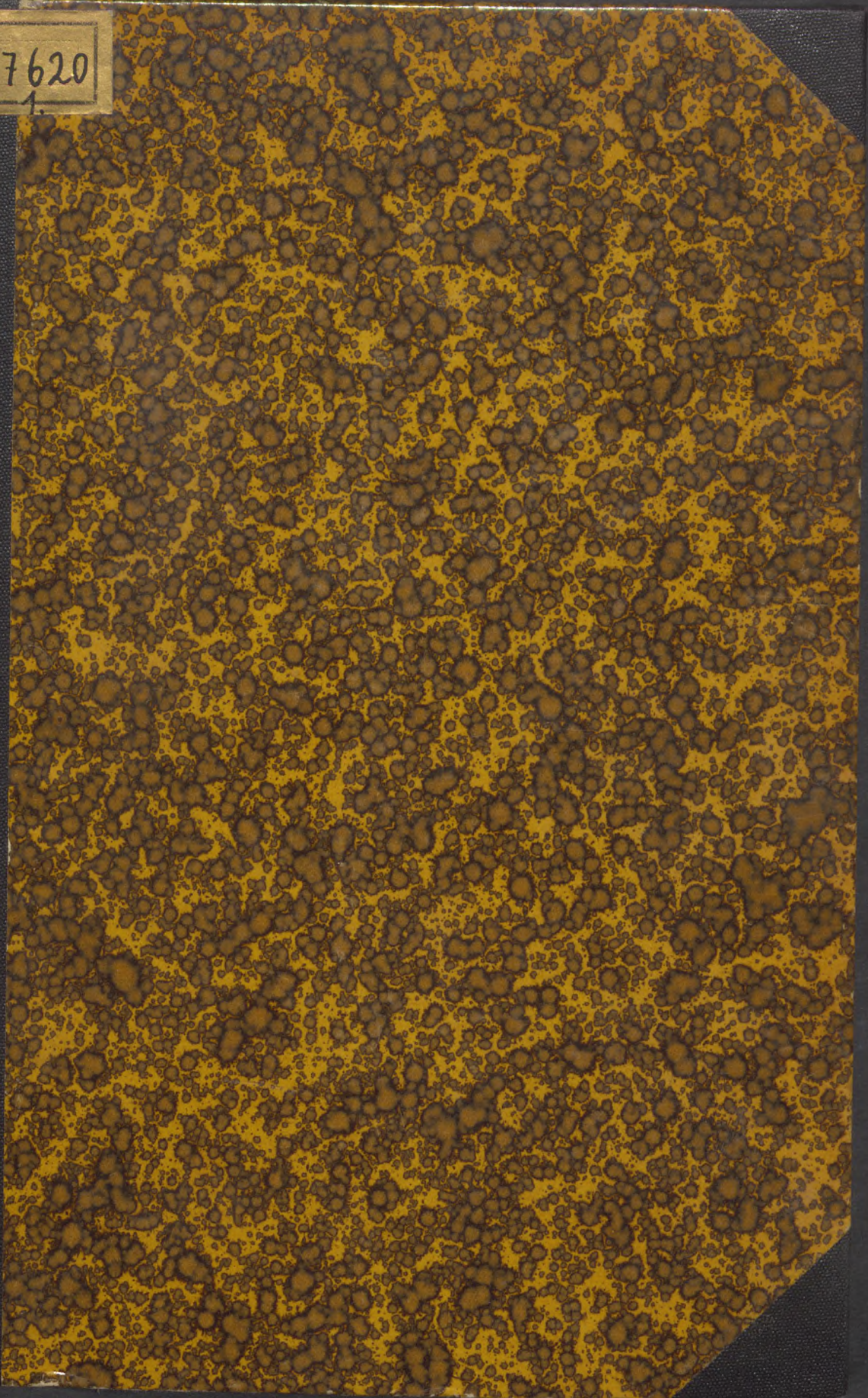
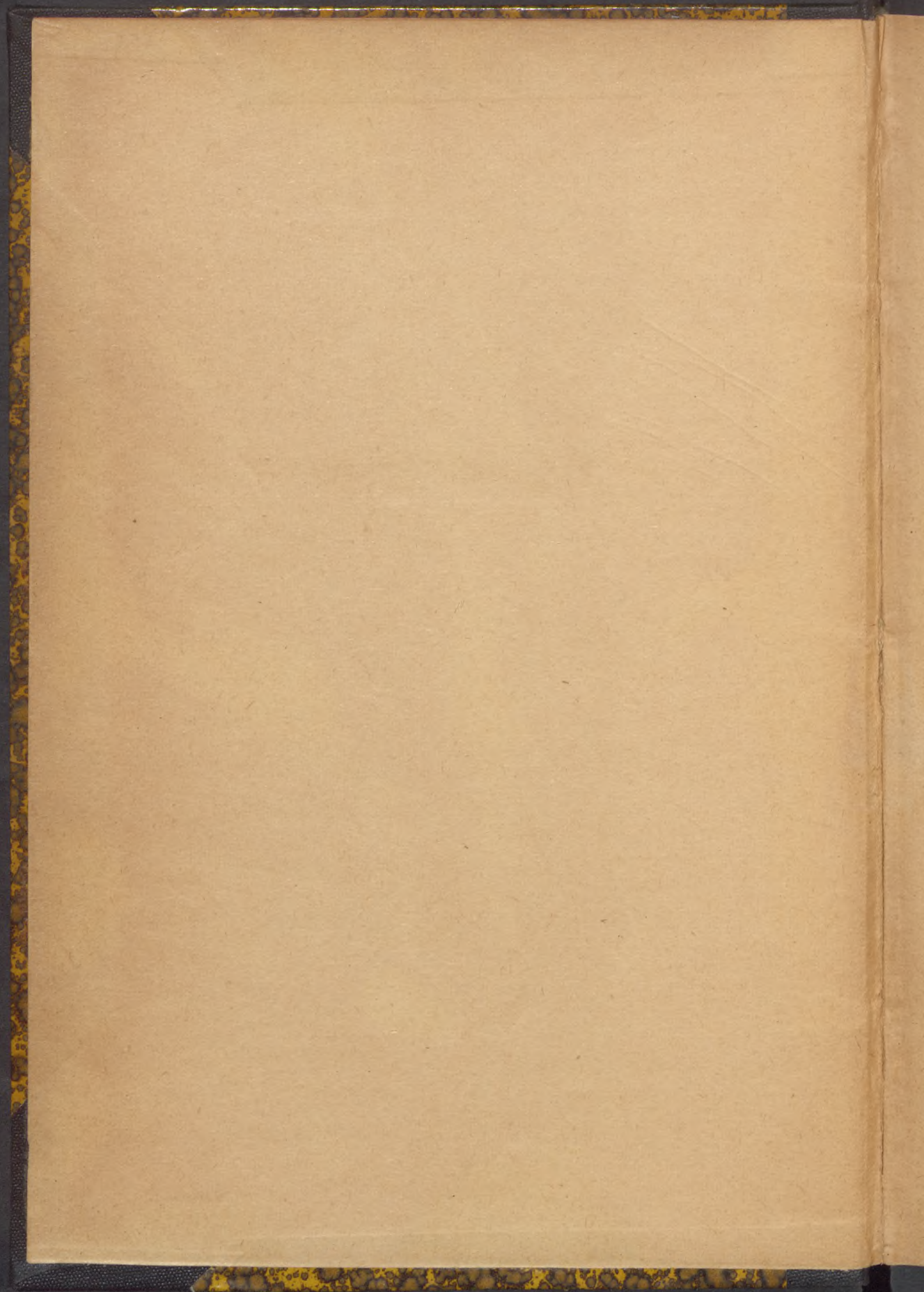


17620

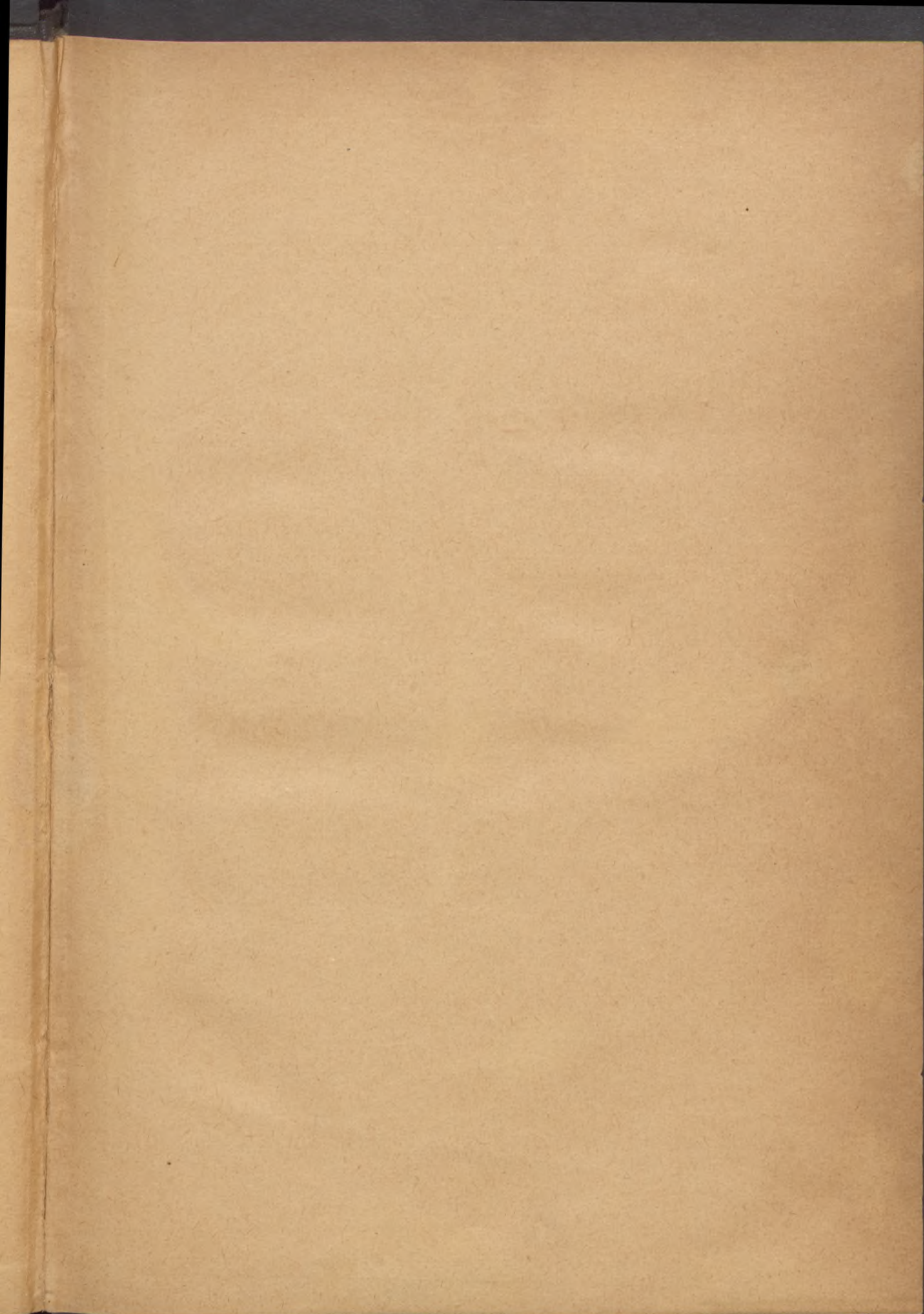
1.



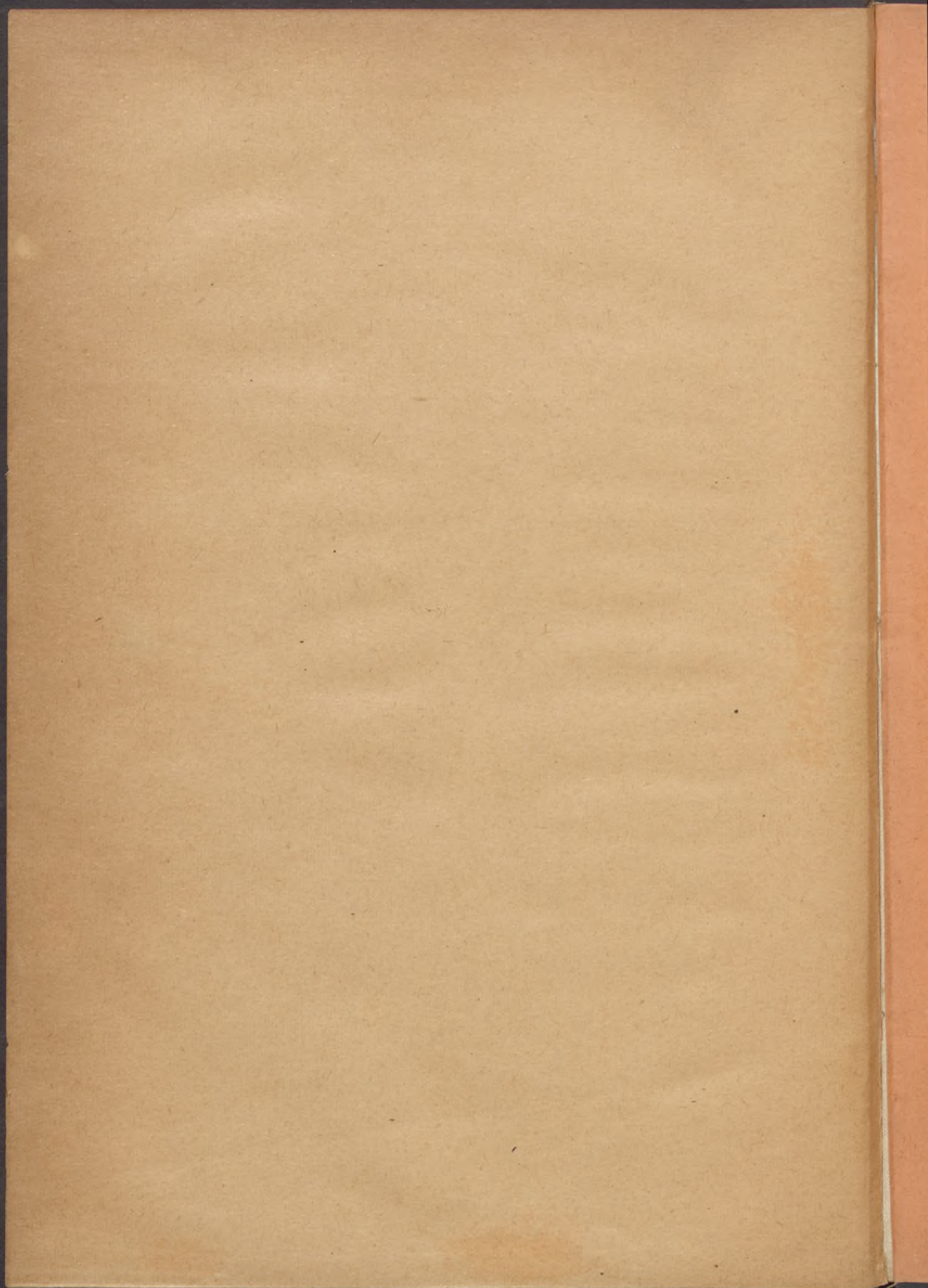














40  
Báró Eötvös Lóránd geofizikai kutatásainak felső-geodéziai munkálatai

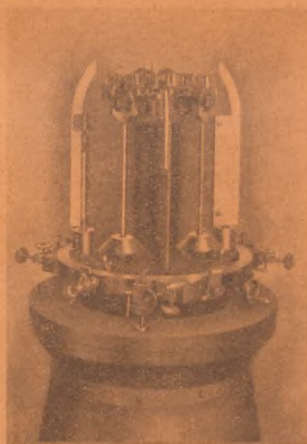
I.

# A NEHÉZSÉGGYORSULÁS BUDAPESTI ÉRTÉKÉNEK MEGHATÁROZÁSA

IRTA

37 fo.  
OLTAY KÁROLY

MŰGYETEMI NYILV. RENDES TANÁR



BUDAPEST, 1917. FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA



176791



Báró Eötvös Lóránd geofizikai kutatásainak felső-geodéziai munkálatai

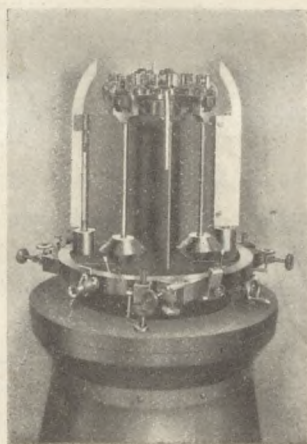
I.

# A NEHÉZSÉGGYORSULÁS BUDAPESTI ÉRTÉKÉNEK MEGHATÁROZÁSA

IRTA

OLTAY KÁROLY

MŰEGYETEMI NYILV. RENDES TANÁR



BUDAPEST

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA

1917



Phys.  
1330 K



17.620/1  
17.620/1  
17.620/1





## BEVEZETÉS.

Báró *Eötvös Lóránd* v. b. t. t., egyetemi tanár úrnak nagyjelentőségű geofizikai kutatásaira szükséges felső-geodéziai méréseket, nevezetesen a függő vonal deviatióinak meghatározását, továbbá relativ gravitáció-méréseket Őexcellenciájának megtisztelő kérésére szerző vállalta magára.

A változatlan hosszúságú ingával való relativ gravitáció-mérésekben kiinduló állomásul a budapesti műegyetem egy pontja szolgált. Hogy a nagyszámú gravitáció-mérések eredményei egyéb tudományos célra is felhasználhatók legyenek, már méréseim megindításakor — 1908-ban — a potsdami Geodéziai Intézet abszolút mérésekkel megállapított nehézséggyorsulás értékéből — relativ módszerrel — levezettem a magyarországi mérések kiinduló pontjára vonatkozó nehézséggyorsulás abszolút értékét.

Ámde az 1908-as mérések — bár eredményük, amint ezt az újabb mérések utólag igazolták, teljesen megfelel az elérhető szélső pontosságnak, — kifogásolhatók voltak egyrészt a coincidentia-óra miatt, (kisméretű,  $\frac{1}{2}$  mp-es inga-óra szolgált e célra), másrészt az észlelő helyiség thermikus szempontból kifogásolható volta miatt. Ezért — tekintettel a kiinduló állomás nagyjelentőségére — már akkor tervbe vettem, hogy amint a gravitációs mérőberendezés a Strasser-cégnél e célra rendelt mp-es inga-órával teljessé lesz, továbbá amint a műegyetem geodéziai tanszékének gravitációs helyiségei elkészülnek, a méréseket megismétlem.

Az új mérések lehetővé tételére báró *Harkányi János* v. b. t. t., kereskedelemügyi miniszter úr — a központi mérték-



ügyi hivatal igazgatójának, *Ghyczy Miklós* műszaki főtanácsos úrnak, kedvező javaslatára — nagyobb összeget utalt ki.

A munkálatoknak két nyelven való publikálására szükséges s a háborús drágaság miatt igen jelentékeny összeget *Jankovich Béla* v. b. t. t., vallás- és közoktatásügyi miniszter úr abból az irodalmi alapból bocsátotta rendelkezésemre, amelyet a technikai munkák segélyezésére létesített.

Áldozatkész támogatásukért el nem múló hálával tartozom s érte e helyütt is örömmel fejezem ki őszinte és hálás köszönetemet.

Kedves kötelességemnek teszek továbbá eleget akkor is, amikor a potsdami *Geodéziai Intézet* tudós vezetőjének, dr. *Helmer F. R.*, titkos kormánytanácsos úrnak és neves munkatársainak, különösen *Borras E.*, *Haasemann L.* és *Wanach B.* professor uraknak a legmelegebben köszönöm meg azt a szives fogadtatást, vendégszeretetet és támogatást, amiben részükről potsdami tartózkodásom és munkálkodásom ideje alatt, részesülni szerencsés voltam.

Méréseimben a szükséges időmeghatározásokat egyedül végeztem, a lengésidegmegfigyelések fontos és fárasztó munkáját dr. *Pekár Dezső* főgeofizikus úr osztotta meg velem. A mérések sok energiát lekötő, előkészítő munkálataiban *Szeecsődy Miklós* mérnök úr segédkezett. Lelkiismeretes és gondos működésük megtalálta jutalmát abban a nagy pontosságban, amellyel a nehézséggyorsulás értékét meghatározni sikerült.

### 1. §. A mérés módszere és annak alapelvei.

A nehézséggyorsulás budapesti értékét a potsdami abszolút meghatározásból kiindulva invariabilis ingák lengésidejének mérésével vezettem le.

A választott relatív módszerrel az elérhető szélső pontosságra törekedve, az eddig végzett ilyen mérések tapasztalatai szerint, a mérés programjának és berendezésének megállapításakor a következőket kell szem előtt tartani:

1. Az ingakészülék és a coincidentia óra egyenletes hő-



mérsékletű helyiségben állítandó fel. A helyiség lehetőleg tágas legyen, hogy az észlelés alatt a lámpák és az észlelő maga lényeges hőemelkedést ne okozhassanak. Ezáltal nemcsak az óra járásának egyenletességét érzük el, de azt is, hogy a higany-hőmérők mutatta hőmérséklet azonos lesz az ingák valódi hőmérsékletével.

2. Az ingák állandóit igen gondos mérésekkel kell megállapítani. Különösen fontosak a hőmérsékleti állandók, melyeknek meghatározásában  $\pm 0.1 \times 10^{-7}$  mpet megközelítő pontosságra kell törekedni.

3. Az ingahőmérséklet mérésére külön hőmérők alkalmazandók (legalább kettő), melyeknek osztási és index hibái előzetesen normal hőmérőkkel való gondos összehasonlításokkal állapítandók meg.

4. Coincidentia órául szállításra, továbbá gyors és szilárd felállításra berendezett olyan másodperces inga-óra alkalmazandó, amely a járás egyenletességét nem befolyásoló contactus szerkezettel van ellátva.

5. Alapvető fontosságú az órajárás levezetésére szolgáló időmeghatározások gondos és lelkiismeretes elvégzése. Műszerül kisebb (szállítható) passage műszer, vagy nagyobb universalis műszer alkalmazható. Az időmeghatározás csak biztos koordinátájú álló csillagokra terjesztendő ki s a lengés időmérés alatt a lehetőség szerint minden negyedik-ötödik nap ismétlendő.

6. Az órajárás levezetésekor tekintettel kell lenni az óra-inga légsűrűségi állandójára, sőt, ha az észlelőhelyiség nem teljesen egyenletes hőmérsékletű, a hőmérsékleti állandója segítségével hőmérsékleti reductio is végzendő.

7. Az invariabilitas feltételének kielégítése céljából egyrészt az inga szerkezete állapítandó meg úgy, hogy hosszváltozások könnyen ne létesülhessenek, másrészt az ingák kezelésekor és szállításakor kell a legkínosabban ügyelni mindennemű károsan ható rázkódtatás és ütődés elkerülésére. A helyesen szerkesztett és gondosan kezelt ingáknál is előfordulható kisebb hosszváltozások kiküszöbölésére a mérésbe mindig több ingát (legalább négyet) kell bevonni, továbbá a két állomáson való mérésnek lehetőleg gyors végrehajtásával a csatlakozó mérések közötti



időközt rövidekre kell szabni. Az esetleg bekövetkezett hosszváltozások megállapítása és a kisebb ilyenmű hatások kiküszöbölése céljából, a referentia állomáson két ízben kell lengés időmérést végezni, de úgy, hogy ezek, az állomásunkon végzett méréseket időben szimmetriásan fogják közre.

8. A *relatív* módszer módot nyújthat állandó hibaforrások hatásainak kiküszöbölésére, de ez csak akkor következik be, ha mind a két állomáson a mérési eljárás minden részletében teljes egyformaságra és azonosságra törekszünk.

Méréseim programját és berendezését a fenti alapelvek szem előtt tartásával állapítottam meg.

## 2. §. A Budapesten eddigelé végzett nehézséggyorsulás mérések ismertetése.

Ezeket a méréseket a M. kir. Tudományos Akadémia kiadásában megjelenő «Mathematikai és Természettudományi Értesítő» XXIX. kötetének I. füzetében «Nehézséggyorsulásmérések Budapesten» cím alatt ismertettem. E cikk alapján a régebbi gravitatio méréseket főbb vonásokban a következőkben vázolhatom:

1. *Dr. Gruber Lajos mérései.* Az 1885. év nyarán dr. GRUBER LAJOS a *Központi Meteorológiai Intézet* tudós observatora végzett *abszolút* nehézséggyorsulás-méréseket Budapesten. Mérései és eredményei a Magyar Tudományos Akadémia kiadásában megjelenő «*Értekezések a math. tudományok köréből*» című kiadvány sorozat XIII. kötetének 1. számában 1886-ban jelentek meg «*A föld-nehézség meghatározása Budapesten 1885-ben*» cím alatt.

GRUBER abszolút méréseiben a Repsold & Söhne cégtől származó  $\frac{3}{4}$  másodperces reversiós ingát használt. Az inga anyaga sárgaréz, az élek achatból valók s ugyancsak achat lapon lengtek. A mérőrúd szintén sárgarézből készült s rajta az egyik végén két segédvonással ellátott 0 vonás, a másik végén pedig 557·9 mm-től 569·1 mm-ig terjedő 0·1 mm-es beosztás van. A mérőrúd hőmérsékletének mérésére fémtermometer szolgált. Az inga hőmérsékletének mérése közelebbről nem ismertett higany-hőmérővel történt, a melyet az észlelés folya-



mán több ízben a fémthermometerrel egyszerre olvasott le s így redukálta a lengés megfigyelése alatt leolvasott higany-hőmérő állásokat. A lengésidő mérése a coincidentia módszer alkalmazásával egy DENT-féle (734. sz.) ingaórával történt. A coincidentia óra járását minden egyes észlelési napra külön időmeghatározásokkal vezette le és pedig ERTEL-teodolittal megfigyelt meridián átmenetek segítségével. Egy-egy időmeghatározás két sarkcsillag és 5—6 délcillag átmeneteinek megfigyeléséből állott.

A mérések a lehetséges négy felszerelésben végeztek, minden felszerelésben 4—4 helyzetben. Az aug. 9-től szept. 11-ig tartó mérések alatt 8 észlelési napon át 32 egyszerű észlelést: éltávolságmérést és lengésidő-meghatározást végzett szimmetriás időbeosztással. A mérések színhelye a *Központi Meteorológiai Intézetnek* a bécsi kapu alatt levő területén felállított faházikója volt. A hőmérséklet-változások a helyiségben eléggé erősek voltak, olykor a reggel 7-től délután 2-ig terjedő idő alatt  $15^{\circ}$ -ot is kitettek.

Az ingahely coordinátái dr. STEINER LAJOS magántanár úr szíves közlése szerint:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 30' 12'', \\ \lambda &= 19^{\circ} 1' 55'' \text{ kel. Greenw.,} \\ m &= 152 \text{ m.}\end{aligned}$$

GRUBER eredményei a következők: Az észlelési helyen a másodperc-inga hossza a mérőrúd  $24.44^{\circ} \text{ C}$  hőmérsékletén

$$L = 993.3133 \text{ mm.}$$

Illetve, ha a függelékben közölt együttlengési reductiót:

$$dL = +0.0481 \text{ mm-t,}^1$$

<sup>1</sup> A függelékben az inga-stativ együttlengését tanulmányozva, annak értékét dinamikai és statikai módszerekkel állapítja meg. A dinamikai mérés eredménye

$$dL = +0.0443 \pm 0.0016 \text{ mm.}$$

a statikai mérés eredménye

$$dL = +0.0520 \pm 0.0018 \text{ mm.}$$

A közölt és felhasznált érték a kettő számtani közepe.



is tekintetbe vesszük,

$$L = 993.3614 \text{ mm.}$$

A mérések befejezése után GRUBER a műszer mérőrúdját elküldte *Sèvresbe*, hogy ott a *Bureau International des Poids et Mesures* megállapítsa egyenletét. A tanulmányozás eredményét GRUBER már nem dolgozhatta fel, mert időközben súlyos beteg lett s betegségéből nem is gyógyult fel. A *Bureau International* által kiadott okmány a *Meteorologiai Intézet* levéltárába került s onnan bocsátották rendelkezésemre.

A mérőrúd vizsgálatát Mr. BENOIT akkori másodigazgató felügyelete és vezetése mellett Mr. PALAZ végezte az Intézet universalis comparatorján vízszintes helyzet mellett. Az összehasonlításra két normál méter szolgált, az egyik bronzból, a másik iridium-platinából való. Ezeknek egyenletei és osztási hibái előzetes gondos tanulmányokból már ismeretesek voltak.

Az összehasonlítás végeredményei 5 észlelési sorozatból vannak levezetve; az észlelési sorozatokban az átlagos hőmérséklet szélső határértékei  $+4.3$  és  $+19.4^{\circ}$  C. A komparálások 1886 jul. 29.-én kezdődtek és 1887 január 24.-én fejeződtek be. Az eredményeket feltüntető *«Certificat»* 1887 június 10.-én kelt.

A *«Certificat»* szerint a mérőrúd egyenlete a 0 és 560.0 mm vonások közt a következő:

$$B = 559^{\text{mm}} 979^{\mu} [1 + 0.000018242t].$$

A  $B$  érték valószínű hibája  $\pm 1^{\mu}$  alatt van.

A *«Certificat»* megadja az egyes osztási vonások hibáit  $0^{\circ}$  hőmérsékleten. Az erre vonatkozó táblázatból a GRUBER méréseiben szerepelt osztási vonásokra nézve a correctiók a következők:

	$\text{mm}$	$\mu$
559.4 mm vonásnál	—0.022	1.
559.5 „ „	—0.021	6.

Végül a fémhőmérőre nézve a *«Certificat»* közli, hogy  $1^{\circ}$  hőmérséklet-változásnak a fémhőmérőn 7.5 mikron ( $\pm 0.2\mu$ ) eltolódás felel meg.

Ezen adatok segítségével a másodpercinga végleges hossza GRUBER méréseiből a következőkép vezethető le:



24.44 C foknál észlelt hossz .....	993.3614 mm
Hőmérsékleti javítás .....	+ 0.4458 "
Reductio a mérőskála hibái miatt .....	- 0.0218 "
A másodperc-inga hossza az észlelési helyen .....	993.7854 mm

Ennélfogva a nehézségi gyorsulás

$$g = 980.827 \text{ cm/sec}^2,$$

mely érték vonatkozik a

$$\varphi = 47^\circ 30' 12'',$$

$$\lambda = 19^\circ 1' 55'' \text{ kel. Greenw.},$$

$$m = 152 \text{ m}$$

adatokkal definiált helyre.

