

rice

HONGRIE

LES TRAVAUX DE L'INSTITUT GÉODÉSIQUE
DE HONGRIE DEPUIS JUIN 1933 JUSQU'À JUIN 1936

RAPPORT

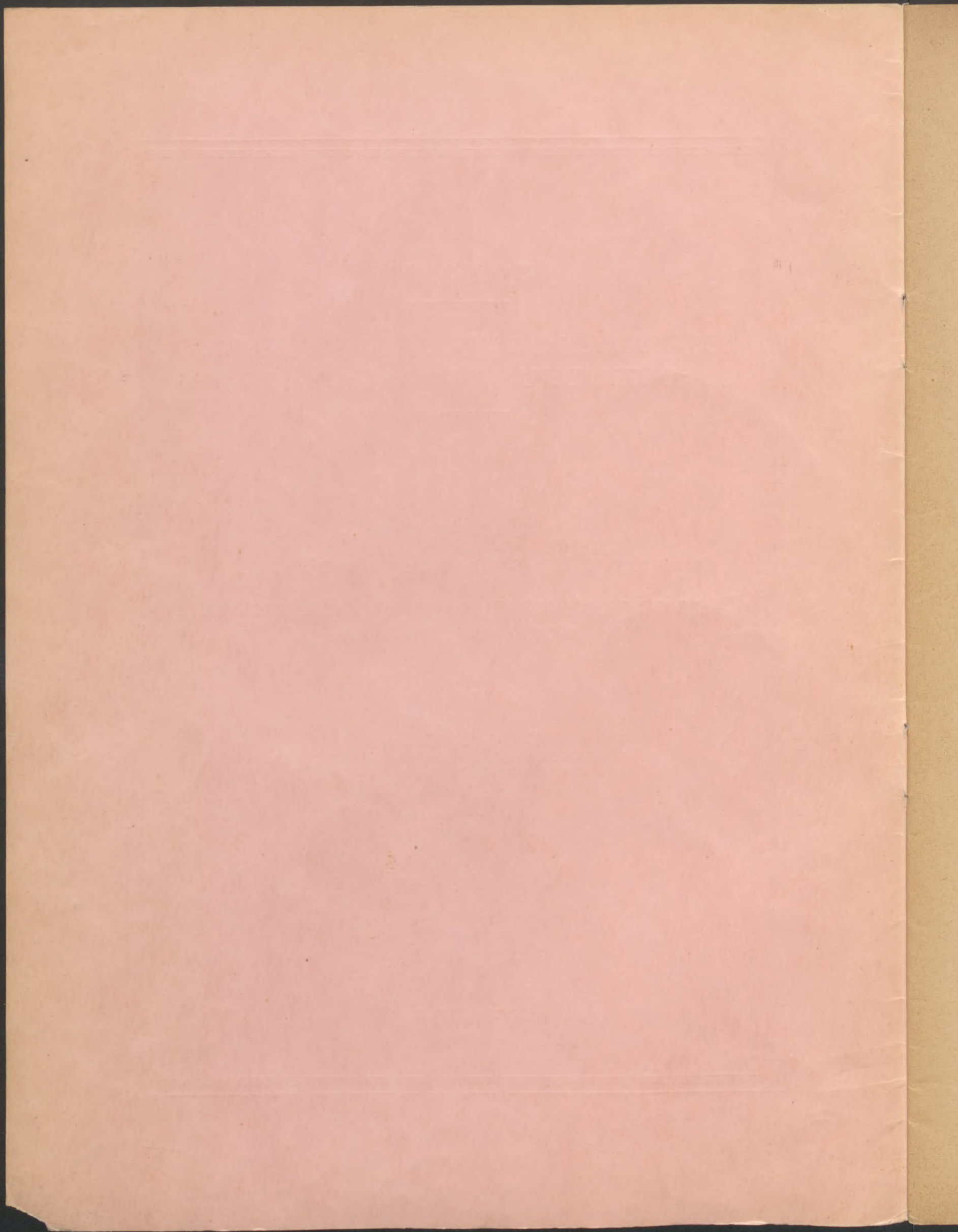
PRESENTÉ À LA SIXIÈME ASSEMBLÉE GÉNÉRALE
DE
L'UNION GÉODÉSIQUE ET GÉOPHYSIQUE INTERNATIONALE
RÉUNIE À EDIMBOURG EN 1936.

PAR

CHARLES OLTAÏ

MEMBRE DE L'ACADÉMIE HONGROISE DES SCIENCES,
PROF. ORD. ET PUBL. A L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES TECHNIQUES
DE BUDAPEST

BUDAPEST, 1936.



HONGRIE

LES TRAVAUX DE L'INSTITUT GÉODÉSIQUE
DE HONGRIE DEPUIS JUIN 1933 JUSQU'À JUIN 1936

RAPPORT

PRESENTÉ À LA SIXIÈME ASSEMBLÉE GÉNÉRALE
DE
L'UNION GÉODÉSIQUE ET GÉOPHYSIQUE INTERNATIONALE
RÉUNIE À EDIMBOURG EN 1936.

PAR

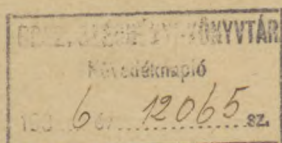
CHARLES OLTAÏ

MEMBRE DE L'ACADÉMIE HONGROISE DES SCIENCES,
PROF. ORD. ET PUBL. A L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES TECHNIQUES
DE BUDAPEST

BUDAPEST, 1936.



117687



„Élet” Irodalmi és Nyomda Rt. Budapest, XI., Horthy Miklós-út 15. — Igazgató: Laiszky Jenő.

LES TRAVAUX DE L'INSTITUT GÉODÉSIQUE DE HONGRIE DEPUIS JUIN 1933 JUSQU'A JUIN 1936.

I. Mesures de gravitation avec des pendules invariables.

a) Mesures exécutées aux stations extérieures (champêtres).

Pendant le printemps et l'été de l'année 1933, l'Institut Géodésique de Hongrie, désireux de développer le réseau hongrois de la gravitation, a mesuré la valeur de l'accélération de la pesanteur au moyen de pendules invariables d'abord en deux, puis en six stations. Celles-ci étaient: *Süttő, Vác, Marcali, Vése, Káloz, Simontornya, Csákvár* et *Sárbogárd*.

On a pris cette fois aussi comme point de départ le point fondamental de Hongrie (Université des Sciences Techniques, Institut de Géodésie) où la durée d'oscillation des pendules a été déterminée tant avant (28—31 mars, 31 mai—4 juin) qu'après les observations (14—16 juin, 5—12 juillet). Voici les valeurs trouvées (réduites):

Pendule	Budapest I 28 - 31 mars 1933	Budapest II 14—16 avril	Budapest III 31 mai—4 juin	Budapest IV 5—12 juillet
108	0,501 3906	0,501 3906	0,501 3910	0,501 3907
109	3 38	3929	3931	3931
110	4079	4071	4075	4082
113	2705	2704	2710	2716
Pendule moyen	0,501 3655	0,501 3653	0,501 3657	0 501 3659

Les couples de valeurs n'accusent donc, pour le pendule moyen, qu'un écart de 2×10^{-7} sec.

dans chacun des deux groupes; ainsi l'invariabilité des pendules était satisfaisante.

Aux stations extérieures, nous faisons usage des instruments qui nous avaient servi dans le passé. Les pendules Stückerath avaient les numéros 108, 109, 110 et 113. Comme horloge de coïncidence, nous avons employé une pendule *Hoser* à contact, battant les *secondes*.

