B művelet hatása Y_t -re, az adat visszaléptetése egy periódussal. A B művelet kétszeres alkalmazása Y_t -re, két periódussal lépteti vissza az adatot: $B(BY_t) = B^2Y_t = Y_{t-2}$

Havi adatok esetén az előző év azonos hónapjának adata a B^{12} jelöléssel érhető el, $B^{12}Y_t = Y_{t-12}$.

A differencia képzés egyszerűen leírható a B operátor segítségével. Például az elsőfokú differenciaképzés a következőképpen jelölhető: $Y_t - Y_{t-1} = Y_t - BY_t = (1-B)Y_t$, ahol $(1-B)$ jelöli az első differenciát. Hasonlóan a másodfokú differenciákat (az első differenciák differenciáit) az alábbi módon jelölhetjük:

$$(Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} = (1 - 2B + B^2)Y_t = (1-B)^2Y_t$$

Általánosan a d -ed fokú differencia a következőképpen írható: $(1-B)^dY_t$.

A szezonális differenciák első differenciáinak jelölése a következő:

$$(1-B)(1-B^s)Y_t = (1-B-B^s+B^{s+1})Y_t = Y_t - Y_{t-1} - Y_{t-s} + Y_{t-s-1}$$

Az ARIMA $(0, 1, 1)$ $(0, 1, 1)_{12}$ modell az operátor jelölésmóddal felírva a következő:

$$(1-B)(1-B^{12})Y_t = (1-\theta B)(1-\Theta B^{12})\varepsilon_t$$

$$(1-B)(1-B^{12})Y_t = \theta(B)\Theta(B^{12})\varepsilon_t$$

Az általános ARIMA (p, d, q) $(P, D, Q)_s$ modell operátorokkal:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t$$

Néhány gyakran alkalmazott szezonális ARIMA modell elméleti ACF sémáját szakirodalmi leírás alapján közöljük.

$$1. \text{ modell: } (0, d, 0) (0, D, 1)_{12} \quad Y_t = \Theta(B^{12})\varepsilon_t$$

Szignifikáns ACF a ρ_{12} , azaz a $k=12$ késleltetésű autokorrelációs együttható.

$$2. \text{ modell: } (0, d, 0) (1, D, 0)_{12} \quad \Phi(B^{12})Y_t = \varepsilon_t$$

Szignifikáns ACF a ρ_{12} , ρ_{24}, \dots , exponenciálisan, vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökkenve.

$$3. \text{ modell: } (0, d, 0) (1, D, 1)_{12} \quad \Phi(B^{12})Y_t = \Theta(B^{12})\varepsilon_t$$

A $\rho_1 = 1$, és szignifikáns ACF a ρ_{12} , ρ_{24}, \dots , ρ_{36}, \dots , exponenciálisan, vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökkenve.

$$4. \text{ modell: } (0, d, 1) (0, D, 1)_{12} \quad Y_t = \theta(B)\Theta(B^{12})\varepsilon_t$$

Szignifikáns ACF a ρ_1 , ρ_{11} , ρ_{12} , és a ρ_{13} , ($\rho_{11} = \rho_{13}$). Előjelük pozitív és negatív is lehet a modell paraméterek előjelétől függően.

5. modell: $(0, d, 1) (1, D, 0)_{12}$ $\Phi(B^{12})Y_t = \theta(B)\varepsilon_t$ Szignifikáns ACF a $\rho_1, \rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{13} (\rho_{13} = \rho_{11}); \rho_{23}, \rho_{24}, \rho_{25}, (\rho_{25} = \rho_{23}); \rho_{35}, \rho_{36}, \rho_{37}, (\rho_{37} = \rho_{35});$ exponenciálisan, vagy csillapodó szinusz görbe szerint csökkenve.
6. modell: $(0, d, 1) (1, D, 1)_{12}$ $\Phi(B^{12})Y_t = \theta(B)\Theta(B^{12})\varepsilon_t$ Szignifikáns ACF a $\rho_1, \rho_{11}, \rho_{12},$ és a $\rho_{13}, (\rho_{11} = \rho_{13}).$ Egyébként az 5. modell szerint alakul.
7. modell: $(0, d, 2) (0, D, 1)_{12}$ $Y_t = \theta_2(B)\Theta(B^{12})\varepsilon_t$ Szignifikáns ACF a $\rho_1, \rho_2, \rho_{10}, \rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{13}, (\rho_{13} = \rho_{11}), \rho_{14}, (\rho_{14} = \rho_{10});$

A szezonális modellek PACF sémájáról általánosan elmondható, hogy a szezonális és nem szezonális mozgó átlagolású komponens behozza az exponenciális és csillapodó szinusz görbe szerinti csökkenést, a szezonális és nem szezonális késleltetésnél is. Az autoregresszív folyamatok PACF-je pedig véges sok értéket tartalmaz.

EXCEL-parancsfájlok az ARIMA modellezés témaköréből.

Az ARIMA modellezés három lépésben, három Excel parancsfájl használatával történik.

Először a Stacionaritás-biztosítása.xlsm parancsfájl alkalmazásával megvizsgáljuk, hogy stacionárius-e az idősor vagy nem. Ha nem akkor a differenciálás fokának változtatásával, illetve Box-Cox transzformációval kiválasztjuk azt a transzformált idősort, ami grafikusan leginkább eleget tesz a stacionaritás követelményeinek. Itt csak a grafikus ábra megismerésére, illetve vizsgálatára van lehetőség, pl. látható, ha az eredeti vagy transzformált idősor átlaga és szórása konstans-e vagy nem. A következő lépés a tesztelés.

Másodszor a kiválasztott eredeti vagy transzformált idősort átmásoljuk az ACF-PACF-Qszámítása.xlsm Excel parancsfájl Adatok-Számítások munkalapja adatok oszlopába (B3-B1048576). Az ACF és PACF korrelogramok illetve autokorrelációs- és parciális autokorrelációs együtthatók vizsgálata és a Q^* statisztikák alapján eldöntjük, hogy az átalakított idősor valóban stacionáriusnak tekinthető-e. Ha igen, akkor elvégezhetjük az ARIMA modellezést.

Harmadik lépésben az ARIMA.xls parancsfájlba bemásoljuk az eredeti vagy a Box-Cox-transzformált adatokat. A differenciált idősort nem kell használni, mert az ARIMA.xlsm parancsfájlban a differenciálás foka (amit már ismerünk az első lépés számításai alapján) beállítható, és a becslésnél ezt figyelembe veszi. A Box-Cox-transzformált adatok használata esetén a legjobb modell kiválasztása után lehetőség van az eredeti- és becsült adatok visszatranszformálására. (ARIMA.xlsm Adatok visszatranszformálása munkalapon). Az ARIMA becslés után sokoldalúan lehet ellenőrizni a modellt, pl. a becslési és főleg a tesztidőszak hibáinak (pl. MAPE) alapján, ha megosztottuk az idősort becslési és teszt időszakra, vizsgálhatjuk a reziduumokat, hogy az ARIMA modell eleget tesz-e a lineáris regressziós modell szokásos feltételeinek. A feltételek a véletlen változóra vonatkoznak, így a modell ellenőrzése az et reziduumok véletlen jellegének a vizsgálatát jelenti. A kiválasztott ARIMA modell esetében ez azt jelenti, hogy az et véletlen változó független véletlen folyamatot, fehér zaj folyamatot követ, normális eloszlással, nulla várható értékkel és konstans szórással. Ezeket a teszteket közli az ARIMA.xlsm parancsfájl, viszont a fehér zaj tesztelésére (pl. az autokorrelációs együtthatók nem szignifikánsak) ismét az ACF-PACF-Qszámítása.xlsm parancsfájlt kell használnunk.

Stacionaritás-biztosítása.xlsm Excel parancsfájl működése.

Éves illetve egyéb (pl. napi adatok) esetében (nincs szezonáltság) Eredeti adatok és $d=1$, $d=2$ és $d=3$ számítása és grafikus ábrázolása. A másik lehetőség Box-Cox transzformáció és ebből $d=1$ és $d=2$ számítása és grafikus ábrázolása. A differencia képzés az ismert képletekkel történik:

$$d=1 = \Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1})$$

$$d=2 = \Delta^2 Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$$

$$d=3 = \Delta^3 Y_t = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-3}$$

Box-Cox transzformáció. A λ -t meg kell adni és a célszerű intervallum:

$$Y(\lambda) = \begin{cases} (Y^\lambda - 1)/\lambda, & \lambda \neq 0 \\ \ln(Y), & \lambda = 0 \end{cases} \quad Y > 0$$

$$-2 \leq \lambda \leq 2$$

A Box-Cox transzformáció után az adatok visszatranszformálása:

$$Y = (Y(\lambda)\lambda + 1)^{1/\lambda}$$

Havi adatok esetében: szezonális és nem szezonális differencia képzés.

Szezonális differencia képzés:

$D=1$ ($y_t - y_{t-12}$), az idősor 12 adattal rövidül.

$$D=1 = \Delta^{12} Y_t = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-12}$$

Ezután nem szezonális differencia képzés:

$d=1$ és $d=2$ számítása, az idősor további 1 illetve 2 adattal rövidül.

A másik lehetőség itt is a Box-Cox transzformáció elvégzése és utána a szezonális és nem szezonális differencia képzés.

ACF-PACF-Qszámítása.xlsm Excel parancsfájl működése.¹¹¹

Tetszőleges méretű adatállományt fel tud dolgozni, amit az Excel megenged. (Maximum: 1048576)

Tetszőleges max k késleltetés, a gyakorlatban ez max=60

Az új adatbevitel előtt a régi adatokat törölni kell, az „Adatok törlése” ikonra kattintva. A PACF – értékeket a Yule-Walker egyenletek módszerével becsüli.

ACF, PACF ikonra kattintva számol (ACF, PACF, Q*-statisztika, p-érték) és korrelogramokat készít. (ACF és PACF munkalap). Ha pl. 0,05-nél kisebb a p-érték akkor 5 %-os szignifikancia szinten elutasítjuk a nullhipotézist, miszerint a reziduumok fehér zajok. Ha nagyobb 0,05-nél a p-érték, akkor akkor 5 %-os szignifikancia szinten elfogadjuk a nullhipotézist, miszerint a reziduumok fehér zajok.

Az alkalmazott képletek:

Az autokorrelációs együtthatók becslése k késleltetéssel:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{(T-m)-k} (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{T-m} (y_t - \bar{y})^2} \quad k = 1, 2, \dots, K$$

T= az adatok száma, a minta nagysága

¹¹¹ Forrás: Kidolgozta Lu Wang PHD 2007. UCDAVIS University of California, Department of Statistics. Módosította és kiegészítette Kehl Dániel és Sipos Béla.

m = a tesztidőszak száma: m

$T-m$ ($t=1,2,\dots,T-m$) a becslésre használt adatok száma összesen

K = a számított autokorrelációs együtthatók előre meghatározott száma, pl. 36.