Az absolut meghatározásból eredő fenti  $g$  érték pontosságára nézve GRUBER nem közöl részletes vizsgálatokat. Adataiból azonban a pontosságra nézve eléggé megközelítő érték vezethető le. GRUBER megadja a másodperc-inga hosszának középhibáját

$$\mu_L = \pm 0.0012 \text{ mm}$$

értékkel, mely értéket a négyféle felszerelésben észlelt 8 meghatározás eredményeinek eltéréseiből vezeti le. Ez az érték jellemző a súlypontmeghatározás, a lengési időmérés, az időmeghatározás hibáira. Nem jut benne kifejezésre a hőmérsékleti konstansnak, az éltávolság-mérésnek, az együttlengés-meghatározásnak hibája.

$$\text{Az éltávolság-mérés középhibája} \dots \pm 0.0021 \text{ mm}$$

$$\text{A komparálás középhibája} \dots \pm 0.0012 \text{ "}$$

$$\text{Az együttlengés-mérés középhibája} \dots \pm 0.0030 \text{ "}$$

Egybevetve e hibákat, a másodperc-inga fenti értékének középhibáját

$$\pm 0.0040 \text{ mm-nek}$$

vehetjük, azaz a  $g$  érték középhibája:

$$\pm 0.0040 \text{ cm/sec}^2,$$



ami megfelel a  $g$  értéke  $\pm 1/240000$  részének. Ezen értékben azonban még nincs benne a hőmérsékleti együttható meghatározásának hibájából származó hatás.

2. O. Krifka mérései. Az 1893. év nyarán a cs. és kir. Katonai Földrajzi Intézet részéről O. KRIFKA kapitány végzett Budapesten relatív ingaméréseket. A munkálatok és eredményeik a «*Mitteilungen des k. u. k. Militär-Geogr. Institutes*» 1893. évi XIII. kötetében publikáltattak a következő cikkben: R. von Sterneck: *Relative Schwerebestimmungen ausgeführt im Jahre 1893*. A budapesti mérések a cikk első fejezetében a 208—253 oldalon vannak részletezve.

A mérések egy STERNECK-féle relatív ingakészülékkel végeztek (Nr. 2.) három inga (jelei: I, II, VII) ismételt észlelésével. A lengési idők levezetése coincidentia-észlelésével egy NARDIN-féle chronometer útján történt. A coincidentia-chronometer járásának levezetése három chronometerrel való összehasonlítás útján ment végbe, melyeknek állásai időmeghatározásokkal állapították meg. Az időmeghatározások egy 22 cm-es körű universalis műszerrel történtek napmagasságok mérésével. Ez utóbbi méréseket K. Koss sorhajóhadnagy végezte.

O. KRIFKA relatív meghatározásainál kiinduló állomásul Bécs szolgált és pedig a «*Militär-Geogr. Institut*» ú. n. «*Kellerpfeiler*»-e. E hely coordinátái STERNECK szerint:

$$\varphi = 48^{\circ} 12' 40'',$$

$$m = 183 \text{ m};$$

a nehézséggyorsulás értéke pedig

$$980.876 \text{ cm/sec}^2.$$

Ez az érték a VON OPPOLZER által a bécsi császári csillagvizsgáló intézetben (*Kaiserliche Sternwarte*) végzett abszolút meghatározásokból van levezetve. Lásd «*Mitteilungen des k. u. k. Militär-Geogr. Institutes*» X. Band 1890. és XII. Band 1892. A két hely közt végzett direct összekapcsolások alapján

$$g_{\text{Mil.-Geogr.}} = g_{\text{Sternwarte}} + 0.010 \text{ cm/sec}^2.$$



Megjegyzem, hogy a potsdami «*Geodätisches Institut*» is végzett relativ ingaméréseket *Potsdam* és a «*Mil.-Geogr. Institut*» továbbá *Potsdam* és a «*Sternwarte*» között. E mérésekből indirecte levezetve

$$g_{\text{Mil.-Geogr.}} = g_{\text{Sternwarte}} + 0.006 \text{ cm/sec}^2.$$

Lásd *E. Borras. Relative Bestimmungen der Schwerkraft...*, *Veröffentlichung des kön. preuss. Geodätischen Instituts. Neue Folge 23*, 2. oldal.

Budapecsten az észlelések színhelye a tudomány-egyetem fizikai intézetének a laboratorium alatti alagsori helyisége volt, melyet báró Eötvös Loránd önmagyméltósága bocsátott az észlelők rendelkezésére. A helyiség egyenletes hőmérsékletével az észlelésre rendkívül alkalmasnak bizonyult; az inga állványa a mezei állomásokon használt szállítható pillérre volt ráerősítve.

Az észlelési hely koordinátái a czikk szerint

$$\varphi = 47^\circ 29' 43'',$$

$$m = 122 \text{ m.}$$

A mért lengési idők az amplitudo, a hőmérséklet, a légsűrűség és az órajárás miatt szükséges reduktiókkal számítottak át végtelen kis kilengésre,  $0^\circ$  Celsius hőmérsékletre, egységsűrűségű levegőre és csillagidőre. Az alátámasztás együtlen-gése nem vétetett figyelembe.

A budapesti mérések előtt és után a bécsi kiinduló állomáson kétszer-kétszer történt lengésidő megfigyelés. Az eredmények tabellarisan összeállítva a következők:



Datum	Az ingák redukált lengési ideje			
	I. sz. inga	II. sz. inga	VII. sz. inga	Közép
1893 márc. 6—8.	<sup>s</sup> 0.500 6055	<sup>s</sup> 0.499 0085	<sup>s</sup> 0.508 1228	<sup>s</sup> 0.502 5789
máj. 2—3.	6049	0068	1210	5776
közép	6052	0076	1219	5782
julius 27—28.	0.500 6066	0.499 0086	0.508 1224	0.502 5792
szept. 26—27.	6059	0079	1185	5774
közép	6062	0082	1204	5783

A mint látható, az invariabilitás feltétele a mérésekben ki volt elégítve.

A budapesti mérések 1893 június 22.-én kezdődtek és június 25.-én fejeződtek be. Ez alatt az idő alatt minden inga 6-szor észleltetett, tehát a végeredményül felhasznált lengési idő 18 egy-szerű meghatározásból származik.

A mérések eredménye:

$$g = 980.860 \text{ cm/sec}^2,$$

mely érték vonatkozik a

$$\varphi = 47^\circ 29' 43'',$$

$$\lambda = 19^\circ 3' 50'' \text{ kel. Greenw.},$$

$$m = 122 \text{ m}$$

adatokkal definiált helyre.

Pontossági vizsgálatok közölve nincsenek; a publicatióból rendelkezésre álló adatokból pedig nem lehet a pontosságra jellemző középhibát levezetni, mert hiányzanak az állandók hibáira és az időmeghatározások pontosságára vonatkozó adatok. A fenti  $g$  érték az ú. n. «bécsi rendszerre» vonatkozik, mert az OPPOLZER-féle abszolút mérés adta  $g$  érték szolgált kiindulásul. Ha az ú. n. «potsdami rendszerre» akarnók átszámítani, vagyis arra a rendszerre, melynek alapjául a legmodernebb műszerekkel és módszerekkel meghatározott potsdami  $g$  érték szolgál, akkor

$$-0.016 \text{ cm/sec},$$

correctióval kell ellátni. Lásd «Jahresbericht des Direktors des



kön. preuss. Geodätischen Institutes für die Zeit von Apr. 1907 bis Apr. 1908» 7. oldal.

A potsdami rendszerben:

$$g = 980.844 \text{ cm/sec}^2$$

$$\varphi = 47^\circ 29' 43'',$$

$$\lambda = 19^\circ 3' 50'' \text{ kel. Greenw.,}$$

$$m = 122 \text{ m.}$$

3. *Saját 1908-ban végzett méréseim.* E relatív méréseket a 112, 113, 114 és 115 számú ingákkal ugyanazon stativon végeztem, mint az 1915-ös méréseket. A lengési idők mérése egy STERNECK-féle coincidentia-készülékkel történt. Coincidentia-órául a 141-es számú STRASSER-féle félmásodperces ingóra szolgált, melyet a «Geodätisches Institut» igazgatója, dr. F. R. HELMERT bocsátott szíves előzékenységgel rendelkezésemre. A coincidentia-óra járását a poláris vertikális síkján való átmenetek megfigyelésével vezettem le; műszerül STARKE-KAMMERER-féle universalis műszer szolgált. Az átmenetek közvetlen megfigyelése a szem- és fülmethodussal egy KNOBLICH-féle félmásodpercet ütő chronométerrel történt; a chronométert az időmeghatározások alatt 4—5-ször összehasonlítottam a coincidentia-órával FUESSTÖL származó chronograph segítségével.

Budapesten a lengésidő-megfigyelések a kir. József műegyetem fizikai épületében az elektrochemiai tanszék laboratóriumában történtek (lásd 3. ábra  $P_{1908}$ ), melyet dr. SZARVASY IMRE műegyetemi tanár kiváló előzékenységgel engedett át. A geodéziai helyiségek ugyanis ez időben még építés alatt állottak. A használt helyiség az alagsorban az épület keleti oldalán van. Az inga statívja egy réz pillére volt helyezve, mely visszont egy szállítható, circa 120 kg súlyú vasbeton pilléren nyugodott. Az ingák mind a két észlelés alkalmából ugyanazon a helyen lengtek és pedig a déli faltól 4.7 m-re, a keleti faltól 3.6 m-re.

E laboratórium központi fűtéssel van ellátva s mint a többi alagsori helyiségben, itt is végigvonulnak a vezeték főcsövei. A szeptemberi észlelésekkor a fűtés nem volt még üzemben s ekkor a helyiség hőmérséklete bámulatosan egyenletes volt. Ellenben a december-januári észlelések alkalmával, bár az egész



mérés alatt a fűtőtestek zárva voltak, a vezetékek főcsövei miatt a fűtés hatása — habár csekély mértékben — érezhető volt, mert a helyiség hőmérsékletében circa  $3^{\circ}$  C-t kitevő napi ingadozásokat hozott létre. Minthogy azonban a mérés berendezésénél fogva úgy emelkedő mint süllyedő hőmérsékleten is történtek lengésszerű-megfigyelések, a hőmérséklet-változás a végeredményül nyert lengési időben nem okozott systematikus hibát.

A budapesti ingaállomás koordinátái

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} \quad 28' \quad 48'', \\ \lambda &= 19^{\circ} \quad 3' \quad 11'' \text{ kel. Greenw.}, \\ m &= 104.4 \text{ m.}\end{aligned}$$

Potsdamban az ingák mind a két alkalommal a «*Geodätisches Institut*» ú. n. «*Mittelkeller*»-jében lengtek 3.7 m-rel mélyebben mint a «*Pfeiler 31*», a melyre a potsdami absolut mérések vonatkoznak. E magasságkülönbségnek megfelelően a lengési idők  $+3.0 \times 10^{-7}$  sec reductióval számítottak át a «*Pfeiler 31*»-re.

A «*Pfeiler 31*»-re vonatkozólag a nehézséggyorsulás értéke:

$$g = 981.274 \text{ cm/sec}^2;$$

a hely koordinátái pedig:

$$\begin{aligned}\varphi &= 52^{\circ} \quad 22.9', \\ \lambda &= 13^{\circ} \quad 4.1' \text{ kel. Greenw.}, \\ m &= \quad \quad 86.5 \text{ m.}\end{aligned}$$

Erre nézve lásd: dr. F. Kühnen und dr. Ph. Furtwängler: *Bestimmung der absoluten Grösse der Schwerkraft mit Reversionspendeln. Veröffentlichungen des Kön. Geodätischen Institutes, Neue Folge, Nr. 27.*

Egy sorozat alatt a négy inga lengési idejének egymás után való megfigyelését értve, a 24 óra alatt észlelt két, illetve négy sorozatot időben symmetriásan osztottam el, hogy a hőmérséklet járásából, továbbá az órajárás systemás változásából származó periodusos természetű hibákat a napi értékekből kiküszöbölhessem.

A mérések időtartamára, az észlelt sorozatok és a végzett időmeghatározások számára nézve az alábbi táblázat nyújt felvilágosítást:



Folyószám	Állomás	A mérések időtartama	Észlelt sorozatok száma	Lengés idő megfigyelések száma	Idő meghatározások száma
1	Potsdam I. mérés	1908 aug. 20—22.	6	24	2
2	Budapest I. "	" szept. 19—21.	6	24	3
3	Budapest II. "	" dec. 26.—1909 jan. 2.	16	64	2
4	Potsdam II. "	1909 jan. 15—17.	4	16	2

A mérések végeredményeül az egyes ingákra a következő redukált lengési időket kaptam:

Állomás	Lengési idő mp.-ben				
	115. sz. inga	113. sz. inga	112. sz. inga	114. sz. inga	Közép
Potsdam I. mérés	<sup>s</sup> 0.501 1439	<sup>s</sup> 0.501 1611	<sup>s</sup> 0.501 0692	<sup>s</sup> 0.501 1605	<sup>s</sup> 0.501 1337
Budapest I. mérés	2516	2696	1786	2686	2421
Budapest II. mérés	2507	2703	1774	2693	2419
Potsdam II. mérés	1435	1620	0694	1614	1341

Ezen értékeknek megfelelően:

	115. sz. inga	113. sz. inga	112. sz. inga	114. sz. inga	Közép
Potsdam I—II.	<sup>s</sup> +0.000 000 4	<sup>s</sup> -0.000 000 9	<sup>s</sup> -0.000 000 2	<sup>s</sup> -0.000 000 9	<sup>s</sup> -0.000 000 4
Budapest I—II.	+ 9	7 +	12	7 +	2

A mint látjuk, az ingák a mérések alatt teljesen kielégítő mértékben invariabilisok maradtak.

A potsdami és a budapesti lengési idők különbségeiből, a potsdami abszolút értéket felhasználva, a budapesti állomásra a következő nehézséggyorsulási értéket kapjuk:

$$g = 980.852 \text{ cm/sec}^2;$$

mely érték vonatkozik a



$$\begin{aligned}\varphi &= 47^\circ 28' 48'', \\ \lambda &= 19^\circ 3' 11'' \text{ Kel. Greenw.}, \\ m &= 104.4 \text{ m.}\end{aligned}$$

adatokkal definiált helyre.

Az elért pontosságra nézve pontossági vizsgálataim a következő eredményeket szolgálatták. Jelöljük a lengésidő állomási értékének, középteljes hibáját «m»-el. Ez az m a következő képen állítható elő (lásd 116. lap)

$$m^2 = a^2 + m_v^2 + m_\beta^2.$$

A megfelelő számértékek az egyes állomásokra nézve a következők:

Állomás	$a$	$m_v$	$m_\beta$	$m$
Potsdam I. mérés	$\pm 3.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 0.5 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 1.1 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 3.3 \times 10^{-7} \text{ sec}$
Potsdam II. mérés	$\pm 3.0$	$\pm 0.7$	$\pm 1.3$	$\pm 3.4$
Budapest I. mérés	$\pm 3.0$	$\pm 0.9$	$\pm 1.5$	$\pm 3.6$
Budapest II. mérés	$\pm 3.0$	$\pm 0.6$	$\pm 1.9$	$\pm 3.2$

Az ugyanazon állomáson nyert lengési időket számtani közepekké foglalva össze kapjuk az illető állomáson a végeredmény levezetésére felhasznált lengési időt. Ezeknek a középhibája a fentiek szerint kitesz

$$\pm 2.4 \times 10^{-7} \text{ sec-ot,}$$

úgy a potsdami, mint a budapesti észlelésnél. Ennélfogva a két lengési időből levezetett lengési idő különbségnek középhibája

$$\pm 3.4 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

ami a nehézséggyorsulás-differenciában

$$\pm 0.0013 \text{ cm/sec}^2$$

értéket tesz ki.

Relativ meghatározásunk középhibája tehát a  $g$  értékének  $\pm 1/750,000$ -ére tehető.

Az eddig végzett nehézséggyorsulás mérések végeredményei tabellárisan összeállítva a következők:



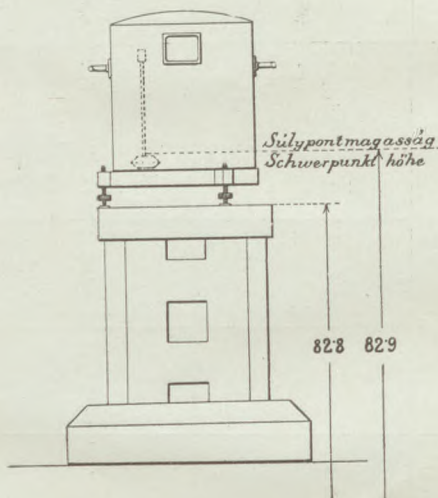
Állomás — Észlelő Datum	Az állomás koordinátái			A mérés minősége	Mért nehézség gyorsulás $g$	Reductio a tenger- szinre	Nehézség gyorsulás a tenger- szinre $g_0$	Theor. nehézség gyorsulás a tengersz. $\gamma_0$	$g_0 - \gamma_0$
	$\varphi$ északi	$\lambda$ Greenw.-tól kel.	$m$ Adria f.						
Kir. Meteorológiai Intézet Dr. Gruber Lajos 1885. aug. 20.—szept. 11.	47°30'12"	19°1'55"	+ 152 m	<b>Abszolút mérés</b> Repsold-féle 3/4 mp-es re- versziós ingá- val	cm/sec <sup>2</sup> 980.827	+ 0.047	cm/sec <sup>2</sup> 980.874	cm/sec <sup>2</sup> 980.845	cm/sec <sup>2</sup> + 0.029
T. E. Fizikai Intézet Krička O. 1908. márcz. 6.— szept. 27.	47°29'43"	19°3'50"	+ 122 m	<b>Relatív mérés</b> invariabilis ingákkal vo- natkoztatva <b>Potsdamra</b>	980.844	+ 0.037	980.881	980.842	+ 0.039
Műegyetem Oltay Károly 1908. aug. 20.— 1909. jan. 17.	47°28'48"	19°3'11"	104.4	Relatív mérés invariabilis ingákkal vo- natkoztatva <b>Potsdamra</b>	980.852	+ 0.032	980.884	980.841	+ 0.043



Az egyes mérések összehasonlítására az utolsó rovatba írt  $g_0 - \gamma_0$  értékek szolgálhatnak. Tekintve, hogy az egyes helyek egymástól eléggé távol vannak s így a nehézséggyorsulás helyi rendellenességei is okozhatnak differenciákat azért tervbe vettem relativ ingaméréseket az egyes helyek között. E mérés adatai alapján aztán egész szigorúan meg lehet állapítani az egyes mérések pontosságát.

### 3. §. Az inga-állomások leírása.

*Potsdam.* A méréseket mind a két alkalommal a «Nord-Ost-Keller»-nek nevezett pincehelyiségben végeztem, ahol az inga-stativ az 1. rajzon feltüntetett transportabilis pillérre volt helyezve.



1. ábra.

A pillér két támoszlop között állott s közepe a déli faltól 1.6 m-re, a keleti faltól 4.2 m-re állott. (L. 2. ábra.)

Az ingák súlypont-magassága Borras professor szíves közlése szerint,

$$+ 82.9 \text{ m};$$

ennél fogva a mért lengési időt az abszolút mérések helyére, a «Pfeiler 31»-re reducálandó,

$$+ 3.0 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

correctioval kell ellátni. Az ingák lengéssíkjának iránya

SW—NO,

illetve:

SO—NW

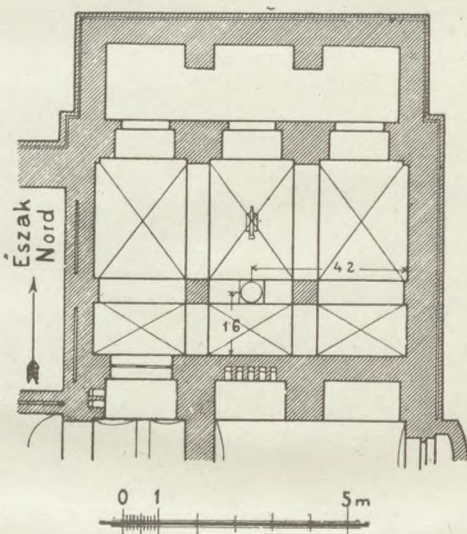


mind a két mérés alkalmával. A helyiség hőmérséklete igen egyenletes volt.

*Budapest.* A gravitációs alappont a kir. József-műegyetem geodéziai tanszékének u. n. ingatermében volt.

A helyiség a műegyetemi épületcsoport főépületének északnyugati sarkában van, a padozat magassága közel megegyezik a külső talaj szintjével. Közvetlen környezetének helyszínrajza a 3. ábrából látható.

A főépület Budapest déli részén, a Lágymányosnak nevezett városrészben, a Duna mellett fekszik. Közeliében csak északnyugatra vannak magaslatok (körülbelül 250 m-re kezdődik a síkság nívauja fölé 120 m-re emelkedő Gellérthegy lejtője), a többi irányban síkság van. Az ingaterem tágas helyiség, alapterülete  $175 \text{ m}^2$  magassága 3.5 m. Padozata két, egymástól és az épület falaitól teljesen elszigetelt cca 3.0 m mély be-



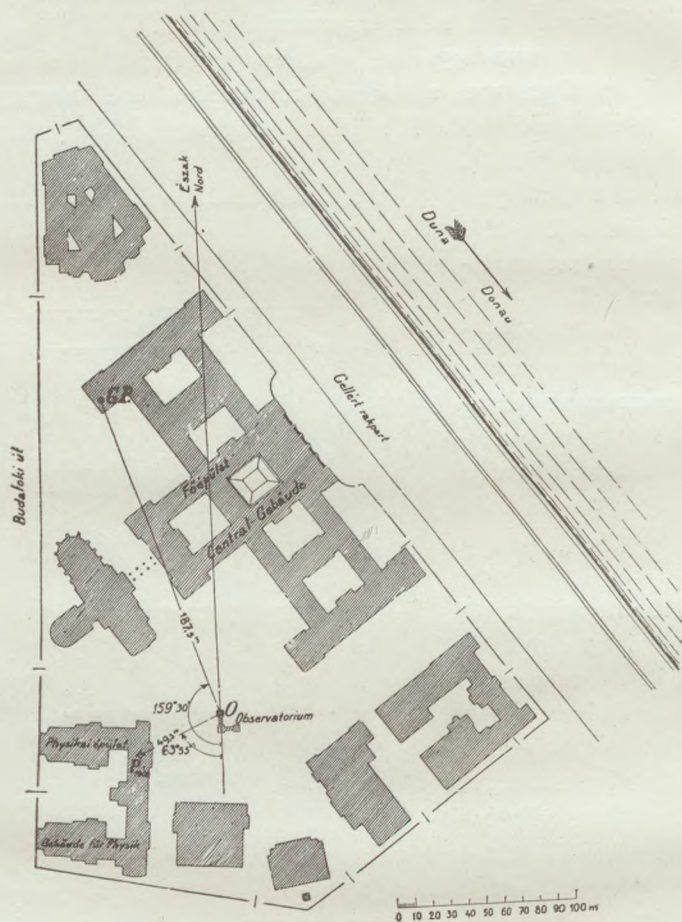
2. ábra.

ton-massából áll, amelyet vékony aszfalttréteg burkol. A gravitációs alappont egy  $0.42 \text{ m}$  magasságú és  $0.380 \text{ m}^2$  alapterületű faragott monolith, mely a nyugati kisebb betontömbre, a bolthajtás alá van elhelyezve. A másik bolthajtás alatt hasonló pillér van. A méréseredmény a 4. sz. ábrán G. P. jelzésű pillérre vonatkozik. A mérés alatt e pillérre egy belül üres, vörösréz fémconus volt gypszelve s ezen állott az ingastativ.

Ugyanezen teremben talált helyet a coincidentia óra is és pedig a nagyobb betontömbön a maga, szállítható vas állványán.



A stativ közepe a nyugati faltól 1·4 m-re a délitől pedig 5·8 m-re állott, az inga súlypontmagassága, melyet szintezés-



3. ábra.

sel a *Katonai Földrajzi Intézet* egyik alappontjából kiindulva  
vezettünk le,

105·57 m

az Adria középvízszíne felett.



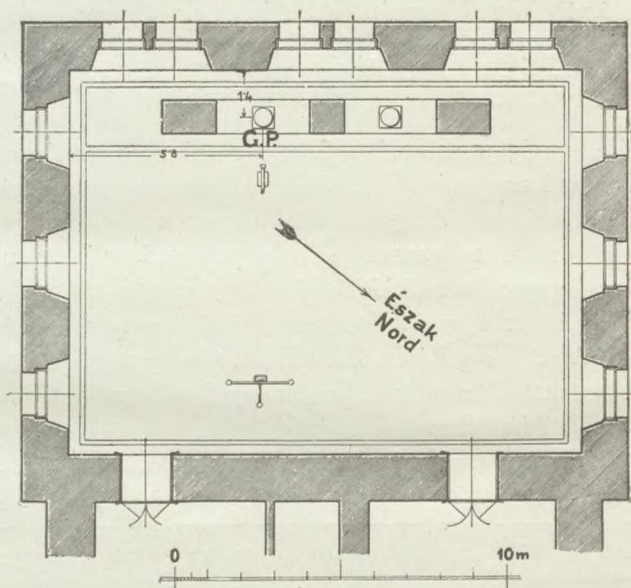
Az ingák lengési síkjának irányai:

$S-N$ ,

illetve:

$O-W$ .

Az 1908. évi mérések Dr. SZARVASSY IMRE tanár úr electro-  
chemiai laboratóriumában történtek. Tachymetrálással megállá-



4. ábra.

pítottam e két pillér relatív helyzetét vízszintes értelemben. Az eredményeket a 3. sz. ábra tünteti fel, amelyen  $O$  jelenti a geodéziai observatorium pillérét,  $P_{1908}$  az 1908-as mérések helyét,  $GP$  pedig azt a pillért, ahol 1915-ben állott a relatív ingakészülék. E felvétel alapján az observatorium pillérére vonatkozó és astronomiai mérésekből megállapított földrajzi szélességből kiindulva, az egyes helyek földrajzi szélességei a következők:



$$\varphi_{GP} = 47^{\circ} 28' 55''$$

$$\varphi_{P_{1908}} = 47^{\circ} 28' 48''$$

A két pillér között végzett szintezés szerint pedig az 1908-as mérések alkalmával az ingasúlypont magassága

$$104.4 \text{ m}$$

az Adria középtengerszine felett.

A fenti adatok szerint a két ingahely úgy magassági, mint vízszintes helyzetében egymáshoz annyira közel áll, hogy a nehézséggyorsulás theoreticus értéke a két helyen azonosnak vehető.

Mivel pedig ugyancsak a közelség miatt a relativ méréssel járó hibáknál nagyobb gravitatio-rendellenesség fennforgása sem valószínű, feltehető, hogy a két helyen a nehézséggyorsulás tényleges értéke is azonos azon a pontossági határon belül, amely az ingamódszerrel elérhető.

A két állomás között különben 1913-ban relativ méréseket végeztem. A «P<sub>1908</sub>» pillérén 5 sorozatot, rögtön utána a «GP» pillérén 4 sorozatot mértem s eredményül a következő redukált lengési időket kaptam:

Állomás	Redukált lengésidő másodpercben				
	115. sz. inga	113. sz. inga	112. sz. inga	114. sz. inga	Középinga
P <sub>1908</sub>	0.501 2503	0.501 2706	0.501 1766	0.501 2669	0.501 2411
G. P.	0.501 2510	0.501 2708	0.501 1769	0.501 2671	0.501 2415
Különbség	+ 7	+ 2	+ 3	+ 2	+ 4

A lengési idődifferentia tehát a fenti méréseknek megfelelően

$$+ 4 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

volna a két állomás között.

Mivel ezekben a lengésidő-mérésekben a végeredményül



felhasznált lengési idő középhibája

$$\pm 2.3 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

volt, amiből a lengésiidő-differentia középhibája

$$\pm 3.2 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

azért a fenti differentia realis értéknek nem tekinthető, de kicsi értéke a nehézséggyorsulás egyenlőségére vonatkozó feltevésünk mellett szól.

#### 4. §. A műszerek leírása.

Méréseimben az ingák Stückerath friedenaui mechanicus műhelyéből származó inga-stativon lengtek, melynek fotográfia az 5. ábrán látható. Ez a stativ azonos a potsdami *Geodéziai Intézetnek* BORRASS professor adatai alapján készült legutóbbi modelljével. A stativ egyidejűleg négy ingát hordhat úgy, hogy kettőnek-kettőnek a lengési síkja közel azonos egymással. A négy inga a stativ felső részén levő, tükrökből és prizmákból álló tükröző-berendezés segélyével egy irányból észlelhető. Tehát a lengésidő méréséhez egy coincidentia-készülék alkalmazása elegendő és pedig, ha az azon levő távcső kissé oldalt, jobbra-balra elmozditható, akkor a lengésidő-mérés bármely ingára nézve is mozdulatlan coincidentia-készülékkel (scálával) végezhető.

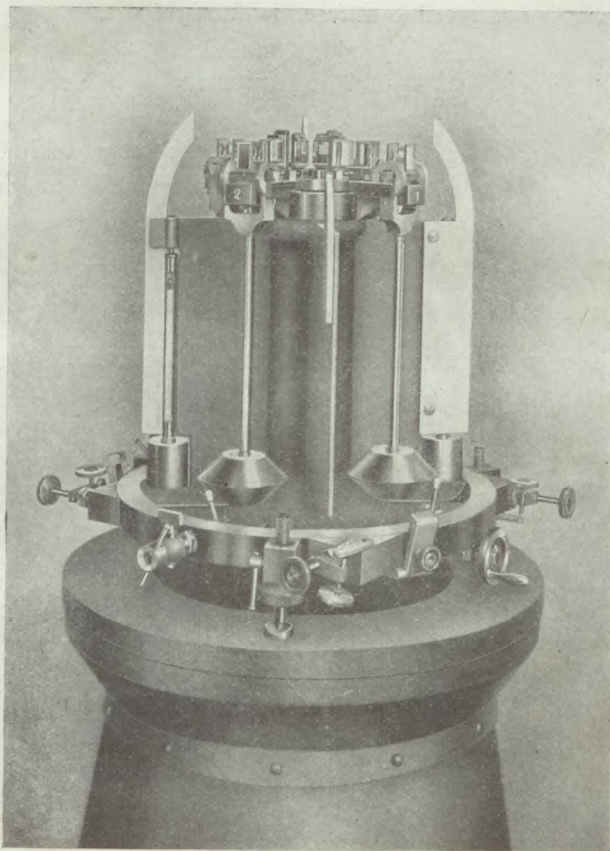
A stativ maga a négy ingának megfelelően négy, egymástól válaszfalakkal elzárt rekeszre van osztva, miáltal a mozgó inga mindig csak a maga rekeszében foglalt levegőtömeget hozza mozgásba.