Les nombres des séries d'observations, respectivement des durées d'oscillations simples observées aux stations extérieures étaient les suivantes:

Lieu	Dates d'observations	des séries	N o m b r e des durées d'oscillations simples
<i>Süttő</i>	5—7 avril	8	32
<i>Vác</i>	9—12 avril	10	40
<i>Marcali</i>	11—14 juin	8	32
<i>Vése</i>	15—17 juin	7	28
<i>Káloz</i>	19—22 juin	7	28
<i>Simontornya</i>	23—25 juin	6	24
<i>Csákvár</i>	27—29 juin	6	24
<i>Sárbogárd</i>	1—3 juillet	8	32

Le nombre moyen des séries a donc été de 7.

Nous avons procédé à la détermination d'importance fondamentale des marches d'horloge par les méthodes et avec les soins coutumiers. Nous avons mis à profit les signaux horaires de coïncidence des stations de *Bordeaux* (F. Y. L.) et de *Nauen* (D. F. Y.) et les corrections horaires définitives du *Bureau International de l'Heure*. Les nombres des comparaisons d'heures effectuées aux diverses stations étaient les suivants:

<i>Süttő</i>	6 (F. Y. L.)	3 (D. F. Y.)
<i>Vác</i>	8	3
<i>Marcali</i>	8	2
<i>Vése</i>	7	3
<i>Káloz</i>	7	—
<i>Simontornya</i>	7	3
<i>Csákvár</i>	7	3
<i>Sárbogárd</i>	7	3

A l'exception de *Sárbogárd* et *Marcali*, la marche d'horloge était très uniforme. Dans ces deux localités, la marche d'horloge a subi une variation au cours des mesures, mais cette variation a pu être déterminée grâce à la réception fréquente des signaux horaires, et il va sans dire que pour le calcul des durées d'oscillations définitives, nous avons tablé sur les marches rectifiées.

Les recherches relatives à la précision obtenue ont abouti aux résultats ci-après:

- 1) Erreur moyenne des constantes de la formule de réduction:

$$\alpha_1 = \pm 0,27 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

- 2) Erreur moyenne totale de la détermination des oscillations induites:

$$\alpha_2 = \pm 1,0 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

- 3) Erreur moyenne de la détermination de la marche d'horloge:

$$\alpha_3 = \pm 0,4 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

- 4) Moyenne de la variation permanente de la longueur du pendule:

$$\alpha_4 = \pm 2,3 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

- 5) Valeur moyenne de l'erreur systématique de la mesure des durées d'oscillations:

$$\beta = \pm 4,6 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

- 6) Valeur moyenne de l'erreur fortuite de la mesure des durées d'oscillations:

$$\mu_v = \pm 2,8 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Ces valeurs se rapportent toutes à une seule observation de la durée d'oscillation.

Par conséquent, l'erreur moyenne totale de la détermination d'une durée d'oscillation unique est

$$\mu = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2 + \beta^2 + \mu_v^2} = \pm 6,0 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

La durée d'oscillation employée comme résultat final avait l'erreur moyenne:

$$\mu_t = \pm 2,3 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Cela revient à dire que les différences obtenues des intensités de pesanteur avaient l'erreur moyenne:

$$\mu_{\Delta g} = \pm 1,1 \times 10^{-5} \text{ m/sec}^2.$$

Le *Tableau 1* indique les résultats définitifs des mesures avec les coordonnées des stations et les anomalies de l'accélération de la pesanteur.

Sur les Figures 1 et 2, nous avons résumé les mesures exécutées jusqu'ici par l'Institut Géodésique relativement à l'intensité de la pesanteur, notamment sur la *Figure 1*,

Tableau 1.

No	S t a t i o n s					Année	Système de Potsdam	g _o	g'-g	g' _o	g _c	Formule de Helmert 1901					Formule Internationale 1930					Observations
	N o m s	Latitudes	Longitudes (Greenwich)	H Altitudes	S Densité du sol							γ _o	g'' _o -γ _o	g _o -γ _o	g _c -γ _o	γ' _o	g'' _o -γ' _o	g _o -γ' _o	g _c -γ' _o			
104	Süttő	47°45' 33"	18°27' 08"	+ 115,7	2,0	1933	980,870	980,906		980,896		980,865	+0,031	+0,041		980,878	+0,018	+0,028				
105	Vác	47 46 52	19 07 58	110,6	2,0	1933	865	899		890		867	+ 23	+ 32		880	+ 10	+ 19				
106	Marcali	46 34 47	17 24 22	142,49	2,0	1933	732	776		764		759	+ 5	+ 17		772	- 8	+ 4				
107	Vése	46 24 48	17 17 34	158,821	2,0	1933	721	770		757		744	+ 13	+ 26		757	0	+ 13				
108	Kátoz	46 57 29	18 29 39	107,68	2,0	1933	791	824		815		793	+ 22	+ 31		806	+ 9	+ 18				
109	Simontornya	46 45 10	18 33 35	98,24	2,0	1933	784	814		806		775	+ 31	+ 39		788	+ 18	+ 26				
110	Gsákvár	47 23 36	18 27 50	156,571	2,0	1933	818	865		852		832	+ 20	+ 33		845	+ 7	+ 20				
111	Sárbogárd	46 53 00	18 37 34	109,068	2,0	1933	774	808		799		786	+ 13	+ 22		799	0	+ 9				
112	Padova	45 24 00	11 52 18	15,31	1,8	1933	656 _s	660 _o		659 _s		652 _o	+ 7 _s	+ 8 _o		665 _o	- 5 _r	- 4 _o				
	Point de départ :																					
	Budapest	47 28 54	19 03 11	105,6	1,9	1908/9	852	885		877		841	+ 36	+ 44		853	+ 24	+ 32				



Figure 1. Mesures effectuées par l'Institut Géodésique de Hongrie pour déterminer l'intensité de la pesanteur. Les nombres inscrits sont les valeurs $g_0 - \gamma_0$.



Figure 2. Mesures effectuées par l'Institut Géodésique de Hongrie pour déterminer l'intensité de la pesanteur. Les nombres inscrits sont les valeurs $g_0 - \gamma^0$.

les nombres inscrits auprès des points indiquent $g_0 - \gamma_0$, et sur la *Figure 2* $g_0'' - \gamma_0$, où γ_0 désigne l'intensité normale de la pesanteur calculée par la formule de Helmert. Les résultats des mesures effectuées en 1933 sont imprimés en caractères gras sur les Figures.

Sur les deux Figures, nous avons dessiné en tracé fin les lignes où l'anomalie est constante, compte tenu naturellement des six valeurs récemment obtenues. Ce réseau de lignes diffère quelque peu de celui que nous avons construit dernièrement pour notre rapport de Lisbonne. D'ailleurs, le réseau actuel n'est pas non plus à considérer comme définitif, vu la nécessité de nouvelles observations.

b) Comparaison des valeurs obtenues aux stations Sterneck avec les résultats des nouvelles mesures.

Deux des stations où nous avons fait des observations en 1933 sont parmi celles des mesures d'accélération de la pesanteur, exécutées par le K. u. k. Militär Geographisches Institut sous la direction de Sterneck. Ce sont Vác et Marcali. Pour comparer les deux groupes de mesures, on peut encore se servir des valeurs $g_0 - \gamma_0$ où le g_0 de Sterneck doit naturellement être ramené au système de Potsdam.