A k késleltetés különböző értékeihez ($k=1,2,3,\dots,K$) rendelt autokorrelációs együtthatók, az autokorrelációs függvényt alkotják.

Az autokorrelációs függvény értékei mátrixba foglalva:

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

A parciális autokorrelációs együtthatók becslése a Yule-Walker egyenletekkel történik:

$$\hat{\Phi} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ r_k \end{bmatrix}$$

$i=1,2,3,\dots,k$ késleltetett értékekre külön-külön kiszámolja a parancsfájl a szorzatokat ($\mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}$) és a parciális autokorrelációs együttható ($k=1,2,\dots,K$) a számított vektor $\hat{\Phi}$ utolsó eleme lesz.

A Ljung - Box portmanteau-próba (LJB vagy Q^* -teszt):

$$Q^* = (T-m)(T-m+2) \sum_{k=1}^{k=K} \left[\frac{r_k^2}{n-k} \right]$$

Ahol:

k = a számított autokorrelációs együtthatók előre meghatározott száma, pl. 36.

A becslésre használt adatok száma összesen $T-m$ ($t=1,2,\dots,T-m$),

H_0 = a reziduumok fehér zajok,

H_1 = a reziduumok nem fehér zajok,

Q^* χ^2 -eloszlást követ (K) szabadságfokkal.

Ennek alapján a hipotézis rendszer:

A H_0 -t elfogadjuk, ha:

$$Q^* < \chi^2_{0,05}$$

A H_1 alternatív hipotézist fogadjuk el, ha:

$$Q^* > \chi^2_{0,05}$$

A szignifikancia-érték (p -érték) az a legkisebb szignifikancia szint, amin a H_0 már éppen elvethető a H_1 -gyel szemben. Ha pl. 0,05-nél kisebb a p -érték akkor 5 %-os szignifikancia szinten elutasítjuk a nullhipotézist, miszerint a reziduumok fehér zajok.

Az ACF és PACF munkalapokon a tesztelés:

A konfidencia alsó és felső hibahatár által meghatározott sáv kiszámítása 5 %-os szignifikancia szinten az alábbi képlettel történik:

$$\pm 1,96 / \sqrt{T-m}$$

A $\pm 1,96 / \sqrt{T-m}$ hibahatár által meghatározott sávon belüli autokorrelációs- és parciális együtthatók 5 %-os szignifikancia szinten, zérusnak tekinthetők, különben nem.

Új adatállomány bevitele:

Az adatsor kiválasztása. A program elvégzi a differencia-képzést, de ha ln-transzformációra, vagy Box-Cox transzformációra van szükség, azt el kell végezni és a transzformált adatokkal kell a továbbiakban dolgozni. Erre szolgál a stacionaritás - biztosítása Excel parancsfájl. A megfelelő ARIMA modell (paraméterek beállítása) kiválasztására szolgál az ACF-PACF-Q* Excel parancsfájl. (Ld. ARIMA modellek jellemzése táblát) Ellenőrizni kell, hogy a transzformált adatsor stacionárius-e, mert csak ebben az esetben lehet alkalmazni az ARIMA modellt. Ha nem stacionárius az idősor, akkor gyakran valamelyik paraméter vagy paraméterek 1 vagy -1 értéket vesznek fel.

Az s érték beállítása. Először az ARIMA munkalapon a szezonok (s) számát kell beírni. Lehetőségek: 1, 4, 7, 12. Ha nincs szezonális, s=1, pl. éves adatok vagy napi tőzsdeindexek, ha negyedéves a szezonális, s=4, negyedéves adatok, ha havi a szezonális, s=12 havi adatok, s=4 és s=12 esetében a peridusok az évek, heti szezonális, s=7 napi adatok, ahol a peridusok a hetek. Ha óránkénti adatok vannak, akkor s=1 ahol a periódus a nap.

Adatbevétel: Ctrl+a,

Megfigyelések számának módosítása.

A következő szöveg jelenik meg: A munkalap jelenleg hosszúságú adatsort támogat. Adja meg, hogy hány megfigyelést kíván illesztésre felhasználni! (36 megfigyelésnél többnek kell lennie!)

Be kell írni az új idősor becslésre felhasznált adatainak a számát. Ezt követően a következő szöveg jelenik meg:

A munkalap jelenleg ... előrejelzési megfigyelést támogat. Adja meg, hogy hány előrejelzési periódust kíván használni. (Legalább 1 periódusnál többnek kell lennie) Ha nem közli a korábbi beállításokat, akkor solver hiba van, s a solvert az előzőekben leírtak szerint újra be kell állítani.

A Ctrl+a tehát közli a jelenlegi becslésre felhasznált idősor hosszát, a korábbi számítás alapján és kéri az új becslésre szolgáló idősor adatainak a számát (az argumentumban, egy oszlopban szereplő cellák maximális sorszámát, ami elméletileg 1048576 sor lehet. A program akár 35 ezer adat, pl. DJA napi index 1896-2011 esetében is működik kb. 10 perc alatt megoldást ad).

Megfigyelések számának módosítása. ? x

Ezt követően kéri az előrejelzés hosszát, közölve a jelenlegi, korábbi számítás értékét, aminek csak szakmai korlátja van, ha ex-post ellenőrzést illetve ex-ante előrejelzést kérünk. Ebben az esetben az idősort becslési és teszt időszakokra bontjuk. Lehet pl. ex-post ellenőrzésnél a becslési időszak az idősor fele, (a teszt időszak akkor szintén az idősor fele) kétharmada, (a teszt időszak akkor az idősor egyharmada) négyötöde (a teszt időszak akkor az idősor egyötöde) vagy becslési időszak az idősor hossza mínusz az utolsó év, ami havi adatoknál pl. 12, negyedéves adatoknál pedig 4. Hibaképleteket akkor számol a program, ha azt megadjuk, tehát az összes bemásolt adat számának és a becslésre szolgáló adatok számának a különbsége egy vagy egynél nagyobb érték.

Ex-post ellenőrzésnél az ARIMA illesztést (becslést) végzi el a program a becslési időszak adatainak az alapján és kiszámítja az illesztett hibákat a becslési időszakra, továbbá az ARIMA modell előrejelzéseket készít, ha megadtuk a megfelelő előrejelzési időszakot, vagyis a teszt időszak adatainak

¹¹² Kidolgozta: Mongkol Temrangsitornrat (UMKC, University of Missouri-Kansas City), átalakította, lefordította és átprogramozta Kehl Dániel és Sipos Béla (PTE KTK).

a számát és mivel a tényadatokat is megadtuk a teszt időszakra, a program hibaképleteket tud számítani, amit az előrejelzett hibák néven közöl. A hibaképletek az ARIMA munkalapon a számítások elvégzése (Ctrl+b és Ctrl+k) után a számsorok után az O (Illesztett hibák) és R (Előrejelzett hibák) oszlopban jelennek meg.

Az adatok módosítása (Ctrl+a) után a régi adatsort törli a parancsfájl és be lehet másolni az új adatsort. Ha az idősort megosztjuk becslési és teszt időszakra, akkor célszerű így megadni az adatokat, pl. a teszt időszak hossza megegyezik az előrejelzés hosszával. (pl. havi adatok, az idősor hossza 456 hónap adata, az előrejelzés hossza 12 hónap, akkor az új idősor hossza kérdésre a válasz 444 hónap, és ebből számol, az idősor bevétel előrejelzés celláiba be lehet másolni a tesztidőszak 12 adatát. Az előrejelzés hosszának lehet kérni 24-t, ebből 12 adat az ex-post előrejelzés ellenőrzéséhez szükséges és 12 lesz az ex-ante előrejelzés, amikor már tényadatokkal nem rendelkezünk. A hibaképleteket a program kiszámolja az illesztett (becslési) és ebben az esetben az előrejelzett (teszt) időszakokra is.

Hibaüzenetnél Debug-t kell választani és a sárga mezőben lévő utasításnál shift 1, aposztrófot (') kell beírni és menteni. A másik lehetőség a solver beállítása az előzőekben leírtak szerint.

Célszerű először ex-post elemzést végezni és a legjobb ARIMA modell ismeretében ex-ante előrejelzéseket készíteni.

Az ARIMA munkalapon a kiinduló ARIMA modell felírása (azonosítása, identifikációja) és az ARIMA modell paramétereinek a becslése.

A felhasználóknak meg kell határozniuk a (p-d-q-C-P-D-Q-S) ARIMA változók értékét a sárga cellában (A3:H3). A változók felvehető értékei: d és D: 0-3, p: 0-12, P: 0-2, q: 0-12, Q: 0-2, C: 0-1. S: 1, 4,7,12. Hibás adat beírása esetén a program hibát jelez, ilyenkor csökkenteni kell a beírt értéket 1-gyel, és ha akkor is hibát jelez, mindaddig csökkenteni kell a beírt változó értékét, amíg hibát nem jelez.

Havi adatok esetén S 12 kell legyen, és ha az adatok negyedévesek, S 4 kell legyen, és heti adatoknál S 7 kell legyen. A szürke cellák számítási területek, így oda adatokat nem szabad írni, csak a sárga cellákba. Az ARIMA paraméter értékének beírása után, a paraméterek módosítását végrehajtó Solvert futtatni kell. (Ctrl+b). A koefficiensek értékének meghatározásához a felhasználóknak futtatniuk kell az ARIMA modell becslését végző Solvert, ami iterációkkal (feltételezések maximum likelihood (CML) módszerével) elvégzi a számításokat. (Ctrl+k)

A változó cellák a sárga cellák, melyek tartalmazzák számítások eredményét, értelemszerűen, ha kiválasztásra kerültek, tehát nem 0 paramétert jelöltünk be.

ARIMA modellek jellemzése tábla segít a modell kiválasztásban.

Az ARIMA modell paramétereinek becslése a feltételezések maximum likelihood (ML) (conditional maximum likelihood ~ feltételes legnagyobb esélyesség) módszerével történik. Ennek lényege, hogy a becslőfüggvény készítője ismerettel rendelkezik az alapsokaság eloszlására vonatkozóan, pontosabban ismeri az alapsokasági eloszlás típusát, de nem ismeri a konkrét alapsokasági paraméterek értékét. Ez a feltételezés az ARIMA modellek esetében az, hogy a megfigyelések normális eloszlást követnek és eleget tesznek a stacionaritási követelményeknek.¹¹³ A kezdőértékek számításánál a feltételezések (conditional) ML módszert használja, vagyis a kezdőértékek nullák. Például a ϕ paraméter maximum likelihood (ML) becslése az a $\hat{\phi} = \phi(Y)$ paraméterérték, amelyre $\phi \rightarrow f_{\phi}(Y)$

¹¹³ Ld. Pintér-Rappai szerk. [2007]: Statisztika. PTE, KTK. 309-313.