A stativ felső részében az ingák felfekvési helyein achatlapok vannak. E felfekvési lapoknak egy síkba csiszoltaknak kell lenniök, mert valamennyinek vízszintessé tétele egyszerre történik a stativ három talpesavarjának a segítségével.

A mérésben használt stativpéldányon ez a feltétel nem teljesen, de elegendő pontossággal volt kielégítve.



Az achat felfekvési lapok vízszintessé tételére külön ingás-libellák szolgáltak, amelyeknél a libella rá volt helyezve egy, a mérésben használt ingával szerkezetre és súlyra nézve telje-



5. ábra.

sen megegyező külön (rövid) ingára, amely az achatlapon ugyanolyan achatélen nyugodott, mint maga az inga. Ezáltal a vízszintessé tétel ugyanolyan nagyságú és természetű nyomás mellett ment végbe, amint amilyen a mérés alatt volt.

A mérésben használt ingák is mind Stückerath műhelyéből valók s úgy anyagra, mint szerkezetre nézve egymással azonosak.



Anyaguk sárgaréz, külsejük nikkelezett. A szokásos alakú lencséhez az egy darabból készült szár és felső rész forrasztással van erősítve; az achattest, amelyen a lengő él van, a felső részbe mereven van bepréselve. A felső részhez vannak erősítve a megfigyelésre szolgáló tükrök. Ez utóbbiak üvegtükrök voltak, holott fémtükrök célszerűbbek lettek volna, mert az üvegtükör a merev befoglalás miatt, a hőmérsékváltozások hatására könnyen deformálódhatik, ami azután a kép-élesség gyengülését vonja maga után.

A fémtükörnél, ha a tükröt magára a felső részre készítjük, ilyen deformálódás nem léphet fel.

Az inga-éleket kimélendő, a stativ felső felének egy része, az arretáló csavarral emelhető és süllyeszthető. Az emeléskor az ingák az ú. n. *munkaélről* a *pihenőélre* jutnak. Mindig gondosan figyeltünk arra, hogy az ingák csak a mérés alatt nyugodjanak a munkaélen.

A stativra két inga-hőmérő szerelhető, úgy, hogy az elhelyezés után mozdulatlanok. E hőmérők higanytartó edénye az inga anyagából készült és kívül ugyancsak nikkelezett masszába van behelyezve, a *capillaris csövet* pedig (keskeny homloklapját kivéve) ugyancsak az inga anyagából készült hüvely veszi körül.

Az ingák lengésbehozatala elefántesontvégű karokkal történik, amelyek az ú. n. amplitudo-csavarokkal kezelhetők. E csavarok beállíthatók, s így el lehet érni, hogy a kezdeti kilengés minden ingánál ugyanaz legyen.

Az egész stativ, az ingákkal és a hőmérőkkel együtt kettős falú olyan fémburával borítható le, amelyen a hőmérőknek, továbbá a megfigyelés irányának megfelelően, jól tömített üveglapok vannak. A fémburával való lefedés lényegesen hozzájárul az ingatér hőmérsékletének egyenletességéhez. Természetesen az amplitudó-csavarok, valamint az arretáló csavar a burán kívül vannak, tehát az ingák lefedése után is hozzáférhetők.

A fentiekben, nagy vonásokban leírt stativ-modellnek az eddigiek felett két nagy előnye van. Az egyik az, hogy mind a négy inga egyazon inga-térben van, amelyben a jól szigetelő bura kizár minden gyorsan bekövetkező hőmérsékletváltozást.



A másik az, hogy a szemközt lengő ingák módot nyújtanak az együttlengés igen egyszerű és a mérés természetének teljesen megfelelő módon való meghatározására.

Méréseimben nyolc ingát használtam, amelyek folytatólag 108-tól 115-ig vannak számozva. Valamennyi coincidentia időköze igen közel 3 perc volt. Ezek közül az ingák közül a 112., 113., 114. és 115. számúkat, amelyek beszerzés szempontjából régebbiek voltak, már több ízben használtam gravitatio-mérésekhez s így lengés-idejüket ugyanazon a helyen már több ízben megmértem. Így Potsdamban a következő értékeket kaptam:

Datum	Redukált lengésidő mp.-ben				
	115. sz. inga	113. sz. inga	112. sz. inga	114. sz. inga	Középinga
1908 február. (Légsűrűségi állandó megh.)	0.501 1456	0.501 0716	0.501 1620	0.501 1649	0.501 1360
1908 március. (Hőmérsékleti állandó megh.)	1423	0688	1623	1619	1338
1908 augusztus	1439	0692	1611	1605	1337
1909 január	1435	0694	1620	1614	1341
1915 július	1420	0679	1623	1590	1328

A táblázat adatai szerint a légsűrűségi állandó meghatározása után, a 112. sz. ingát kivéve, valamennyi erősen megváltoztatta hosszát és pedig mind megrövidültek, ami megfelelő a molecularis összehúzódásnak.

A rohamos összehúzódás oka a hőmérsékleti állandó meghatározását megelőző temperálásban rejlik. A későbbi megváltozások már kisebbek.

Budapesten is rendelkezésre áll több adat, amelyek mind ugyanarra a helyre vonatkoznak.



Folyószám	Datum	Redukált lengéssidő mp.-ben				
		115. sz. inga	113. sz. inga	112. sz. inga	114. sz. inga	Középinga
1	1908 szept.	0.501 2516	0.501 2696	0.501 1786	0.501 2686	0.501 2421
2	1909 január	2507	2703	1774	2693	2419
3	1911 július	2503	2703	1750	2689	2411
4	1912 február	2512	2695	1769	2671	2412
5	1913 április	2497	2695	1759	2661	2403
6	1913 szept.	2506	2696	1768	2670	2410
7	1915 július	2503	2689	1763	2668	2406
	Közép	0.501 2506	0.501 2697	0.501 1767	0.501 2677	0.501 2412

Vagyis a középtől való eltérések az egyes ingákra nézve a másodpercenek a tizmilliomod részében, mint egységben kifejezve, a következők:

Folyószám	Eltérés a középtől				
	115	113	112	114	Közép
1	—10	+1	—19	— 9	—9
2	— 1	—6	— 7	—16	—7
3	+ 3	—6	+17	—12	+1
4	— 6	+2	— 2	+ 6	0
5	+ 9	+2	+ 8	+16	+9
6	0	+1	+ 1	+ 7	+2
7	+ 3	+8	+ 4	+ 9	+6

A 113. és 115. ingáknál a középtől való eltérések tehát olyan rendűek, mint a mérési hibák. A 112. és 114. ingáknál már vannak reálisoknak tekinthető hosszváltozások és pedig rövidülő tendenciával. A változások azonban nem nagyok úgy, hogy ama rövidebb időn belül, míg a két állomáson a mérés megtörténik, nem lehet félni nagyobb relatív hosszváltozástól.

A 108., 109., 110. és 111. ingákra nézve ilyen adatok nem állanak rendelkezésre, mert ezeket utóbb szereztük be. Mivel azon-



ban ezek régebbiek s már két ízben voltak temperálva a hőmérsékleti állandó meghatározása alkalmával, azért valószínű, hogy éppen olyan jók az invariabilitás szempontjából, mint a 112–115. számúak.

Az ingák hőmérsékletének mérésére két *Fuess*-féle, ötöd Celsius fokra osztott, inga-hőmérőt használtam (jeleik: 27679 és 32701), melyeknek állását a mérés alatt távcsövekkel olvastuk le.

A hőmérőket a *Phisikalisch-Technische Reichs-Anstalt* először 1906-ban, illetve 1908-ban vizsgálta meg, másodszor pedig közvetlenül a méréseim befejezése után, tehát 1915 július havában.

A vizsgálatok eredményei a következők:

A hőmérő- állítás, melyre a correctio vonatkozik	27679. sz. hőmérő		32701. sz. hőmérő	
	A correctio Celsius fokban			
	az 1906. évi	az 1915. évi	az 1908. évi	az 1915. évi
	vizsgálat szerint		vizsgálat szerint	
0°	—0.04	—0.08	—0.12	—0.16
+10°	—0.0	—0.06	—0.04	—0.10
+20°	—0.04	—0.08	—0.06	—0.12
+30°	—0.04	—0.08	—0.08	—0.12
+40°	—0.02	—0.08	—0.04	—0.10

Méréseimben az 1915. évi meghatározásból származó értékekkel redukáltam a hőmérőn tett leolvasásokat.

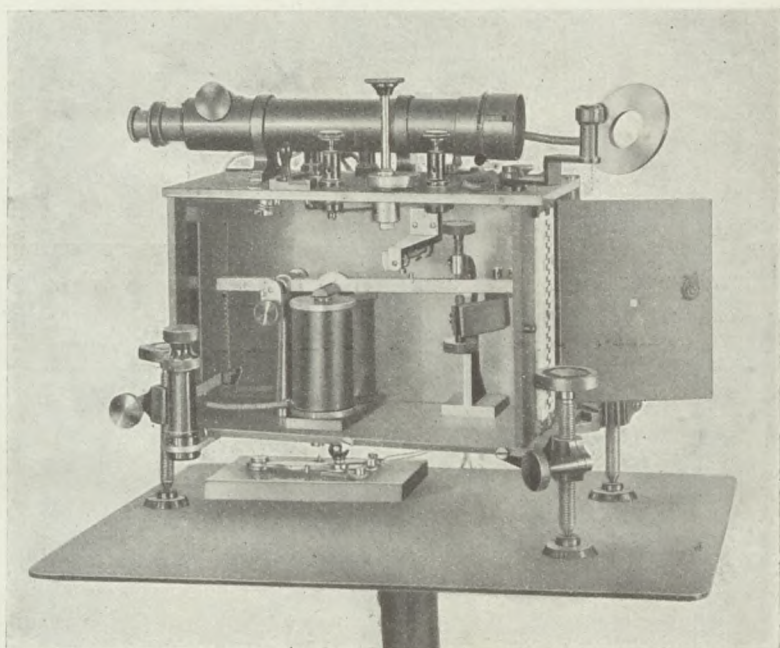
A légnyomás mérésére *Short-féle aneroidot* használtam, melynek correctioját úgy Potsdamban, mint Budapesten egy normál higany barométerrel való összehasonlításból vezettem le.

A légnedvesség mérésére egy hajszálas hygrometer (Koppe) szolgált mind a két állomáson.

A lengés-idő megfigyelésére használt két coincidentia-készülék a *Sterneck*-typussal teljesen azonos volt (l. 6. sz. ábrát). Hogy a rajta keresztülhaladó áram intenzitása mindig egy-



forma legyen, az áramkörbe bekapcsoltam egy változtatható ellenállást, továbbá egy voltmérő órát s az előbbivel az áramfeszültséget minden inga észlelése előtt, ugyanarra az értékre szabályoztam. Egyébként a két fényjel közül mindig az áramnyitásnak megfelelőt vettem. A két coincidentia-készülék közül



6. ábra.

a budapesti közvetlenül a mérés előtt újra tekercseltetett s ezáltal járása simább, rázkódtatás-mentesebb lett.

#### 6. §. A coincidentia-órák és járásuk.

A potsdami lengés-idő mérésekben coincidentia-órául a Geodéziai Intézet egyik másodperces inga-órája a «*Riefler 96.*» szolgált. Ez az óra el volt látva barometeres compensációval, úgy, hogy az óra-járás levezetésekor a légnyomásra tekintettel



lenni nem kellett. Az óra járását WANACH professor az első potsdami észlelésekre nézve, a következőkben adta meg:

Datum	Órajárás pro 24 óra
jun. 21. ....	
« 22. ....	—0.27 sec
« 23. ....	—0.29
« 24. ....	—0.33
« 25. ....	—0.38
« 26. ....	—0.38

Ennek megfelelően az első potsdami mérés egyes sorozataira nézve, az óra-járások és a megfelelő lengésidő-reductiók a következők:

Sorozat	Órajárás pro 24 óra	Reductio
I.	—0.28 sec	$-16 \times 10^{-7}$ sec
II.	—0.29	—17
III.	—0.30	—17
IV.	—0.31	—18
V.	—0.35	—20
VI.	—0.36	—21
VII.	—0.36	—21
VIII.	—0.37	—21

A második potsdami mérésre nézve ugyancsak WANACH professor szives közlése szerint, az órajárás értékei a következők:



Datum	Órajárás pro 24 óra
julius 11. ....	
" 12. ....	—0.43 sec
" 13. ....	—0.45
" 14. ....	—0.49
" 15. ....	—0.42
" 16. ....	—0.43
" 17. ....	—0.41
" 18. ....	—0.39

Tehát a második potsdami mérés egyes sorozataira nézve az óra-járások és a reduktiók az alábbiak:

Sorozat	Órajárás pro 24 óra	Reduktio
I.	—0.46 sec	$-27 \times 10^{-7}$ sec
II.	—0.43.	—25
III.	—0.42	—24
IV.	—0.43	—25
V.	—0.42	—24
VI.	—0.42	—24
VII.	—0.42	—24
VIII.	—0.41	—24

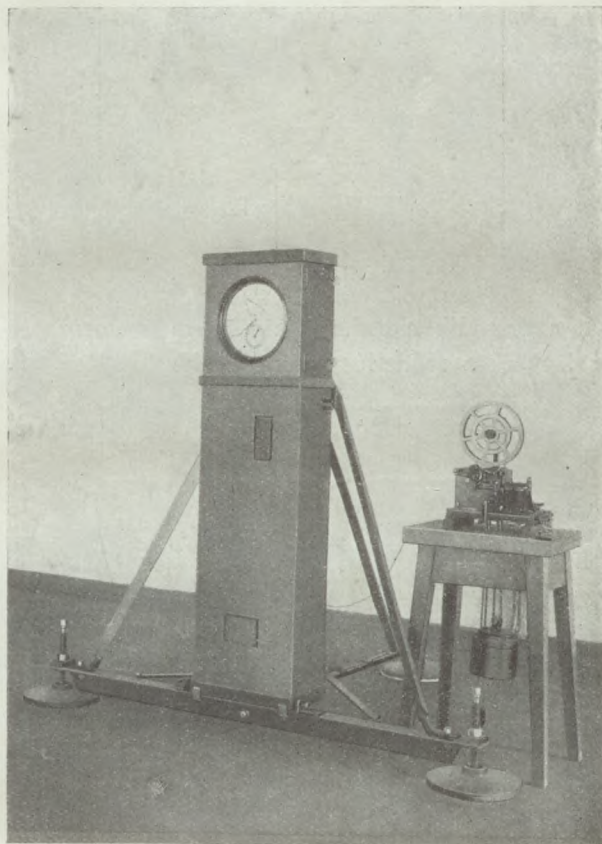
A fenti óra-járások középhibái WANACH professor szives közlése szerint

$\pm 0.02$  sec-ra tehetők.

A budapesti lengésidő-mérésekben coincidentia-órául a STRASSER és ROHDE glashüttei műhelyéből származó prációsós másodperces inga-óra szolgált. (Lásd 7. sz. ábrát.) Az óra gyári száma 346.



Az óra nikkél-acél ingája hőmérsékleti compensatioval van ellátva. Az óra contactusokat ad egyszerű emelő-contactus-szerkezettel, melynek részletei a 8. sz. ábrán láthatók. Az ábra az



7. ábra.

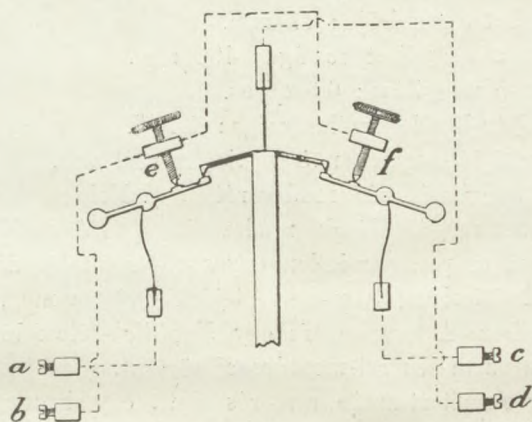
elektromos kapcsolások drót-vezetékét is feltünteti. Amint az ábra mutatja, a batteriát és a coincidentia-készüléket igen sokféle módon lehet kapcsolni.

Méréseimben a batteriát és a coincidentia-készüléket parallel kapcsoltam s a vezetékét a c és d csavarokhoz erősítettem, az óra belsejében pedig az e csavar teljes becsavarásával, a bal-



oldali contactust teljesen kikapcsoltam. Ilyen kapcsolással az óra kettős másodpercenként ad contactusokat. A szikra-képződés elkerülése végett a vezetékekbe egy polarisatiós nátriumcellát igattattam be.

Az ingaóra — kívülről rézborítással ellátott — keményfa szekrénybe van szerelve. A teljes külső felületre kiterjeszkedő fémburkolat a hőmérsékletet egyenletesen osztja el, tehát megakadályozza, hogy az óra-szerkezet belsejében különböző hőmérsékletű légrétegek keletkezzenek. Az óra különben speciálisan



8. ábra.

relatív gravitatio-mérésekre készült, szerkezete tehát olyan, hogy a fel- és leszerelése gyorsan történhetik s hogy a szállításkor elkerülhetetlen rázkódtatások szerkezetére károsan nem hathatnak. A leszereléskor az inga szára egy alul elhelyezett csavar becsavarása által kissé megemelhető; a megemelés után az inga-lencse, kettős fa-betét közvetítésével, egészen mereven a szekrény falához csavarható, az inga-szár felül szintén megfogható. A rögzítésnek ez a módja igen jónak bizonyult, s gyakori szállításokra használt óránál követésre méltónak találok.

Az inga-órát, elkészülte után, WANACH professor volt szives egyenletes járásra és helyes hőmérsékleti compensatoria megvizsgálni s azt elsőrendű mérések végzésére teljesen alkalmas-



nak találta. Önzetlen és szíves fáradozásaiért, e helyen is, hálás köszönetemet fejezem ki.

Mérés alatt az óra szétszedhető, aránylag könnyű, de azért kellően stabil, vasállványra volt szerelve.

Az órajárás levezetésére szolgáló időmeghatározásokat *Starke-Kammerer* műhelyéből származó universális műszerrel végeztem. (Lásd a 49. oldalon a 9. ábrát.) A mérés alatt a műszer a geodéziai observatorium mélyen alapozott köpillérén nyugodott. (A 3. ábrán e pillért «O» betű jelzi). A műszer fontosabb méretei a következők:

Az objectiv átmérője: 47 mm.

Az objectiv gyújtótávolsága: 490 mm.

A táveső nagyítása: 60-szoros.

A tengely-libella érzékenysége: 2,40".

A táveső látmezejében 5 verticális szál van.

Az időmeghatározás módszerül a poláris verticális síkján való átmenet-megfigyelések módszerét (a *Döllen*-féle eljárást) alkalmaztam és pedig minden egyes időmeghatározás alkalmával 10—12 délszillag átmeneti idejét figyeltem meg, váltakozó körfekvésekben. A megfigyelés egy *Knoblich*-féle félmásodperces óra után a szem- és fül-metódussal történt.

A chronométert aztán, a mérés alatt, egy chronograph segélyével 4—5-ször összehasonlítottam az ingaórával. Az időmeghatározásokból kiszámítottam a chronometer correctióját s ebből, tekintetbe véve a chronometer járását, vezettem le az óra-összehasonlítások időpontjaira az ingaóra correctióját.

A fenti módon végrehajtott mérések az ingaórára vonatkozólag, a következő táblázat negyedik oszlopában feltüntetett, correctiókat eredményezték.



Folyószám Fortlaufende Nummer	Kelet Datum	Csillag- idő Stern- zeit	Javítás Uhr- korrektio	Órajárás pro 24 órámp-ben Uhrgang pro 24 Stunden in sec.	Átlagos légnyomás Mittlerer Luftdruck $\frac{m}{mm}$	Órajárás 760 $\frac{m}{mm}$ légny. mellett Uhrgang bei 760 $\frac{m}{mm}$ Luftdruck	Megjegyzés Anmerkung
1	jún. 17.	13 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 14 01 14 18	+29 <sup>m</sup> 57.42 <sup>s</sup> +29 57.52 +29 57.51				
	közép Mittel	13 <sup>h</sup> 58 <sup>m</sup>	+29 <sup>m</sup> 57.48 <sup>s</sup>	+2.560	750.0	+2.700	Levezetve 1 és 2-ből Abgeleitet aus 1 und 2
2	július 3.	18 01 19 15 19 32 19 53 19 59	+30 38.92 +30 39.01 +30 39.06 +30 39.05 +30 39.08				
	közép Mittel	19 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup>	+30 <sup>m</sup> 39.02 <sup>s</sup>	+2.573	752.4	+2.679	Levezetve 2 és 3-ből Abgeleitet aus 2 und 3
3	július 5.	16 42 17 01 17 24 17 49	+30 43.80 +30 43.95 +30 43.99 +30 43.89				
	közép Mittel	17 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup>	+30 43.94	+2.515	752.5	+2.620	Levezetve 3 és 4-ből Abgeleitet aus 3 und 4
4	július 8.	18 12 18 20 18 59 19 16	+30 51.61 +30 51.63 +30 51.64 +30 51.68				
	közép Mittel	18 42	+30 51.64				

A táblázat 5. rovatában levő óra-járások mindig a mellékük feljegyzett átlagos légnyomásra vonatkoznak. Az átlagos légnyomások értékeit egy *barograph* segítségével kaptam meg.

Az átlagos óra-járásból a 760 mm-es légnyomásra vonatkozó óra-járást a



$$-0.014 (B - 760) \text{ sec}$$

correctióval számítottam, ahol  $B$  az átlagos légnyomás.

A redukált óra-járásokat az utolsó rovatban jegyeztem fel.

Amint a táblázatnak ez adatai mutatják, az inga-óra — mint különben mindig — úgy most is, rendkívül egyenletesen járt.

Az ingasorozatok középlégnyomásának megfelelően a 760 mm-re vonatkozó óra-járásokból vezettem le azután az egyes sorozatok óra-járásait. A megfelelő számítást és eredményeit az alábbi táblázat tartalmazza:

Sorozat	Átlagos légnyomás $B$ , mm.-ben	$+0.014(B-760)$	Órajárás	Reductio
I.	747.2	$-0.179 \text{ sec}$	$+2.521 \text{ sec}$	$+146 \times 10^{-7} \text{ sec}$
II.	747.9	$-0.169$	$+2.531$	$+147$
III.	749.3	$-0.150$	$+2.550$	$+148$
IV.	751.6	$-0.118$	$+2.561$	$+149$
V.	751.4	$-0.120$	$+2.559$	$+148$
VI.	753.2	$-0.095$	$+2.584$	$+150$
VII.	752.4	$-0.106$	$+2.573$	$+149$
VIII.	752.7	$-0.102$	$+2.538$	$+147$
IX.	753.1	$-0.097$	$+2.523$	$+146$
X.	752.6	$-0.103$	$+2.517$	$+146$
XI.	752.0	$-0.112$	$+2.508$	$+146$
XII.	752.0	$-0.112$	$+2.508$	$+146$
XIII.	753.3	$-0.093$	$+2.527$	$+147$
XIV.	752.8	$-0.101$	$+2.519$	$+146$
XV.	751.8	$-0.105$	$+2.515$	$+146$
XVI.	752.2	$-0.109$	$+2.511$	$+146$

Az óra-járás levezetésére felhasznált óra-correctiók közép-  
hibája, beleértve a chronographpal való idő-átvitelből származ-  
ható hibát is, szélső értékben



$$\pm 0.05 \text{ mp-re}^1$$

tehető méréseimben. Átlagban négy napot véve két időmeghatározás között, az óra-járás középhibája, a budapesti mérésekben

$$\pm 0.02 \text{ mp}$$

értékének tekinthető, ami a lengés-időben

$$\pm 1.2 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

értéknek felel meg.

### 5. §. Az ingaállandók meghatározása.

A méréseimben alkalmazott ingák statikai hőmérsékleti állandóinak meghatározása a *potsdami Geodéziai Intézet*-ben történt, melynek e célra szolgáló berendezéseit HELMERT igazgató úr a legnagyobb előzékenységgel bocsátotta rendelkezésemre.

A légsűrűségi állandó meghatározása részben Potsdamban (a 112—115. inga-csoportra), részben Budapesten (a 108—111. inga-csoportra) ment végbe. Az állandók meghatározására vonatkozó méréseket — kivéve a (108—111.) inga-csoport hőmérsékleti állandóira vonatkozókat — személyesen végeztem el.

#### a) A 112., 113., 114. és 115. ingák légsűrűségi állandóinak meghatározása.

A légsűrűségi állandó meghatározásakor az inga-készülék vörösréz pillére a potsdami *Geodéziai Intézet*-ben a *Mittelkeller*-nek nevezett pincehelyiségben, közvetlenül az asfaltra volt gypssal leerősítve, ugyanazon a helyen, ahol az 1908-ban végzett csatlakozó mérések alkalmával is állott.

A mérés menete vázlatosan a következő volt: Először ren-

<sup>1</sup> A rendelkezésre álló mérési anyag szerint a chronometer correctiójának két váltott körfekvésben megfigyelt csillag átmeneti idejéből meghatározott értékének középhibája  $\pm 0.10 \text{ sec}$ .

Mivel a correctio végleges értékét legalább 5 csillag-párból vezettem le, azért a végeredmény középhibája  $\pm 0.045 \text{ sec}$ .

Ha a kronográffal való összehasonlítás középhibáját  $\pm 0.01 \text{ sec}$ -nak veszem, úgy az inga-óra levezetett correctiójáé  $\pm 0.046 \text{ sec}$ .



des légnyomás mellett észleltem 2 sorozatot, majd a levegőt a lehetőségig kiszivattyúzva cca 200 mm nyomásnál egy sorozatot, ezután emelkedő légnyomás mellett 280 mm-nél, 380 mm-nél, 480 mm-nél és újból normális nyomásnál egy-egy sorozatot, Ezután süllyedő légnyomás mellett észleltem 480, 380, 280 és 180 mm nyomás mellett egy-egy sorozatot.

A mérési eredményül kapott lengési időből a következő képlet alapján számítottam ki a reducált lengési időt:

$$t = t' - C_a a^2 - C_d d - C_\tau \tau + C_g g - m.$$

A betűk jelentésére nézve lásd 89. lapot.

Az ismeretlen légsűrűségi ( $C_d$ ) és hőmérsékleti konstansoknak ( $C_\tau$ ) közelítő értékét minden egyes ingára nézve a fentebbi és a később közlendő — hőmérsékleti konstans meghatározására vonatkozó — mérésekből vezettem le.

A légsűrűségi konstans közelítő értékei:

115 ingánál	$650 \times 10^{-7}$	sec,
112        "	$664 \times 10^{-7}$	"
113        "	$661 \times 10^{-7}$	"
114        "	$667 \times 10^{-7}$	"

A hőmérsékleti konstans közelítő értékei:

115 ingánál	$48.2 \times 10^{-7}$	sec,
112        "	$47.7 \times 10^{-7}$	"
113        "	$46.6 \times 10^{-7}$	"
114        "	$48.1 \times 10^{-7}$	"

Ezeknek az értékeknek megfelelően történt a nyers mérési eredmények reductiója. A coincidenciák észlelésére a *Strasser* és *Rohde 101.* számú órája szolgált, melynek napi járását az észlelés időpontjaira *Wanach* professor a következőkben volt szíves megadni.