Les données et les résultats des comparaisons se trouvent ci-après:

Année	N° de catalogue	Station	Coordonnées de la station d'après Sterneck			Valeur de $g_0 - \gamma_0$ suivant		Différence Oltay-Sterneck cm/sec^2
			φ	λ	m	Sterneck	Oltay	
1896	450	Vác	47° 46,7'	36° 47,7'	111	+ 30	+ 30	+ 2
1901	524	Marcali	46° 34,9'	35° 4,9'	130	+ 19	+ 17	- 2

Les concordances sont étonnamment bonnes.

c) Mesures exécutées sur le point fondamental du réseau de gravitation hongrois.

Conformément à l'invitation qui nous avait été adressée par l'*Union Géodésique et Géophysique*, nous avons relié, pendant l'été 1934, le point fondamental du réseau hongrois (Budapest) au point fondamental du réseau italien (Padoue). Ainsi, la liaison est faite entre le point fondamental de Budapest et trois points fondamentaux étrangers: Potsdam, Vienne et Padoue.

J'ai publié la description détaillée des mesures de raccordement avec Padoue sous le titre *Relative Schwerkraftmessungen zwischen Budapest und Padova*, comme 4^e Communication de l'Institut Géodésique de Hongrie (Budapest, 1934).

Suivant mes mesures, l'intensité de la pesanteur au point fondamental italien (Padoue), dans le système de Potsdam, est

$$980,655 \text{ cm/sec}^2.$$

Je tiens à remarquer qu'entre *Padoue* et *Potsdam*, on a fait jusqu'ici deux raccordements *directs* qui ont fourni les résultats suivants:

$$1^\circ \text{ Alessio (1907)} \quad g_P = 980,654 \text{ cm/sec}^2$$

$$2^\circ \text{ Alessio, Silva, Reina et Cassinis (1909, 1912)} \quad g_P = 980,658 \text{ cm/sec}^2$$

L'écart entre la valeur que j'ai trouvée et celle de la première mesure d'Alessio n'atteint donc qu'un milligal.

On dispose encore, pour Padoue, de 14 déterminations *indirectes*, faites en 10 stations de référence. Ces déterminations conduisent à la moyenne arithmétique pour Padoue:

$$g_P = 980,6594 \text{ cm/sec}^2.$$

Voici enfin la valeur tirée de la compensation *Borras*, adoptée jusqu'ici pour le point fondamental de Padoue:

$$g_P = 980,6584 \text{ cm/sec}^2$$

Les différences qui existent entre les cinq valeurs ci-dessus justifient bien les nouvelles mesures entre les points fondamentaux et aussi une nouvelle compensation de réseau.

Nous avons effectué le raccordement du point fondamental du réseau de gravitation hongrois jusqu'ici avec les points fondamentaux de trois pays, à savoir de l'Allemagne (Potsdam), de l'Autriche (Vienne), et de l'Italie (Padoue). La Figure 3. représente les différences des durées d'oscillation, trouvées dans les mesures de raccordement:

$$\begin{aligned} t_{\text{Budapest}} - t_{\text{Potsdam}} &= + 1078,0 \times 10^{-7} \text{ sec.} \\ t_{\text{Budapest}} - t_{\text{Wien, Stw.}} &= - 3,7 \text{ „} \\ t_{\text{Budapest}} - t_{\text{Padova}} &= - 503,2 \text{ „} \end{aligned}$$

A Vienne, le point fondamental se trouve à l'intérieur de l'ancien k. u. k. Militär Geographisches Institut. La différence des durées d'oscillation pour les deux lieux s'exprime, d'après les mesures effectuées jusqu'à présent, par:

$$t_{\text{M. G. I.}} - t_{\text{Stw.}} = - 13 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

C'est avec ces différences des durées d'oscillation que nous avons calculé les différences d'intensité de la pesanteur qui suivent:

$$\begin{aligned} g_{\text{Budapest}} - g_{\text{Postdam}} &= - 0,4220 \text{ cm/sec}^2 \\ g_{\text{Budapest}} - g_{\text{Wien, M. G. I.}} &= - 0,0065 \text{ cm/sec}^2 \\ g_{\text{Budapest}} - g_{\text{Padova}} &= + 0,1969 \text{ cm/sec}^2 \end{aligned}$$

Ces résultats sont marqués aussi sur la Figure 4.

II. Mesure d'une base.

Le nouvel arpentage de la ville de Budapest a exigé la mesure précise d'une base. Il fallait procéder avec beaucoup de soins car la longueur à déterminer commandait les mesures dans tout le réseau de triangulation et, par suite, toutes les mesures de longueur en général.

Cette mesure de base, nous l'avons exécutée à l'automne de 1933 avec les fils nos 634, 635, 636 et 637 de l'Institut Géodésique de Finlande que le Professeur Ilmari Bonsdorff, chef de cet Institut, avait gracieusement mis à ma disposition. Nous avons une lourde dette de gratitude au Gouvernement finlandais et, surtout, au Professeur Bonsdorff pour avoir bien voulu nous prêter leurs fils désormais classiques avec le dispositif de tension et plus encore pour les étalonnages effectués avant et après nos mesures sur la base d'épreuve de Nummela. Sans leur concours nous n'aurions pas pu terminer à temps la mesure de base qui nous pressait déjà, car les fils d'invar dont disposait la Hongrie et qui se trouvaient à Josephstadt à la fin de la guerre, se sont égarés, et nous ne pouvions risquer la mesure de base d'importance fondamentale avec les fils d'invar nouveaux et insuffisamment étudiés.

1. Caractéristiques des fils d'invar employés dans les mesures.

Le traitement thermique des fils d'invar nos 634, 635, 636 et 637, sortis des ateliers *Carpentier*, a eu lieu en 1913 à *Breteuil*. C'est en novembre 1922, environ 9 ans et demi plus tard, que ces fils ont été acquis par l'*Institut Géodésique de Finlande*. Les premiers étalonnages ont été effectués avec eux à *Breteuil*, en novembre 1921.

La matière des fils est l'*invar de Guillaume*; leur diamètre est de 1,71 mm. Ils pèsent par mètre courant 18,3 grammes en adoptant pour la densité de l'invar 8,0 g/cm³.

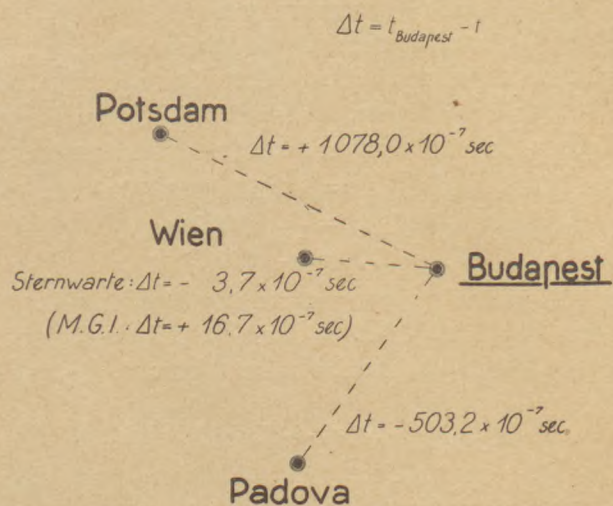


Figure 3. Différences des durées d'oscillation déterminées aux stations principales hongroise et étrangères.