(tehát a likelihood-függvény) maximális. Tehát azt a paramétert választjuk becslésnek, ami mellett az Y minta bekövetkezésének „valószínűsége” a legnagyobb.

Az ARIMA mukafüzetén, a leírtak szerint:

Meg kell adni a paraméterek számát. ARIMA (p, d, q). C (konstans, van=1, nincs= 0) Ha van szezonáltság: (P, D, Q)_s

Ctrl+b módosítja az ARIMA modell paramétereit, amiket a sárga cellákba beírtunk.

Ctrl+k iterációs eljárással becsüli a paramétereket (Ctrl+b utáni paraméterek szerint) és kiszámítja a becsült paramétereket valamint a következő statisztikákat:

A rendelkezésre álló adatok száma: T

A teszt időszak száma: m

A becslési időszak száma: T-m

A becslésre használt adatok száma összesen T-m (t=1,2,...,T-m), minimum 36.

Kieső adatok száma= Kieső adatok száma=p+d+s(P+D)

Felhasználható adatok száma= Az adatok száma - Kieső adatok száma = (T-m) - [p+d+s(P+D)]

Szabadságfok (df) számítása: df=(T-m)-[p+d+s(P+D)] - (p+q+P+Q)

Számtani átlag (Y_t):

$$\bar{Y} = \frac{1}{T-m} \sum_{t=1}^{T-m} Y_t$$

SzórásP (Y_t):

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{1}{T-m} \sum_{t=1}^{T-m} (Y_t - \bar{Y})^2}$$

Hibanegyzet-összeg (SSE):

$$SSE = \sum_{t=1}^{T-m} (Y_t - \hat{Y})^2$$

A reziduális szórás (s):

$$s = \sqrt{\frac{SSE}{df}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T-m} (Y_t - \hat{Y})^2}{(T-m)-[p+d+s(P+D)] - (p+q+P+Q)}}$$

R² többszörös determinációs együttható:

$$R^2 = 1 - \left(\frac{s}{\sigma_Y} \right)^2 = 1 - \frac{\frac{\sum_{t=1}^{T-m} (Y_t - \hat{Y})^2}{(T-m)-[p+d+s(P+D)] - (p+q+P+Q)}}{\frac{1}{T-m} \sum_{t=1}^{T-m} (Y_t - \bar{Y})^2}$$

Az R² negatív is lehet, ha $s > \sigma_Y$, de a megfelelő modell kiválasztása esetén egyhez közeli érték, különösen, ha sok magyarázóváltozó szerepel a modellben.

DW statisztika. (Durbin-Watson d-próba) A próbafüggvény:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

A program, a többi szoftverhez hasonlóan közli a DW statisztika értéket, ami nem használható az AR modelleknél, ahol a magyarázóváltozók valamelyike az eredményváltozó egynél több késleltetettje, vagyis Y_{t-1} , Y_{t-2} ... alakú.¹¹⁴ Ha a késleltetés 1, (Y_{t-1}) akkor viszont használható a DW statisztika.

Az ARIMA modellek diagnosztikai ellenőrzése.

Az R^2 nem alkalmas az illeszkedés mérésére, mert a paraméterek számának növekedésével gyakorlatilag 1-hez tart. A modell alkalmasságának vizsgálatára a legjobb módszer a mintán kívüli előrejelzés, vagyis a minta egy részét visszatartjuk (nem használjuk fel a becslés során, ez a teszt időszak), ezekre ex post előrejelzéseket készítünk, majd összehasonlítjuk az előrejelzett értékeket (\hat{Y}_t) az Y_t ismert értékeivel. A becslési időszak alapján készítjük az előrejelzéseket. A „mi lett volna ha” feltételezés mellett nagy valószínűséggel a legjobb modell kiválasztható. Természetesen feltételezzük, hogy az ex-ante időszakban jelentősebb tendencia változás pl. válság nem következik be. A mintán kívüli előrejelzéshez az adatbevitelt (Ctrl+a) kell megfelelően beállítani.

Az ARIMA parancsfájl az „Eredeti és becsült” illetve a „Reziduum” munkalapokon a számítások alapján a grafikus ábrákat is közli.

Az alkalmazott hibaképletek.

Kiszámítja a hibaképleteket a becsült ($t=1,2,... T-m$) értékekre minden esetben, a becslésre szolgáló megadott adatok (Y_t) és az ARIMA modell alapján becsült adatok (\hat{Y}_t) alapján.

Kiszámítja továbbá a hibaképleteket az ex-post előrejelzett ($T, T-1, T-2,...T-(m+1)$) értékekre is, ha az idősort megosztottuk becslési (cellák száma: $T-m$) és teszt (cellák száma: m) időszakra és megadtuk a teszt időszak értékeit.

Ex-ante előrejelzést készít az $M-m$ időszakra, amikor már megfigyelésekkel nem rendelkezünk: ($T+1, T+2, ... T+M-m$). Ellenőrzése akkor lehetséges amikor az ex-ante időszak bekövetkezik és így ex-post időszakká válik. Az alkalmazott hibaképletek: ld.: Az előrejelzések hibáinak a mérése.

Szelekciós kritériumok alapján történő választás.¹¹⁵

Akaike – féle információs kritérium. (Akaike Information Criterion = AIC)

Schwartz-féle bayesi kritérium (Schwarz Bayesian Criterion = SBC) vagy bayesi információs kritérium (Bayesian (Schwarz) Information Criterion = BIC vagy SIC).

Hanan-Quinn kritérium (Hanan-Quinn Criterion = HQC)

Az ARIMA modellek összehasonlítására szolgálnak és egyszerre figyelembe veszik az illeszkedés jószágát és a becsült együtthatók számát.

A jelölések:

A becsült paraméterek száma: $\tilde{P} = p+q+P+Q$

¹¹⁴ Ramanathan i. m. 406.

¹¹⁵ Ramanathan i. m. 173-174.

Az adatok száma, a minta nagysága: T

A tesztidőszak száma: m

Az illesztésre (becslésre) felhasznált adatok száma T-m

A hibák (reziduumok) négyzetösszege.¹¹⁶

$$SSE = \sum_{t=1}^{T-m} e_t^2 = \sum_{t=1}^{T-m} (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

Reziduális szórásnégyzet (variancia) (s^2)

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T-m} (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{(T-m)}$$

A becsült paraméterek száma: $\tilde{P} = p+q+P+Q$

Az AIC, BIC és HQC mutatók eredeti és logaritmizált formákban:

$$AIC_{(\tilde{P})} = s^2 e^{\frac{2\tilde{P}}{T-m}}$$

$$LN(AIC_{(\tilde{P})}) = LN(s^2) + \frac{2\tilde{P}}{T-m}$$

$$BIC_{(\tilde{P})} = s^2 (T-m)^{\frac{\tilde{P}}{T-m}}$$

$$LN(BIC_{(\tilde{P})}) = LN(s^2) + \frac{\tilde{P}}{T-m} LN(T-m)$$

$$HQC_{(\tilde{P})} = s^2 (LN[T-m])^{\frac{2\tilde{P}}{(T-m)}}$$

$$LN(HQC_{(\tilde{P})}) = LN(s^2) + \frac{2\tilde{P}}{T-m} LN(LN[T-m])$$

Több ARIMA modell közül azt választjuk, amelyre az AIC-, BIC- a HQC - érték a legkisebb. A szelekciós kritériumok működésük elve a következő: a kisebb hibájú modellt preferálják, de ezek közül is azt választják, amelyik a kevesebb paramétert használ. A kétféle kritérium egymásnak ellentmondó eredményre is vezethet. A magyarázó változók számának növekedését a Schwartz-féle bayesi kritérium (BICp) jobban bünteti. A szelekciós kritériumok kiválasztása arra vonatkozik, hogy mely koefficienseket használjuk (tartjuk meg) a modellünkben. Minél egyszerűbb ARIMA modellel tudunk jó prognózist készíteni, annál megbízhatóbb prognózist tudunk készíteni.

Az (SSE/T-m), egy megfigyelési idősor egységre vetítve az átlagos hiba. Így kezdődik mind három mutató. A hiba minél kisebb annál jobb, tehát ez a modell úgy fog működni, hogy minél kisebb a hiba, annál jobb a mutató, de a javulást ellensúlyozza a paraméterek számának növekedése. Ezt fejezi ki az e a (T-m) illetve $\ln(T-m)$ alapú hatvány, amit büntetőfaktornak nevezünk.

A véletlen változó, (reziduumok e_t) vizsgálata.

A modell ellenőrzése annak a vizsgálatát jelenti, hogy a becsült ARIMA modell eleget tesz-e a lineáris regressziós modell szokásos feltételeinek. A feltételek (ld. regresszio.xls parancsfájl leírását) a véletlen változóra vonatkoznak, így a modell ellenőrzése az e_t reziduumok véletlen jellegének vizsgálatát jelenti.

¹¹⁶ Másik neve az SSE-nek a nemzetközi irodalomban: Residual Sum of Squares (RSS)

Ezeknek a számításoknak egy részét már elvégeztük a modell azonosítása munkafázisban, amikor azt ellenőriztük, hogy az Y_t változók illetve azok transzformációjával (Box-Cox-transzformáció és differencia képzés, d és D) nyert transzformált változók eleget tesznek-e a stacionaritás követelményének illetve, hogy a változó, a megfigyelt idősor (Y_t) hibái, vagyis az autokorrelációs együtthatók fehér zajt alkotnak-e. Ezt Q^* -tesztel ellenőriztük.

Most viszont becsült ARIMA modellel rendelkezünk és ellenőriznünk kell azt, hogy a becsült reziduumok véletlen jellege igazolható-e.

A lineáris regressziós modell feltételeit az ARIMA modellre felírva: az \hat{e}_t véletlen változó független véletlen folyamatot (fehér zaj folyamatot) követ, nulla várható értékkel és konstans szórásnégyzettel. A konstans szórásnégyzet állandóságára vonatkozó feltétel teljesülését ellenőrizhetjük a reziduumok grafikus ábrája alapján. Ld. Reziduum munkalapot.