1908 február	25-én	az órajárás	— 0.33	sec,
"	"	26-án	"	— 0.26 "
"	"	27-én	"	— 0.34 "
"	"	28-án	"	— 0.40 "
"	"	29-én	"	— 0.42 "



1908 március	2-án az órajárás	— 0.29 sec.
"	" 3-án "	" — 0.25 "
"	" 4-én "	" — 0.23 "
"	" 5-én "	" — 0.27 "
"	" 6-án "	" — 0.26 "
"	" 7-en "	" — 0.34 "

Az együttlengés értékét a később részletezendő két-ingamódszerrel úgy normális légnyomás mellett, mint alacsony légnyomásnál több sorozattal határoztam meg. A mérések eredménye:

Inga	1908 febr. 24.	1908 márc. 7.	A redukálás- nál használt érték
	Együttlengés		
	B=745.0 $\frac{m}{m}$	B=176.0 $\frac{m}{m}$	
115	$62^s \times 10^{-7}$	$58^s \times 10^{-7}$	$60^s \times 10^{-7}$
112	60	60	60
113	60	58	59
114	58	56	57

A légsűrűségi állandóra vonatkozó mérési eredmények a következők:



## I. Légsűrűségi állandók.

Az inga száma Pendelnummer	Észlelő. — Beobachter	Az észle- lés közép ideje Mittlere Zeit der Beobach- tung	Amplitudo — Ausschlag	Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung während 1 Stunde	Az inga hőmérséklete Celsius fokban Die Temperatur des Pendels in C. Graden	Légnymás mm-ben Luftdruck in mm	Légnedvesség %-ban Luftfeuchtigkeit in %	A légnedvességnek a légnedvesség következtében vet redukciója Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relatív légsűrűség Relative Luftdichte
1908. február 25.									
115	0	10 <sup>h</sup> 52 <sup>m</sup> a	14'	+ 0.08	+ 9.02	744.5	75		0.945
112	0	11 58a	15	+ 0.02	+ 9.07	744.5	75		0.945
113	0	1 4p	18	+ 0.02	+ 9.09	744.3	75		0.945
114	0	2 12p	16	0.00	+ 9.10	744.4	75		0.945
115	0	4 18p	14	+ 0.02	+ 9.11	744.7	75		0.945
112	0	5 30p	16	+ 0.04	+ 9.14	745.1	75		0.945
február 26.									
113	0	10 52a	18	+ 0.02	+ 8.99	751.4	75		0.954
114	0	11 58p	15	+ 0.04	+ 9.02	751.8	75		0.954
február 27.									
115	0	11 18a	23	+ 0.06	+ 8.94	200.0	74		0.254
112	0	12 30p	21	+ 0.04	+ 9.05	200.0	74		0.254
113	0	5 12p	18	+ 0.04	+ 9.24	200.8	73		0.255
114	0	6 24p	21	+ 0.06	+ 9.29	198.5	73		0.252
február 28.									
115	0	10 0a	22	+ 0.04	+ 9.21	281.5	73		0.357
112	0	11 6a	21	+ 0.02	+ 9.24	281.0	73		0.357
113	0	12 12p	19	+ 0.02	+ 9.26	281.0	73		0.357
114	0	1 24p	22	+ 0.04	+ 9.29	281.5	73		0.357
február 29.									
115	0	9 42a	20	+ 0.02	+ 9.11	378.0	72		0.480
112	0	10 48a	20	+ 0.06	+ 9.15	378.0	72		0.480
113	0	11 54a	18	+ 0.04	+ 9.20	378.5	72		0.480
114	0	1 0p	21	+ 0.02	+ 9.23	378.6	72		0.481
márczius 2.									
115	0	11 6a	21	+ 0.02	+ 8.80	472.8	66		0.601
112	0	12 12p	21	+ 0.08	+ 8.85	472.9	66		0.601
113	0	3 54p	19	+ 0.06	+ 8.98	473.2	66		0.601
114	0	5 6p	19	+ 0.04	+ 9.03	473.2	66		0.601



*Luftdichtekkonstante.*

Coincidentia időköz <i>Koinzidenzen-Intervall</i>	Az észlelt lengési idő  <i>Die beobachtete Schwingungs- dauer</i>		Redukciók — <i>Reduktion wegen</i>					Redukált lengési idő csillagidő mp-ben  <i>Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden</i>	
			amplitudo <i>Ausschlag</i>	hőmérséklet <i>Temperatur</i>	légsűrűség <i>Luftdichte</i>	órajárás <i>Uhrgang</i>	együttlengés <i>Mitschwingen</i>		
1908. február 25.									
198.98 <sup>s</sup>	0.501	2596	— 6	— 435	— 614	— 19	— 60	0.501	1462
211.20		1865	— 6	— 433	— 628	— 19	— 60		0719
196.54		2753	— 9	— 424	— 624	— 19	— 59		1618
195.81		2800	— 7	— 438	— 630	— 19	— 57		1649
199.09	0.501	2589	— 5	— 439	— 614	— 19	— 60	0.501	1452
211.20		1865	— 6	— 436	— 628	— 19	— 60		0716
február 26.									
196.54		2753	— 9	— 419	— 631	— 16	— 59		1619
195.93		2792	— 6	— 434	— 636	— 16	— 57		1643
február 27.									
206.48	0.501	2137	— 14	— 431	— 165	— 20	— 60	0.501	1447
219.75		1402	— 12	— 433	— 169	— 20	— 60		0708
203.72		2302	— 10	— 431	— 169	— 20	— 59		1613
202.94		2350	— 12	— 447	— 168	— 20	— 57		1646
február 28.									
204.89	0.501	2232	— 13	— 444	— 232	— 23	— 60	0.501	1460
218.02		1493	— 12	— 441	— 237	— 23	— 60		0720
202.37		2384	— 10	— 432	— 236	— 23	— 59		1624
201.69		2426	— 13	— 447	— 238	— 23	— 57		1648
február 29.									
203.65	0.501	2306	— 11	— 440	— 312	— 24	— 60	0.501	1459
216.63		1567	— 11	— 437	— 319	— 24	— 60		0716
201.13		2461	— 10	— 429	— 317	— 24	— 59		1622
200.34		2510	— 12	— 444	— 321	— 24	— 57		1652
március 2.									
202.71	0.501	2363	— 12	— 424	— 391	— 17	— 60	0.501	1459
215.52		1627	— 12	— 423	— 399	— 17	— 60		0716
200.21		2518	— 9	— 419	— 397	— 17	— 59		1617
199.40		2569	— 10	— 435	— 401	— 17	— 57		1649



## I. Légsűrűségi állandók.

Az inga száma Pendelnummer	Észlelő. — Beobachter	Az észlelés középideje Mittlere Zeit der Beobachtung	Amplitudo — Ausschlag	Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung während 1 Stunde	Az inga hőmérséklete Celsius fokban Die Temperatur des Pendels in C. Graden	Légnyomás mm-ben Luftdruck in mm	Légnedvesség %-ban Luftfeuchtigkeit in %	A légnedvességnek a légnedvesség következtében vett redukciója Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relatív légsűrűség Relative Luftdichte
márczius 3.									
115	0	9 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>	20'	+ 0.06	+ 8.67	751.2	65		0.955
112	0	10 6a	20	+ 0.06	+ 8.73	751.4	65		0.955
113	0	11 6a	19	+ 0.04	+ 8.78	751.6	65		0.955
114	0	12 6p	20	+ 0.04	+ 8.82	751.4	65		0.955
márczius 4.									
115	0	9 12a	22	+ 0.04	+ 8.97	484.5	69		0.615
112	0	10 24a	16	+ 0.00	+ 9.01	484.5	69		0.615
113	0	11 30a	15	+ 0.00	+ 9.01	484.2	69		0.615
114	0	12 42p	15	+ 0.08	+ 9.05	484.0	69		0.615
márczius 5.									
115	0	9 12a	15	+ 0.04	+ 8.88	380.2	68		0.483
112	0	10 24a	16	+ 0.10	+ 8.95	380.0	68		0.483
113	0	11 24a	14	+ 0.06	+ 9.03	380.2	68		0.483
114	0	12 30p	16	+ 0.08	+ 9.06	380.4	68		0.483
115	0	4 24p	16	+ 0.04	+ 9.17	283.2	68		0.359
112	0	5 30p	17	+ 0.02	+ 9.20	283.0	68		0.359
márczius 6.									
113	0	10 0a	14	+ 0.02	+ 8.92	284.0	69		0.361
114	0	11 6a	16	+ 0.06	+ 8.96	284.1	69		0.361
115	0	3 48p	16	+ 0.08	+ 9.12	176.2	68		0.224
112	0	5 0p	16	+ 0.06	+ 9.19	176.2	68		0.224
márczius 7.									
113	0	10 36a	16	+ 0.06	+ 9.07	177.2	68		0.225
114	0	11 42a	16	+ 0.10	+ 9.15	177.4	68		0.225



*Luftdichtekkonstante.*

Coincidentia időköz <i>Koinzidenzen-Intervall</i>	Az észlelt lengési idő  <i>Die beobachtete Schwingungs- dauer</i>		Redukciók — <i>Reduktion wegen</i>					Redukált lengési idő csillagidő mp-ben  <i>Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden</i>	
			amplitudo <i>Ausschlag</i>	hőmérséklet <i>Temperatur</i>	légsűrűség <i>Luftdichte</i>	órajárás <i>Uhrgang</i>	együttlengés <i>Mitschwingen</i>		
márczius 3.									
199.30 <sup>s</sup>	0.501	2576	— 11	— 418	— 621	— 14	— 60	0.501	1452
211.47		1850	— 11	— 416	— 634	— 14	— 60		0715
196.84		2733	— 10	— 409	— 631	— 14	— 59		1610
196.02		2787	— 11	— 424	— 637	— 14	— 57		1644
márczius 4.									
202.50	0.501	2376	— 13	— 432	— 400	— 13	— 60	0.501	1458
215.40		1633	— 7	— 430	— 408	— 13	— 60		0715
200.14		2523	— 6	— 420	— 407	— 13	— 59		1618
199.33		2574	— 6	— 435	— 410	— 13	— 57		1653
márczius 5.									
204.03	0.501	2283	— 6	— 428	— 314	— 16	— 60	0.501	1459
216.95		1550	— 7	— 427	— 321	— 16	— 60		0719
201.50		2438	— 5	— 420	— 319	— 16	— 59		1619
200.65		2490	— 7	— 436	— 322	— 16	— 57		1652
205.24	0.501	2211	— 7	— 442	— 233	— 16	— 60	0.501	1453
218.32		1477	— 8	— 439	— 238	— 16	— 60		0716
márczius 6.									
202.83		2356	— 5	— 416	— 239	— 15	— 59		1622
202.14		2399	— 7	— 431	— 241	— 15	— 57		1648
206.64	0.501	2128	— 7	— 440	— 146	— 15	— 60	0.501	1460
220.09		1385	— 7	— 438	— 149	— 15	— 60		0716
márczius 7.									
204.20		2273	— 7	— 423	— 149	— 20	— 59		1615
203.45		2318	— 8	— 440	— 150	— 20	— 57		1643



A fenti mérési eredmények alapján a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazásával vezettük le a légsűrűségi állandók legmegbízhatóbb értékeit.

Jelöljük  $T$ -vel az állandók közelítő értékeivel is redukált lengési időt, úgy

$$t = T + \lambda - \Delta C_d d$$

ahol a  $\Delta C_d$  a légsűrűségi konstans közelítő értékének javítása

$$C_d = \text{közelítő érték} + \Delta C_d$$

Ha továbbá a  $t$ -re közelítő értéket vezetünk be

$$t = (t) + \Delta t$$

úgy a feltételi egyenletek alakja a következő lesz:

$$\lambda = \Delta t + \Delta C_d d + (t) - T$$

Minden ingára 11 ilyen alakú egyenlet írható fel, amelyek a következők:



Feltételi egyenletek. — *Bedingungsgleichungen.*

<i>Pendel 115 inga</i> $(t) = 0.501\ 1456^s$ $(c) = 650^s \times 10^{-7}$	<i>Pendel 112 inga</i> $(t) = 0.501\ 0716^s$ $(c) = 664^s \times 10^{-7}$
$\lambda = \Delta t + 0.945\ \Delta c - 6$ $+ 0.945\ + 4$ $+ 0.254\ + 9$ $+ 0.357\ - 4$ $+ 0.480\ - 3$ $+ 0.601\ - 3$ $+ 0.955\ + 4$ $+ 0.615\ - 2$ $+ 0.483\ - 3$ $+ 0.359\ + 3$ $+ 0.224\ - 4$	$\lambda = \Delta t + 0.945\ \Delta c - 3$ $+ 0.945\ + 0$ $+ 0.254\ + 3$ $+ 0.357\ - 4$ $+ 0.480\ + 0$ $+ 0.601\ + 0$ $+ 0.955\ + 1$ $+ 0.615\ + 1$ $+ 0.483\ - 3$ $+ 0.359\ + 0$ $+ 0.224\ + 0$
<i>Pendel 113 inga</i> $(t) = 0.501\ 1618^s$ $(c) = 661^s \times 10^{-7}$	<i>Pendel 114 inga</i> $(t) = 0.501\ 1648$ $(c) = 667^s \times 10^{-7}$
$\lambda = \Delta t + 0.945\ \Delta c + 0$ $+ 0.954\ - 1$ $+ 0.255\ + 5$ $+ 0.357\ - 6$ $+ 0.480\ - 4$ $+ 0.601\ + 1$ $+ 0.955\ + 8$ $+ 0.615\ + 0$ $+ 0.483\ - 1$ $+ 0.361\ - 4$ $+ 0.225\ + 3$	$\lambda = \Delta t + 0.945\ \Delta c - 1$ $+ 0.954\ + 5$ $+ 0.252\ + 2$ $+ 0.357\ + 0$ $+ 0.481\ - 4$ $+ 0.601\ - 1$ $+ 0.955\ + 4$ $+ 0.615\ - 5$ $+ 0.483\ - 4$ $+ 0.361\ + 0$ $+ 0.225\ + 5$

A megfelelő normális egyenletek s megoldásaik az alábbi táblázatos összeállításban vannak összefoglalva:



Normálegyenletek és azok végeredményei.

*Normalgleichungen und deren Endergebnisse.*

115 inga	112 inga
$+ 11.00 \Delta t + 6.22 \Delta c - 5.00 = 0$ $+ 6.22 \Delta t + 4.27 \Delta c - 2.95 = 0$ $\Delta c = + 0.1 \pm 5.5$ $\Delta t = + 0.4 \pm 3.5$	$+ 11.00 \Delta t + 6.22 \Delta c - 5.00 = 0$ $+ 6.22 \Delta t + 4.27 \Delta c - 3.38 = 0$ $\Delta c = + 0.7 \pm 2.5$ $\Delta t = 0.0 \pm 1.6$
113 inga	114 inga
$= 11.00 \Delta t + 6.22 \Delta c + 1.00 = 0$ $+ 6.22 \Delta t + 4.27 \Delta c + 3.26 = 0$ $\Delta c = - 3.6 \pm 4.9$ $\Delta t = + 1.9 \pm 3.0$	$+ 11.00 \Delta t + 6.22 \Delta c + 1.00 = 0$ $+ 6.22 \Delta t + 4.27 \Delta c + 1.70 = 0$ $\Delta c = - 1.5 \pm 4.3$ $\Delta t = + 0.8 \pm 2.6$

Fentiek alapján a légsűrűségi állandó meghatározására szolgáló mérések a következő értékeket adják:

A 115. sz. inga légsűrűségi állandója	$650.1 \times 10^{-7} \text{ mp} \pm 5.5$
„ 112. „ „ „ „	$664.7 \times 10^{-7} \text{ „} \pm 2.5$
„ 113. „ „ „ „	$657.4 \times 10^{-7} \text{ „} \pm 4.9$
„ 114. „ „ „ „	$665.5 \times 10^{-7} \text{ „} \pm 4.3$

A légsűrűségi állandó képlete *Bessel* szerint:

$$C_d = \left( t_o \frac{1+k}{2} \frac{0.001293}{\gamma} \right) \left( 1 - 0.001324 \cos 2\varphi - \frac{H}{R} \right)$$

ahol  $k$  az inga alakjától és külső felületétől függő állandó,  
 $t_o$  az inga lengési ideje a tengerszinen  $45^\circ$  szélesség alatt,  
 $\gamma$  az inga fajsúlya,  
 $\varphi$  és  $H$  az észlelési hely szélessége, illetve magassága,



$R$  a gömbnek képzelt föld sugara.

A  $C_d$  állandó egyik része tehát a positiótól függ, miért is a légsűrűségi állandók fenti értékei szigorúan csak *Potsdam*-ra állanak. Ha most a *Bessel*-féle képlet alapján kiszámítjuk a légsűrűségi állandó értékét *Budapest*-re, vagy akár *Magyarország* legdélibb pontjára, úgy ezek az értékek a *Potsdam*-ra vonatkozótól a meghatározás középhibájánál lényegesen kisebb értékben térnek csak el, vagyis a levezetett állandók változatlanul használhatók a Magyarországon végzendő mérésekben.

A teljesség kedvéért a fenti képlet alapján kiszámítottam a  $k$  factorok értékeit az egyes ingákra. Az eredmények a következők:

A 115	ingánál	$k = 0.580 \pm 0.013,$
" 112	"	$k = 0.617 \pm 0.006,$
" 113	"	$k = 0.597 \pm 0.012,$
" 114	"	$k = 0.614 \pm 0.010.$

b) *A 112., 113., 114. és 115. ingák statikai hőmérsékleti állandóinak meghatározása.*

A statikai hőmérsékleti állandó meghatározása a Geodéziai Intézet «*Ostkeller*»-nek nevezett pincehelyiségében történt, ahol az ingastativ azon régebbi szekrényben volt elhelyezve, amelyben a magas hőmérsékletet meleg vízzel, az alacsonyat pedig olvadó jéggel lehetett előállítani. E berendezés az Intézet több publicatiójában részletesen le van írva, pl. «*O. Hecker, Bestimmung der Schwerkraft auf dem Indischen und Grossen Ocan, Neue Folge 16*» című munkájában, azért e helyütt a berendezés részletezését mellőzöm.

A hőmérsékleti állandó meghatározása előtt az ingákat gondosan temperáltam, hogy elkerüljem ezáltal a hőmérsékleti állandó meghatározása alatt a feszültségek kiegyenlítődése miatt bekövetkező esetleges hosszváltozásokat. A temperálás abból állt, hogy több napon egymás után magas és alacsony hőmérséklet mellett lengettem az ingákat s időközönként egy fakalapáccsal ütöttem őket az esetleges feszültségek megszüntetése céljából. (A temperálás tökéletesebb végrehajtására azóta *Haase*-



mann professor nagyon egyszerű automaticusan rázkodtató berendezést létesített a Geodéziai Intézetben.)

Ezután az állandó meghatározása céljából 3 sorozatot észleltem alacsony hőmérsékletnél, 5 sorozatot magas hőmérsékletnél s újból 3 sorozatot ismét alacsony hőmérsékletnél.

Az észlelések reductióját ugyanazon képlet szerint végeztem el, a mit a légsűrűségi állandónál már közöltem. Nagy gondot fordítottam az együttlengés meghatározására, mert nem tartottam kizártnak, hogy a magas hőmérsékletű felfüggesztő szerkezetnek más a viselkedése, mint az alacsony hőmérsékletűnek. Ezt eldöntendő az együttlengést több sorozat észlelésével úgy alacsony hőmérsékleten, mint magas hőmérsékleten meghatároztam. Az eredmények a következők:

Inga	1908 márc. 14.	1908 április 1.	A redukálásnál felhasználtatott
	Együttlengés		
	+6.0°	+30.0°	
115	$70 \times 10^{-7} mp$	$73 \times 10^{-7} mp$	$72 \times 10^{-7} mp$
112	68	71	70
113	85	86	86
114	83	84	84

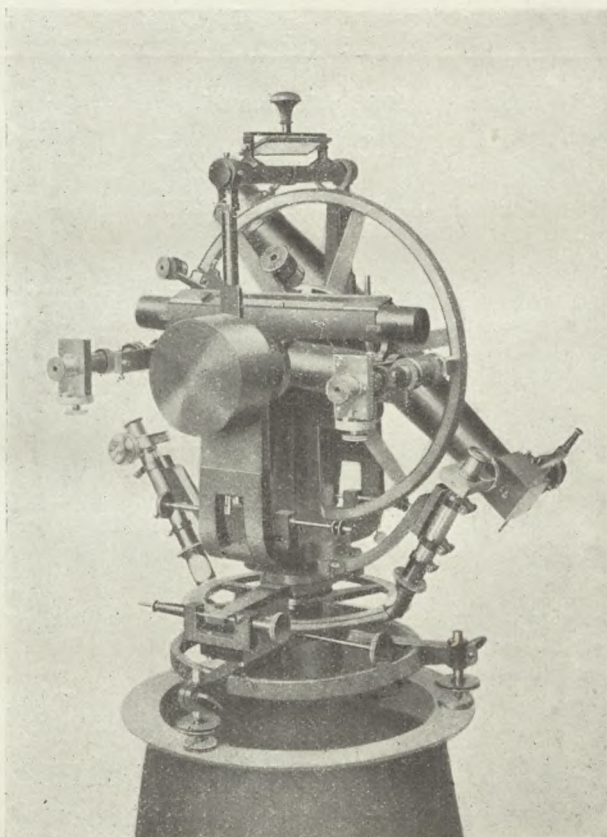
A mint a fentti értékek mutatják, az alacsony és magas hőmérsékletnél nyert együttlengési értékek közti differencia oly csekély, hogy ha volna is valóságos különbség a felhevített és lehűtött alátámasztás mozgásában, az a mérés pontosságánál feltétlenül alacsonyabb rendű. Az együttlengési correctio alkalmazása sem a légnyomási, sem a hőmérsékleti constans meghatározásánál nem szükséges, ha a mérés berendezése olyan, mint a milyen a mi esetünkben volt.

Coincidencia órául a *Geodéziai Intézet* normal órái közül a *Dencker* 28 szolgált. Ennek járását az észlelés epocháira redukálva *Wanach* professor a következőkben adta meg:



1908 március 16-án az órajárás — 0·21 mp.

"	"	17-én	"	"	— 0·25 "
"	"	20-án	"	"	— 0·29 "
"	"	21-én	"	"	— 0·24 "
"	"	22-én	"	"	— 0·26 "
"	"	27-én	"	"	— 0·16 "
"	"	28-án	"	"	— 0·20 "



9. ábra.

A lengési időmérések eredményei következő táblázatban vannak összefoglalva:

Ottay K.: A nehézséggyorsulás.



## II. Hőmérsékleti állandók.

Az inga száma Pendelnummer	Észlelő — Beobachter	Az észlelés középideje Mittlere Zeit der Beobachtung	Amplitudo — Ausschlag	Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung während 1 Stunde	Az inga hőmérséklete Celsius fokban Die Temperatur des Pendels in C. Graden	Légnyomás mm-ben Luftdruck in mm	Légnyom. %-ban Luftfeuchtigkeit in %	A légnyomásnak a légnyomáshoz következtében vett redukciója Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relatív légsűrűség Relative Luftdichte	
1908. márczius 16.										
115	0	9 6 <sup>a</sup>	18'	0.00	+	4.27	758.4	74	— 1.7	0.980
112	0	10 12 <sup>a</sup>	20	0.00	+	4.27	758.4	72	— 1.7	0.980
113	0	11 24 <sup>a</sup>	22	— 0.02	+	4.26	758.2	72	— 1.7	0.980
114	0	12 30 <sup>p</sup>	24	0.00	+	4.25	758.0	72	— 1.7	0.980
115	0	4 0 <sup>p</sup>	18	0.00	+	4.29	757.3	72	— 1.7	0.979
112	0	5 12 <sup>p</sup>	20	0.00	+	4.29	757.4	73	— 1.7	0.979
113	0	6 18 <sup>p</sup>	23	0.00	+	4.29	757.4	73	— 1.7	0.979
114	0	7 42 <sup>p</sup>	20	0.00	+	4.29	757.5	73	— 1.7	0.979
márczius 17.										
115	0	8 42 <sup>a</sup>	18	0.00	+	4.19	757.2	73	— 1.7	0.979
112	0	9 54 <sup>a</sup>	22	— 0.02	+	4.18	757.0	73	— 1.7	0.979
113	0	11 0 <sup>a</sup>	22	— 0.02	+	4.16	756.9	73	— 1.7	0.979
114	0	12 6 <sup>p</sup>	19	— 0.02	+	4.14	756.6	73	— 1.7	0.979
márczius 20.										
115	0	9 30 <sup>a</sup>	22	— 0.02	+	34.92	752.6	34	— 5.3	0.872
112	0	10 30 <sup>a</sup>	20	0.00	+	34.91	752.6	34	— 5.3	0.872
113	0	11 36 <sup>a</sup>	21	— 0.02	+	34.90	752.6	34	— 5.3	0.872
114	0	12 30 <sup>p</sup>	23	+ 0.06	+	34.92	752.6	34	— 5.3	0.872
115	0	4 48 <sup>p</sup>	20	+ 0.12	+	35.31	752.7	32	— 5.1	0.871
112	0	5 48 <sup>p</sup>	18	+ 0.01	+	35.37	753.0	32	— 5.1	0.871
113	0	6 48 <sup>p</sup>	21	— 0.07	+	35.35	753.1	32	— 5.1	0.871
114	0	7 48 <sup>p</sup>	22	0.00	+	35.31	753.4	32	— 5.1	0.871
márczius 21.										
115	0	9 36 <sup>a</sup>	21	— 0.01	+	35.77	755.6	29	— 4.8	0.873
112	0	10 36 <sup>a</sup>	18	— 0.02	+	35.76	755.6	29	— 4.8	0.873
113	0	11 30 <sup>a</sup>	21	+ 0.02	+	35.76	755.6	29	— 4.8	0.873
114	0	12 24 <sup>p</sup>	22	0.00	+	35.77	755.6	29	— 4.8	0.873
115	0	5 12 <sup>p</sup>	20	+ 0.40	+	36.17	755.7	29	— 4.9	0.872
112	0	6 24 <sup>p</sup>	17	+ 0.28	+	36.51	755.9	29	— 4.9	0.872





## Temperaturkonstante

Coincidentia időköz Koinzidenzen-Intervall	Az észlelt lengési idő  Die beobachtete Schwingungs- dauer	Redukciók — Reduktion wegen					Redukált lengési idő csillagidő mp-ben  Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden
		amplitudo Ausschlag	hőmérséklet Temperatur	légsűrűség Luftdichte	órajárás Uhrgang	együttlengés Mitschwingen	
1908. márczius 16.							
202.71 <sup>s</sup>	0. 501 2363	— 9	— 206	— 637	— 12	— 72	0. 501 1427 <sup>s</sup>
215.25	1642	— 11	— 204	— 651	— 12	— 70	0694
199.24	2579	— 12	— 198	— 647	— 12	— 86	1624
198.96	2597	— 15	— 204	— 654	— 12	— 84	1628
202.76	0. 501 2360	— 8	— 207	— 636	— 12	— 72	0. 501 1425 <sup>s</sup>
215.32	1638	— 10	— 205	— 650	— 12	— 70	0691
199.34	2573	— 13	— 200	— 647	— 12	— 86	1615
199.10	2588	— 11	— 206	— 653	— 12	— 84	1622
márczius 17.							
202.83	0. 501 2356	— 9	— 202	— 636	— 14	— 72	0. 501 1423 <sup>s</sup>
215.39	1634	— 12	— 200	— 650	— 14	— 70	0688
199.42	2568	— 13	— 194	— 647	— 14	— 86	1614
199.29	2576	— 10	— 199	— 653	— 14	— 84	1616
márczius 20.							
182.04	0. 501 3771	— 12	— 1683	— 566	— 17	— 72	0. 501 1421 <sup>s</sup>
192.40	3028	— 10	— 1665	— 579	— 17	— 70	0687
179.83	3941	— 12	— 1626	— 576	— 17	— 86	1624
179.04	4002	— 14	— 1680	— 581	— 17	— 84	1626
181.65	0. 501 3801	— 11	— 1702	— 566	— 17	— 72	0. 501 1433 <sup>s</sup>
192.04	3052	— 8	— 1687	— 578	— 17	— 70	0692
179.49	3967	— 11	— 1647	— 575	— 17	— 86	1631
178.86	4017	— 13	— 1698	— 581	— 17	— 84	1624
márczius 21.							
181.32	0. 501 3826	— 12	— 1724	— 567	— 14	— 72	0. 501 1437 <sup>s</sup>
191.82	3067	— 9	— 1706	— 580	— 14	— 70	0688
179.34	3979	— 11	— 1666	— 577	— 14	— 86	1625
178.61	4036	— 13	— 1721	— 582	— 14	— 84	1622
181.30	0. 501 3827	— 11	— 1743	— 566	— 14	— 72	0. 501 1421 <sup>s</sup>
191.67	3078	— 8	— 1742	— 578	— 14	— 70	0662



## II. Hőmérsékleti állandók.

Az inga száma Pendelnummer	Észlelő — Beobachter	Az észle- lés közép- ideje Mittlere Zeit der Beobach- tung	Amplitudo — Ausschlag	Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung während 1 Stunde	Az inga hőmérséklete Celsius fokban Die Temperatur des Pendels in C. Graden	Légnymomás mm-ben Luftdruck in mm	Légnedvesség %-ban Luftfeuchtigkeit in %	A légnedvességnek a légnedvesség következtében vett redukciója Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relatív légsűrűség Relative Luftdichte
1908. márczius 22.									
113	0	9 36a	21'	— 0.06	+ 36.64	755.4	28	— 4.9	0.871
114	0	10 30a	19	— 0.06	+ 36.58	755.2	28	— 4.9	0.871
115	0	11 30a	20	— 0.04	+ 36.53	754.8	28	— 4.9	0.870
112	0	12 24p	20	— 0.02	+ 36.50	754.4	28	— 4.9	0.870
113	0	5 24p	21	+ 0.02	+ 36.76	752.8	27	— 4.5	0.867
114	0	6 12p	22	0.00	+ 36.77	752.9	27	— 4.5	0.867
márczius 27.									
115	0	8 48a	21	— 0.04	+ 4.41	764.0	91	— 2.1	0.986
112	0	9 54a	19	— 0.02	+ 4.38	764.0	91	— 2.1	0.986
113	0	11 0a	18	0.00	+ 4.37	763.8	91	— 2.1	0.986
114	0	12 1p	19	0.00	+ 4.37	763.6	91	— 2.1	0.986
115	0	3 24p	17	0.00	+ 4.37	762.2	91	— 2.1	0.984
112	0	4 30p	17	0.00	+ 4.37	761.8	91	— 2.1	0.984
113	0	5 36p	17	+ 0.06	+ 4.40	761.6	91	— 2.1	0.984
114	0	6 36p	17	+ 0.08	+ 4.47	761.7	91	— 2.1	0.984
márczius 28.									
115	0	10 36a	18	— 0.02	+ 4.36	760.5	91	+ 2.1	0.982
112	0	11 48a	20	— 0.02	+ 4.34	760.2	91	+ 2.1	0.982
113	0	3 18p	20	0.00	+ 4.37	758.6	90	+ 2.1	0.979
114	0	4 24p	17	0.00	+ 4.37	758.8	90	+ 2.1	0.979



*Temperaturkonstante.*

Coincidentia időköz Koinzidenzen-Intervall	Az észlelt lengési idő  Die beobachtete Schwingungs- dauer	Redukciok — Reduktion wegen					Redukált lengési idő csillagidő mp-ben  Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden
		amplitudo Ausschlag	hőmérséklet Temperatur	légsűrűség Luftdichte	órajárás Uhrgang	együttlengés Mitschwingen	
1908. márczius 22.							
178.76 <sup>s</sup>	4025	— 11	— 1708	— 575	— 15	— 86	1630
178.15	4073	— 10	— 1759	— 580	— 15	— 84	1625
181.08	0. 501 3844	— 10	— 1761	— 565	— 15	— 72	0. 501 1421
191.23	3107	— 10	— 1741	— 578	— 15	— 70	0693
178.88	4015	— 12	— 1713	— 573	— 15	— 86	1616
178.06	4080	— 13	— 1769	— 578	— 15	— 84	1621
márczius 27.							
202.70 <sup>s</sup>	0. 501 2364	— 12	— 213	— 640	— 11	— 72	0. 501 1416
215.30	1639	— 10	— 209	— 655	— 11	— 70	0684
199.07	2590	— 9	— 204	— 651	— 11	— 86	1629
199.12	2587	— 10	— 210	— 658	— 11	— 84	1614
202.74 <sup>s</sup>	0. 501 2361	— 8	— 211	— 639	— 11	— 72	0. 501 1420
215.38	1635	— 7	— 208	— 654	— 11	— 70	0685
199.06	2591	— 7	— 205	— 650	— 11	— 86	1632
199.00	2594	— 8	— 215	— 656	— 11	— 84	1620
márczius 28.							
202.67 <sup>s</sup>	0. 501 2366	— 8	— 210	— 638	— 13	— 72	0. 501 1425
215.28	1640	— 11	— 207	— 652	— 13	— 70	0687
199.14	2585	— 11	— 204	— 647	— 13	— 86	1624
199.10	2588	— 8	— 210	— 654	— 13	— 84	1619



A fenti észlelések alapján a legkisebb négyzetek módszerével határoztam meg az állandókat és középhibáikat. A feltételi egyenletek alakja

$$\lambda = \Delta t + \Delta C_{\tau} \tau + (t) - T,$$

ahol

$$C_{\tau} = \text{közelítő érték} + \Delta C_{\tau},$$

$$t = (t) + \Delta t,$$

$T$  az inga közepes hőmérséklete Celsiusfokban.