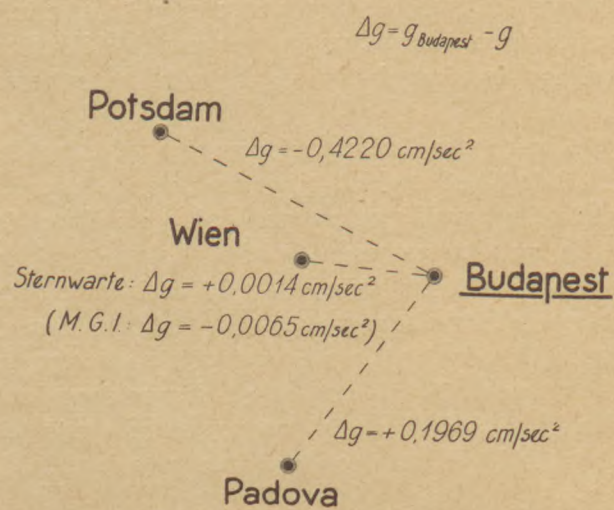


Figure 4. Différences des valeurs de l'accélération de la pesanteur, déterminées aux stations principales hongroise et étrangères.

Les échelles aux extrémités des fils portent une division en millimètres sur 82 mm. Le zéro se trouve sur chacune des deux échelles à gauche.

Les constantes thermiques des fils ont été également déterminées à Breteuil.

L'Institut Géodésique de Finlande a mesuré avec les fils 634 à 637 entre 1923 et 1930 six bases (Saltvik, Lappträsk, Jääski, Maaninka et Ilmajoki); la Baltische Geodätische Commission en 1929 sept bases (Schubin, Szwieksznie, Ösel, Hanko, Enköping, Öland et Lolland). Ces mêmes fils ont servi aux mesures de bases suivantes: en 1925 Libau, Mitau, Riga; en 1926 Tallin; en 1929 Potsdam, en 1931 Libau, Mitau, Riga, en 1931 Stralsund, Potsdam, en 1933 Lolland, Öland, Asserbo.

Suivant les renseignements du Professeur Bonsdorff, du mai 1923 au 1^{er} juin 1933, chaque fil a été employé 10870 fois à la mesure d'intervalles d'index, autrement dit, chaque fil a servi à la mesure d'une longueur de 260 880 mètres.

Il ressort de là que non seulement ces fils sont vieux, mais qu'ils ont été très souvent utilisés pour la mesure des bases et méritent par conséquent grande confiance.

Dans nos mesures, nous avons fait usage des mêmes supports et des mêmes poids tendeurs que, pour ses mesures de base, l'Institut Géodésique de Finlande.

2. Généralités sur le choix de la base et l'organisation des mesures.

En choisissant le lieu, la longueur et les extrémités de la base de Budapest, et en préparant les mesures, nous nous sommes efforcés d'éviter ou au moins de réduire dans la mesure du possible les erreurs systématiques des déterminations de longueur.

Afin d'éliminer toute perturbation, nous avons arrêté notre choix sur la partie sud de l'île de Szentendre où nous avions à notre disposition une piste suffisamment horizontale de 3576 mètres (*Figure 5*).

Sur ce terrain, les différences de niveau le long de la base sont petites; les index voisins accusent un dénivellement moyen de 0,16 m avec un maximum de 0,71 m (huit seulement des différences ont dépassé 0,50 m).

Nous avons pris une base dont la longueur était un multiple entier (149 fois) de 24 mètres, ce qui nous a permis de ne pas devoir recourir pour le dernier tronçon à un fil plus court ou à une barre d'invar, source de nouvelles erreurs.

Les deux extrémités de la base ont été marquées sur les piliers en maçonnerie par deux chevilles à index comme il y en avait sur les pieux à index. Aussi pouvions-nous mesurer le premier et le dernier intervalles comme tous les autres. Nous n'avions pas besoin de projection, ce qui accélérât l'opération et, de plus, nous débarrassait d'une nouvelle source d'erreurs.

Nous avons exécuté les mesures des index des pieux qu'on avait enfoncés dans des trous préalablement creusés. Nous avons procédé ainsi parce que les opérations relatives à la base finlandaise avaient été exécutées de la même façon, et aussi parce que le dénivellement des index et leur alignement pouvaient s'obtenir ainsi avec une grande précision. Deux erreurs systématiques, très dangereuses, avaient donc un effet sensiblement diminué. Les opérations avec les index des pieux présentaient d'autres avantages encore. L'effet des déviations du sol s'en trouvait également réduit, puisque les pieux profondément enfoncés et fixés de trois côtés le subissaient moins que les supports posés à même le sol. En outre, les opérations se déroulaient plus rapidement, les observateurs n'ayant eu à s'occuper pendant les mesures que des intervalles d'index, sans se soucier, comme dans le cas des index des supports, de leur placement, alignement et nivellement. Il n'est pas douteux que ces circonstances ont des avantages pour les mesures de fils aussi.

Pour augmenter la précision de l'alignement, nous avons installé, en dehors des deux piliers extrêmes (*AD* et *AE*), trois autres piliers (piliers de section) éloignés l'un de l'autre de la distance arrondie de 24 mètres (*Figure 5*). Nous les désignerons dans ce qui

suit par les lettres *A, K, F*. L'intervalle des index de *AD* et *A* était 40 fois 24 mètres, celui des index de *A* et *K* 34 fois 24 mètres, celui des index de *K* et *F* 35 fois 24 mètres, celui des index de *F* et *AE* 40 fois 24 mètres. Sur les piliers intermédiaires (*A, K, F*), après avoir placé les index, nous en avons déterminé la position au moyen de mesures d'angles très soigneuses; dans les mises en station ultérieures, nous nous en sommes servis pour aligner les index des pieux. Ces index de pilier divisent la longueur totale à mesurer en quatre

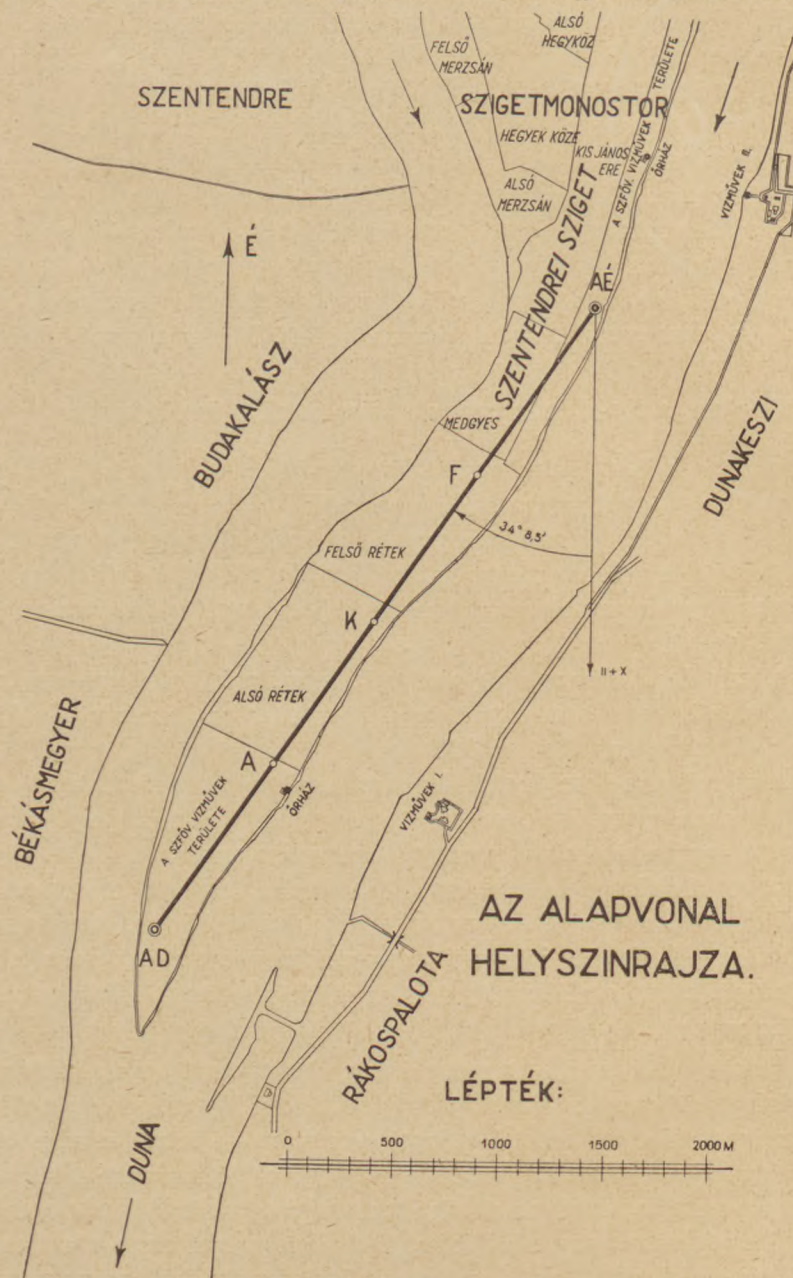


Figure 5. Plan de la ligne de base.