Az ARIMA munkalapon az O oszlopban közli a program a reziduum (e_t) értékeket, ezekből kell először autokorrelációs együtthatókat számítani pl. $k=36$ késleltetéssel.

$$r_k(\hat{e}_t) = \frac{\sum_{t=k+1}^{T-m} (\hat{e}_t - \bar{\hat{e}})(\hat{e}_{t-k} - \bar{\hat{e}})}{\sum_{t=1}^{T-m} (\hat{e}_t - \bar{\hat{e}})^2}$$

Az a $r_k(\hat{e}_t)$ standard hibájának a közelítése:

$$s[r_k(\hat{e}_t)] = \frac{1}{\sqrt{T-m}}$$

Az előzőek alapján:

$$r_k(\hat{e}_t) = \text{ACF}$$

A reziduális változó függetlensége esetén az autokorrelációs együtthatók $r_k(\hat{e}_t)$ ($k=1,2,\dots,K$) nem szignifikánsak. Célszerű, a már ismertetett Ljung-Box portmanteau-próba (LJB vagy Q^* -teszt) használni az autokorrelációs együtthatók tesztelésére.

$$Q^* = (T-m)(T-m+2) \sum_{k=1}^{k=K} \left[\frac{r_k^2(\hat{e}_t)}{T-m-k} \right]$$

A reziduumok (e_t) az ARIMA.xls parancsfájl ARIMA munkalapján az O oszlopban találhatók, ezeket a parancsfájl bemásolja a „Modell ellenőrzése munkalap” B oszlopába, a sorszámozat az A oszlopába. Az e_t reziduumokat bemásoljuk az ACF-PACF-Qszámítása Excel parancsfájlba, a „Reziduumok másolása” cellára kattintva, ami kiszámítja az autokorrelációs együtthatókat a megadott K késleltetéseknek megfelelően, a parciális autokorrelációs együtthatókat, a Q^* -statisztikákat és a p-empirikus szignifikancia értékeket. A számítások eredményét visszamásoljuk az ARIMA.xls fájl „A modell ellenőrzése” munkalapjába. A régi adatokat előtte kitöröljük.

A becsült reziduális változó átlagának $[M(e_t)]$ nullához közel kell esni. A nullhipotézis ellenőrzése:

A reziduumok (e_t) átlaga, a reziduális szórásnégyzet [variancia $s^2(e_t)$] és a reziduális változó (e_t) standard hibájának $s(e_t)$ becslése:

$$\bar{\hat{e}}_t = \frac{\sum_{t=1}^{T-m} \hat{e}_t}{T-m}$$

$$s_{(\hat{e}_t)}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T-m} \hat{e}_t^2}{(T-m) - (p+q+P+Q)}$$

$$s(\bar{\hat{e}}) = \sqrt{\frac{s_{(\hat{e}_t)}^2}{T-m}}$$

Az egymintás t-próba, nem követeli meg a sokasági eloszlás szórásának ismeretét, de annak normális voltát továbbra is kiköti. :

$$t = \frac{\bar{\hat{e}} - 0}{s(\bar{\hat{e}})}$$

$$H_0 : M(e_t) = 0$$

$$H_1 : M(e_t) \neq 0$$

A próbafüggvény a nullhipotézis fennállása esetén:

$$t = \frac{\bar{\hat{e}}}{s(\bar{\hat{e}})} < t_{(1-\alpha/2)(T-m-1)}$$

A próbafüggvény a nullhipotézis elutasítása esetén:

$$t = \frac{\bar{\hat{e}}}{s(\bar{\hat{e}})} > t_{(1-\alpha/2)(T-m-1)}$$

A reziduumok (et) Jarque-Bera féle normalitási-tesztje.

A reziduumok száma:

Becslésre felhasznált adatok száma (T-m)

Kieső adatok száma k=p+d+s(P+D)

Reziduumok száma n = (T-m)- [p+d+s(P+D)]

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{1}{4} (K-3)^2 \right)$$

Ahol:

Reziduumok száma n = (T-m)- [p+d+s(P+D)]

S= a ferdeség mérésére szolgáló S mutató:

$$S = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{t=1}^n \left(\frac{e_t - \bar{e}_t}{\sigma} \right)^3$$

A S - mutató értéke 0, ha az eloszlás szimmetrikus, pozitív előjel esetén jobb oldali, míg negatív előjel esetén bal oldali aszimmetriára következtethetünk.

K = a csúcsosság mutatószáma:

$$K = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \frac{\sum_{t=1}^n [e_t - \bar{e}_t]^4}{s^4} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

A (K-3) relatív csúcsosság mutató értéke 0, normális eloszlás esetén. Ennél kisebb érték esetén lapultnak, nagyobb érték esetén csúcsosnak tekinthetjük az eloszlást.

A szabadság fok (df) mindig az S és K paraméterek miatt = 2

A tesztstatistika 2 szabadságfokú χ^2 -eloszlást követ. Minél magasabb az értéke, annál biztosabban (alacsonyabb szignifikancia-szint mellett) tudjuk elutasítani a nullhipotézist, miszerint a megfigyelések normális eloszlást követnek. Normális eloszlás esetén a $JB=0$, mert $S=0$ és $(K-3)=0$, tehát alacsony értéke normalitásra utal. Ha a p-érték kisebb mint 0,05 akkor 5 %-os szignifikancia szinten elutasítjuk a nullhipotézist, miszerint a megfigyelések normális eloszlást követnek.

Ennek alapján a hipotézis rendszer:

H_0 = az adatsor normális eloszlást követ,

H_1 = az adatsor nem követ normális eloszlást,

A H_0 -t elfogadjuk, ha:

$$JB < 2\chi^2_{0,05}$$

A H_1 alternatív hipotézist fogadjuk el, ha:

$$JB > 2\chi^2_{0,05}$$

A szignifikancia-érték (p-érték) az a legkisebb szignifikancia szint, amin a H_0 már éppen elvethető a H_1 -gyel szemben. Ha pl. 0,05-nél kisebb a p-érték akkor 5 %-os szignifikancia szinten elutasítjuk a nullhipotézist, miszerint a megfigyelések normális eloszlást követnek.

Adatbázis:

USA lakossági teljes villamosenergia fogyasztás (milliárd kwóra/hónap) 1973-2022 havi adatok. Az adatok ln transzformációja. Megfigyelt adatok 600 hónap, becslésre felhasznált 456 hónap, teszt időszakra felhasznált 144 hónap. Előrejelzés 12 hónap.

Eredmények:

Első lépés. Stacionaritás biztosítása Excel parancsfájl alkalmazása.

Eredmények:

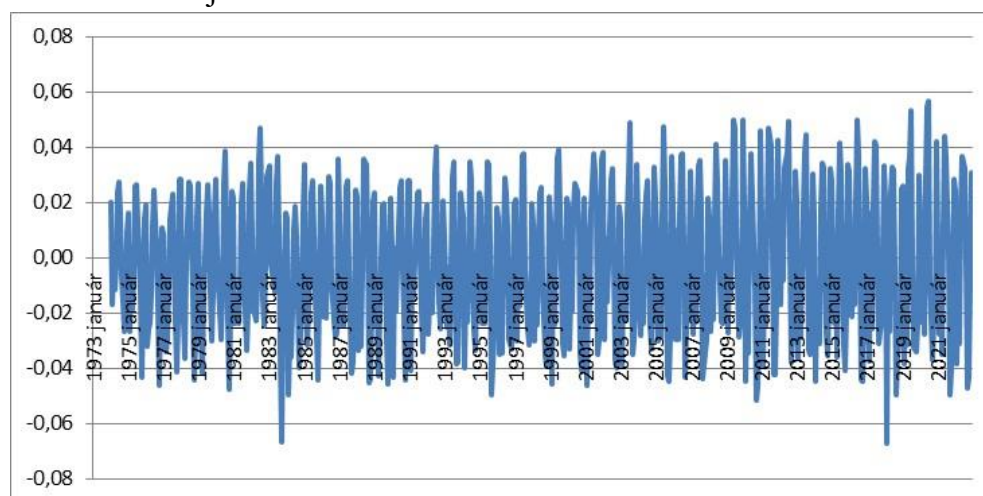
Legkisebb variancia 0,0007161

Lambda D=1 ($\lambda: \Delta^{12}Y_t$)

Az grafikonban Lambda D=1

Minimális variancia esetén Lambda= 0,0007161

A transzformált adatok ábrája:



Második lépés. Másodszor a transzformált idősort átmásoljuk az ACF-PACF-Qszámítása.xlsm Excel parancsfájl Adatok-Számítások munkalapja adatok oszlopába (B3-B1048576) Az ACF és PACF korrelogramok illetve autokorrelációs- és parciális autokorrelációs együtthatók vizsgálata és a Q*

statiszti-kák alapján eldöntjük, hogy az átalakított idősor valóban stacionáriusnak tekinthető-e. Ha igen, akkor el-végezhetjük az ARIMA modellezést.