A feltételi egyenletek, a normális egyenletek és megoldásuk az alábbi táblázatban vannak összeállítva:

**Feltételi egyenletek. — *Bedingungsgleichungen.***

115 ( $t$ ) = 0.501 1423 <sup>s</sup> ( $c$ ) = 48.2 <sup>s</sup> × 10 <sup>-7</sup>	112 ( $t$ ) = 0.501 0689 <sup>s</sup> ( $c$ ) = 47.7 <sup>s</sup> × 10 <sup>-7</sup>
$\lambda = \Delta t + 4.27 \Delta c - 4$ + 4.29 — 2 + 4.19 + 0 + 34.92 + 2 + 35.31 — 10 + 36.17 + 2 + 36.53 + 2 + 4.41 + 7 + 4.37 + 3 + 4.36 — 2	$\lambda = \Delta t + 4.27 \Delta c - 5$ + 4.29 — 2 + 4.19 + 1 + 34.91 + 2 + 35.37 — 3 + 35.76 + 1 + 36.50 — 4 + 4.38 + 5 + 4.37 + 4 + 4.34 + 2
113 ( $t$ ) = 0.501 1624 <sup>s</sup> ( $c$ ) = 46.6 <sup>s</sup> × 10 <sup>-7</sup>	114 ( $t$ ) = 0.501 1622 <sup>s</sup> ( $c$ ) = 48.1 <sup>s</sup> × 10 <sup>-7</sup>
$\lambda = \Delta t + 4.26 \Delta c + 0$ + 4.29 + 9 + 4.16 + 10 + 34.90 + 0 + 35.35 — 7 + 35.76 — 1 + 36.64 — 6 + 36.76 + 8 + 4.37 — 5 + 4.40 — 8 + 4.37 + 0	$\lambda = \Delta t + 4.25 \Delta c - 6$ + 4.29 + 0 + 4.14 + 6 + 34.92 — 4 + 35.31 — 2 + 35.77 + 0 + 36.58 — 3 + 36.77 + 1 + 4.37 + 8 + 4.47 + 2 + 4.37 + 3



Normálegyenletek és azok végeredményei.  
*Normalgleichungen und deren Endergebnisse.*

115	112
$+ 10.00\Delta t + 168.90\Delta c - 2.0=0$ $+168.90\Delta t + 5219.49\Delta c - 128.4=0$ $\Delta c = +0.04 \pm 0.10$ $\Delta t = -0.5 \pm 2.3$	$+ 10.00\Delta t + 168.50\Delta c + 1.0=0$ $+168.50\Delta t + 5196.89\Delta c - 124.3=0$ $\Delta c = +0.06 \pm 0.07$ $\Delta t = -1.1 \pm 1.6$
113	114
$+ 11.00\Delta t + 205.50\Delta c + 0.0=0$ $+205.50\Delta t + 6559.31\Delta c - 185.3=0$ $\Delta c = +0.07 \pm 0.13$ $\Delta t = -1.3 \pm 3.1$	$+ 11.00\Delta t + 205.40\Delta c + 5.0=0$ $+205.40\Delta t + 6552.30\Delta c - 227.0=0$ $\Delta c = +0.12 \pm 0.07$ $\Delta t = -2.7 \pm 1.8$

Ezek alapján az egyes ingák hőmérsékleti állandóinak értékei az alábbiak:

a 115 sz. inga hőmérsékleti állandója	$48.24 \times 10^{-7} \text{ mp} \pm 0.10,$
„ 112 „ „ „	„ $47.76 \times 10^{-7} \text{ „} \pm 0.07,$
„ 113 „ „ „	„ $46.67 \times 10^{-7} \text{ „} \pm 0.13,$
„ 114 „ „ „	„ $48.12 \times 10^{-7} \text{ „} \pm 0.07.$

A négy inga számtani közepére az ú. n. középíngára vonatkozó hőmérsékleti állandó:

$$47.80 \times 10^{-7} \text{ mp} \pm 0.05.$$

c) A 108., 109., 110. és 111. sz. ingák statikai hőmérsékleti állandóinak meghatározása.

A fenti ingák statikai hőmérsékleti állandóit a *potsdami Geodéziai Intézet* vezetőjének, HELMERT igazgató úrnak szíves engedélyével HAASEMANN professor volt szíves meghatározni az 1913. év tavaszán.

Közlése szerint a mérés külső körülményeit és eredményét a következőkben ismertethetem:



A hőmérsékleti állandók meghatározása a Geodéziai Intézet új, elektromossággal melegített szekrénye felhasználásával ment végbe. Az inga-stativot a kettősfalú burájával együtt helyezték a szekrénybe. A stativon balról a 26041. thermometer, jobbról a 23042. számú volt elhelyezve.

Coincidentia-órául a *Dencker* 28. szolgált. A légnyomás mérése egy aneroiddal történt (Bohne 938.), melynek indexhibáját az Intézet normál higany-barométerével való direct összehasonlításával állapították meg. A levegő nedvességtartalmának méréseire egy *Koppe*-féle hajszál-hygrométer használtot.

Az ingasorozatok alatt a hőmérséklet igen állandó volt és pedig úgy a magasabb, mint az alacsonyabb hőmérsékleteknél.

A mérés alacsony hőmérsékletnél — cca  $+5^{\circ}$ -nál — kezdődött két sorozat mérésével, ezután magas hőmérsékletnél (cca  $+39^{\circ}$ ) négy sorozatot észleltek, végül újra alacsony hőmérsékletnél (cca  $+5.5^{\circ}$ ) három sorozatot. Az ingák a mérés alatt eléggé változatlanok maradtak, amiről meg lehet győződni, ha kiszámítjuk az egyes ingák lengési idejének eltéréseit a megfelelő középíngák lengési idejeitől. Az egyes ingáknál kissé nagy kiadódó középhibák, HAASEMANN professor közlése szerint, a coincidentia-óra járásingadozásaira vezethetők vissza.

Az állvány együttlengésének mérése a kettősinga módszerével történt.

A coincidentia-óra járását a mérés alatt WANACH professor határozta meg az Intézet normál óráival való összehasonlítás által. A redukálásnál felhasznált órajárások a következők:

Datum	Órajárás pro 24 óra
1913 március 11. 6 <sup>h</sup> am — 10 <sup>h</sup> am	+0.04 mp
11. 2 <sup>h</sup> pm — 6 <sup>h</sup> pm	—0.02
14. 6 <sup>h</sup> am — 1.5 <sup>h</sup> pm	—0.10
15. 6 <sup>h</sup> am — 1.5 <sup>h</sup> pm	—0.12
19. 6 <sup>h</sup> am — 1.5 <sup>h</sup> pm	—0.20
26. 6 <sup>h</sup> am — 10 <sup>h</sup> am	—0.03
27. 6.5 <sup>h</sup> am — 10.5 <sup>h</sup> pm	—0.15



A mérési eredményeket táblázatos összefoglalásban közlöm. A mérési eredmények reduálásakor a hőmérsékleti állandót ideiglenesen

$$+ 47.00 \times 10^{-7} \text{ mp-nek}$$

vettem. A légsűrűség miatti redukálásnál pedig a légsűrűségi állandó végleges értékét használtam. Ezek az értékek az egyes ingáknál a következők:

a 108.	inga	légsűrűségi	állandója	$668.7 \times 10^{-7}$	mp
a 109.	"	"	"	$669.5 \times 10^{-7}$	"
a 110.	"	"	"	$671.7 \times 10^{-7}$	"
a 111.	"	"	"	$678.3 \times 10^{-7}$	"

HAASEMANN professor méréseinek eredményei a túloldali táblázatban találhatók.



Az inga száma Pendelnummer	Az észlelés középideje Mittlere Zeit der Beobachtung	Coincidentia időköz mp Koinzidenzen-Intervall sec.	Amplitudo ív- percekben Ausschlag in Bogen- minuten		Az inga hő- mérséklete Pendeltempe- ratur am		Légnedvesség %-ban Luftfeuchtigkeit in %	Légnyomás mm-ben Luftdruck in mm	A légnyomásnak a légnedvesség miatt vett redukciója Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relatív légsűrűség Relative Luftdichte
			az észlelés Beobachtungs-		az észlelés Beobachtungs-					
			elején Anfang	végén Ende	elején Anfang	végén Ende				
1913. márczius 11.										
108	6.9 <sup>h</sup> <sub>a</sub>	181.548	18.0	12.5	4.77	4.76	64	762.8	— 1.5	0.985
109	7.8 <sub>a</sub>	181.503	20.0	14.8	4.76	4.77	64	762.6	— 1.5	0.985
110	8.7 <sub>a</sub>	179.470	20.5	13.6	4.77	4.77	64	762.4	— 1.5	0.984
111	9.4 <sub>a</sub>	191.720	18.8	12.5	4.77	4.81	64	762.4	— 1.5	0.984
márczius 11.										
108	2.7	181.345	18.3	12.4	4.87	4.86	65	757.4	— 1.6	0.978
109	3.6	181.247	20.0	13.4	4.86	4.85	65	756.7	— 1.6	0.976
110	4.4	179.468	20.6	15.0	4.85	4.86	65	756.4	— 1.6	0.976
111	5.3	191.815	18.6	12.6	4.86	4.86	65	756.3	— 1.6	0.976
márczius 14.										
108	6.9	164.108	20.5	15.0	36.88	36.98	38	755.0	— 6.6	0.867
109	7.8	164.130	20.0	14.5	36.98	37.01	38	755.2	— 6.6	0.867
110	8.6	162.615	20.4	14.4	37.01	37.05	38	755.3	— 6.6	0.867
111	9.5	172.454	17.5	12.0	37.05	37.09	38	755.4	— 6.6	0.867
márczius 14.										
108	10.2	164.119	19.5	13.6	37.09	37.14	38	755.6	— 6.6	0.867
109	11.0	164.088	17.5	12.4	37.17	37.22	38	755.6	— 6.6	0.867
110	11.8	162.528	19.0	13.8	37.22	37.22	38	755.4	— 6.7	0.867
111	12.6	172.375	17.3	12.0	37.22	37.24	38	755.2	— 6.7	0.867
márczius 15.										
108	6.9	162.592	20.3	14.8	39.87	39.91	28	750.3	— 5.7	0.855
109	7.7	162.756	18.0	12.8	39.91	39.91	28	750.3	— 5.7	0.855
110	8.5	161.014	22.5	15.4	39.91	39.92	28	750.5	— 5.7	0.855
111	9.5	170.874	17.6	11.8	39.92	39.88	28	751.0	— 5.7	0.855
márczius 15.										
108	10.3	162.761	19.3	14.0	39.88	39.82	28	751.5	— 5.7	0.856
109	11.1	162.619	18.3	13.0	39.82	39.80	28	752.0	— 5.7	0.856
110	12.0	161.204	20.3	15.0	39.80	39.80	28	752.5	— 5.7	0.856
111	12.9	170.896	17.5	12.5	39.80	39.82	28	752.9	— 5.7	0.856



Mért lengési idő <i>Beobachtete Schwingungs- dauer</i>		Redukciók — <i>Reduktion wegen</i>					Redukált lengési idő csillag- idő másodpercen <i>Reduzierte Schwingungsdauer in Sternzeitsekunden</i>	
		amplitudo <i>Ausschlag</i>	hőmérséklet <i>Temperatur</i>	légsűrűség <i>Luftdichte</i>	órajárás <i>Uhrgang</i>	együttlengés <i>Mitschwingen</i>		
1913. márczius 11.								
0.501	3809	— 6	— 224	— 659	+ 2	— 65	0.501	2857
0.501	3812	— 8	— 224	— 659	+ 2	— 65	0.501	2858
0.501	3970	— 8	— 224	— 660	+ 2	— 77	0.501	3003
0.501	3074	— 7	— 225	— 667	+ 2	— 77	0.501	2100
márczius 11.								
0.501	3825	— 6	— 229	— 654	— 1	— 65	0.501	2870
0.501	3828	— 8	— 228	— 653	— 1	— 65	0.501	2873
0.501	3970	— 9	— 228	— 657	— 1	— 77	0.501	2998
0.501	3069	— 6	— 228	— 662	— 1	— 77	0.501	2095
márczius 14.								
0.501	5280	— 8	— 1736	— 580	— 6	— 65	0.501	2885
0.501	5280	— 8	— 1739	— 580	— 6	— 65	0.501	2882
0.501	5421	— 8	— 1740	— 582	— 6	— 77	0.501	3008
0.501	4539	— 6	— 1742	— 588	— 6	— 77	0.501	2120
márczius 14.								
0.501	5279	— 7	— 1745	— 580	— 6	— 65	0.501	2876
0.501	5282	— 6	— 1747	— 580	— 6	— 65	0.501	2878
0.501	5429	— 7	— 1749	— 582	— 6	— 77	0.501	3008
0.501	4546	— 6	— 1750	— 588	— 6	— 77	0.501	2119
márczius 15.								
0.501	5422	— 8	— 1875	— 572	— 7	— 65	0.501	2895
0.501	5407	— 6	— 1876	— 572	— 7	— 65	0.501	2881
0.501	5576	— 10	— 1876	— 574	— 7	— 77	0.501	3032
0.501	4674	— 6	— 1875	— 580	— 7	— 77	0.501	2129
márczius 15.								
0.501	5407	— 7	— 1873	— 573	— 7	— 65	0.501	2882
0.501	5421	— 7	— 1871	— 573	— 7	— 65	0.501	2898
0.501	5556	— 8	— 1871	— 574	— 7	— 77	0.501	3019
0.501	4671	— 6	— 1871	— 582	— 7	— 77	0.501	2128



Az inga száma <i>Pendelnummer</i>	Az észlelés középideje <i>Mittlere Zeit der Beobachtung</i>	Coincidentia időköz mp <i>Koinzidenzen-Intervall sec.</i>	Amplitudo ívpercekben  <i>Ausschlag in Bogen- minuten</i>		Az inga hőmérséklete  <i>Pendeltempe- ratur am</i>		Légnedvesség %-ban <i>Luftfeuchtigkeit in %</i>	Légnyomás mm-ben <i>Luftdruck in mm</i>	A légnyomásnak a légnedvesség miatt vett redukciója <i>Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit</i>	Relatív légsűrűség <i>Relative Luftdichte</i>
			az észlelés <i>Beobachtungs-</i>		az észlelés <i>Beobachtungs-</i>					
			elején <i>Anfang</i>	végén <i>Ende</i>	elején <i>Anfang</i>	végén <i>Ende</i>				
1913. márczius 19.										
108	7.0 <sup>h</sup>	181.004	18.5	12.5	5.57	5.57	39	746.3	— 1.0	0.961
109	7.8	180.845	17.4	12.3	5.57	5.57	39	746.1	— 1.0	0.961
110	9.6	179.185	17.5	12.5	5.57	5.57	39	745.8	— 1.0	0.961
111	10.5	191.300	15.0	9.3	5.57	5.57	39	745.3	— 1.0	0.960
márczius 26.										
108	6.9	180.813	22.5	15.8	5.65	5.65	72	764.1	— 1.8	0.983
109	7.7	180.886	19.5	13.5	5.65	5.65	72	764.2	— 1.8	0.983
110	8.6	178.753	20.3	15.0	5.65	5.65	75	764.1	— 1.9	0.983
111	9.5	191.068	17.8	12.5	5.65	5.65	79	764.1	— 1.9	0.983
márczius 27.										
108	7.2	180.900	20.1	13.8	5.55	5.55	80	755.5	— 2.0	0.972
109	8.0	180.983	19.0	14.3	5.55	5.53	80	755.5	— 2.0	0.972
110	8.9	179.034	20.0	14.5	5.53	5.53	80	755.3	— 2.0	0.971
111	9.8	191.320	17.8	12.4	5.53	5.51	80	754.9	— 2.0	0.971



Mért lengési idő <i>Beobachtete Schwingungs- dauer</i>	Redukciók — <i>Reduktion wegen</i>					Redukált lengési idő csillag- idő másodpercben <i>Reduzierte Schwingungsdauer in Sternzeitsekunden</i>
	amplitudo <i>Ausschlag</i>	hőmérséklet <i>Temperatur</i>	légsűrűség <i>Luftdichte</i>	órajárás <i>Uhrgang</i>	együttlengés <i>Mischwingen</i>	
1918. márczius 19.						
0.501 3851	— 6	— 262	— 643	— 12	— 65	0.501 2863
0.501 3862	— 6	— 262	— 643	— 12	— 65	0.501 2874
0.501 3993	— 6	— 262	— 646	— 12	— 77	0.501 2990
0.501 3102	— 4	— 262	— 651	— 12	— 77	0.501 2096
márczius 26.						
0.501 3864	— 10	— 266	— 657	— 2	— 65	0.501 2864
0.501 3859	— 7	— 266	— 658	— 2	— 65	0.501 2861
0.501 4027	— 8	— 266	— 660	— 2	— 77	0.501 3014
0.501 3120	— 6	— 266	— 667	— 2	— 77	0.501 2102
márczius 27.						
0.501 3859	— 8	— 261	— 650	— 9	— 65	0.501 2866
0.501 3852	— 7	— 260	— 651	— 9	— 65	0.501 2860
0.501 4002	— 8	— 260	— 652	— 9	— 77	0.501 2996
0.501 3101	— 6	— 257	— 659	— 9	— 77	0.501 2093



Ennélfogva a mérés az egyes ingák redukált lengési idejeire a következő értékeket szolgáltatatta:

### Hőmérsékleti állandók.

Sorozat	Kelt	Inga száma				Középinga
		108	109	110	111	
I.	1913 márc. 11.	0.501 2857	0.501 2858	0.501 3003	0.501 2100	0.501 2704
II.	11.	2870	2873	2998	2095	2709
III.	14.	2885	2882	3008	2120	2724
IV.	14.	2876	2878	3008	2119	2720
V.	15.	2895	2881	3032	2129	2734
VI.	15.	2882	2898	3019	2128	2732
VII.	19.	2863	2874	2990	2096	2708
VIII.	26.	2864	2861	3014	2102	2710
IX.	27.	2866	2860	2996	2093	2704
Közép		0.501 2872	0.501 2873	0.501 3008	0.501 2109	0.501 2716

Ezekből az értékekből a hőmérsékleti állandók legmegbízhatóbb értékeit a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazásával vezettem le. A feltételi egyenletek a következő alakúak:

$$\lambda = \Delta t + \tau \Delta C_{\tau} - T + (t),$$

amely képletben levő jelölésekre nézve l. 56. lapot.

A feltételi egyenleteket, valamint az ezekből levezetett normális egyenleteket s az utóbbiak megoldásait is táblázatosan állítom össze.



Feltételi egyenletek. — *Bedingungsgleichungen.*

<i>Pendel 108 inga</i> ( <i>t</i> ) = 0.501 2572 mp ( <i>c</i> ) = 47.00	<i>Pendel 109 inga</i> ( <i>t</i> ) = 0.501 2873 mp ( <i>c</i> ) = 47.00
$\lambda = \Delta t + 4.77 \Delta c + 15$ $+ 4.87 + 2$ $+ 36.93 - 13$ $+ 37.11 - 4$ $+ 39.89 - 23$ $+ 39.85 - 10$ $+ 5.57 + 9$ $+ 5.65 + 8$ $+ 5.55 + 6$	$\lambda = \Delta t + 4.76 \Delta c + 15$ $+ 4.86 + 0$ $+ 36.99 - 9$ $+ 37.19 - 5$ $+ 39.91 - 8$ $+ 39.81 - 25$ $+ 5.57 - 1$ $+ 5.65 + 12$ $+ 5.54 + 13$
<i>Pendel 110 inga</i> ( <i>t</i> ) = 0.501 3008 mp ( <i>c</i> ) = 47.00	<i>Pendel 111 inga</i> ( <i>t</i> ) = 0.501 2109 mp ( <i>c</i> ) = 47.00
$\lambda = \Delta t + 4.77 \Delta c + 5$ $+ 4.86 + 10$ $+ 37.03 0$ $+ 37.22 0$ $+ 39.92 - 24$ $+ 39.80 - 11$ $+ 5.57 + 18$ $+ 5.65 - 6$ $+ 5.53 - 12$	$\lambda = \Delta t + 4.79 \Delta c + 9$ $+ 4.86 + 14$ $+ 37.07 - 11$ $+ 37.23 - 10$ $+ 39.90 - 20$ $+ 39.81 - 18$ $+ 5.57 + 13$ $+ 5.65 + 7$ $+ 5.52 + 16$

Normálegyenletek és azok eredményei.  
*Normalgleichungen und deren Resultate.*

<i>Pendel 108 inga</i>	<i>Pendel 109 inga</i>
$+ 9.00 t + 180.20 \Delta c - 10.00 = 0$ $+ 180.20 \Delta t + 6061.16 \Delta c - 1558.53 = 0$ $\Delta c = +0.56 \pm 0.12$ $\Delta t = -10.1 \pm 3.2$	$+ 9.00 \Delta t + 180.29 \Delta c + 20 = 0$ $+ 180.29 \Delta t + 6069.01 \Delta c + 1627.63 = 0$ $\Delta c = +0.67 \pm 0.16$ $\Delta t = -13.6 \pm 4.3$
<i>Pendel 110 inga</i>	<i>Pendel 111 inga</i>
$+ 9.00 \Delta t + 180.35 \Delta c + 4.00 = 0$ $+ 180.35 \Delta t + 6074.10 \Delta c - 1188.05 = 0$ $\Delta c = +0.52 \pm 0.20$ $\Delta t = -10.6 \pm 5.1$	$+ 9.00 \Delta t + 180.40 \Delta c + 0 = 0$ $+ 180.40 \Delta t + 6077.08 \Delta c - 1981.80 = 0$ $\Delta c = + 0.80 \pm 0.07$ $\Delta t = -16.0 \pm 2.0$



A statikai hőmérséklet állandó végleges értékei tehát az egyes ingákra nézve a következők:

a 108. inga hőmérsékleti állandója	$47.56 \times 10^{-7}$ mp	$\pm 0.12$
a 109. „ „ „	$47.67 \times 10^{-7}$ „	$\pm 0.16$
a 110. „ „ „	$47.52 \times 10^{-7}$ „	$\pm 0.20$
a 111. „ „ „	$47.80 \times 10^{-7}$ „	$\pm 0.07$

A négy inga számtani közepére az ú. n. középingára vonatkozó hőmérsékleti állandó

$$47.64 \times 10^{-7} \text{ mp} \pm 0.09.$$

HAASEMANN professor szíves közlése szerint ő a fentti ingákra már 1907-ben is végzett hőmérsékleti állandó meghatározást az Intézet régi, vízzel melegített szekrényében. E régebbi mérések szerint a középingára vonatkozó hőmérsékleti állandó értéke

$$47.70 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

ami a fenti értékkel igen jól egyezvén, élénk bizonyítékot szolgáltat amellet, hogy a régi berendezés, eltekintve a kezelés körüli nehézségektől, egyenértékű az újjal.

Az ingák használatakor az új meghatározás szolgáltatotta értékekkel történt a reducálás  $0^\circ$  hőmérsékletre.

d) *A 108., 109., 110., 111. ingák légsűrűségi állandóinak meghatározása.*

Ezeket az állandókat SZECSDY MIKLÓS úr szíves közreműködésével magam határoztam meg a budapesti műegyetem geodéziai intézetének ú. n. inga-termében.

A méréseknél az inga-stativ a G. P. pillér mellett levő pilléren (l. 4. ábra) volt felállítva.

Megfigyelő órául a Strasser & Rohde-féle 346. sz. másodperces inga-óra szolgált, melynek a járása az észlelési idő alatt végzett időmeghatározások szerint

$$- 9.916 \text{ mp pro } 24 \text{ óra,}$$

760 mm légnyomás mellett. Ennek megfelelően az egyes ingasorozatok alatt az óra-járások az alábbi értékekkel vehetők:



Sorozat	Átlagos légnyomás	Órajárás pro 24 óra
I.	761.3 $\frac{m}{m}$	—9.898 mp
II.	758.8	—9.933
III.	759.0	—9.930
IV.	766.3	—9.828
V.	762.2	—9.885
VI.	758.2	—9.941
VII.	763.1	—9.873
VIII.	761.4	—9.896

A légnyomás mérésére magasabb nyomásnál egy *Short*-féle prációsós aneroid szolgáltat, melyet a mérés alatt többször összehasonlítottam az Intézet normál-higany-barométerével, alacsony nyomásnál pedig egy manométer használtatott.

A légsűrűségi állandó meghatározása céljából négy sorozatot mértünk alacsony légnyomásnál (174 mm-nél, 169 mm-nél, 265 mm-nél és 268 mm-nél) azután négy sorozatot magas légnyomásnál, és pedig 762, 758, 763 és 761 mm-nél, azaz a legnagyobb és legkisebb légnyomás közötti különbség 594 mm volt. A mérési eredmények és reduktióik táblázatosan vannak összeállítva.



Sorozat — Serie	Inga — Pendel	Eszlelő — Beobachter	Zónaidő Mittleuropäische Zeit	Amplitudo ivperekben Ausschlag in Bogenminuten	Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung in 1 Stunde	Középhőmérséklet Celsius fokban Mittlere Temperatur in C. Graden	Légnyomás mm-ben Luftdruck in mm	Légnedvesség % ban Luftfeuchtigkeit in %	Légnedvesség miatti redukció Reduktion wegen der Luft- feuchtigkeit	Légstűrűség — Luftdichte	Coincidentia időköz mp Koinzidenzen-Dauer in Sek
1913. október 12. (Geod. Laboratorium.)											
I.	108	Sz	8 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup>	21.7	18.41	172.7	39	0.213	160.90		
	109		9 25	22.4	18.40	173.4	38	0.214	160.74		
	110		10 10	24.5	18.41	173.8	38	0.214	159.14		
	111		10 55	23.4	18.42	174.3	38	0.215	168.75		
II.	108	Sz	3 26 <sup>pm</sup>	24.0	18.38	167.6	39	0.207	160.84		
	109		4 10	22.8	18.35	168.2	39	0.207	160.77		
	110		4 28	23.9	18.33	168.7	40	0.208	159.16		
	111		5 32	23.2	18.32	169.4	40	0.209	168.78		
október 13.											
III.	108	Sz	9 46 <sup>am</sup>	22.8	18.02	265.0	43	0.327	160.06		
	109		10 30	22.6	18.04	264.4	44	0.326	159.98		
	110		11 9	24.2	18.06	264.4	44	0.326	158.39		
	111		11 50	23.4	18.08	264.6	44	0.327	167.96		
október 14.											
IV.	108	Sz	9 7 <sup>am</sup>	24.1	17.80	267.2	40	0.330	160.28		
	109		9 47	22.2	17.80	268.0	40	0.331	160.18		
	110		10 31	23.4	17.81	268.7	40	0.332	158.54		
	111		11 16	23.2	17.84	269.4	40	0.333	168.12		
október 15.											
V.	108	Sz	8 54 <sup>am</sup>	23.6	17.40	762.9	39	0.944	156.40		
	109		9 32	21.8	17.41	762.4	39	0.943	156.30		
	110		10 10	23.6	17.43	762.0	39	0.943	154.72		
	111		10 52	22.1	17.50	761.6	39	0.943	163.81		
október 16.											
VI.	108	Sz	8 54 <sup>am</sup>	23.0	17.34	758.3	39	0.938	156.45		
	109		9 33	21.5	17.34	758.1	39	0.938	156.31		
	110		10 12	23.4	17.38	757.9	39	0.937	154.84		
	111		10 50	22.6	17.41	758.2	39	0.938	163.85		



Mért lengési idő mp-ben <i>Beobachtete Schwingungsdauer in Sekunden</i>		Redukciók — <i>Reduktion wegen</i>					Redukált lengési idő <i>Reduzierte Schwingungs- dauer</i>	
		amplitudo <i>Ausschlag</i>	légsűrűség <i>Luftdichte</i>	hőmérséklet <i>Temperatur</i>	együttlengés <i>Mitschwingen</i>	órajárás <i>Uhrgang</i>		
1913. október 13. (Geod. Laboratorium.)								
0.501	5586	— 13	— 140	—876	— 60	— 574	0.501	3923
	5602	— 13	— 141	—875	— 60	— 574		3939
	5759	— 16	— 141	—874	— 63	— 574		4091
	4859	— 14	— 142	—880	— 63	— 574		3186
0.501	5592	— 15	— 137	—875	— 60	— 576	0.501	3929
	5599	— 14	— 137	—873	— 60	— 576		3939
	5757	— 15	— 137	—870	— 63	— 576		4096
	4856	— 14	— 138	—875	— 63	— 576		3190
október 12.								
0.501	5668	— 14	— 216	—858	— 60	— 576	0.501	3944
	5676	— 14	— 215	—858	— 60	— 576		3953
	5834	— 15	— 215	—857	— 63	— 576		4108
	4929	— 14	— 216	—864	— 63	— 576		3196
október 14.								
0.501	5647	— 15	— 218	—848	— 60	— 570	0.501	3936
	5656	— 13	— 218	—847	— 60	— 570		3948
	5819	— 14	— 219	—846	— 63	— 570		4107
	4915	— 14	— 220	—852	— 63	— 570		3196
október 15.								
0.501	6036	— 15	— 623	—828	— 60	— 573	0.501	3937
	6046	— 13	— 622	—828	— 60	— 573		3950
	6211	— 15	— 622	—827	— 63	— 573		4111
	5308	— 13	— 622	—836	— 63	— 573		3201
október 16.								
0.501	6031	— 14	— 619	—826	— 60	— 577	0.501	3935
	6041	— 13	— 619	—825	— 60	— 577		3947
	6198	— 14	— 618	—825	— 63	— 571		4101
	5305	— 14	— 619	—832	— 63	— 577		3200



Sorozat — Serie		Inga — Pendel		Eszlelő — Beobachter		Zónaidő Mittelzeitliche Zeit		Amplitudo ivpercekben Ausschlag in Bogenminuten		Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung in 1 Stunde		Középhőmérséklet Celsius fokban Mittlere Temperatur in C. Graden		Légnyomás mm-ben Luftdruck in mm		Légnedvesség % ban Luftfeuchtigkeit in %		Légnedvesség miatti redukció Reduktion wegen der Luft- feuchtigkeit		Légsűrűség — Luftdichte		Coincidentia időköz mp Koinzidenzen-Dauer in Sek	
1913. október 17.																							
VII.	108	Sz	8	47 <sup>h</sup> <sub>am</sub>	21.5				17.38	762.9	42		0.944	156.40									
	109		9	25	21.5				17.39	763.0	42		0.944	156.26									
	110		10	2	23.9				17.38	763.2	42		0.944	154.77									
	111		10	43	21.9				17.44	763.2	42		0.944	163.78									
október 18.																							
VIII.	108	Sz	8	47 <sup>h</sup> <sub>am</sub>	22.1				17.33	761.4	43		0.942	156.43									
	109		9	24	21.5				17.33	761.4	43		0.942	156.30									
	110		10	02	23.5				17.34	761.4	43		0.942	154.76									
	111		10	40	21.7				17.37	761.4	43		0.942	163.80									

A légsűrűségi redukálásnál a légsűrűségi állandót ideiglenesen

$$660 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

értékkel vettem. A 0° hőmérsékletre való redukálás azokkal a hőmérsékleti állandókkal történt, amelyeket HAASEMANN professor volt szíves kiszámítani, a hőmérsékleti állandókra vonatkozó mérésekből 660-as légsűrűségi állandót feltételezve.