sections et on en pouvait tirer profit pour établir le roulement des équipes d'observateurs et pour effectuer les recherches relatives à la précision.

En établissant le programme des mesures de fils, nous avons cherché à imiter le procédé qui avait été employé sur la base d'épreuve en Finlande pour les étalonnages. L'identité des circonstances dans lesquelles les opérations sont effectuées assure en effet que les erreurs systématiques soient du même ordre de grandeur, et qu'elles influent peu, par conséquent, sur les résultats définitifs.

3. La base et les constructions qui s'y élèvent.

Le plan de la ligne de base est reproduit sur les *Figure 5* et *7*. Les extrémités de la base étaient constituées par des tuyaux de bronze, d'un diamètre intérieur de 4 mm et d'une longueur de 19 cm, scellés sur des piliers en calcaire dur (*Figure 6*); on plantait dans les tuyaux un petit bouchon en bronze, muni d'une cheville-index pareille à celles des pieux. La hauteur de chaque pilier était de 1,50 m, la section droite supérieure avait les

AZ ALAPVONALVÉGPONT PILLÉRE ÉS TORNYA

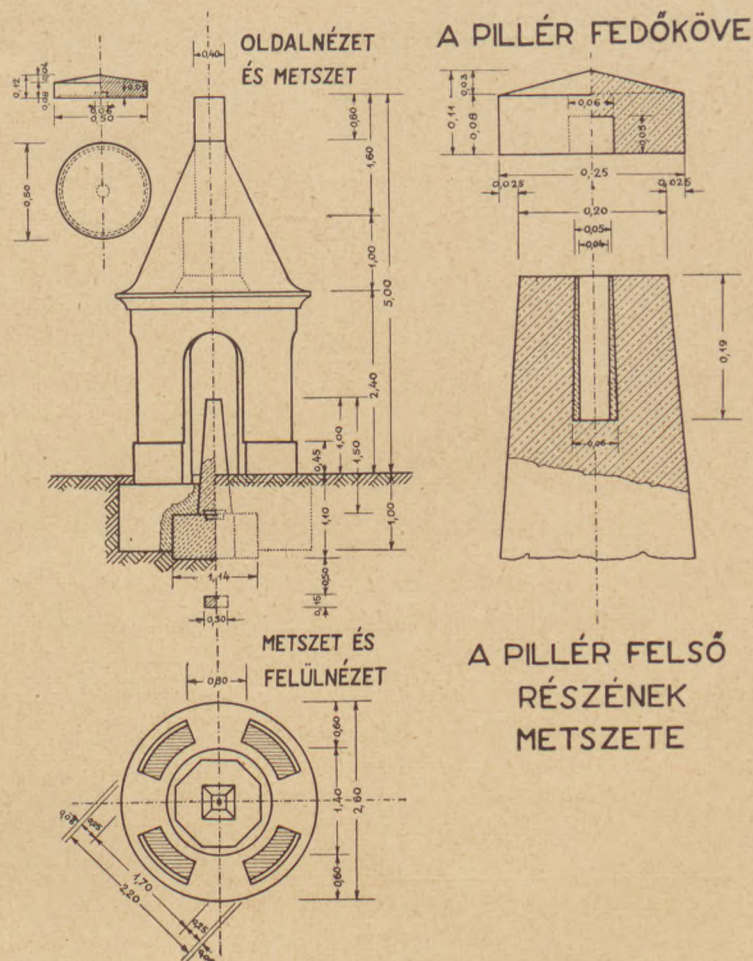


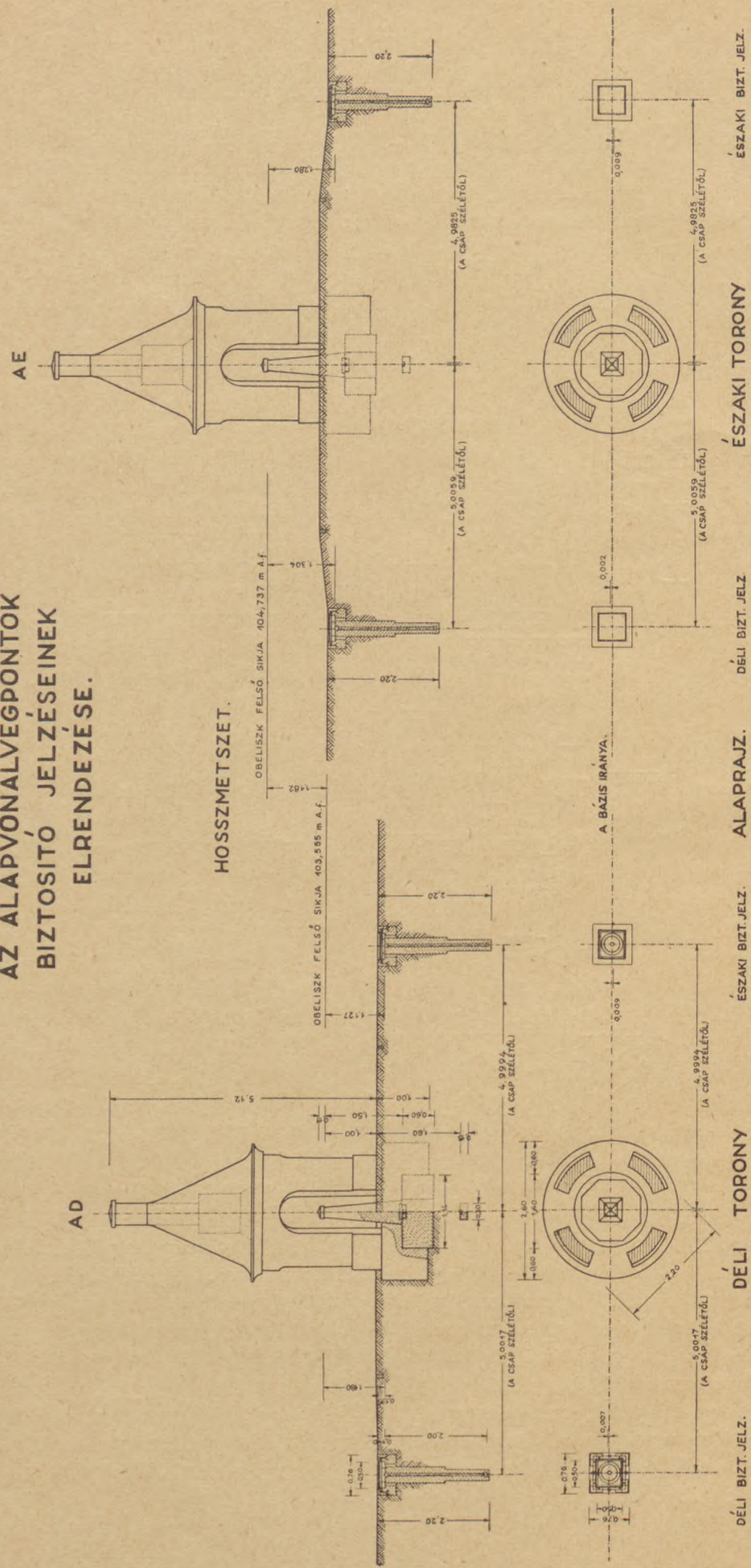
Figure 6. Piller et tour de l'extrémité de la base. A droite, la partie supérieure et la couvercle du pilier.