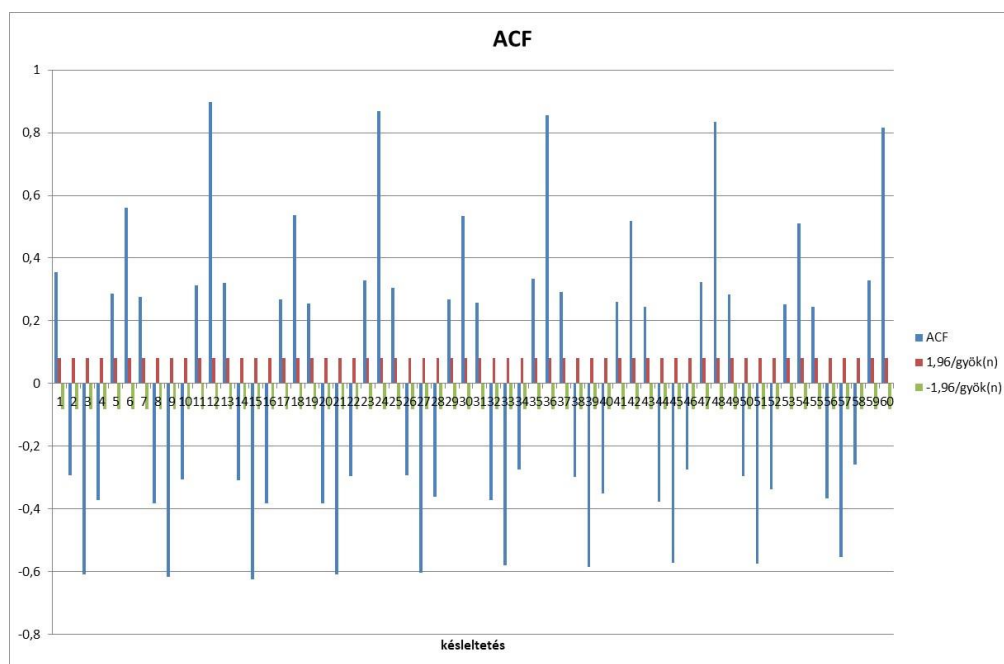
k=60

n=4986

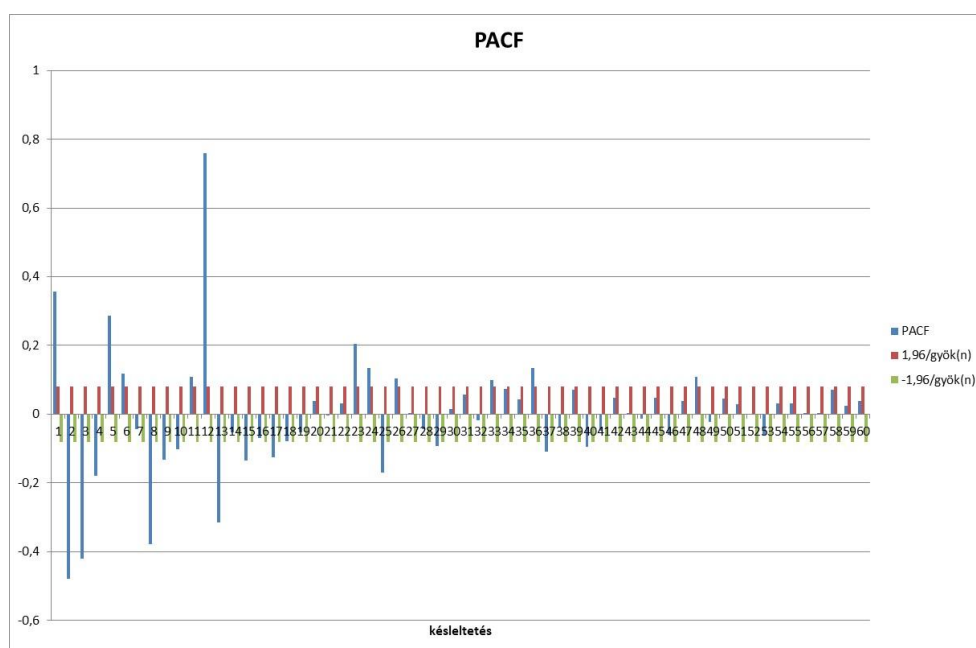
A Ljung - Box portmanteau-próba (LJB vagy Q*-teszt) alapján elutasítjuk azt a hipotézist, hogy az átalakított idősor valóban stacionáriusnak (H_0 =a reziduumok fehér zajok) tekinthető, ugyanis az alábbi táblában látható, p=Sig értékek minden esetben kisebbek, mint a szignifikancia szint 0,05 értéke.

Szabadság fok (d. f.)		Késleltetés	ACF	PACF	1.96/gyök(n)	-1.96/gyök(n)	Q*	Sig.
1	3,8415	1	0,355782308	0,355782308	0,080829038	-0,080829038	74,8100	0,0000
2	5,9915	2	-0,291465723	-0,47863259	0,080829038	-0,080829038	125,1030	0,0000
3	7,8147	3	-0,607230249	-0,421205455	0,080829038	-0,080829038	343,7685	0,0000
4	9,4877	4	-0,370915011	-0,178654107	0,080829038	-0,080829038	425,4954	0,0000
5	11,0705	5	0,287712281	0,286965153	0,080829038	-0,080829038	474,7535	0,0000
6	12,5916	6	0,560742108	0,117443148	0,080829038	-0,080829038	662,1807	0,0000
7	14,0671	7	0,276490949	-0,043267342	0,080829038	-0,080829038	707,8280	0,0000
8	15,5073	8	-0,383223706	-0,378321971	0,080829038	-0,080829038	795,6708	0,0000
9	16,9190	9	-0,616925715	-0,13307412	0,080829038	-0,080829038	1023,7137	0,0000
10	18,3070	10	-0,304959737	-0,100966143	0,080829038	-0,080829038	1079,5333	0,0000
11	19,6751	11	0,313031047	0,108555514	0,080829038	-0,080829038	1138,4486	0,0000
12	21,0261	12	0,898747351	0,758256668	0,080829038	-0,080829038	1624,9478	0,0000
13	22,3620	13	0,321769794	-0,31550371	0,080829038	-0,080829038	1687,4150	0,0000
14	23,6848	14	-0,308724556	-0,053941978	0,080829038	-0,080829038	1745,0199	0,0000
15	24,9958	15	-0,625082307	-0,133711743	0,080829038	-0,080829038	1981,5842	0,0000
16	26,2962	16	-0,380878493	-0,068921751	0,080829038	-0,080829038	2069,5687	0,0000
17	27,5871	17	0,267751133	-0,125563933	0,080829038	-0,080829038	2113,1255	0,0000
18	28,8693	18	0,536805111	-0,07826994	0,080829038	-0,080829038	2288,5086	0,0000
19	30,1435	19	0,256167383	-0,053342582	0,080829038	-0,080829038	2328,5183	0,0000
20	31,4104	20	-0,38186158	0,039062743	0,080829038	-0,080829038	2417,5804	0,0000
21	32,6706	21	-0,609629469	-0,003001301	0,080829038	-0,080829038	2644,9740	0,0000
22	33,9244	22	-0,296423393	0,030263776	0,080829038	-0,080829038	2698,8304	0,0000
23	35,1725	23	0,327824885	0,205555368	0,080829038	-0,080829038	2764,8184	0,0000
24	36,4150	24	0,868610489	0,134822737	0,080829038	-0,080829038	3228,9064	0,0000
25	37,6525	25	0,305681432	-0,169628478	0,080829038	-0,080829038	3286,4848	0,0000
26	38,8851	26	-0,29229148	0,10334151	0,080829038	-0,080829038	3339,2230	0,0000
27	40,1133	27	-0,604137418	0,003127933	0,080829038	-0,080829038	3564,9263	0,0000
28	41,3371	28	-0,361473068	-0,042566178	0,080829038	-0,080829038	3645,8719	0,0000
29	42,5570	29	0,269533379	-0,091645416	0,080829038	-0,080829038	3690,9580	0,0000
30	43,7730	30	0,533207001	0,014768518	0,080829038	-0,080829038	3867,7191	0,0000
31	44,9853	31	0,258246319	0,05711372	0,080829038	-0,080829038	3909,2568	0,0000
32	46,1943	32	-0,370424856	-0,018566619	0,080829038	-0,080829038	3994,8728	0,0000
33	47,3999	33	-0,579277944	0,098557296	0,080829038	-0,080829038	4204,6268	0,0000
34	48,6024	34	-0,274620232	0,073590732	0,080829038	-0,080829038	4251,8532	0,0000
35	49,8018	35	0,335138219	0,043786145	0,080829038	-0,080829038	4322,3147	0,0000
36	50,9985	36	0,856397519	0,135457139	0,080829038	-0,080829038	4783,2512	0,0000
37	52,1923	37	0,29078991	-0,109566014	0,080829038	-0,080829038	4836,491003	0,0000
38	53,3835	38	-0,298020956	-0,03670487	0,080829038	-0,080829038	4892,513215	0,0000
39	54,5722	39	-0,586004481	0,071585021	0,080829038	-0,080829038	5109,512782	0,0000
40	55,7585	40	-0,351037837	-0,095349645	0,080829038	-0,080829038	5187,523925	0,0000
41	56,9424	41	0,2601555	-0,049069387	0,080829038	-0,080829038	5230,448701	0,0000
42	58,1240	42	0,518613246	0,046997126	0,080829038	-0,080829038	5401,341556	0,0000
43	59,3035	43	0,244169376	5,17033E-05	0,080829038	-0,080829038	5439,291856	0,0000
44	60,4809	44	-0,376930318	-0,013715876	0,080829038	-0,080829038	5529,896943	0,0000
45	61,6562	45	-0,57040284	0,048713039	0,080829038	-0,080829038	5737,767446	0,0000
46	62,8296	46	-0,274578555	-0,060078529	0,080829038	-0,080829038	5786,024775	0,0000
47	64,0011	47	0,324269919	0,037416608	0,080829038	-0,080829038	5853,45357	0,0000
48	65,1708	48	0,83526818	0,109146059	0,080829038	-0,080829038	6301,66967	0,0000
49	66,3386	49	0,283908012	-0,021441839	0,080829038	-0,080829038	6353,54918	0,0000
50	67,5048	50	-0,295738197	0,046043157	0,080829038	-0,080829038	6409,946947	0,0000
51	68,6693	51	-0,574381888	0,030090726	0,080829038	-0,080829038	6623,082806	0,0000
52	69,8322	52	-0,337081767	-0,001794661	0,080829038	-0,080829038	6696,624745	0,0000
53	70,9935	53	0,252226487	-0,063087296	0,080829038	-0,080829038	6737,877878	0,0000
54	72,1532	54	0,510608606	0,031495349	0,080829038	-0,080829038	6907,258741	0,0000
55	73,3115	55	0,243646716	0,032146731	0,080829038	-0,080829038	6945,897507	0,0000
56	74,4683	56	-0,366078174	0,002869104	0,080829038	-0,080829038	7033,28824	0,0000
57	75,6237	57	-0,552062542	0,001931427	0,080829038	-0,080829038	7232,406632	0,0000
58	76,7778	58	-0,259128446	0,071257562	0,080829038	-0,080829038	7276,359139	0,0000
59	77,9305	59	0,328899635	0,023634078	0,080829038	-0,080829038	7347,300652	0,0000
60	79,0819	60	0,815610497	0,037675527	0,080829038	-0,080829038	7784,380747	0,0000

Az ACF diagram:



A PACF diagram:



Ha stacionárius a transzformált idősor, akkor a 3ARIMA Excel parancsfájlt lehet alkalmazni.

A 3ARIMAUSAvillamosenergia.xls parancsfájlbán bemutatjuk a számítások lépéseit, bár már ismert, hogy ez a modell az elméleti feltételeknek nem tesz eleget. Az ARIMA program ennek ellenére a becslést elvégezte.