Mért lengési idő mp-ben <i>Beobachtete Schwingungsdauer in Sekunden</i>	Redukciók — <i>Reduktion wegen</i>					Redukált lengési idő <i>Reduzierte Schwingungs- dauer</i>
	amplitudo <i>Ausschlag</i>	légsűrűség <i>Luftdichte</i>	hőmérséklet <i>Temperatur</i>	együttlengés <i>Mitschwingen</i>	órajárás <i>Uhrgang</i>	
1913. október 17.						
0 501 6036	— 13	— 623	— 828	— 60	— 573	0 501 3939
6050	— 13	— 623	— 828	— 60	— 573	3953
6205	— 15	— 623	— 825	— 63	— 573	4106
5311	— 13	— 623	— 833	— 63	— 573	3206
október 18.						
0.501 6033	— 13	— 622	— 825	— 60	— 574	0.501 3939
6046	— 13	— 622	— 824	— 60	— 574	3953
6206	— 14	— 622	— 823	— 63	— 574	4110
5309	— 13	— 622	— 830	— 63	— 574	3207

Ezek az értékek

a 108. ingánál	.....	$47.61 \times 10^{-7}$ sec.
a 109. „	.....	$47.57 \times 10^{-7}$ „
a 110. „	.....	$47.47 \times 10^{-7}$ „
a 111. „	.....	$47.78 \times 10^{-7}$ „

A fenniti táblázat tehát az egyes ingák redukált lengési idejére vonatkozólag a következő végeredményeket szolgáltatja:



Sorozat	Az észlelés kelte	Az inga száma				Középinga
		108	109	110	111	
I.	1913 október 12.	0.501 3923	0.501 3939	0.501 4091	0.501 3186	0.501 3785
II.	12.	3929	3939	4096	3190	3789
III.	13.	3944	3953	4108	3196	3800
IV.	14.	3936	3948	4107	3196	3797
V.	15.	3937	3950	4111	3201	3800
VI.	16.	3935	3947	4101	3200	3796
VII.	17.	3939	3953	4106	3206	3801
VIII.	18.	3939	3953	4110	3207	3802
	Középérték	0.501 3935	0.501 3948	0.501 4104	0.501 3198	0.501 3796



A légsűrűségi állandó végleges értékeit a fenti eredmények alapján a legkisebb négyzetek módszerével vezethetjük le. A ki-egyenlítést ismét táblázatosan közlöm.

Feltételi egyenletek. — *Bedingungsgleichungen.*

<i>Pendel 108 inga</i> ( <i>t</i> ) = 0.501 3935 <i>mp</i> ( <i>c</i> ) = $660 \times 10^{-7}$ <i>mp</i>	<i>Pendel 109 inga</i> ( <i>t</i> ) = 0.501 3948 <i>mp</i> ( <i>c</i> ) = $660 \times 10^{-7}$ <i>mp</i>
$\lambda = \Delta t + 0.213 \Delta c + 12$	$\lambda = \Delta t + 0.214 \Delta c + 9$
0.207 + 6	0.207 +9
0.327 — 9	0.326 —5
0.330 — 1	0.331 0
0.944 — 2	0.943 —2
0.938 0	0.937 +1
0.944 — 4	0.944 —5
0.942 — 4	0.942 —5
<i>Pendel 110 inga</i> ( <i>t</i> ) = 501 4104 <i>mp</i> ( <i>c</i> ) = $660 \times 10^{-7}$ <i>mp</i>	<i>Pendel 111 inga</i> ( <i>t</i> ) = 0.501 3198 <i>mp</i> ( <i>c</i> ) = $660 \times 10^{-7}$ <i>mp</i>
$\lambda = \Delta t + 0.214 \Delta c + 13$	$\lambda = \Delta t + 0.215 \Delta c + 12$
0.207 + 8	+ 0.209 + 8
0.326 — 4	0.327 + 2
0.332 — 3	0.333 + 2
0.943 — 7	0.943 — 3
0.937 + 3	0.938 — 2
0.944 — 2	0.944 — 8
0.942 — 6	0.942 — 9

Normálegyenletek s azok eredményei.  
*Normalgleichungen und deren Resultate.*

<i>Pendel 108 inga</i>	<i>Pendel 109 inga</i>
+ 8.00 $\Delta t$ + 4.84 $\Delta c$ — 2.00 = 0	+ 8.00 $\Delta t$ + 4.84 $\Delta c$ + 2.00 = 0
+ 4.84 $\Delta t$ + 3.82 $\Delta c$ — 8.92 = 0	+ 4.84 $\Delta t$ + 3.82 $\Delta c$ — 7.21 = 0
$\Delta c = + 8.7 \pm 6.6$	$\Delta c = + 9.5 \pm 5.2$
$\Delta t = - 5.0 \pm 4.6$	$\Delta t = - 5.9 \pm 3.6$
<i>Pendel 110 inga</i>	<i>Pendel 111 inga</i>
+ 8.00 $\Delta t$ + 4.84 $\Delta c$ + 2.00 = 0	+ 8.00 $\Delta t$ + 4.85 $\Delta c$ + 2.00 = 0
+ 4.84 $\Delta t$ + 3.82 $\Delta c$ — 9.18 = 0	+ 4.85 $\Delta t$ + 3.83 $\Delta c$ — 15.04 = 0
$\Delta c = + 11.7 \pm 6.7$	$\Delta c = + 18.3 \pm 3.9$
$\Delta t = - 7.2 \pm 4.6$	$\Delta t = - 11.4 \pm 2.7$



A légsűrűségi állandó végleges, a reductionál alkalmazandó értékei tehát a következők:

a 108. inga légsűrűségi állandója	$668.7 \times 10^{-7}$ mp	$\pm 6.6$
a 109. " " "	$669.5 \times 10^{-7}$ "	$\pm 5.2$
a 110. " " "	$671.7 \times 10^{-7}$ "	$\pm 6.7$
a 111. " " "	$678.3 \times 10^{-7}$ "	$\pm 3.9$

A négy inga számtani közepére az u. n. középingára vonatkozó légsűrűségi állandó

$$671.9 \times 10^{-7} \text{ mp } \pm 4.8$$

A teljesség kedvéért kiszámítottam a *Bessel*-féle képletben szereplő  $k$  állandó értékét a középingára vonatkozólag:

$$k_{\text{közép-inga}} = 0.63$$

Ugyanerre a  $k$ -ra a 112., 113., 114., 115 ingáknál

$$0.60$$

értéket kaptunk, ami a fentti értékkel jól egyezik.

### 7. §. Az ingák elasticus felfüggesztésének következtében fellépő mozgásnak (együttlengésnek) meghatározása és a meghatározás pontosságának vizsgálata.

A mozgásba hozott inga az elasticus alátámasztását és pedig nem csak a stativot és az ingapillért, de bizonyos mértékben a padozatot is, a melyen a pillér nyugszik, lengésbe hozza. Ez a mozgás, amely az alátámasztás együttlengése neve alatt ismeretes, parányi ugyan, de nem annyira, hogy hatása a mozgó inga lengésidejére elhanyagolható lenne. A lengésidőmérésekben tehát számot kell vetni azzal, hogy az inga nem stabil, hanem kis mértékben lengő alátámasztáson végzi mozgását. Mivel relativ mérésekről van szó, azért ha az állvány mozgása ugyanaz volna minden két állomáson, úgy hatása a lengésidő különbségből kiesnék; a tapasztalat szerint azonban még akkor is, ha valamennyi állomáson teljesen ugyanaz az alátámasztás technikai berendezése, az együttlengés értéke lényegesen különböző lehet,



ami vagy a különböző padozatok más-más rugalmasságának, vagy az alátámasztás egyes részei nem egyforma összerősítésének (gipszezésének) következménye. Méréseimben annál is inkább kellett az együttlengés gondos meghatározására törekednem, mert az alátámasztás berendezése más volt a *potsdami* és más a *buda-pesti* lengésidő-meghatározásokban.

Az ingák ugyanis mind a két helyen ugyanazon az ingastativon lengtek, de amíg Budapesten ez a statív egy kúpalakú belül üres pillérre volt helyezve, ez pedig egy faragott monolyton nyugodott, addig a Potsdamban egy három részből álló, össze-gipszezett, üreges, faragott kőpilléren állott. A budapesti kőpillér cca 3.5 m vastag beton-tömbbe volt cementezve, míg a potsdami kőpillér a padozatul szolgáló aszfaltréteggel borított vékony betonrétegen nyugodott.

A következőkben röviden együtt-lengésnek fogjuk nevezni azt a számértéket, amellyel az inga lengésidejét meg kell javítani, hogy ez a lengésidő teljesen szilárd alátámasztásra vonatkozzék. Méréseimben az együttlengés számértékének meghatározására az u. n. *két inga módszert* használtam.

Az együttlengés értékének meghatározására ugyanis *statikai* és *dynamikai* módszerek ismeretesei s az utóbbiak azok, amelyekkel az együttlengés értékét olyan körülmények között állapítjuk meg, mint amilyenek között a mérések végbe mennek. A dynamikai módszerekhez két-két — körülbelül azonos lengéssikú — inga kell. Műszeremen a két inga egymással szemben leng, tehát kettőnek-kettőnek körülbelül azonos a lengéssíkja. A módszer abból áll, hogy a két inga közül az egyiket az amplitudo-csavar óvatos kicsavarásával teljesen nyugalomba hozzuk, a másikat pedig cca 25' amplitudoval megindítjuk. Az elasticus állvány mozgása lengésbe hozza az előbb még nyugodtan álló ingát s most ugyanabban az időben mérve a hajtó és hajtott inga amplitudóját, ki lehet számítani az együttlengés értékét.

E munka terjedelme nem engedi meg, hogy az együttlengésnek és a fenti módszerek elméletével részletesen foglalkozzam. Az alkalmazott módszert a *Geodéziai Intézet* tudós professora, BORRASS E. úr fejlesztette ki s a következő két munkájában részletesen ismertette:

1. E. BORRASS: *Bestimmung der Polhöhe und der Intensität*



*der Schwerkraft in der Nähe des Berliner Meridians von Ankona bis Elsterwerda.*

2. E. BORRASS: *Relative Bestimmungen der Intensität der Schwerkraft auf den Stationen Bukarest etc.*

Ha  $\sigma$ -val jelöljük az állvány együttlengése miatti reductiót, úgy a BORRASS levezette képlet egyik alakja a  $\sigma$  értékét a következőkép adja:

$$\sigma = \frac{a'}{a} \frac{t t'}{\pi T} \left\{ 1 + C_2 \left( \frac{\pi T}{t t'} \right)^2 + \dots \right\}$$

és pedig:

$$C_2 = \frac{1}{\sigma} \tau^2 - \frac{1}{3} \sigma \sigma'$$

ahol

$a$  a hajtó inga amplitudója,

$a'$  a hajtott „ „

$t$  a hajtó inga lengésideje az elasticus állványon,

$t'$  a hajtott „ „ „ „ „

$$\tau = \frac{1}{2} (t - t')$$

$T$  a mozgás kezdetétől az amplitudó méréséig eltelt idő másodpercekben,

$\sigma'$  jelenti a hajtott ingára vonatkozó együttlengési reductiót

és pedig

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{G' h'}{G h} \left( \frac{t}{t'} \right)^3$$

ahol  $G$  az inga súlyát,  $h$  a súlypont távolát jelenti.

A képletben szereplő magasabbrendű tagok kis  $\tau$  esetében elhanyagolhatók, sőt, ha az egyik ingára helyezett súly segítségével a  $\tau$ -t úgy szabályozzuk, hogy

$$\tau^2 = 2\sigma\sigma'$$

akkor a következő egyszerű képlet szolgál az együttlengés számítására:

$$\sigma' = \frac{a'}{a} \frac{t t'}{\pi T}$$



Méréseimben az utóbbi eljárást követtem s így a számításra az egyszerűsített képletet használtam.

Az együttlengésmérés lényege tehát az, hogy ugyanabban az időpillanatban le kell olvasni úgy a hajtó, mint a hajtott inga amplitudóját. Az egyidejűséget elérendő, az amplitudó-leolvasásokban a következő séma szerint jártam el:

0 <sup>m</sup> 0 <sup>s</sup> :	amplitudó-mérés	a hajtó	ingán,
0 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup> :	"	"	" hajtott "
1 <sup>m</sup> 0 <sup>s</sup> :	"	"	" " "
1 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup> :	"	"	" hajtó "

A leolvasott amplitudók közepei lehetőleg egyidejűeknek tekinthetők s azokat véve  $\alpha$  és  $\alpha'$ -nek, belőlük az együttlengés egy értéke kiszámítható.

Méréseimben az amplitudo-leolvasásokat akkor kezdtem meg, amikor a hajtott inga amplitudója már nem volt nagyon csekély, mert kis kilengések alkalmával már az esetleges apró rázkódtatások is erősen befolyásolhatják a lengés szabatos folyamatát, tehát ezzel az amplitudo nagyságát is. Az amplitudo mérését úgy kezdtem meg, hogy fenti séma szerint észlelt első sorozat ideje a mozgás kezdetétől számítva 16<sup>m</sup> legyen. Ezután még négy sorozatot mértem két-két másodperces intervallumokban.

Egy példát az együttlengés meghatározására a következőkben közölhetek:



Datum: Potsdam 1915 VI. 23 pm  
Észlelő: Oltay

Hajtó inga: 115  
Hajtott inga: 113  
A mozgás kezdete: 0<sup>h</sup> 56<sup>m</sup> 50<sup>s</sup>

T	Időpont	Amplitudó		Egyszerű Közép	Közép	Együttlengés
16 <sup>m</sup>	1 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> 05 <sup>s</sup>	10.9	13.8	12.35	12.30	$42.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$
	35	0.65	0.60	0.62	0.62	
	13 05	0.65	0.60	0.62		
	35	10.8	13.7	12.25		
18 <sup>m</sup>	1 14 05	10.7	13.5	12.10	12.02	45.5
	35	0.70	0.75	0.72	0.74	
	15 05	0.75	0.75	0.75		
	35	10.5	13.4	11.95		
20 <sup>m</sup>	1 16 05	10.4	13.2	11.80	11.72	44.8
	35	0.75	0.80	0.78	0.79	
	17 05	0.80	0.80	0.80		
	35	10.2	13.1	11.65		
22 <sup>m</sup>	1 18 05	10.1	13.1	11.60	11.58	45.0
	35	0.85	0.85	0.85	0.86	
	19 05	0.85	0.90	0.88		
	35	10.1	13.0	11.55		
24 <sup>m</sup>	1 20 05	10.0	13.0	11.50	11.45	44.5
	35	0.90	0.90	0.90	0.92	
	21 05	0.95	0.95	0.95		
	35	9.9	12.9	11.40		
					Közép	44.4

A fenti példában a dült betűkkel szedetttek jelentik a mérési illetve számítási eredményeket, a nem dült betűk a sémán előre voltak nyomtatva.

Az együttlengésmeghatározás eme módszerében a végeredmény pontossága lényegesen függ attól, hogy mennyire sikerült az egyik ingát lecsillapítani, vagyis, hogy mennyire sikerült azt a kezdeti feltételt kielégíteni, hogy az egyik inga amplitudója 0 legyen akkor, amikor a másikat megindítjuk. Tekintettel arra, hogy a legnagyobb gonddal és óvatossággal végzett lecsillapítás



esetében is, a nyugalmi helyzet individualis érzékelése miatt mindig félni lehet a kezdeti feltétel nem teljes elérésétől, azért a fenti mérést minden állomáson legalább háromszor végeztem el minden ingapár irányában, mindig újonnan végzett lecsillapítással, amiáltal a fenti hiba az egyes sorozat-közepekben véletlen jellegű hibaként szerepel.

A mérések az alábbi táblázatban összeállított értékeket szolgáltatták:

Állomás <i>Station</i>	<i>Pendelpaar</i> 113,115 <sup>ill.</sup> <sub>bez.</sub> 108,109 ingapár			<i>Pendelpaar</i> 112,114 <sup>ill.</sup> <sub>bez.</sub> 110,111 ingapár		
	Sorozat — Serie			Sorozat — Serie		
	1	2	3	1	2	3
<b>Potsdam I.</b>	Egység a mp. tízmilliomod része. <i>Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sek.</i>					
	42.0	43.6	42.8	60.0	58.7	58.0
	45.5	44.8	41.3	58.0	57.5	55.0
	44.8	45.2	43.1	57.0	57.0	54.4
	45.0	47.0	43.9	56.5	56.8	53.3
	44.5	45.6	43.0	57.9	55.0	52.7
Sorozatérték <i>Serienwert</i>	44.4	45.2	42.8	57.9	57.0	54.7
Állomásérték <i>Stationswert</i>	44.1			56.5		

Állomás <i>Station</i>	<i>Pendelpaar</i> 115,113 <sup>ill.</sup> <sub>bez.</sub> 108,109 ingapár				<i>Pendelpaar</i> 112,114 <sup>ill.</sup> <sub>bez.</sub> 110,114 ingapár			
	Sorozat — Serie				Sorozat — Serie			
	1	2	3	4	1	2	3	4
<b>Budapest</b>	Egység a mp. tízmilliomod része. <i>Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sek.</i>							
	47.1	54.0	42.9	50.9	56.5	59.9	61.6	57.4
	46.5	51.0	44.6	48.7	57.8	62.8	64.0	58.4
	45.8	51.0	47.8	48.2	58.3	64.0	61.7	61.4
	46.6	50.0	48.2	46.6	58.2	63.1	62.6	60.4
	45.7	50.0	47.8	46.8	56.1	63.1	62.8	60.8
Sorozatérték <i>Serienwert</i>	46.3	51.2	46.3	48.2	57.4	62.6	62.5	59.7
Állomásérték <i>Stationswert</i>	48.0				60.5			



Állomás <i>Station</i>	<i>Pendelpaar</i> 115,113 <sup>ill.</sup> <sub>bez.</sub> 108,109 ingapár			<i>Pendelpaar</i> 112,114 <sup>ill.</sup> <sub>bez.</sub> 110,111 ingapár		
	Sorozat — <i>Serie</i>			Sorozat — <i>Serie</i>		
	1	2	3	1	2	3
Potsdam II.	Egység a mp. tízmilliomod része. <i>Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sek.</i>					
	48.5	44.6	47.3	61.2	59.6	56.2
	48.7	45.9	49.3	59.4	60.3	54.7
	49.2	41.6	47.1	59.0	60.2	55.8
	49.2	46.6	46.6	59.0	58.3	55.7
	47.3	46.1	46.9	57.9	57.3	56.6
Sorozatérték <i>Serienwert</i>	48.6	46.0	47.4	59.3	59.1	55.8
Állomásérték <i>Stationswert</i>	47.3			58.1		

A fenti értékek szigorúan véve a hajtó ingára vonatkoznak, a hajtott ingára vonatkozó együttlengési értéket a

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{G' h'}{G h} \left( \frac{t}{t'} \right)^3$$

képletből kellene számítani. Ettől azonban eltekintettem, mert az ingák úgy súlyra, mint súlyponttávolságra közel egyenlők. Megjegyzem, hogy a mérések végrehajtásakor az egyes irányokban úgy a 108—111. ingacsoportnak, mint a 112—115. ingacsoportnak megfelelő ingái közül felváltva választottam ki a hajtó és hajtott ingát.

Vizsgálatok az együttlengésmeghatározás pontosságára nézve.

Az előző összeállításban minden állomásra és minden ingapárra a mérésadta egyes értékeken kívül feltüntettem a sorozatértékeket is. Az állomásérték pontosságát vizsgálandó, ki kell számítani a sorozatértékek eltéréseit az állomásértéktől. Ha az



«állomásérték minus sorozatérték» különbséget  $\lambda$  jelöljük, úgy egyetlenegy sorozatérték középhibája:

$$\mu_o = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{r-1}}$$

ahol  $r$  jelenti a sorozatértékek számát egy állomásra és egy ingapárra vonatkoztatva. Az állomásérték középhibája pedig

$$\mu_\sigma = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{r(r-1)}}$$

A fentti képletek szerinti középhiba számításához szükséges számértékek az egyes állomásokon a következők:

Állomás	Ingapár	$r$	$[\lambda\lambda]$	$\mu_o^2$	$\mu_\sigma^2$
Potsdam I.	115,113	3	2.99	1.50	0.50
	112,114	3	5.45	2.72	0.91
Budapest	115,113	4	16.06	5.35	1.34
	112,114	4	18.66	6.22	1.56
Potsdam II.	115,113	3	3.39	1.70	0.57
	112,114	3	7.73	3.86	1.29
			összeg	21.35	6.17

Ennélfogva az állomásokon végzett észlelésekből

$$\mu_o^2 = 3.56, \text{ tehát } \mu_o = \pm 1.9 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

és

$$\mu_\sigma^2 = 1.03, \text{ tehát } \mu_\sigma = \pm 1.0 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

Vagyis a lengésidő reductiójánál felhasznált együttlengésérték középhibája

$$\pm 1.0 \times 10^{-7} \text{ mp-re}$$

tehető.

A rendelkezésre álló mérési anyagot felhasználhatjuk annak



a vizsgálatára, hogy mennyiben befolyásolják az eredményeket a szabályos természetű hibák, amelyek az együttlengésmérések vázolt berendezése mellett, főképen az egyik ingának nem teljesen mozdulatlan kezdeti állapotából származhatnak.

Jelöljük  $\lambda'$  és  $\lambda''$ -vel a következő mennyiségeket:

$\lambda' = \text{állomásérték} \text{ minus egyesérték},$

$\lambda'' = \text{sorozatérték} \text{ minus egyesérték}.$

A  $\lambda''$  értékekben nyilvánvalóan csak a véletlen természetű hibák jutnak kifejezésre, mert hiszen a kezdeti feltétel ki nem elégítéséből származó szabályos hibák sorozatról sorozatra változók, de egy szorozaton belül állandók.

Ennélfogva a  $\lambda''$  értékekből levezethető középhiba az együttlengésmérés közép-véletlenhibájának tekinthető. A  $\lambda'$  értékekben már a véletlen hibákon kívül szabályos hibák is előfordulhatnak, ennélfogva a belőlük levezetett középhiba a mérések közép-teljeshibája lesz.

Jelöljük  $n$ -nel az egyes sorozatokban foglalt egyes meghatározások (egyes értékek) számát, vagyis  $nr$  jelenti az egy állomásom az egyik ingapárra végzett együttlengésmérések számát, továbbá jelöljük  $\mu$ -vel a lengési idő egyetlenegy meghatározásának közép-teljeshibáját,  $\mu_v$ -vel pedig ugyanannak közép-véletlenhibáját s végül  $\alpha$ -val a szabályos hibák középértékét. Az utóbbi három mennyiség között a következő összefüggés áll fenn.

$$\mu^2 = \mu_v^2 + \alpha^2$$

Az összes állomásokon végzett meghatározásokat egybefoglalva, az *egyetlenegy meghatározás* közép-teljeshibája a  $\lambda'$  értékekből a következőképen számítható:

$$\mu = \sqrt{\frac{[\lambda' \lambda']}{2[nr] - 6}}$$

A  $\lambda''$  különbségekből pedig a  $\mu_v$  számítható

$$\mu_v = \sqrt{\frac{[\lambda'' \lambda'']}{2[r](n-1)}}$$

A megfelelő számértékek a következők:



Állomás	$n$	$r$	$[\lambda'\lambda']$	$[\lambda''\lambda'']$
Potsdam I.	5	3	86.8	23.8
Budapest	5	4	250.9	38.6
Potsdam II.	5	3	91.0	76.1
összeg		10	428.7	138.5

Ennek megfelelően :

$$\mu = \sqrt{\frac{428.7}{100 - 6}} = \pm 2.1 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

$$\mu_v = \sqrt{\frac{138.5}{2 \times 10 \times (5 - 1)}} = \pm 1.3 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

Vagyis a szabályos hiba középértéke :

$$\alpha = \pm 1.7 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

Amint a fenti számérték mutatja, a szabályos hiba középértéke a teljes hibának igen lényeges részét teszi, miért is igen indokolt az együttlengés meghatározására több sorozatot és pedig mindegyiket új kezdeti állapottal végezni.

A fenti számításokkal az előbbiekre is controll-t kapunk. Nevezetesen az előbbi  $\mu_0$ -val jelölt mennyiség kifejezhető

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{\mu_v^2}{5} + \alpha^2}$$

Ez az érték a most levezetettből számítva,

$$\mu_0 = \pm 1.8 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

ami az előbb kapott értékkel ( $\pm 1.9$ ) egészen jól egyezik.



### 8. §. A lengésidő-mérés berendezésének leírása.

A lengésidőméréseket *Potsdam—Budapest—Potsdam* sorrendben hajtottam végre.

A mérésekhez nyolc ingát használtam, a 108., 109., 110., 111., 112., 113., 114. és 115. számúakat s ezeket két csoportba osztottam be, az egyikbe a 108—111., a másikba a 112—115. ingák tartoztak.

Egymásután mindig négy inga lengésidejét mértem s ezt a mérést fogom a következőkben egy *sorozatnak* nevezni. Egyenlő súly elérése céljából *Potsdamban* mind a két mérés alkalmából mind a két inga-csoporttal 4—4 sorozatot mértem, *Budapesten* pedig 8-at; a végeredmény levezetésére tehát úgy az összefoglalt *potsdami*, mint a *budapesti* mérésekben 64 lengésidő-megfigyelést használhattam fel, amelyek 8 különböző ingára vonatkoznak.

Az inga-stativ gondos felállítása, vagyis az ingák felfekvésére szolgáló achat-lapok vízszintessé tétele után az ingákat ráhelyeztük a stativra (minden állomáson ugyanolyan elhelyezéssel) s a burával való lefedés után körülbelül 12 órával megkezdődtek a lengésidő-megfigyelések.

Egy ingára vonatkozólag a lengésidő-mérés a következőképen ment végbe. Az ingát az amplitudo-csavarral cca 22 iv percet kitevő kezdő amplitudóval mozgásba hoztuk, ezután leolvastuk a higany-hőmérők állását, majd a barometerét, a hygrometerét és a szoba-hőmérőét s végül az inga amplitudóját. A coincidentia-méréseket az inga megindítása után 3—4 perccel kezdtük meg. Egymásután megfigyeltünk 6 coincidentiát s azután 11-től kezdve újra 6-ot, miáltal a 10-szeres coincidentia-időközre hat értéket kaptunk.

Ezután leolvastuk újra a reducáláshoz szükséges mennyiségeket, de most fordított sorrendben, tehát mértük az amplitudót, a szoba-hőmérsékletet, a hygrometer-állást, a barometer-állást és végül az inga-hőmérsékletet. Egy példát a feljegyzésre használt, előre nyomtatott sémán, az alábbiakban közölhetek.



Dátum: Budapest, 1915 július 7. pm.

Inga: } 109.  
Pendel }

Észlelő: } Ottay  
Beobachter }

Mozg. kezdete: } 2h 48m  
Beginn der Bewegung }

	Kezdő Am Anfang	Végső Am Ende	Közép Mittel	Redukció Reduktion	Vég- eredmény Endresultat
Zónaidő .....	2 <sup>h</sup> 51 <sup>m</sup>	3 <sup>h</sup> 32 <sup>m</sup>	3 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup>		
Mitteuropäische Zeit					
Légnyomás .....	750.5	750.6	750.6	+ 1.4	752.0
Luftdruck					
Léghőmérséklet .....	22.7°	22.8°	22.8°		
Lufttemperatur					
Légnedvesség .....	68	68	68		
Luftfeuchtigkeit					
Amplitudo .....	9.9	6.9	8.35		20.6'
Ausschlag	9.8	6.8			
Inga-hőmérséklet {	22.54°	22.56°	22.55°	— 0.12°	22.43°
Temperatur des Pendels {	22.46°	22.50°	22.48°	— 0.08°	22.40°

Coincidenciák — Koinzidenzen

f 1.	11 <sup>h</sup>	5 <sup>m</sup>	10.8 <sup>s</sup>	f 11.	11 <sup>h</sup>	32 <sup>m</sup>	6.6 <sup>s</sup>	26 <sup>m</sup>	55. 8 <sup>s</sup>
a 2.		7	52.6	a 12.		34	47.8		55. 2
f 3.		10	33.6	f 13.		37	29.4		55. 8
a 4.		13	16.4	a 14.		40	11.6		55. 2
f 5.		15	57.0	f 15.		42	52.9		55. 9
a 6.		18	39.4	a 16.		45	35.0		55. 6
								26	55.58
								C = 161.56 sec	

Lengési idő .....	0.501	5522
Schwingungsdauer		
Amplitudo redukció .....	—	12
Reduktion wegen Ausschlag		
Légsűrűségi redukció .....	—	608
Reduktion wegen Luftdichte		
Hőmérsékleti redukció .....	—	1069
Reduktion wegen Temperatur		
Együttlengési redukció .....	—	48
Reduktion wegen Mitschwingen		
Órajárás redukció .....	+	146
Reduktion wegen Uhrgang		
Redukált lengési idő .....	0.501	3931
Reduzierte Schwingungsdauer		



### 9. §. A coincidentia-észlelések pontossága.

Méréseimben minden egyes inga lengésidejét a tízszeres coincidentia-időköz hatszor megismételt meghatározásából vezettem le.

A rendelkezésre álló 128 lengésidő-meghatározást jól felhasználhatjuk annak a megállapítására, hogy a coincidentia-módszer, a vázolt berendezésében, mekkora pontossággal adja meg a lengésidőt. Számítsuk ki minden egyes ingára nézve az egyes coincidentia-értékek eltérését számtani közepüktől és pedig, hogy a szál és az index-nyílás nemfedéséből származó ú. n. *index-hibát* elkerüljük, külön képezzük a páros coincidentia-eltéréseit azoknak közepétől és külön a páratlanokét a maguk közepétől.