dimensions: 20×20 cm, et la section droite inférieure: 45×45 cm; les piliers s'élevaient à 1,00 m au-dessus du terrain et ils étaient installés au milieu d'une plaque de béton armé, ayant la forme d'un octogone régulier et une épaisseur de 0,60 m. Les côtés opposés de l'octogone avaient entre eux une distance de 1,14 m (*Figure 6*, gauche).

La plaque de pilier avait une altitude de 103,555 m au-dessus du niveau de la mer à l'extrémité sud, et 104,737 m à l'extrémité nord.

La verticale de chacune des extrémités de la base était marquée sur le cube de pierre introduit dans la partie supérieure du bloc de béton (par un trait sur la cheville de bronze), ainsi que sur le calcaire dur qui se trouve au-dessous du bloc de béton à une distance de 0,50 m de celui-ci.

AZ ALAPVONALVÉGPONTOK BIZTOSÍTÓ JELZÉSEINEK ELRENDEZÉSE.



Les mesures terminées, nous avons placé sur chacun des piliers un couvercle en pierre pour protéger la marque de l'extrémité.

Nous avons veillé à ce que les deux marques souterraines au-dessous du pilier fussent dans la même verticale que la marque d'extrémité proprement dite; malgré nos soins, l'écart peut cependant s'élever à 0,5 mm. C'est pourquoi nous avons placé encore sur la ligne de la base aux deux bouts deux marques de sûreté dont nous avons déterminé la distance aux extrémités avec une précision de $\pm 0,1$ mm, au moyen de règles graduées.

Les détails de ces marques de sûreté sont visibles sur la Figure 7.

Nous avons fixé les distances aux extrémités de la base à 5 m à peu près pour fussent dans la même verticale que la marque règle graduée de 5 m.

Ces marques de sûreté permettaient de contrôler à tout moment la position du point du pilier; on pouvait donc les utiliser sans toucher au pilier.

Dans l'intérêt de la fixation et du développement précis de la base, nous avons construit des *tours* au-dessus des piliers de telle façon que le théodolite respectivement l'héliotrope puisse être posé à même le pilier occupant le centre de la partie supérieure de la tour.

Les Figures 6 et 7 montrent les détails et les dimensions de tours.

Pendant les mesures, un échafaudage provisoire en bois entourait les tours pour la commodité des observateurs.

Avec des repères soigneusement placés sur trois piliers intermédiaires (A,

SZAKASZ-PILLÉR.

OLDALNÉZET ÉS
(A-A) METSZET.

A FEDŐKŐ ALAKJA
ÉS MÉRETEI.

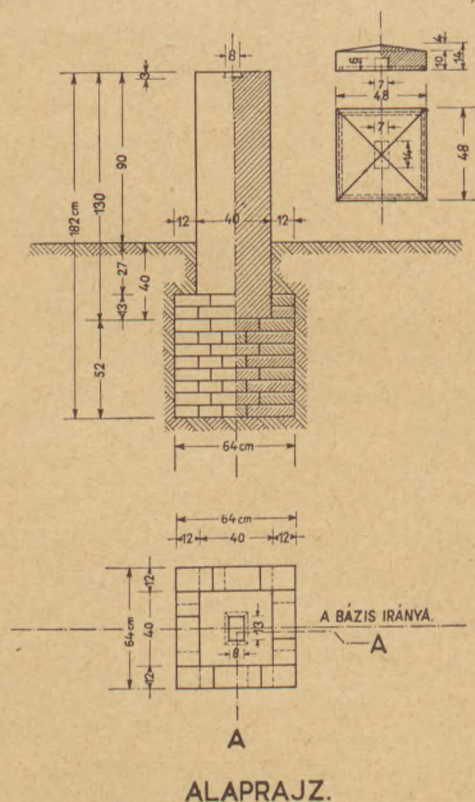


Figure 8. Pilier de section.

K et *F*), nous avons divisé la base en quatre sections en partie pour faciliter l'alignement des index de pieux, en partie pour avoir des renseignements de détail en vue des recherches sur la précision. Les extrémités *A*, *K* et *F* des sections étaient en même temps des repères *intermédiaires* de sûreté de la base, susceptibles de rendre service dans les comparaisons de fils ultérieures ou dans d'autres expériences ou comparaisons.

La Figure 8 indique la forme et les dimensions des piliers de section.

Dans la partie supérieure du pilier, nous avons fixé au ciment un repère spécial en bronze où la cheville-index a une liberté de mouvement de 35 mm dans les deux sens et peut être fixée dans sa position considérée comme définitive. Avec ce dispositif, il était possible d'obtenir que l'index de section tombât exactement dans le plan vertical de la ligne de base (Figure 9).

Les pieux à index ont été taillés en bois de sapin (Figure 10); ils mesuraient 13 à 16 cm en diamètre, 10 cm en longueur. On les a introduits dans des trous obtenus à l'aide d'une foreuse, de telle façon que la partie enfoncée dans la terre ait une longueur de 80 cm. Une fois en place, ils

furent consolidés chacun au moyen de trois poteaux inclinés, longs de 145 cm et d'un diamètre de 6 à 8 cm. Le bas poteaux, muni de contrefiche, était enfoncé dans la terre,

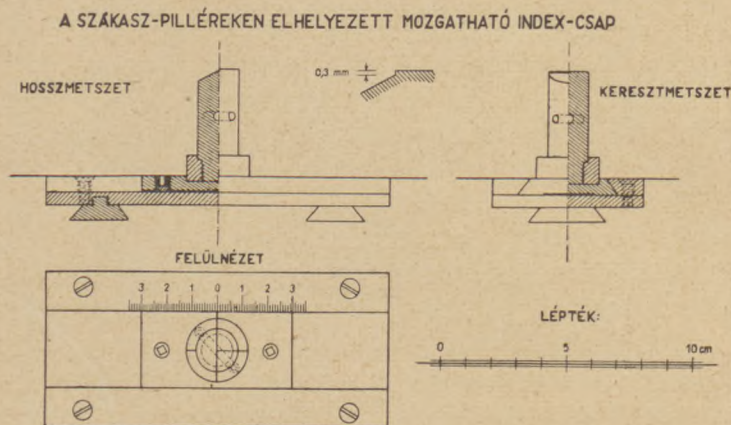


Figure 9. La cheville-index mobile sur le pilier de section.

le haut attaché par des clous au pieu à index. Deux des poteaux étaient dans la ligne de base, le troisième perpendiculairement, et cela pour éliminer ou du moins pour réduire au minimum l'effet des déviations du sol qui pouvaient se produire pendant les opérations.

INDEX-CÖLÖP.