A felhasznált adatállomány:

Becslésre szolgáló adatok száma	576
Előrejelzés	12
Összes adat	588
Tesztidőszak adatainak a száma	12
Ex-ante előrejelzés	12

ARIMA paraméterek:

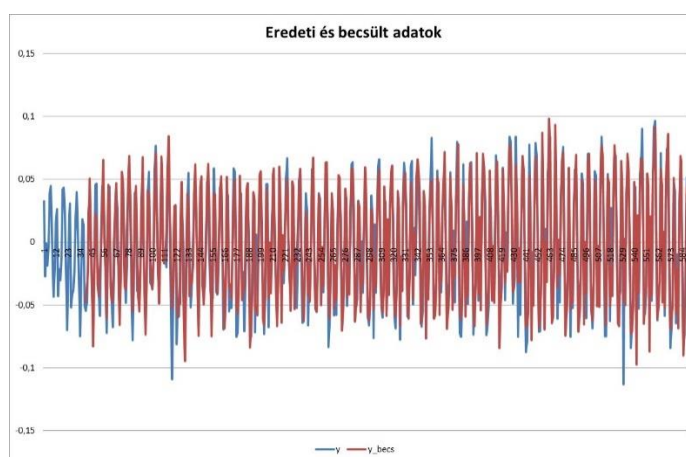
p	d	q	C	P	D	Q	S
1	1	1	1	1	2	2	12

Számítási eredmények:

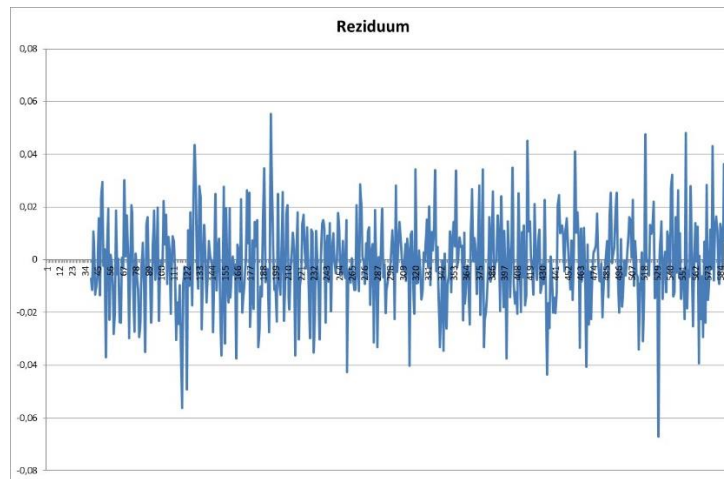
Kieső adatok száma $k=p+d+s(P+D)$	38
Becslésre felhasznált adatok száma (T-m)	576
Az előrejelzés időszaka (M)	12
Rendelkezésre álló adatok száma (T)	588
Tesztidőszak adatainak a száma (m)	12
Paraméterek száma $P=p+q+P+Q$	5

Felhasználható adatok száma (T-m-k)	538
Szabadságfok, $df=(T-m)-k-P$	533
R^2	0,852128
Számítási átlag (\bar{Y}_t)	-0,004250
SzórásP (Y_t)	0,044499
Hibanegyzetösszeg (SSE)	0,156070
Reziduális szórás (s)	0,017112
DW statisztika	0,001515
Reziduális szórásnégyzet (variancia) (s^2)	0,000271
AIC(P)	0,000276
BIC(P) vagy SIC(P)	0,000286
HQC(P)	0,000280

Eredeti és becsült adatok:



Reziduum



A modell ellenőrzése:

A reziduális variancia	0,000292814
A reziduális változó átlaga	-0,008625427
A reziduális változó standard hibája	0,000712992
t-próba számított értéke, sz. f. T-m-1	-12,09750317
p-érték	0,000000

A $p < 0,05$, tehát elutasítom azt a nullhipotézist, hogy az idősor stacionárius.

A következőben bemutatunk egy olyan számítást, ahol az adatállomány eleget tett annak a követelménynek, hogy az idősor stacionárius. Ehhez először az 1stacionaritás-biztosítása.xlsm parancsfájlt kell használni, majd a kapott transzformált idősort a 2ACF-PACF-Qszámítása.xlsm parancsfájlba bemásolva ellenőrizni kell, hogy a transzformált idősor stacionárius-e. Ezeknek a számításoknak az elvégzése egy gyakorolt felhasználó esetében kb. 10 perc. Ha stacionárius az idősor, akkor érdemes elvégezni a 3ARIMA.xlsm parancsfájlal a becslést, mert az idősor eleget tesz az elméleti feltételeknek.

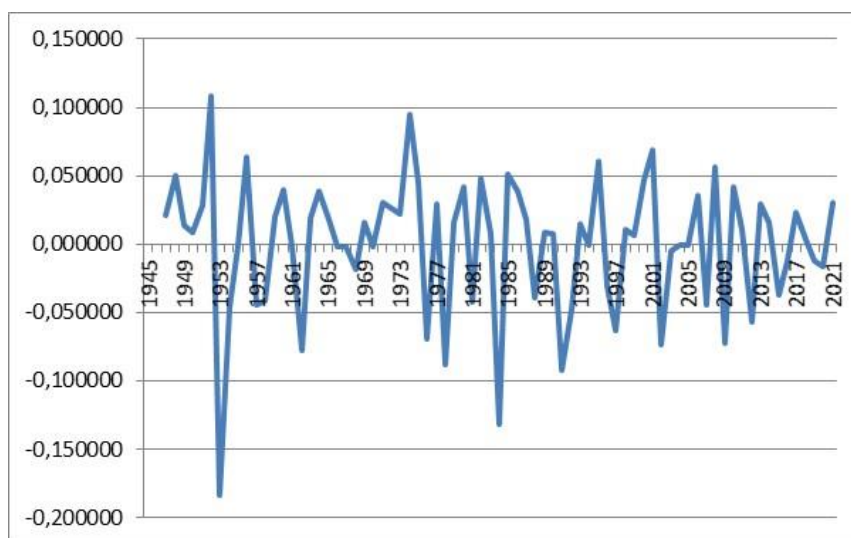
A kiválasztott idősor (eleget tett a stacionaritás követelményeknek):

A fogyasztói árindex (2011/2012=100) alakulása Ausztráliában 1945-2021 között. Éves adatokat használunk, ezért az Adatok-transzformáció első munkalapot használjuk. Ha havi adataink vannak, akkor a második munkalapba, a Havi adatok-transzformációba illesszük be az adatokat. Maximum 5 ezer adatot tud a program kezelni.

	Eredeti (Y_t)	d=1 (ΔY_t)	d=2 ($\Delta^2 Y_t$)	d=3 ($\Delta^3 Y_t$)	Lambda (Box-Cox)	Lambda d=1 ($\lambda: \Delta Y_t$)	Lambda d=2 ($\lambda: \Delta^2 Y_t$)	Lambda d=3 ($\lambda: \Delta^3 Y_t$)
Átlag	44,860	1,5128	0,0325	-1,4728	4,8533	0,0868	0,0004	-0,0879
Variancia	1479,949	1,5079	0,9224	2,8408	4,9179	0,0043	0,0024	0,0085
Variancia index (MIN a legkisebb)	60 838 488	61987,1895	37919,7132	116782,8882	202166,8827	176,6225	100,0000	347,9389

A program MIN= Megjelöli a minimális varianciát (100 %), a többi ehhez viszonyítja. A MIN differenciákkal érdemes az ARIMA modellezést alkalmazni, ami esetünkben Lambda d=2 = 0,0024

A grafikus ábra alapján lehet a λ -t kiválasztani. Próbálgatással a stacionaritást legjobban biztosító λ 0,2 volt. Ennek alapján a Lambda d=2 oszlopban lévő adatsorral számoltunk tovább. Ennek grafikus ábrája:

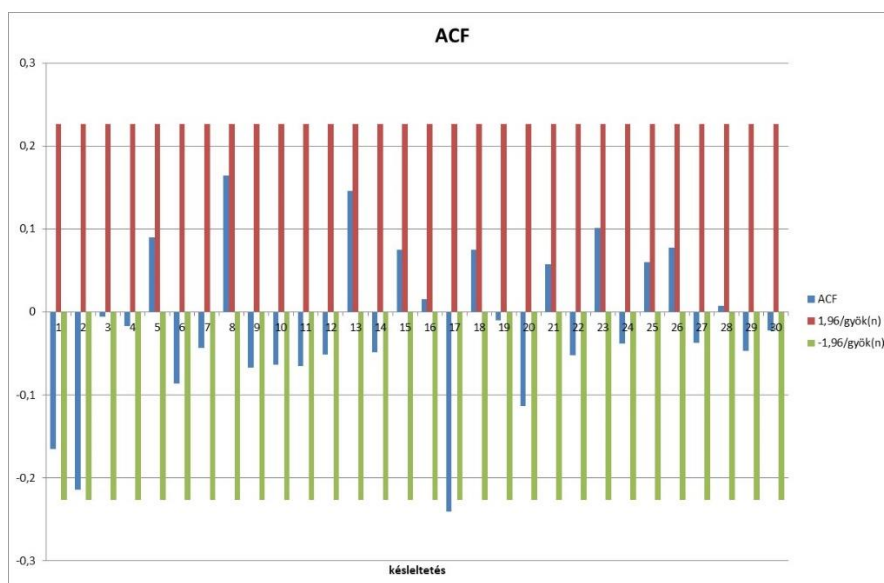


A következő lépés a 2ACF-PACF-Qszámítása program használata. $n = 75$. Max k (késleltetés) = 30 Az eredmények:

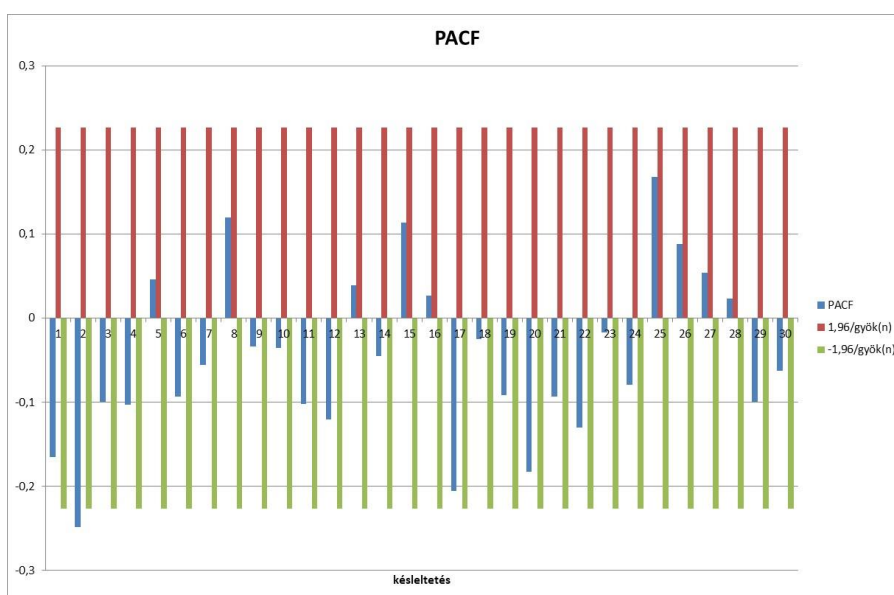
Szabadság fok (d. f.)		Késleltetés	ACF	PACF	1.96/gyök(n)	-1.96/gyök(n)	Q*	Sig.
1	3,8415	1	-0,165104964	-0,165104964	0,226321306	-0,226321306	2,1274	0,1447
2	5,9915	2	-0,214703688	-0,248744012	0,226321306	-0,226321306	5,7741	0,0557
3	7,8147	3	-0,005321402	-0,099343835	0,226321306	-0,226321306	5,7764	0,1230
4	9,4877	4	-0,017507816	-0,102863959	0,226321306	-0,226321306	5,8013	0,2145
5	11,0705	5	0,090175165	0,045819396	0,226321306	-0,226321306	6,4722	0,2629
6	12,5916	6	-0,086692277	-0,093269204	0,226321306	-0,226321306	7,1012	0,3116
7	14,0671	7	-0,043498953	-0,056094977	0,226321306	-0,226321306	7,2619	0,4021
8	15,5073	8	0,164641983	0,119774106	0,226321306	-0,226321306	9,5984	0,2944
9	16,9190	9	-0,067445196	-0,033500189	0,226321306	-0,226321306	9,9964	0,3508
10	18,3070	10	-0,06318262	-0,035792902	0,226321306	-0,226321306	10,3511	0,4103
11	19,6751	11	-0,065514329	-0,102216748	0,226321306	-0,226321306	10,7384	0,4654
12	21,0261	12	-0,05155091	-0,120644482	0,226321306	-0,226321306	10,9820	0,5305
13	22,3620	13	0,145760044	0,039107387	0,226321306	-0,226321306	12,9609	0,4508
14	23,6848	14	-0,048994178	-0,044774846	0,226321306	-0,226321306	13,1882	0,5118
15	24,9958	15	0,07467169	0,113141249	0,226321306	-0,226321306	13,7249	0,5465
16	26,2962	16	0,015398168	0,026596768	0,226321306	-0,226321306	13,7481	0,6175
17	27,5871	17	-0,240171442	-0,205862307	0,226321306	-0,226321306	19,4914	0,3011
18	28,8693	18	0,074502985	-0,025330501	0,226321306	-0,226321306	20,0538	0,3298
19	30,1435	19	-0,01011704	-0,091640241	0,226321306	-0,226321306	20,0644	0,3907
20	31,4104	20	-0,113314541	-0,182504673	0,226321306	-0,226321306	21,4126	0,3732
21	32,6706	21	0,057698953	-0,093065727	0,226321306	-0,226321306	21,7686	0,4129
22	33,9244	22	-0,05208543	-0,130212043	0,226321306	-0,226321306	22,0642	0,4561
23	35,1725	23	0,101454974	-0,017288668	0,226321306	-0,226321306	23,2073	0,4487
24	36,4150	24	-0,03840248	-0,079140335	0,226321306	-0,226321306	23,3743	0,4978
25	37,6525	25	0,059778532	0,16800159	0,226321306	-0,226321306	23,7871	0,5317
26	38,8851	26	0,077242646	0,088234222	0,226321306	-0,226321306	24,4903	0,5480
27	40,1133	27	-0,037668991	0,053464276	0,226321306	-0,226321306	24,6610	0,5935
28	41,3371	28	0,007228761	0,023058422	0,226321306	-0,226321306	24,6674	0,6459
29	42,5570	29	-0,046839924	-0,099050322	0,226321306	-0,226321306	24,9428	0,6812
30	43,7730	30	-0,022640676	-0,06259812	0,226321306	-0,226321306	25,0086	0,7246

H_0 = a reziduumok fehér zajok. A Ljung - Box portmanteau-próba (LJB vagy Q*-teszt) alapján, ha $\text{Sig.} \geq 0.05$ Esetünkben ez a feltétel teljesül, tehát elfogadjuk azt a nulhypotézist, 5 %-os szignifikancia szinten, hogy a reziduumok fehér zajok, tehát a transzformált ($\lambda d=2$) idősor stacionárius.

Az ACF ábrája



A PACF ábrája



Az ACF és PACF ábrákból látható, hogy az ACF értékek kettő kivételével, a kritikus értékeken belüli tartományban vannak, a PACF esetében a kivétel 1.

A 3ARIMA.xlsm parancsfájllal történő becslés eredményei. A terjedelmi korlátok miatt csak néhány számítási eredményt közlünk, részletesebben ld. 3ARIMA-A fogyasztói árindex alakulása Ausztráliában 1945-2021 között.xlsm fájlt a zippelt fájlok között.

A számítások néhány eredménye:

Adatbevitel a transzformált (λ d=2) idősor

Becslésre szolgáló adatok száma	70
Előrejelzés	2
Összes adat	75
Tesztidőszak adatainak a száma	5
Ex-ante előrejelzés	2

ARIMA

ARIMA munkalapon**Ctrl+b** (ARIMA modell paramétereinek a megváltoztatása)**ARIMA munkalapon****Ctrl+k** (ARIMA modell becslése)

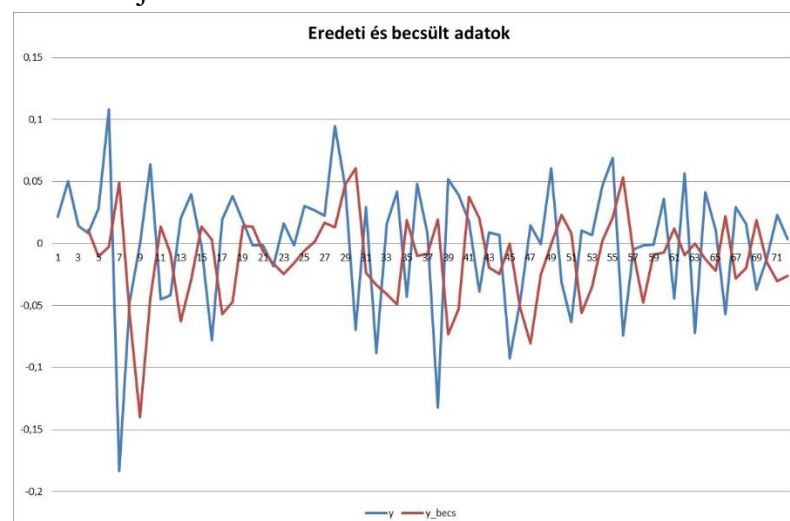
Paraméterek választása, próbálgatás után, ahol több ARIMA modell közül azt választottuk, amelyre az AIC-, BIC- a HQC - értékek a legkisebbek.

p	d	q	C	P	D	Q	S
1	2	1	0	0	0	0	1

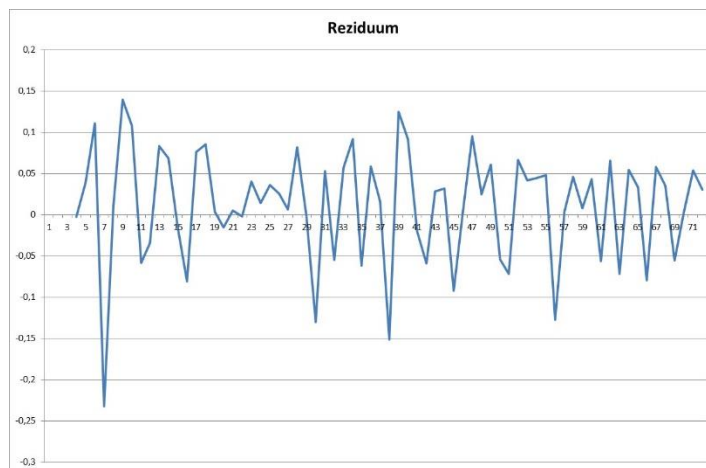
Kieső adatok száma $k=p+d+s(P+D)$	3
Becslésre felhasznált adatok száma (T-m)	70
Az előrejelzés időszaka (M)	2
Rendelkezésre álló adatok száma (T)	75
Tesztidőszak adatainak a száma (m)	5
Paraméterek száma $P=p+q+P+Q$	2

Felhasználható adatok száma (T-m-k)	67
Szabadságfok, $df=(T-m)-k-P$	65
R^2	-0,976694
Számtani átlag (Y_t)	0,000053
SzórásP (Y_t)	0,050810
Hibanegyzetösszeg (SSE)	0,331705
Reziduális szórás (s)	0,071436
DW statisztika	0,022924
Reziduális szórásnégyzet (variancia) (s^2)	0,004739
AIC(P)	0,005017
BIC(P) vagy SIC(P)	0,005350
HQC(P)	0,005147

Eredeti és becsült adatok ábrája:



Reziduuum ábrája:



A modell ellenőrzése:

1. Reziduumok másolása
2. D-J oszlopok törlése
3. A számításokat a B oszlop másolásával az ACF-PACF-Q.xlsm parancsfájllal végezzük és visszamásoljuk a D-J oszlopokba az eredményt.

A reziduumok tesztelésének az eredményei:

A reziduális variancia	0,005103148		
A reziduális változó átlaga	0,01028827		
A reziduális változó standard hibája	0,008538274		
t-próba számított értéke, sz. f. T-m-1	1,204959048		
p-érték	0,232336	5 %-os szignifikancia szinten	
		H₀-t elfogadom	p>0,05
H₀ a reziduális változó átlaga 0		H₀-t elutasítom	p<0,05

Ljung-Box portmanteau-próba (LJB vagy Q*-teszt) alapján az ARIMA modellt elfogadjuk, a reziduumok normális eloszlást követnek.

Az eredeti adatokkal elvégzett ARIMA számítások eredményei:

A fogyasztói árindex (2011/2012=100) alakulása Ausztráliában 1945-2021 között.

A 3ARIMA.xlsm parancsfájllal történő becslés eredményei. A terjedelmi korlátok miatt csak néhány számítási eredményt közlünk, részletesebben ld. 3ARIMA-A fogyasztói árindex alakulása Ausztráliában 1945-2021 között eredeti adatok.xlsm fájl a zippelt fájlok között.