Az így értelmezett eltéréseket jelölöm  $\lambda$ -val. Ezekből a  $\lambda$ -ból le lehet vezetni a *tízszeres coincidentia időköz* egyszeri meghatározásának középhibáját  $\mu$ -t és pedig

$$\mu = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n(6-2)}}$$

ahol  $n$  a lengésidő-meghatározások száma.

A vizsgálat-adta számértékek a következők:

Állomás	[ $\lambda\lambda$ ]	
	108—111 ingák	112—115 ingák
Potsdam . . . . .	52.84 $mp^2$	57.66 $mp^2$
Budapest . . . . .	13.69 $mp^2$	21.88 $mp^2$

Vagyis a tízszeres coincidentia-időköz egyszeri meghatározásának középhibája a *potsdami* mérésekben a 108—111 ingák észleléseiből

$$\pm 0.64 \text{ mp};$$

a 112—115 ingák észleléseiből pedig



$$\pm 0.67 \text{ mp};$$

a *budapesti* mérésekben pedig

$$\pm 0.33 \text{ mp},$$

illetve

$$\pm 0.41 \text{ mp}.$$

Úgy a budapesti, mint a potsdami észlelésekben a 108—111 ingák valamivel kedvezőbb értéket adnak, mint a 112—115 ingák, ami valószínűleg az inga-tükrök jobb minőségére vezethető vissza.

Feltűnő a potsdami és a budapesti észlelések középhibái közötti nagy különbség; a számértékek szerint a budapesti mérések majdnem még egyszer olyan pontosak, mint a potsdamiak. Mivel a megfigyelésekre két különböző coincidentia-készülék szolgált, a nagy különbség oka valószínűleg főleg itt keresendő. A két készülék elvileg teljesen egyforma, azonban a budapesti készüléknél az electromágnesset közvetlenül a használat előtt újra tekercselték és pedig úgy, hogy a fel- és lecsapódó kar járása simább lett, tehát nem voltak olyan erős rázkódtatások, mint a potsdami mérésekhez alkalmazott készüléknél.

De lehet az eltérésnek ezenkívül egy más oka is; nevezetesen Potsdamban a coincidentia-készülék kikapcsolója rajta volt a coincidentia-asztalkán magán; lehetséges, hogy a ki- és bekapcsolással járó apró rázkódtatások okozták a kisebb pontosságot, mert Budapesten a kikapcsoló, éppen a rázkódtatások elkerülése végett, külön volt szerelve.

A  $\mu$  értékből levezethető a coincidentia-időköznek  $c$ -nek  $\mu_c$  középhibája; ugyanis:

$$\mu_c = \frac{\mu}{10\sqrt{6}}$$

A számszerű értékek:

Állomás	$\mu_c$	
	108—111 ingacsoport	111—115 ingacsoport
Potsdam	$\pm 0.026 \text{ mp}$	$\pm 0.027 \text{ mp}$
Budapest	$\pm 0.013 \text{ mp}$	$\pm 0.017 \text{ mp}$



A  $c$  coincidentia-időközből a  $t$  lengésidőt a

$$t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2(2c-1)}$$

képlettel számítjuk, ezért tehát a  $t$  lengésidő  $\mu_t$  középhibája

$$\mu_t = \frac{\mu_c}{(2c-1)^2}$$

képlettel számítandó.

Méréseimre nézve a  $c$ -ék átlagos értékeivel számítva

Állomás	$\mu_t$	
	108—111 ingacsoport	112—115 ingacsoport
Potsdam — — — —	$\pm 2.1 \times 10^{-7} mp$	$\pm 1.8 \times 10^{-7} mp$
Budapest — — — —	$\pm 1.3 \times 10^{-7} mp$	$\pm 1.3 \times 10^{-7} mp$

vagyis a fentti értékeket összefoglalva, mondhatjuk, hogy a *lengési-idő egyszeri meghatározásának középhibája, ha csupán a coincidentia-észlelések hibái volnának meg:*

$$\pm 1.7 \times 10^{-7} mp\text{-re tehető.}$$

Érdekesség és teljesség szempontjából a  $\lambda$ -ák megfelelő csoportosításával kiszámítottam a  $\mu$ ,  $\mu_c$  és  $\mu_t$  értékeket külön-külön az egyes észlelőkre is.

	Potsdam	Budapest
$\mu$ { Oltay	$\pm 0.65 mp$	$\pm 0.39 mp$
Pekár	$\pm 0.66 mp$	$\pm 0.36 mp$
$\mu_c$ { Oltay	$\pm 0.027 mp$	$\pm 0.016 mp$
Pekár	$\pm 0.027 mp$	$\pm 0.015 mp$
$\mu_t$ { Oltay	$\pm 1.9 \times 10^{-7} mp$	$\pm 1.3 \times 10^{-7} mp$
Pekár	$\pm 1.9 \times 10^{-7} mp$	$\pm 1.4 \times 10^{-7} mp$

(Közép  $\pm 1.7 mp$ )

Amint látható, az egyes észlelők középhibái majdnem teljesen azonosak.



## 10. §. A mérési eredmények és redukálásuk.

A coincidentia-időközből levezethető  $t'$  lengésidőt a következő képletnek megfelelően redukáltuk:

$$t = t' - C_a a^2 - C_d d - C_\tau \tau + C_g g - m,$$

ahol

$a$  az ingának az észlelés alatti közepes amplitudója ívpercben kifejezve,

$d$  a közepes relatív légsűrűség, vonatkoztatva 0 fokú, 760 mm nyomású száraz levegőre,

$\tau$  az inga közép-hőmérséklete Celsius-fokban kifejezve,

$g$  a coincidentia-óra napi járása csillagidő-másodpercben,

$m$  az alátámasztás együttlengése miatti correctio.

A  $C$ -vel jelölt mennyiségek állandók és pedig:

$C_a$  az amplitudo-konstans; értéke:

$$c_a = \frac{t}{16} = 165 \times 10^{-11} \text{ mp},$$

$C_d$  az inga légsűrűségi állandója,

$C_\tau$  az inga hőmérsékleti állandója,

$C_g$  az óra-járás állandója; értéke:

$$C_g = \frac{t}{86400} = 58 \times 10^{-7} \text{ mp}.$$

A légsűrűségi és hőmérsékleti állandók értékei az *állandók meghatározása* című fejezetben vannak számszerűleg felsorolva. A dinamikai hőmérsékleti állandókra méréseimben szükség nem volt, mert az egyes ingák mérése alatt előforduló hőmérséklet-változások csekély értékűek voltak.

A légsűrűségnek,  $d$ -nek számítása a következő képlettel történt

$$d = B \frac{1 - \frac{3}{8} \frac{e}{B}}{760 (1 + 0.00367 \tau)}$$

ahol  $B$  a légnyomás mm-ben,  $e$  a levegőben foglalt vízgőz nyomása,  $\tau$  az ingatér hőmérséklete Celsius-fokban.

A lengésidő-mérés eredményeit, a reduktio-elemeket és a redukált lengésidőket tabelláris összeállításban közlöm.

Megjegyzem, hogy az egyes helyeken a számok mellé írt pontok azt jelentik, hogy a következő tizedes-jegy 5.



Sorozat — Serie	Inga — Pendel	Észlelő — Beobachter	Középeurópai zónaidő Mitteleuropäische Zeit	Amplitudó — Ausschlag	Hőmérséklet az inga- térben az Temperatur im Pendel- raum am			Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung in 1 St.	Légnyomás — Luftdruck	Légnedvesség — Luftfeuchtigkeit
					I.	II.	Közép Mittel			
Potsdam I. 1915. június 22.										
I.	115	0	6 52 <sup>am</sup>	18.9'	+15.09	+15.11	+15.10	+0.01	751.0	57
	113	0	7 54	20.0	+15.11	+15.13	+15.12	+0.02	751.3	57
	112	0	8 56	19.8	+15.15	+15.15	+15.15	+0.04	751.5	57
	114	0	10 07	19.1	+15.20	+15.19	+15.20	+0.05	751.7	58
II.	115	P	5 03	19.3	+15.31	+15.31	+15.31	+0.02	752.2	58
	113	P	6 40 <sup>pm</sup>	20.2	+15.37	+15.35	+15.36	+0.06	752.6	60
	112	P	7 42	20.0	+15.43	+15.41	+15.42	+0.08	752.9	61
	114	P	8 43	19.5	+15.49	+15.49	+15.49	+0.06	753.3	62
1915. június 23.										
III.	115	0	6 55 <sup>am</sup>	20.4	+15.29	+15.30	+15.30	0.00	754.9	58
	113	0	7 50	20.8	+15.31	+15.31	+15.31	+0.04	755.1	59
	112	0	8 42	20.6	+15.35	+15.35	+15.35	+0.05	755.0	60
	114	0	9 36	20.0	+15.39	+15.37	+15.38	+0.04	754.9	60
IV.	115	P,0	10 31	20.1	+15.43	+15.40	+15.42	+0.03	754.8	61
	113	P	11 32 <sup>am</sup>	20.6	+15.46	+15.45	+15.46	+0.07	754.7	62
	112	P	12 31	19.8	+15.49	+15.49	+15.49	+0.02	754.5	62
	114	P	1 32 <sup>pm</sup>	18.9	+15.51	+15.51	+15.51	+0.03	754.1	62
1915. június 24.										
V.	108	0	6 56 <sup>am</sup>	20.6	+15.49	+15.50	+15.50	0.00	753.1	62
	109	0	7 43	20.8	+15.49	+15.51	+15.50	+0.01	753.2	62
	110	0	8 30	20.5	+15.52	+15.53	+15.52	+0.04	753.1	63
	111	0	9 20	20.3	+15.55	+15.55	+15.55	+0.03	752.9	63
VI.	108	P	10 30 <sup>am</sup>	18.9	+15.61	+15.59	+15.60	+0.05	752.6	63
	109	P	11 27	20.1	+15.65	+15.63	+15.64	+0.06	752.3	64
	110	P	12 20 <sup>pm</sup>	20.0	+15.67	+15.67	+15.67	+0.03	752.1	64
	111	P	1 20 <sup>pm</sup>	18.7	+15.69	+15.69	+15.69	+0.04	751.9	64
VII.	108	0	2 50 <sup>pm</sup>	20.4	+15.72	+15.73	+15.72	0.00	751.2	64
	109	0	3 38	20.9	+15.73	+15.73	+15.73	+0.02	751.1	64
	110	0	4 25	20.8	+15.75	+15.73	+15.74	+0.01	750.9	64
	111	0	5 15	20.4	+15.77	+15.75	+15.76	+0.01	750.6	64



Légnedvesség miatti redukció <i>Reduktion wegen der Feuchtigkeit</i>	Légsűrűség — <i>Luftdichte</i>	Coincidencia időköz <i>Koinzidenz-Dauer</i>	Mért lengési idő <i>Beobachtete Schwingungs- dauer</i>	Redukció — <i>Reduction auf</i>						Redukált lengésidő <i>Red. Schwin- gungsdauer</i>
				0 amplitudóra — <i>Ausschlag</i>	egységnyi légsűrűségre <i>eine der Einheit gleiche</i>	0° hőmérsékletre <i>eine Temperatur von 0°</i>	szilárd alátámasztásra <i>eine feste Unterstützung</i>	csillagidőre <i>die Sternzeit</i>		
1915. június 22.										
—2.7	0.933	195.47	0.501 2822.	—10	—607	—728	—44	—16	0.501	1417.
—2.7	0.933	192.55	3018	—11	—613	—706	—44	—16		1628
—2.7	0.933	207.04	2104	—11	—620	—724	—56.	—16		0676.
—2.8	0.933	192.54	3018	—10	—621	—731	—56.	—16		1583.
—2.7	0.934	195.21	0.501 2840	—10	—607	—739	—44	—17	0.501	1423
—2.9	0.934	192.39	3028	—11	—614	—717	—44	—17		1625
—3.0	0.934	206.73	2122	—11	—621	—736	—56.	—17		0680.
—3.1	0.934	192.24	3038.	—10.	—622	—745	—56.	—17		1587.
1915. június 23.										
—2.8	0.937	195.19	0.501 2841	—11	—609	—738	—44	—17	0.501	1422
—2.9	0.937	192.47	3023	—12	—616	—715	—44	—17		1619
—2.9	0.937	206.90	2112	—12	—623	—733	—56.	—17		0670
—2.9	0.936	192.33	3032	—11	—623	—740	—56.	—17		1584
—3.0	0.936	195.11	0.501 2846	—11	—608	—744	—44	—18	0.501	1421
—3.1	0.936	192.39	3028	—12	—615	—722	—44	—18		1617
—3.1	0.936	206.70	2124	—11	—622	—740	—56.	—18		0676.
—3.1	0.935	192.25	3038	—10	—622	—746	—56.	—18		1585.
1915. június 24.										
—3.1	0.934	175.74	0.501 4266	—12	—625	—737	—44	—20	0.501	2828
—3.1	0.934	175.56	4280	—12	—625	—739	—44	—20		2840
—3.2	0.934	173.52	4449	—11.	—627	—738	—56.	—20		2996
—3.2	0.933	184.94	3555	—11	—633	—743	—56.	—20		2091.
—3.2	0.933	175.63	0.501 4275	—10	—624	—742	—44	—21	0.501	2834
—3.2	0.932	175.47	4288	—11	—624	—746	—44	—21		2842
—3.2	0.932	173.49	4452	—11	—626	—745	—56.	—21		2992.
—3.2	0.932	184.94	3555	—10	—632	—750	—56.	—21		2085.
—3.2	0.931	175.58	0.501 4279	—11	—623	—748	—44	—21	0.501	2832
—3.2	0.930	175.34	4299	—12	—623	—750	—44	—21		2849
—3.2	0.930	173.39	4460	—12	—625	—748	—56.	—21		2997.
—3.2	0.930	184.73	3570	—11	—631	—753	—56.	—21		2097.



Sorozat — Serie		Inga — Pendel		Észlelő Beobachter		Középeurópai zónaidő Mitteleuropäische Zeit		Amplitúdó — Ausschlag		Hőmérséklet az inga- térben az Temperatur im Pendel- raum am			Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturänderung in 1 St.		Légnyomás — Luftdruck		Légnedvesség — Luftfeuchtigkeit		
										I.		II.		Közép Mittel					
										hőmérőn Thermometer									
1915. június 24.																			
VIII.	108	P	6 <sup>h</sup> 30 <sup>pm</sup>	19.2	+15.79	+15.77	+15.78	+0.04	751.0	64									
	109	P	7 24	20.2	+15.82	+15.80	+15.81	+0.03	751.3	64									
	110	P	8 18	20.3	+15.84	+15.82	+15.83	+0.03	751.7	64									
	111	P	9 12	19.8	+15.85	+15.84	+15.84	+0.02	751.9	64									
Budapest 1915. július 2.																			
I.	115	P	4 50 <sup>am</sup>	19.2	+21.71	+21.72	+21.72	+0.02	746.8	75									
	113	P	5 46	19.2	+21.73	+21.72	+21.72	+0.02	747.2	75									
	112	P	6 42	19.6	+21.78	+21.76	+21.77	+0.09	747.4	76									
	114	P	7 41	19.2	+21.82	+21.82	+21.82	+0.05	747.5	76									
1915. július 3.																			
II.	115	0	8 41 <sup>am</sup>	19.7	+21.46	+21.44	+21.45	+0.00	747.6	73									
	113	0	9 30	20.2	+21.47	+21.44	+21.46	+0.04	747.8	72									
	112	0	10 18	20.2	+21.48	+21.50	+21.49	+0.02	748.0	72									
	114	0	11 05	19.8	+21.52	+21.53	+21.52	+0.05	748.2	71									
III.	115	P	5 14 <sup>pm</sup>	19.3	+21.80	+21.80	+21.80	+0.06	748.2	68									
	113	P	6 8	19.4	+21.90	+21.90	+21.90	+0.06	749.1	70									
	112	P	7 3	19.1	+21.94	+21.94	+21.94	+0.04	749.4	70									
	114	P	8 0	19.4	+22.00	+21.98	+21.99	+0.04	749.7	70									
1915. július 4.																			
IV.	115	0	10 36 <sup>am</sup>	20.4	+21.66	+21.64	+21.65	+0.05	751.8	69									
	113	0	11 25	20.2	+21.70	+21.69	+21.70	+0.05	751.7	69									
	112	0	12 12	20.3	+21.76	+21.75	+21.76	+0.08	751.6	69									
	114	0	1 02	20.3	+21.83	+21.82	+21.82	+0.11	751.5	69									
V.	115	P	5 27 <sup>pm</sup>	19.9	+22.20	+22.20	+22.20	+0.18	751.1	68									
	113	P	6 22	19.2	+22.29	+22.28	+22.28	+0.06	751.3	70									
	112	P	7 16	19.1	+22.32	+22.32	+22.32	+0.03	751.5	70									
	114	P	8 09	20.0	+22.35	+22.34	+22.34	+0.02	751.7	70									
1915. július 5.																			
VI.	115	0	9 02 <sup>am</sup>	20.4	+21.80	+21.79	+21.80	+0.02	753.2	70									
	113	0	9 51	20.3	+21.82	+21.80	+21.81	+0.04	753.2	69									
	112	0	10 40	19.9	+21.86	+21.85	+21.86	+0.05	753.3	69									
	114	0	11 72	20.5	+21.90	+21.90	+21.90	+0.05	753.3	68									



Légnyomás miatti redukció Reduktion wegen der Feuchtigkeit	Légstírás — Luftstiche	Coincidenzia időköz Koinzidenz-Dauer	Mért lengési idő Beobachtete Schwingungs- dauer	Redukció — Reduction auf					Redukált lengésidő Reduzierte Schwingungs- dauer
				0 amplitudóra — Ausschlag	egységnyi légsűrűségre eine der Einheit gleiche Luftdichte	0° hőmérsékletre eine Temperatur von 0°	szilárd alátámasztásra eine feste Unterstützung	csillagidőre die Sternzeit	
1915. június 24.									
—3.3 0.930	175.58	0.501	4279	—10	—622	—750	—44	—21	0.501 2831.
—3.3 0.930	175.39		4295	—11	—623	—754	—44	—21	2841.
—3.3 0.931	173.29		4468	—11	—625	—752	—56	—21	3002
—3.3 0.931	184.69		3573	—11	—631	—757	—56	—21	2096
1915. július 2.									
—5.5 0.903	178.36	0.501	4056	—10	—587	—1048	—48	+146	0.501 2509
—5.5 0.904	176.38		4214	—10	—594	—1014	—48	+146	2694
—5.6 0.904	187.96		3336	—11	—601	—1040	—60	+146	1769.
—5.6 0.904	176.04		4242	—10	—602	—1050	—60	+146	2665.
1915. július 3.									
—5.3 0.906	178.57	0.501	4039	—11	—589	—1035	—48	+147	0.501 2503
—5.3 0.906	176.54		4201	—11	—596	—1002	—48	+147	2691
—5.1 0.906	188.17		3321	—11	—602	—1026	—60	+147	1768.
—5.0 0.906	176.14		4234	—11	—603	—1036	—60	+147	2670.
—5.0 0.906	178.40	0.501	4053	—10	—589	—1052	—48	+148	0.501 2502
—5.2 0.906	176.42		4211	—10	—596	—1022	—48	+148	2683
—5.2 0.906	187.99		3334	—10	—602	—1048	—60	+148	1761.
—5.2 0.907	175.87		4256	—10	—604	—1058	—60	+148	2671.
1915. július 4.									
—5.0 0.910	178.43	0.501	4051	—11	—592	—1044	—48	+149	0.501 2505
—5.0 0.910	176.42		4211	—11	—598	—1013	—48	+149	2690
—5.0 0.910	188.07		3328	—11	—605	—1039	—60	+149	2663.
—5.0 0.909	176.05		4241	—11	—605	—1050	—60	+149	2663.
—5.1 0.907	178.25		4065	—11	—590	—1071	—48	+148	0.501 2493
—5.3 0.907	176.16	0.501	4232	—10	—596	—1040	—48	+148	2686
—5.3 0.908	187.78		3349	—10	—604	—1066	—60	+148	1756.
—5.3 0.908	175.77		4264	—11	—604	—1075	—60	+148	2661.
1915. július 5.									
—5.1 0.912	178.18	0.501	4071	—11	—593	—1052	—48	+150	0.501 2517
—5.0 0.912	176.31		4220	—11	—600	—1018	—48	+150	2693
—5.0 0.912	187.90		3340	—11	—606	—1044	—60	+150	1768.
—5.0 0.911	175.85		4257	—11	—606	—1054	—60	+150	2675.



Sorozat — Serie	Inga — Pendel	Észlelő — Beobachter	Középeurópai zónaidő Mitteleuropäische Zeit	Amplitudó — Ausschlag	Hőmérséklet az inga- térben az Temperatur im Pendel- raum am			Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturänderung in 1 St.	Légnyomás — Luftdruck	Légnedvesség — Luftfeuchtigkeit
					I.	II.	Közép Mittel			
					hőmérőn Thermometer					
1915. július 5.										
VII.	115	P	5 <sup>h</sup> 07 <sup>m</sup> <sub>pm</sub>	19.7	+22.18	+22.16	+22.17	+0.14	752.4	68
	113	P	6 0	19.2	+22.28	+22.27	+22.28	+0.10	752.4	68
	112	P	6 55	19.6	+22.34	+22.33	+22.34	+0.05	752.4	68
	114	P	7 50	19.5	+22.38	+22.36	+22.37	+0.03	752.4	68
1915. július 6.										
VIII.	115	0	9 15 <sup>am</sup>	20.3	+21.94	+21.92	+21.93	+0.00	752.8	68
	113	0	10 3	20.4	+21.96	+21.94	+21.95	+0.04	752.8	68
	112	0	10 53	20.4	+21.99	+21.98	+21.98	+0.05	752.7	68
	114	0	11 42	20.2	+22.04	+22.04	+22.04	+0.06	752.6	68
1915. július 7.										
IX.	108	0	7 11 <sup>am</sup>	20.0	+22.02	+22.00	+22.01	+0.01	753.1	67
	109	0	7 56	20.4	+22.04	+22.02	+22.03	+0.05	753.2	67
	110	0	8 39	20.6	+22.07	+22.06	+22.06	+0.03	753.1	67
	111	0	9 24	19.7	+22.10	+22.10	+22.10	+0.05	752.9	67
X.	108	P	10 36 <sup>am</sup>	19.0	+22.18	+22.16	+22.17	+0.08	752.8	68
	109	P	11 30	19.6	+22.24	+22.23	+22.24	+0.08	752.7	68
	110	P	12 19 <sup>pm</sup>	21.2	+22.29	+22.29	+22.29	+0.05	752.6	68
	111	P	1 10	20.3	+22.32	+22.32	+22.32	+0.03	752.4	68
XI.	108	0	2 22 <sup>pm</sup>	20.0	+22.39	+22.36	+22.38	+0.05	752.0	68
	109	0	3 11	20.6	+22.43	+22.40	+22.42	+0.03	752.0	68
	110	0	3 56	20.9	+22.46	+22.45	+22.46	+0.05	752.0	68
	111	0	4 42	19.7	+22.51	+22.50	+22.50	+0.05	751.9	68
XII.	108	P	5 42 <sup>pm</sup>	19.4	+22.58	+22.56	+22.57	+0.09	751.9	68
	109	P	6 34	19.4	+22.64	+22.63	+22.64	+0.06	751.9	68
	110	P	7 25	18.6	+22.66	+22.66	+22.66	+0.01	752.0	68
	111	P	8 15	19.3	+22.67	+22.66	+22.66	0.00	752.2	68
1915. július 8.										
XIII.	108	0	7 42 <sup>am</sup>	20.0	+22.28	+22.27	+22.28	+0.01	753.4	68
	109	0	8 24	20.5	+22.28	+22.28	+22.28	0.00	753.4	68
	110	0	9 08	18.9	+22.29	+22.30	+22.30	+0.02	753.2	68
	111	0	9 52	20.1	+22.31	+22.32	+22.32	+0.02	753.2	68



Légnedvesség miatti redukció Reduktion wegen der Feuchtigkeit	Légsűrűség — Luftdichte	Coincidenzia időköz Koinzidenz-Dauer	Mért lengési idő Beobachtete Schwingungs- dauer	Redukció — Reduction auf					Redukált lengésidő Reduzierte Schwingungs- dauer
				0 amplitudóra — Ausschlag	egységnyi légsűrűségre eine der Einheit gleiche Luftdichte	0° hőmérsékletre eine Temperatur von 0°	szilárd alátámasztásra eine feste Unterstützung	csillagi időre die Sternzeit	
1915. július 5.									
—5.1	0.909	178.19	0.501 4069	—11	—591	—1069	—48 +149	0.501	2499
—5.1	0.909	176.15	4233	—10	—598	—1040	—48 +149		2686
—5.2	0.909	187.73	3353	—11	—604	—1067	—60. +149		1759.
—5.2	0.908	175.70.	4269	—10.	—604	—1076	—60. +149		2667
1915. július 6.									
—5.0	0.911	178.28	0.501 4062	—11	—592	—1058	—48 +147	0.501	2500
—5.0	0.911	176.28	4222	—11	—599	—1024	—48 +147		2687
—5.0	0.910	187.90	3341	—11	—605	—1050	—60. +147		1761.
—5.0	0.910	175.83	4259	—11	—606	—1061	—60. +147		2667.
1915. július 7.									
—5.0	0.911	161.84	0.501 5495	—11	—609	—1047	—48 +146	0.501	3926.
—5.0	0.911	161.80.	5499	—11	—610	—1050	—48 +146		3926.
—5.0	0.911	160.09	5665	—12	—612	—1048	—60. +146		4078.
—5.0	0.910	169.74	4772	—11	—617	—1056	—60. +146		3173.
—5.1	0.910	161.87	0.501 5492	—10	—609	—1054	—48 +146	0.501	3917
—5.1	0.909.	161.76	5503	—11	—609	—1060	—48 +146		3921
—5.1	0.909	160.05	5669	—12	—611	—1059	—60. +146		4072.
—5.2	0.909	169.72	4774	—11	—617	—1067	—60. +146		3164.
—5.2	0.908	161.82	0.501 5497	—11	—607	—1064	—48 +146	0.501	3913
—5.2	0.908	161.56	5522	—12	—608	—1069	—48 +146		3931
—5.2	0.908	159.88	5686	—12	—610	—1067	—60. +146		4082
—5.2	0.908	169.49	4794	—11	—616	—1075.	—60. +146		3177.
—5.2	0.907	161.74	0.501 5505	—10	—607	—1073	—48 +146	0.501	3913
—5.2	0.907	161.50	5528	—10	—607	—1079	—48 +146		3930
—5.2	0.907	159.76	5698	—10	—609	—1077	—60. +146		4087.
—5.2	0.907	169.42	4800	—10	—615	—1083	—60. +146		3177.
1915. július 8.									
—5.1	0.910	161.70	0.501 5509	—11	—609	—1060	—48 +147	0.501	3928
—5.1	0.910	161.60	5518	—11.	—609	—1062	—48 +147		3934.
—5.1	0.910	159.93	5681	—10	—611	—1060	—60. +147		4086.
—5.1	0.910	169.58	4786	—11	—617	—1067	—60. +147		3177.