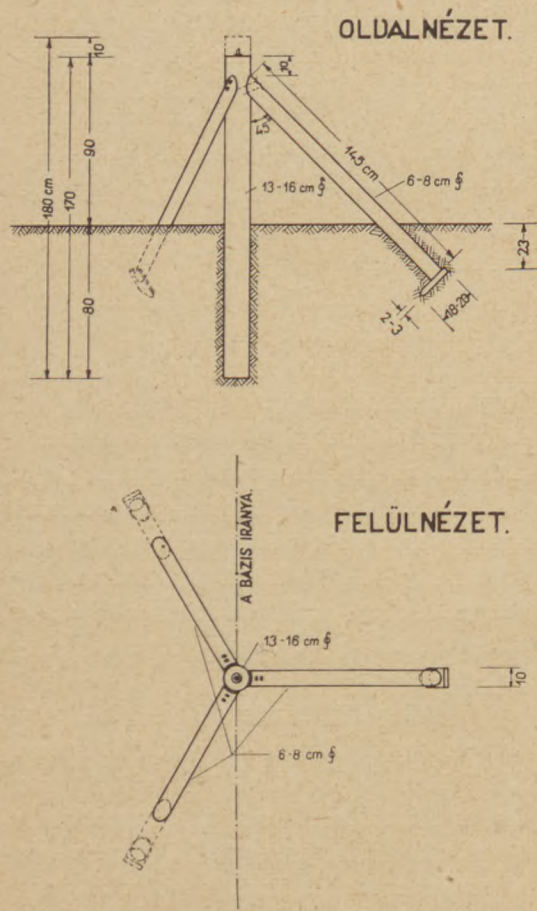


Figure 10. Pieu à index, vu de côté et d'en haut.

Aux pieux, nous avons attachés les corps d'index. La formes et les dimensions de ceux-ci sont représentés sur la Figure 11. Nous avons donné aux corps d'index une

INDEX-CSAP.

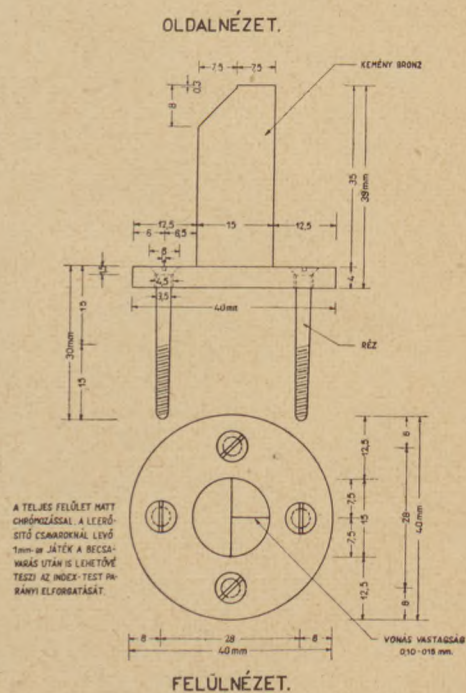


Figure 11. Corps de l'index, vu de côté et d'en haut.

position telle que 1° leur tronc soit vertical, 2° l'arrête de milieu coïncide avec la ligne de base, 3° leur distance mutuelle soit 24 m et, ce qui importe le plus, que 4° leur axe tombe dans la ligne de base.

4. Programme des mesures de fils et description de l'exécution des mesures.

Ces mesures étaient confiées à quatre ingénieurs, l'adjoint *Étienne Vincze* et les assistants *Guillaume Kürti*, *Ladislav Balthazár* et *Ladislav Tóth*. Ils formaient deux équipes dont la première comprenait MM. *Vincze* et *Balthazár* (équipe V, B), et la seconde MM. *Kürti* et *Tóth* (équipe K, T). Pour éviter aux opérateurs une fatigue excessive, chacune des équipes était chargée d'exécuter en une série les mesures afférentes à une seule section (34, respectivement 35 ou 40 intervalles d'index). La relève avait lieu au milieu des sections où les observateurs changeaient de place. Afin d'éliminer les erreurs systématiques des lectures, nous faisions alterner les bouts des fils de telle façon que, dans la première section, le zéro de l'échelle du fil se trouvait au sud et le 24 au nord; dans les deuxième et troisième sections, le zéro était au nord et le 24 au sud; enfin dans la dernière section, de nouveau le zéro était au sud et le 24 au nord. La mesure s'exécutait avec le même fil dans les deux sens (du sud au nord et du nord au sud). Dans le retour, le zéro se trouvait au commencement au sud, puis (dans deux sections) au nord, et finalement de nouveau au sud.

Chaque mesure dans l'un et l'autre sens a été répétée.

Voici l'ordre des fils dans les opérations:

634, 635, 636, 637 637, 636, 635, 634.

Ainsi chaque fil a fourni quatre valeurs pour la longueur de la base; autrement dit, nous avons obtenu avec les quatre fils et moyennant les doubles mesures en tout seize valeurs.

Dans les opérations, nous avons veillé à ce que les fils fussent maniés avec ménagement, puisque nous reconnaissons la nécessité absolue de les traiter en instruments de précision. Nous prenions grand soin de les enrouler et dérouler avec précaution et justesse, de leur éviter les chocs et les souillures. Nous entourions des mêmes soins les poids tendeurs. Immédiatement avant et après les opérations, les fils ont été soumis à des étalonnages à Nummela, en Finlande, par les soins de l'Institut Géodésique de Finlande.

5. Résultats définitifs des mesures de la base. Recherches concernant la précision de ces résultats.

En appliquant aux résultats des mesures de la base les réductions d'usage, nous avons obtenu les résultats définitifs résumés dans la quatrième colonne du Tableau 2. Ce Tableau indique aussi les valeurs de λ établies dans l'hypothèse qu'il convenait d'attribuer aux résultats des diverses mesures des poids égaux. Dans cette hypothèse, la longueur de la base ressort (à l'altitude moyenne) à

$$3\,576\,313,72 \text{ mm} \quad (1)$$

Quant à la confiance que mérite ce résultat, les écarts entre les 16 valeurs obtenues et le résultat définitif permettent d'évaluer l'erreur moyenne de chacune des valeurs fournies par les mesures à

$$\pm 2,32 \text{ mm}, \quad (2)$$

soit 1/1 540 000.

L'erreur moyenne du résultat définitif est

$$+ 0,58 \text{ mm}, \quad (3)$$

soit 1/6 250 000.

Les erreurs moyennes (2) et (3) ne sont cependant pas les erreurs moyennes to-

tales, donc elles ne caractérisent pas en toute rigueur la vraie précision de la valeur déduite pour la longueur de la base. Elles ont été tirées en effect des écarts comptés de la moyenne, elles ne traduisent pas les erreurs constantes des mesures et des étalonnages, ni les moyennes, différentes de zéro, des erreurs systématiques. Elles caractérisent simplement les erreurs fortuites provenant des erreurs systématiques, ainsi que les erreurs fortuites des mesures, c'est-à-dire celles des erreurs dont la moyenne est nulle.

Tableau 2.

Numéro du fil	Numéro de la mesure	Sens de la mesure	Longueur mesurée (mm)	Écart de la moyenne (mm) λ
634	I.	Aller	3576 312,84	+ 0,88
		Retour	313,05	+ 0,67
635	I.	Aller	312,15	+ 1,57
		Retour	310,34	+ 3,38
636	I.	Aller	314,61	- 0,89
		Retour	314,66	- 0,94
637	I.	Aller	311,96	+ 1,76
		Retour	313,89	- 0,17
637	II.	Aller	312,55	+ 1,17
		Retour	311,07	+ 2,65
636	II.	Aller	316,52	- 2,80
		Retour	318,96	- 5,24
635	II.	Aller	316,82	- 3,10
		Retour	311,56	+ 2,16
634	II.	Aller	315,35	- 1,63
		Retour	313,18	+ 0,54
Moyenne :			3576 313,72	

Les valeurs trouvées pour la longueur de la base, au moyen de mesures de fils sont entachées des principales erreurs suivantes:

a) Erreurs *permanentes*:

1) Erreur permanente affectant les constantes des fils, provenant de l'erreur permanente des étalonnages et de la valeur moyenne des erreurs systématiques des étalonnages.