A számítások néhány eredménye:

Adatbevitel eredeti idősor:

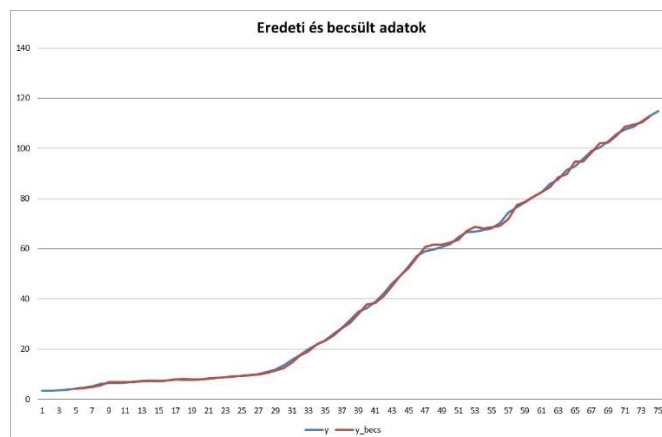
Becslésre szolgáló adatok száma	73
Előrejelzés	2
Összes adat	77
Tesztidőszak adatainak a száma	4

Paraméterek választása, próbálgatás után, ahol több ARIMA modell közül azt választottuk, amelyre az AIC-, BIC- a HQC - értékek a legkisebbek.

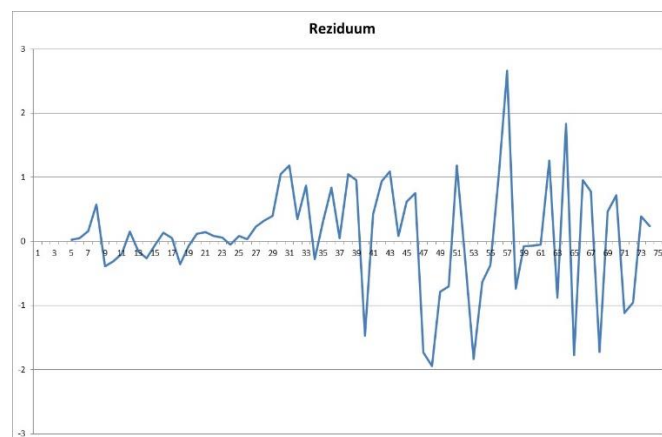
Kieső adatok száma $k=p+d+s(P+D)$	4
Becslésre felhasznált adatok száma (T-m)	73
Az előrejelzés időszaka (M)	2
Rendelkezésre álló adatok száma (T)	77
Tesztidőszak adatainak a száma (m)	4
Paraméterek száma $P=p+q+P+Q$	3

Felhasználható adatok száma (T-m-k)	69
Szabadságfok, $df=(T-m)-k-P$	66
R^2	0,999387
Számtani átlag (Y_t)	40,987808
SzórásP (Y_t)	35,627725
Hibanegyzetösszeg (SSE)	51,389897
Reziduális szórás (s)	0,882403
DW statisztika	3,113909
Reziduális szórásnégyzet (variancia) (s^2)	0,703971
AIC(P)	0,764276
BIC(P) vagy SIC(P)	0,839711
HQC(P)	0,793490

Eredeti és becsült adatok:



Reziduum:



A modell ellenőrzése:

Késleltetés	ACF	PACF	1.96/gyök(n)	-1.96/gyök(n)	Q*	Sig.
1	-0,00181	-0,00181	0,235956272	-0,2359563	0,0002	0,9877
2	-0,06074	-0,06075	0,235956272	-0,2359563	0,2700	0,8737
3	0,039995	0,039915	0,235956272	-0,2359563	0,3887	0,9426
4	-0,15569	-0,16017	0,235956272	-0,2359563	2,2156	0,6962
5	0,185727	0,197847	0,235956272	-0,2359563	4,8560	0,4337
6	0,096695	0,070581	0,235956272	-0,2359563	5,5831	0,4715
7	0,087001	0,132812	0,235956272	-0,2359563	6,1812	0,5188
8	-0,08296	-0,12922	0,235956272	-0,2359563	6,7340	0,5656
9	-0,21	-0,15233	0,235956272	-0,2359563	10,3346	0,3241
10	-0,02829	-0,07051	0,235956272	-0,2359563	10,4010	0,4060
11	-0,12059	-0,14686	0,235956272	-0,2359563	11,6293	0,3921
12	-0,02131	-0,09122	0,235956272	-0,2359563	11,6683	0,4727
13	0,177844	0,152855	0,235956272	-0,2359563	14,4353	0,3439
14	-0,10451	-0,03023	0,235956272	-0,2359563	15,4081	0,3508
15	-0,02075	0,058631	0,235956272	-0,2359563	15,4472	0,4197
16	-0,08713	0,06133	0,235956272	-0,2359563	16,1490	0,4426
17	-0,27262	-0,24873	0,235956272	-0,2359563	23,1509	0,1444
18	0,115513	0,01133	0,235956272	-0,2359563	24,4326	0,1414
19	0,008729	-0,07219	0,235956272	-0,2359563	24,4401	0,1798
20	-0,07335	-0,15393	0,235956272	-0,2359563	24,9780	0,2023
21	0,079092	0,080935	0,235956272	-0,2359563	25,6165	0,2215
22	-0,13387	-0,00609	0,235956272	-0,2359563	27,4845	0,1934
23	0,008685	0,058055	0,235956272	-0,2359563	27,4925	0,2356
24	0,059158	0,109428	0,235956272	-0,2359563	27,8735	0,2654
25	0,054927	0,015652	0,235956272	-0,2359563	28,2094	0,2983
26	-0,00933	-0,1767	0,235956272	-0,2359563	28,2193	0,3478
27	-0,03734	-0,02786	0,235956272	-0,2359563	28,3819	0,3915
28	0,069304	-0,0918	0,235956272	-0,2359563	28,9558	0,4148
29	-0,04838	-0,07709	0,235956272	-0,2359563	29,2424	0,4525
30	-0,05543	-0,02177	0,235956272	-0,2359563	29,6284	0,4848
31	0,143376	0,109055	0,235956272	-0,2359563	32,2786	0,4033
32	-0,05853	0,024583	0,235956272	-0,2359563	32,7322	0,4309
33	-0,04627	0,014014	0,235956272	-0,2359563	33,0236	0,4661
34	0,047976	-0,07927	0,235956272	-0,2359563	33,3457	0,4995
35	-0,0007	0,071485	0,235956272	-0,2359563	33,3458	0,5481
36	0,012349	-0,1072	0,235956272	-0,2359563	33,3684	0,5944

H_0 = a reziduumok fehér zajok. A Ljung - Box portmanteau-próba (LJB vagy Q*-teszt) alapján, ha $Sig. \geq 0.05$ Esetünkben ez a feltétel teljesül, tehát elfogadjuk azt a nullhypotézist, 5 %-os szignifikancia szinten, hogy a reziduumok fehér zajok.

Az e_t reziduum Jarque-Bera (JB) féle normalitási-tesztje szerint a reziduum normális eloszlást követ.

JB	2,544486964	JB kisebb, mint a Kritikus érték, az adatsor normális eloszlást követ,
Kritikus érték	5,991464547	JB nagyobb, mint a Kritikus érték, az adatsor nem követ normális eloszlást
Szignifikancia szint (változtatható)	0,0500	

Feladatok

Az interneten 2023-ban már sok hosszú adatsort lehet találni, elsősorban angliai, egyesült államokbeli ausztráliai és nyugateurópai országok esetében. A feladat a ciklusok rövid periódusainak a becslése (ciklusfordulópontokszámítása.xls) és a hosszú ciklusok kimutatása (terendszezon-hibaszámítás.xls)

[A háztartások egy főre jutó éves fogyasztási kiadásainak a változása](#) (dollár/ezer fő) az USA-ban 1900-2021 között.

[Az egy főre jutó real GDP alakulása \(2010-es euróban\) Spanyolországban](#) 1850-2021 között.

[Az ausztráliai tőzsdeindex \(1990= 100\) alakulása 1875-2021 között](#)

[A fogyasztói árindex \(2011/2012=100\) alakulása Ausztráliában 1851-2021 között](#)

[Átlagos heti bér, fontban minden alkalmazott esetében Ausztráliában 1861-1965 között](#)

[Átlagos heti bér, dollárban minden alkalmazott esetében Ausztráliában 1966-2020 között](#)

<https://www.measuringworth.com/datasets/auswages/result.php>

A kamatlábak alakulása az USA-ban és Angliában

Az adtok [forrása](#) és [magyarázata](#).

A kamatlábak alakulása Angliában 1729-2021

Rövid lejáratú kamatlábak: törzsrészesvények, egyidejű értékpapír sorozatok. (Short-Term: Ordinary Funds, Contemporary Series) 1790-2018

Rövid lejáratú kamatlábak: törzsrészesvények, Kiegyensúlyozott értékpapír sorozatok. (Short-Term: Ordinary Funds, Consistent Series) 1790-2018

Rövid lejáratú kamatlábak: többlet részesvények, egyidejű értékpapír sorozatok. (Short-Term: Surplus Funds, Contemporary Series) 1855-2021

Rövid lejáratú kamatlábak: többlet részesvények, Kiegyensúlyozott értékpapír sorozatok. (Short-Term: Surplus Funds, Consistent Series) 1855-2021

Hosszú lejáratú kamatlábak: Egyidejű értékpapír sorozatok. (Long-Term: Contemporary Series) 1729-2021

Hosszú lejáratú kamatlábak: Kiegyensúlyozott értékpapír sorozatok. (Long-Term: Consistent Series) 1729-2021

A kamatlábak alakulása az Egyesült Államokban. 1729-2021

Rövid lejáratú kamatlábak, törzsrészesvények, egyidejű értékpapír sorozatok. (Short-Term: Ordinary Funds, Contemporary Series) 1831-2021

Rövid lejáratú kamatlábak: törzsrészesvények, Kiegyensúlyozott értékpapír sorozatok. (Short-Term: Ordinary Funds, Consistent Series) 1790-2018

Rövid lejáratú kamatlábak: többlet részesvények, egyidejű értékpapír sorozatok. (Short-Term: Surplus Funds, Contemporary Series) 1857-2021

Rövid lejáratú kamatlábak: többlet részesvények, Kiegyensúlyozott értékpapír sorozatok. (Short-Term: Surplus Funds, Consistent Series) 1857-2021

Hosszú lejáratú kamatlábak: Egyidejű értékpapír sorozatok. (Long-Term: Contemporary Series) 1798-2021

Hosszú lejáratú kamatlábak: Kiegyensúlyozott értékpapír sorozatok. (Long-Term: Consistent Series) 1798-2021

A rövid lejáratú kamatlábak egy évnél rövidebb lejáratú pénzügyi eszközökhöz, a hosszú lejáratú kamatlábak pedig egy évnél hosszabb lejáratú, általában 10 év feletti eszközökhöz kapcsolódnak.

[A fogyasztói kosár \(Consumer Bundle\) alakulása az Amerikai Egyesült Államokban 1900-2021](#)