2) Erreur permanente des poids tendeurs (erreur des étalonnages de masses).

b) Erreurs *systématiques*:

3) Erreur systématique de la réduction au plan horizontal (mesures sinueuses dans le plan vertical).

4) Erreur systématique due à la déviation de la ligne droite (mesures sinueuses dans le plan horizontal).

Ces deux erreurs systématiques figurent en réalité, avec la disposition donnée à nos mesures, comme erreurs permanentes, parce que nous avons effectué toutes les mesures sur la même ligne, et que la réduction au plan horizontal avait lieu dans toutes les mesures avec la même valeur.

5) Erreurs systématiques commises par les observateurs dans les lectures.

6) Erreurs systématiques de lecture provenant de l'éclairage des échelles des fils (effets des ombres).

7) Changements systématiques de longueur provenant des changements systématiques de la force de tension pendant les opérations (et dus à la pression du vent, du serrement des bouts de fils, etc.).

8) Changements de longueur dus à l'instabilité de l'invar.

9) Changements de longueur systématiques, provoqués par les variations de température.

10) Changements systématiques provenant du déplacement (déviations du sol, etc.) des pieux à index.

c) Erreurs *fortuites*:

11) Erreurs fortuites des lectures.

12) Erreurs fortuites des mesures de température.

13) Erreurs fortuites dont les constantes des fils sont affectées.

14) Changements irréguliers de longueur, dus aux variations de la force de tension pendant les opérations.

15) Changements irréguliers de longueur, dus à l'instabilité de l'invar.

16) Changements accidentels causés par le déplacement des pieux à index.

On voit d'après ce qui précède que l'erreur moyenne indiquée plus haut ne traduit pas les erreurs permanentes qui comprennent aussi, vu les dispositions adoptées par nous, les erreurs 3) et 4) en dehors des erreurs 1) et 2), ainsi que les moyennes des erreurs systématiques. Comme nous cherchions à organiser les opérations (emploi de plusieurs observateurs, échanges d'observateurs, échanges des bouts de fils, etc.) de façon à assurer aux erreurs systématiques 5) et 6) des lectures la caractère accidentel, nous avons le droit de dire que les erreurs moyennes données plus haut expriment aussi les erreurs systématiques des lectures. L'effet de la pression du vent s'y exprime également (7) (d'ailleurs, trois seulement des 16 valeurs en sont affectées, les 13 autres ont été obtenues par temps calme). Le changement systématique de longueur, dû à l'instabilité de l'invar (8), peut, lui aussi, être assimilé aux erreurs accidentelles puisque les moyennes des comparaisons effectuées avant et après les opérations ont bien été prises en considération. L'erreur systématique due aux erreurs systématiques des mesures de température a certainement une faible moyenne grâce au fait que les gradients de température étaient insignifiants pendant tout le cours des opérations.

Les déplacements des pieux à index, causés par les déviations éventuelles du sol, comptent très peu pour nos mesures parce que nous avons fait usage de pieux forts, enfoncés profondément et appuyés de trois côtés, et parce que le sol se composait partout d'une couche de sable bien tassée. Nous n'avons pas entrepris d'expériences spéciales relatives à l'ordre de grandeur des déviations du sol, mais les résultats de nos mesures ne permettent pas de conclure à l'existence de telles déviations.

Par conséquent, l'erreur moyenne de la valeur déduite pour la longueur de la base comme résultat définitif ne contient pas les quatre premiers éléments permanents; ainsi l'erreur moyenne totale (μ) s'exprime en vérité, dans notre cas, par la formule

$$\mu = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2 + \mu^2}.$$

Donc si nous voulons connaître la précision vraie, à savoir l'erreur moyenne totale, nous avons à déterminer les quatre erreurs permanentes dont il était question. La plus critique d'entre elles est sans conteste l'erreur α_1 représentant la partie permanente des erreurs des *comparaisons de fils*. Je ne saurais pas l'évaluer avec précision, car la comparaison des étalons peut s'effectuer avec une erreur moyenne comprise entre $\pm 0,3 \mu$ et $\pm 0,5 \mu$; aussi faut-il admettre que la valeur de α_1 varie suivant les fils entre $\pm 7 \mu$ et $\pm 12 \mu$. Si je prends la moyenne, soit $\pm 10 \mu$, et c'est parfaitement légitime eu égard aux soins extrêmes avec lesquels l'Institut Géodésique de Finlande exécute les comparaisons, j'arrive à la valeur

$$\alpha_1 = \pm 1,49 \text{ mm.}$$

L'erreur permanente α_2 , provenant des *comparaisons de poids*, est toujours très faible si on exécute ces comparaisons avec soin. En effet, si on admet que l'erreur moyenne des déterminations de poids est de l'ordre de $\pm 0,5$ gramme, il en résulte une erreur

de $\pm 0,5\mu$ pour chaque fil et, en définitive, on peut légitimement attribuer à α_2 la valeur de $\pm 0,07$ mm.

L'erreur permanente α_3 a pour source la *réduction au plan horizontal*. Elle a cette fois une valeur peu importante, parce que, d'une part, nous avons déterminé partout les différences d'altitude des index voisins, au moyen de mesures répétées, à quelques dixièmes de millimètres près et que, d'autre part, le terrain était si favorable qu'il n'y avait pas de différences de niveau appréciables. La *moyenne* des différences d'altitudes absolues n'atteint en effet que 0,168 m.

En tenant compte de toutes les valeurs μ_m relatives au nivellement, l'erreur moyenne de la réduction s'élève pour le tronçon égal à la longueur d'un fil à

$$\mu_s = \frac{m}{l} \mu_m = \pm 1,1 \mu,$$

ce qui conduit pour la valeur figurant dans le résultat définitif à

$$\alpha_3 = \pm 0,16 \text{ mm}$$

L'erreur α_4 est due aux *défauts d'alignement*. Nous avons procédé aux opérations d'alignement avec beaucoup de précautions; il n'est donc pas douteux qu'à ± 10 mm près, les index étaient bien alignés. En adoptant ce chiffre, l'erreur causée par le mauvais alignement est au plus, pour la longueur d'un fil:

$$\frac{\Delta^2}{2 \times 24} = \pm \frac{0,01^2}{48} = \pm 0,004 \text{ mm}$$

et pour la longueur totale:

$$\alpha_4 = \pm 0,60 \text{ mm.}$$

Tout bien considéré, nous sommes donc fondés à évaluer l'erreur moyenne totale du résultat définitif de nos mesures de base à

$$\mu = \sqrt{1,49^2 + 0,07^2 + 0,16^2 + 0,60^2 + 0,58^2} = \pm 1,72 \text{ mm}$$

soit 1/2 000 000.

Le rapprochement de l'erreur moyenne accidentelle ($\pm 0,58$ mm) avec l'erreur moyenne totale ($\pm 1,72$ mm) des mesures de fils montre clairement que les mesures portant sur des fils d'invar se prêtent avantageusement à la comparaison de longueurs. Dans ce cas, en effet, le résultat définitif n'est affecté que des erreurs fortuites et les erreurs permanentes en sont absentes; aussi peut-on caractériser la précision de la comparaison des longueurs par l'erreur moyenne fortuite.