Sorozat — Serie		Inga — Pendel		Észlelő — Beobachter		Középeurópai zónaidő Mitteleuropäische Zeit		Amplitudó — Ausschlag		Hőmérséklet az Inga- térben az Temperatur im Pendel- raum am			Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung in 1 St.		Légnyomás — Luftdruck		Légnedvesség — Luftfeuchtigkeit		
										I.		II.		Közép Mittel					
										hőmérőn Thermometer									
1915. július 8.																			
XIV.	108	P	11 <sup>h</sup> 1 <sup>m</sup> <sub>am</sub>	19.6	+22.33	+22.32	+22.32	+0.03	753.2	68									
	109	P	11 50	19.3	+22.36	+22.36	+22.36	+0.04	753.0	68									
	110	P	12 40 <sub>pm</sub>	21.4	+22.41	+22.39	+22.40	+0.05	752.7	68									
	111	P	1 30	20.2	+22.45	+22.44	+22.44	+0.06	752.5	68									
XV.	108	0	2 24 <sub>am</sub>	20.5	+22.51	+22.50	+22.50	+0.06	752.0	68									
	109	0	3 07	20.3	+22.56	+22.55	+22.56	+0.06	751.9	68									
	110	0	3 54	20.8	+22.62	+22.60	+22.61	+0.07	751.8	68									
	111	0	4 40	20.1	+22.67	+22.69	+22.68	+0.05	751.8	68									
XVI.	108	P	5 48 <sub>pm</sub>	19.6	+22.69	+22.70	+22.70	+0.03	751.6	68									
	109	P	6 36	19.3	+22.70	+22.71	+22.70	+0.01	751.8	68									
	110	P	7 24	20.9	+22.72	+22.71	+22.72	+0.01	752.3	68									
	111	P	8 12	19.4	+22.72	+22.72	+22.72	0.00	753.0	68									
Potsdam II. 1915. július 14.																			
I.	115	0	8 28 <sub>am</sub>	20.0	+16.56	+16.53	+16.54	0.00	743.6	69									
	113	0	9 24	20.7	+16.57	+16.55	+16.56	+0.03	743.8	69									
	112	0	10 18	20.2	+16.59	+16.59	+16.59	+0.05	743.6	69									
	114	0	11 14	19.8	+16.64	+16.63	+16.64	+0.05	743.4	69									
II.	115	P	5 21 <sub>pm</sub>	19.9	+16.62	+16.60	+16.61	+0.02	747.6	71									
	113	P	6 20	19.5	+16.64	+16.63	+16.64	+0.03	748.6	71									
	112	P	7 19	19.7	+16.67	+16.67	+16.67	+0.04	749.6	71									
	114	P	8 20	18.8	+16.69	+16.71	+16.70	+0.04	750.3	71									
1915. július 15.																			
III.	115	0	8 14 <sub>am</sub>	20.1	+16.36	+16.36	+16.36	0.00	748.4	70									
	113	0	9 6	19.9	+16.37	+16.37	+16.37	+0.02	747.8	70									
	112	0	10 1	20.2	+16.39	+16.39	+16.39	+0.04	747.3	70									
	114	0	10 56	19.2	+16.42	+16.41	+16.42	+0.02	746.8	70									
IV.	115	P	5 34 <sub>pm</sub>	19.7	+16.46	+16.47	+16.46	+0.02	744.3	72									
	113	P	6 30	19.5	+16.49	+16.50	+16.50	+0.05	744.0	72									
	112	P	7 28	19.6	+16.53	+16.53	+16.53	+0.03	744.1	72									
	114	P	8 28	18.9	+16.58	+16.57	+16.58	+0.08	744.4	72									



Légnedvesség miatti redukció <i>Reduktion wegen der Feuchtigkeit</i>	Légsűrűség — <i>Luftdichte</i>	Coincidencia időköz <i>Koinzidenz-Dauer</i>	Mért lengési idő <i>Beobachtete Schwingungs- dauer</i>	Redukció — <i>Reduction auf</i>					Redukált lengésidő <i>Reduzierte Schwingungs- dauer</i>	
				0 amplitudóra — <i>Ausschlag</i>	egységnyi légsűrűségre eine der Einheit gleiche <i>Luftdichte</i>	0° hőmérsékletre eine Temperatur von 0°	szilárd alátámasztásra eine feste Unterstützung	ezillagidőre die Sternzeit		
1915. július 8.										
-5.2	0.910	161.71	0.501 5508	-11	-609	-1062	-48	+146	0.501	3924
-5.2	0.909	161.60	5518	-10	-609	-1066	-48	+146		3931
-5.2	0.909	159.86	5688	-12	-611	-1064	-60	+146		4086
-5.2	0.908	169.52	4792	-11	-616	-1073	-60	+146		3177
-5.2	0.908	161.70	0.501 5509	-11	-607	-1070	-48	+146	0.501	3918
-5.2	0.908	161.51	5527	-11	-608	-1075	-48	+146		3931
-5.2	0.907	159.86	5688	-12	-609	-1074	-60	+146		4078
-5.2	0.907	169.42	4800	-11	-615	-1084	-60	+146		3175
-5.2	0.907	161.60	0.501 5518	-11	-607	-1080	-48	+146	0.501	3918
-5.2	0.907	161.46	5532	-10	-607	-1082	-48	+146		3931
-5.2	0.907	159.77	5697	-12	-609	-1080	-60	+146		4081
-5.2	0.908	169.38	4803	-10	-616	-1086	-60	+146		3176
1915. július 15.										
-3.7	0.918	194.27	0.501 2902	-11	-597	-798	-47	-27	0.501	1422
-3.7	0.918	191.61	3081	-12	-603	-773	-47	-27		1619
-3.7	0.918	205.58	2190	-11	-610	-792	-58	-27		0692
-3.7	0.917	191.38	3097	-11	-610	-801	-58	-27		1590
-3.8	0.923	194.40	0.501 2893	-11	-600	-801	-47	-25	0.501	1409
-3.8	0.923	191.44	3094	-10	-607	-777	-47	-25		1627
-3.8	0.925	205.75	2180	-11	-615	-796	-58	-25		0675
-3.8	0.926	191.17	3112	-10	-616	-804	-58	-25		1599
1915. július 15.										
-3.6	0.924	194.32	0.501 2899	-11	-601	-789	-47	-24	0.501	1427
-3.6	0.924	191.61	3081	-11	-607	-764	-47	-24		1628
-3.6	0.923	205.86	2173	-11	-614	-783	-58	-24		0683
-3.6	0.922	191.47	3091	-10	-614	-790	-58	-24		1595
-3.9	0.919	194.46	0.501 2889	-11	-597	-794	-47	-25	0.501	1415
-3.9	0.918	191.66	3078	-10	-603	-770	-47	-25		1622
-3.9	0.918	205.81	2176	-11	-610	-789	-58	-25		0683
-3.9	0.918	191.34	3100	-10	-611	-798	-58	-25		1598



Sorozat — Serie	Inga — Pendel	Észlelő — Beobachter	Középeurópai zónaidő Mittel-europäische Zeit	Amplitudó — Ausschlag	Hőmérséklet az inga- térben az Temperatur im Pendel- raum am			Hőmérsékletváltozás 1 óra alatt Temperaturveränderung in 1 St.	Légnyomás — Luftdruck	Légnedvesség — Luftfeuchtigkeit
				I.	II.	Közép Mittel				
				hőmérőn Thermometer						
1915. július 16.										
V.	108	0	6 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup> <sub>am</sub>	20.8	+16.35	+16.37	+16.36	−0.09	747.4	68
	109	0	7 28	17.8	+16.31	+16.31	+16.31	−0.04	747.7	67
	110	0	8 20	21.0	+16.29	+16.30	+16.30	0.00	747.8	68
	111	0	9 08	19.9	+16.31	+16.31	+16.31	+0.04	748.0	68
VI.	108	P	10 26 <sub>am</sub>	20.8	+16.37	+16.35	+16.36	+0.06	748.4	70
	109	P	11 21	20.9	+16.42	+16.40	+16.41	+0.05	748.6	70
	110	P	12 16 <sub>pm</sub>	20.5	+16.45	+16.46	+16.46	+0.05	748.6	70
	111	P	1 14	19.3	+16.49	+16.49	+16.49	+0.01	748.8	70
VII.	108	0	2 14 <sub>pm</sub>	21.0	+16.53	+16.52	+16.52	+0.04	748.9	70
	109	0	3 04	20.8	+16.57	+16.55	+16.56	+0.03	749.0	71
	110	0	3 52	21.2	+16.57	+16.58	+16.58	+0.02	749.2	71
	111	0	4 39	19.0	+16.59	+16.60	+16.59	+0.03	749.2	71
VIII.	108	P	5 44 <sub>pm</sub>	20.7	+16.63	+16.63	+16.63	+0.06	749.4	71
	109	P	6 37	21.0	+16.67	+16.67	+16.67	+0.03	749.6	71
	110	P	7 20	20.8	+16.69	+16.69	+16.69	+0.01	749.7	71
	111	P	8 25	18.9	+16.70	+16.71	+16.70	+0.04	750.0	71



Légnyedvesség miatti redukció Reduktion wegen der Feuchtigkeit	Légűrűség — Luftdichte	Coincidencia időköz Coinzidenz-Dauer	Mért lengési idő Beobachtete Schwingungs- dauer	Redukció — Reduction auf					Redukált lengésidő Reduzierte Schwingungs- dauer	
				0 amplitudóra — Ausschlag	egységnyi légűrűségre eine der Einheit gleiche Luftdichte	0° hőmérsékletre eine Temperatur von 0°	szilárd alátámasztásra eine feste Unterstützung	csillagidőre die Sternzeit		
1915. július 16.										
— 3.5	0.923	175.07	0.501 4321	—12	—617	—778	—47	—24	0.501	2843
— 3.5	0.924	174.93	4332	— 9	—619	—777	—47	—24		2856
— 3.5	0.924	172.94	4498	—12	—621	—775	—58	—24		3008
— 3.5	0.924	184.45	3591	—11	—627	—780	—58	—24		2091
— 3.6	0.924	175.04	0.501 4323	—12	—618	—778	—47	—24	0.501	2844
— 3.6	0.925	174.96	4330	—12	—619	—782	—47	—24		2846
— 3.7	0.924	172.98	4494	—11.	—621	—782	—58	—24		2997.
— 3.7	0.924	184.31.	3601	—10	—627	—788	—58	—24		2094
— 3.7	0.924	175.12	0.501 4317	—12	—618	—786	—47	—24	0.501	2830
— 3.8	0.924	174.83	4341	—12	—619	—789	—47	—24		2850
— 3.8	0.924	172.95	4497	—12	—621	—788	—58	—24		2994
— 3.8	0.924	184.15	3613	—10	—627	—793	—58	—24		2101
— 3.8	0.925	174.95	0.501 4331	—12	—619	—791	—47	—24	0.501	2838
— 3.8	0.925	174.67	4354	—12	—619	—795	—47	—24		2857
— 3.8	0.925	172.75	4514	—12	—621	—793	—58	—24		3006
— 3.8	0.925	184.25	3605	—10	—627	—798	—58	—24		2088

E táblázat alapján még külön összeállítottam az egyes állomásokra és ingákra nézve a lengésidő végleges, redukált értékét, úgyszintén a sorozatok középértékeit, valamint az állomás-értékeket is.

A teljesség kedvéért ugyanabban a táblázatban sorolom fel az egyes lengésidők eltéréseit a sorozat-közepektől, amelyeknek állomási értékei tudvalevőleg az ingák változatlanságára vonatkozólag nyújtanak becses felvilágosítást.



Sorozat — Serie	Kelet — Datum	Redukált lengésidők Reduzierte Schwingungsdauer					Az egyes lengésidők eltérése a sorozatközéptől. Egység a mp tízmilliomod része			
		<sup>s</sup>	<sup>s</sup>	<sup>s</sup>	<sup>s</sup>	<sup>s</sup>	Die Abweichung der einzelnen Schwingungsdauer von dem Mittel der Serie in zehn- millionsten Teil der Sekunden			
		0.501	0.501	0.501	0.501	0.501				
<b>Potsdam I.</b>										
		115	113	112	114	Közép Mittel	115	113	112	114
I.	1915.VI. 22. am 8.5 <sup>h</sup>	1417.	1628	0676.	1583.	1326	— 91	—300	+649.	—257.
II.	pm 2.0 <sup>h</sup>	1423	1625	0680.	1587.	1329	— 94	—296	+648.	—258
III.	1915.VI. 23. am 8.3 <sup>h</sup>	1422	1619	0670.	1584.	1324	— 98	—295	+653.	—260.
IV.	pm 12.0 <sup>h</sup>	1421	1617	0676.	1585.	1325	— 96	—292	+649.	—260.
	Közép — Mittel	1421	1622	0676	1585	1326	— 95	—296	+650	—259
		108	109	110	111	Közép Mittel	108	109	110	111
V.	1915.VI. 24. am 8.1 <sup>h</sup>	2828	2840	2996	2091.	2689	—139	—151	—307	+597.
VI.	am 11.9 <sup>h</sup>	2834	2842	2992.	2085.	2688.	—145.	—154	—304	+603
VII.	pm 4.0 <sup>h</sup>	2832	2849	2997.	2097.	2694	—138	—155	—303	+596.
VIII.	pm 7.8 <sup>h</sup>	2831.	2841.	3002	2096	2693	—138.	—148.	—309	+597
	Közép — Mittel	2831	2843	2997	2093	2691	—140	—152	—306	+598
<b>Potsdam II.</b>										
		115	113	112	114	Közép Mittel	115	113	112	114
I.	1915.VII. 14. am 9.8 <sup>h</sup>	1422	1619	0692	1590	1331	— 91	—288	+639	—259
II.	pm 6.8 <sup>h</sup>	1409	1627.	0675	1599	1327	— 82	—300.	+652	—272
III.	1915.VII. 15. am 9.6 <sup>h</sup>	1427	1628	0683	1595	1333	— 94	—295	+650	—262
IV.	pm 7.0 <sup>h</sup>	1415	1622.	0683	1598	1329	— 86	—293.	+646	—269
	Közép — Mittel	1418	1624	0683	1595.	1330	— 88	—294	+647	—265.
		108	109	110	111	Közép Mittel	108	109	110	111
V.	1915.VII. 16. am 7.9 <sup>h</sup>	2843	2856	3008	2091	2699	—114	—157	—309	+608
VI.	am 11.8 <sup>h</sup>	2844	2846	2997.	2094	2695	—149	—151	—303.	+601
VII.	pm 3.5 <sup>h</sup>	2830	2850	2994	2101	2694	—136	—156	—300	+593
VIII.	pm 7.1 <sup>h</sup>	2838	2857	3006	2088	2697	—141	—160	—309	+609
	Közép — Mittel	2839	2852	3001	2093.	2696	—143	—156	—305	+602.



Sorozat — Serie	Kelet — Datum	Redukált lengésidők Reduzierte Schwingungsdauer					Az egyes lengésidők el- térése a sorozatközéptől. Egység a mp tizmilliomod része.			
		$\overset{s}{0.501}$	$\overset{s}{0.501}$	$\overset{s}{0.501}$	$\overset{s}{0.501}$	$\overset{s}{0.501}$				
							Die Abweichung der einzelnen Schwingungsdauer von dem Mittel der Serie in zehn- millionsten Teil der Sekunden			
		Budapest								
		115	113	112	114	Közép Mittel	115	113	112	114
I.	1915. VII. 2. <i>pm</i> 6.3 <sup>h</sup>	2509	2694	1769.	2665.	2409.	-100	-285	+640	-256
II.	1915. VII. 3. <i>am</i> 9.9	2503	2691	1768.	2670	2408	-90	-283	+644.	-257
III.	<i>pm</i> 6.6	2502	2683	1761.	2671.	2404.	-98.	-278.	+643	-267
IV.	1915. VII. 4. <i>am</i> 11.8	2505	2690	1761.	2663.	2405	-100	-285	+643.	-258.
V.	<i>pm</i> 6.8	2493	2686	1756.	2661.	2399	-94	-287	+642.	-262.
VI.	1915. VII. 5. <i>am</i> 10.3	2517	2693	1768.	2675	2413	-104	-280	+646.	-262
VII.	<i>pm</i> 6.5	2499	2686	1759.	2667	2401	-98	-285	+641.	-266
VIII.	1915. VII. 6. <i>am</i> 10.5	2500	2687	1761.	2667.	2404	-96	-283	+642.	-263.
	Közép — Mittel	2503.	2689	1763	2668	2405.	-98	-283.	+643	-262
		108	109	110	111	Közép Mittel	108	109	110	111
IX.	1915. VII. 7. <i>am</i> 8.3 <sup>h</sup>	3926	3926	4078.	3173.	3776	-150	-150.	-308.	+602.
X.	<i>am</i> 11.9	3917	3921	4072.	3164.	3769	-148	-152	-303.	+604.
XI.	<i>pm</i> 3.6	3913	3931	4082.	3177	3776	-137	-155	-306.	+599
XII.	<i>pm</i> 7.0	3913	3930	4087.	3177.	3777	-136	-153	-310.	+599.
XIII.	1915. VII. 8. <i>am</i> 8.8	3928	3934.	4086.	3177.	3781	-147	-153.	-305.	+603.
XIV.	<i>pm</i> 12.3	3924	3931	4086.	3177.	3780	-144	-151	-306.	+602.
XV.	<i>pm</i> 3.5	3918.	3931	4078.	3175.	3776	-142.	-155	-302.	+600.
XVI.	<i>pm</i> 7.0	3918	3931	4081.	3176.	3777	-141	-154	-304.	+600.
	Közép — Mittel	3920	3929.	4082	3175	3777	-143	-152.	-305	+602

A relativ mérésekben alapvető fontosságú a mérés külső körülményeinek egyformasága, mert ezáltal az egyirányú hibaforrások hatása az eredményből kiejthető. Az alábbi táblázatban összeállítottam a fontosabb reduktio-elemek állomási középértékét. Ezeket az értékeket a pontossági vizsgálatoknál fogjuk felhasználni.



Állomás	Amplitudo Type			Inga hőmérséklet Celsius fok			Légnyomás mm			Légnedvesség %			Relatív légsűrűség		
	112—115	108—111	Közép	112—115	108—111	Közép	112—115	108—111	Közép	112—115	108—111	Közép	112—115	108—111	Közép
Potsdam I. ....	19.8	20.1	20.0	15.33	15.68	15.50	753.4	751.9	752.6	60	64	62	0.935	0.932	0.934
Budapest ....	19.8	20.0	19.9	21.91	22.42	22.16	750.7	752.5	751.6	70	68	69	0.908	0.908	0.908
Potsdam II. ....	19.7	20.3	20.0	16.54	16.50	16.52	746.1	748.8	747.4	70	70	70	0.921	0.924	0.922
Vagyis a Potsdamban végzett két mérést egybefoglalva:															
Potsdam ....			20.0			16.01			750.0			66			0.928
Budapest ....			19.9			22.16			751.6			69			0.908
Potsdam—Bpest			+0.1			—6.15			—1.6			—3			+0.020



## 11. §. A lengésidő-mérés pontossága.

A lengésidő értékében levő  $\varepsilon$  hiba rendkívül sok hibaforrásból létrejövő *állandó, szabályos és szabálytalan* hibákból tevődik össze,

$$\varepsilon = \alpha + \varepsilon_{\text{szabályos}} + \varepsilon_{\text{szabálytalan}},$$

vagyis, mivel a szabályos hibát mindig felbonthatjuk egy állandó részre és egy olyanra, aminek a középértéke 0, azért

$$\varepsilon = \alpha + \beta + \varepsilon_{\text{véletlen}}$$

ahol  $\beta$  a szabályos hibában levő állandó rész (vagyis a szabályos hiba középértéke), az  $\varepsilon_{\text{véletlen}}$  pedig összetevődik a szabálytalan hibából, továbbá a szabályos hiba ama részéből, amely visszamarad, ha belőle az állandó részt levonjuk.\*

Ha tehát egy lengésidő-mérés *közép-teljeshibáját*  $\mu$ -vel, *közép-véletlenhibáját*  $\mu_v$ -vel jelöljük, úgy

$$\mu^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \mu_v^2$$

A lengésidő-mérésekben az állandó, szabályos és szabálytalan hibák főbb hibaforrásai a következőkben adhatók meg.

*Állandó* hibák keletkeznek:

1. Az ingák állandóinak meghatározásából,
2. Az együttlengés-meghatározásból,
3. Az órajárás-meghatározásból,
4. Az ingahossz állandó természetű megváltozásából.

*Szabályos* hibát hoz létre:

1. Az inga valódi hőmérsékletének tökéletlen meghatározása.

A hőmérséklet-mérés higany-hőmérőkkel történik, amelyek csak állandó hőmérséklet mellett mutathatják az inga valódi hőmérsékletét. Változó hőmérséklet esetében a higany-hőmérő, a változásnak megfelelő értelemben előre siet, mert hamarabb veszi fel a hőmérséklet-változást, mint a más fémből való inga.

\* Lásd: Bodola Lajos, A mérési hibák elmélete és a legkisebb négyzetek módszere.



## 2. Az órajárás időbeli periodikus változása.

*Szabálytalan* hiba származik a coincidentia-észlelésből, a hőmérő, barometer-hygrometer-leolvasásokból, az órajárás és az ingahossz szabálytalan változásaiból stb.

A végeredményül felhasznált lengésidőben levő állandó hibára nézve felvilágosítást csak úgy kaphatunk, ha külön-külön vizsgálat alá vesszünk minden ismeretes hibaforrást, amely állandó hibát hozhat létre. A szabályos és szabálytalan hibakifejezésre jut ama különbségekben, amelyek ugyanazon inga lengésidejének többszöri meghatározásából nyert értékek között vannak. Látni fogjuk, hogy ezekből a különbségekből — bizonyos feltevésekkel — kiszámítható a szabályos hiba állandó része, továbbá a meghatározás középvéletlen hibája.

## A) Az állandó hiba meghatározása.

## 1. A reduktio-képletben szereplő állandók hibáinak hatása.

A szóba jövő állandók közül az *amplitudó állandóját*, továbbá az *órajárás állandóját* mindig meg lehet határozni oly pontossággal, hogy a belőle származó hiba sokkalta kisebb, mint azok a hibák, melyeket a lengésidőmérés ezidőszerinti pontossága miatt úgyis el kell tűrni.

Ami a *hőmérsékleti állandókat* illeti, tegyük fel, hogy meghatározásának hibája

$$\Delta C_{\tau}$$

Legyen az ingák átlagos mérési hőmérséklete a kiinduló állomáson  $\tau_k$ , a külső állomáson  $\tau$ . Nyilvánvaló, hogy ekkor a lengésidődifferentiában levő bizonytalanság

$$\Delta C_{\tau} (\tau_k - \tau)$$

lesz.

Méréseimben a 102. lapon levő összeállítás szerint

$$\tau_k - \tau = -6.15^{\circ}$$

A hőmérsékleti állandó meghatározásának középhibája pedig a középíngára vonatkoztatva

$$\pm 0.09 \times 10^{-7} \text{ mp}$$



tehát a hőmérsékleti állandó meghatározásából származó hiba hatása a lengésidőben

$$\pm \sqrt{\frac{(0.09 + 6.15)^2}{2}} = \pm \sqrt{0.15} = \pm 0.39 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

értékűnek tekinthető.

Hasonlóképen állapítható meg a *légsűrűségi állandó* hibájának hatása. Ennek nagysága

$$\Delta C_d (d_k - d)$$

Méréseimre nézve a légsűrűségi állandó középhibája

$$\pm 4.6 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

továbbá a 102. lapon levő összeállítás szerint

$$d_k - d = +0.020$$

miért is a légsűrűségi állandó meghatározásából származó hatás a lengésidőben

$$\pm \sqrt{\frac{(0.020 \times 4.6)^2}{2}} = \pm \sqrt{0.0042} = \pm 0.09 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

hibát hoz létre.

A két hibát összefoglalva a reductioképletbe szereplő állandók meghatározásainak hibáiból származó hatást

$$\pm 0.4 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

értékűnek vehetjük.

## 2. Az együttlengésmeghatározás hibájának hatása.

A 81. lapon közölt részletes vizsgálatok alapján a számításokban felhasznált együttlengési reductio közép-teljeshibája

$$\pm 1.0 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

## 3. Az órajárásmeghatározás hibájának hatása.

A számításban felhasznált órajárást értékek középhibája

$$\pm 0.02 \text{ mp-nek vehető.}$$

Ennek megfelel a lengésidőben

$$\pm 0.02 \times 58 = \pm 1.2 \times 10^{-7} \text{ mp}$$



## 4. Az ingahossz állandó természetű megváltozásának hatása.

Az ingahossz állandó természetű megváltozására következtetést vonhatunk a kiinduló ponton végzett kétszeri mérés között mutatkozó különbségekből. A 100. lapon közölt táblázat szerint a 112—115. ingák lengésidőjére a két mérés a következő értékeket adta:

Állomás	Redukált lengésidő mp.-ben				
	115. sz. inga	113. sz. inga	112. sz. inga	114. sz. inga	Középinga
Potsdam I.	0.501 1421	0.501 1622	0.501 0676	0.501 1585	0.501 1326
Potsdam II.	1418	1624	0683	1595.	1330
II.—I.	— 3 +	2 +	7 +	10. +	4

A 108—111. ingákra nézve pedig a következő értékeket kapjuk:

Állomás	Redukált lengésidő mp.-ben				
	108. sz. inga	109. sz. inga	110. sz. inga	111. sz. inga	Középinga
Potsdam I.	0.501 2831	0.501 2843	0.501 2997	0.501 2093	0.501 2691
Potsdam II.	2839	2852	3001	2093.	2696
II.—I.	+ 7 +	9 +	4 +	0. +	5

Amint a fenti értékek mutatják, az ingák állandó természetű hosszváltozása csak olyan rendű mennyiség lehet, mint amilyenek a lengésidő-meghatározás hibái. Ha a fenti különbségeket, mint a hosszváltozás reális értékét képzeljük, úgy a középingában a hosszváltozás hatása

$$\pm \sqrt{\frac{2 \cdot 0^2 + 2 \cdot 5^2}{4}} = \pm 1.6 \times 10^{-7} \text{ mp-}$$

nek volna veendő,



Az állomásról-állomásra bekövetkező hosszváltozás hatására még jobb értéket számíthatunk, ha azt az eljárást követjük, amelyet Borass professor vezetett be a «*Relative Bestimmungen der Intensität der Schwerkraft etc.*» című munkájában (megjelent a *Veröffentlichungen des Kön. preuss. Geodätischen Institutes* című kiadványsorozat 23. (neue Folge) számában).

Ezekben a számításokban a középinga állomási értékeinek eltéréseit az egyes ingák állomási értékeitől fogjuk felhasználni. Ebből a célból előbb redukálni kellene minden lengést ugyanarra a nehézséggyorsulásra,  $g_0$ -ra, vagyis minden állomáson a lengési időket szorozni kell  $\sqrt{\frac{g}{g_0}}$ -al, ahol  $g$  az illető állomás nehézséggyorsulása. A jelen esetben azonban  $\sqrt{\frac{g}{g_0}}$  annyira közel áll az egységhez, hogy azt egynek véve, az elkövetett hiba a lengésidőben csak  $0.1 \times 10^{-7}$  mp-et tesz.

Ennélfogva a további vizsgálatokra rögtön a «középinga minus egyes inga» eltérések állomási értékeit használhatjuk fel, azokat az értékeket, amelyek a 100. és 101. lapon közölt táblázatban már ki vannak számítva.

Külön összeállítva ezek az értékek az egyes állomásokra nézve a következők:

112—115 ingacsoport. Egység a mp tizmilliomod része.

Állomás	Közép minus				$\lambda$				$[\lambda\lambda]$	$n$	$\frac{1}{n}$
	115	113	112	114	115	113	112	114			
Potsdam I.	—95	—296	+650	—259	+1	+5	—3	—3	44	4	0.25
Budapest	—98	—283	+643	—262	+4	—7	+4	0	88	8	0.12
Potsdam II.	—88	—294	+647	—265	—6	+3	0	+3	57	4	0.23
	—94	—291	+647	—265					189		0.52



**108—111 ingacsoport.** Egység a mp tizmilliomod része.

Állomás	Közép minus				$\lambda$				$[\lambda\lambda]$	$n$	$\frac{1}{n}$
	108	109	110	111	108	109	110	111			
Potsdam I.	-140	-152	-306	+598	-2	-1	+1	+3	15	4	0.25
Budapest	-143	-152	-305	+602	+1	-0	0	-1	2	8	0.12.
Potsdam II.	-143	-156	-305	+602.	+1	+3	0	-1.	11	4	0.25
	-142	-153	-305	+601					28		0.52.

A fenti különbségekből a relativ hosszváltozásra lehet következtetést vonni. Nevezetesen ezeknek a különbségeknek minden állomáson teljesen azonosaknak kell lenniök, ha a mérés hibátlan volna s ha az ingák teljesen invariabilisak lennének. Amennyiben tehát eltéréseket kapunk, ezek az elkerülhetetlen szabálytalan mérési hibákra, a hőmérsékleti állandó hibáira s végül az ingák hosszbeli változásaira vezethetők vissza. Mivel pedig — amint már láttuk — a hőmérsékleti állandót eléggé érzékeny módon tudjuk meghatározni, azért a különbségek főleg a mérés véletlen hibáira, továbbá az inga hosszváltozásaira vezethetők vissza.

Méréseimre nézve a középtől való eltérések ugyancsak a fenti táblázatban vannak feltüntetve, ahol az összegezett négyzeteik is össze vannak állítva.

Ha a lengésidő egyszeri meghatározásából származó értékekre vonatkozólag  $x$ -el jelöljük a relativ hosszváltozás hatásának közepes értékét, úgy az BORRASS szerint a következő képlettel számítható:

$$3\mu_v^2 \frac{r-1}{r} \left[ \frac{1}{n} \right] + 3(r-1)x^2 = [\lambda\lambda]$$

ahol  $\mu_v$  jelenti a lengésidő egyszeri meghatározásának közep véletlen hibáját,  $r$  az állomások számát,  $n$  pedig az egyes



állomásokon mért sorozatok számát; a sarkos zárójel pedig összegezést jelent.

A  $\mu_v$  értékre nézve a 115. oldalon részletesen közölt számítások méréseimre nézve a következő számértékeket adják:

$$\mu_v^2 = 16.7 \times 10^{-14} \text{ mp}$$

Ennélfogva a 112—115. ingacsoportra nézve a fenti egyenlet a következő:

$$3 \times 16.7 \times \frac{2}{3} \times 0.52 + (3 - 1) 3 x^2 = 189,$$

vagyis innen

$$x^2 = 28.8; \quad x = \pm 5.4 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

A középingára nézve pedig

$$\frac{x^2}{4} = 7.2; \quad \frac{x}{2} = \pm 2.7 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

A 108—111. ingacsoportra nézve az egyenlet a következő:

$$3 \times 16.7 \times \frac{2}{3} \times 0.52 + 3(3 - 1)x^2 = 28,$$

ennek megfelelően

$$x^2 = 0.2; \quad x = \pm 0.4 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

A középingára nézve

$$\frac{x^2}{4} = 0.05; \quad \frac{x}{2} = \pm 0.02 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

Ha pedig a két ingacsoportot együttesen számítjuk, úgy az egyenlet a következő:

$$3 \times 16.7 \times \frac{5}{6} \times 1.04 \times 3(6 - 1)x^2 = 217,$$

ahonnan

$$x^2 = 11.; \quad x = \pm 3.4 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

Ennélfogva a középingára a relativ hosszváltozás hatása

$$\frac{x^2}{4} = 2.9; \quad \frac{x}{2} = \pm 1.7 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$



A fenti érték egyezik azzal a középhibával, amit a kapcsoló mérések eltéréseiből közvetlen úton vezetünk le.

Pontossági vizsgálatainknál az utóbbi értéket fogjuk felhasználni a relatív hosszváltozás hatásának jellemzésére.

Összefoglalva az eddigieket, a lengésidő egyszeri megfigyeléséből származó értékben az állandó hiba:

$$\sqrt{0.4^2 + 1.0^2 + 1.2^2 + 2.9^2} = \pm 3.7 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

a középíngában levő állandó hiba pedig:

$$\sqrt{0.4^2 + 1.0^2 + 1.2^2 + 1.7^2} = \pm 2.3 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

B) *A szabályos hiba állandó részének és a közép-véletlen hibának meghatározása.*

A szabályos és szabálytalan hibák okozzák, hogy a lengésidőmérés megismétlése alkalmából, mindig egymástól különböző értékeket kapunk. Együttes hatásuknak quadraticus középértékét egyszerűen ki lehet számítani az egyes ingák lengési idejének az állomási középüktől való eltéréseikből. Mivel azonban a méréseket sorozatosan rendeztük be (a négy inga egymásután való mérését nevezve egy sorozatnak) s a sorozatokat minden állomáson különböző körülmények között megismételtük, ezért bizonyos feltevés mellett külön kiszámíthatjuk a szabályos hiba állandó részét is és a közép véletlen hibát is. A feltevés az, hogy a szabályos hibák ugyanabban a sorozatban állandó értékűek, sorozatról-sorozatra pedig változó értékűnek tekintjük. Ez a feltevés a valóságot nyilván erősen megközelíti, mert a szabályos hiba főleg az órajárás lassan bekövetkező szabályos megváltozásából származik.

Ha jelöljük

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta$$

val az ingákat,  $t$ -vel a lengésidőt, akkor —  $n$  sorozat mérését feltételezve — a mérés sémája a következő:



Redukált lengésidő				
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	Közép
$t_{\alpha,1}$	$t_{\beta,1}$	$t_{\gamma,1}$	$t_{\delta,1}$	$t_{k,1}$
$t_{\alpha,2}$	$t_{\beta,2}$	$t_{\gamma,2}$	$t_{\delta,2}$	$t_{k,2}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$t_{\alpha,n}$	$t_{\beta,n}$	$t_{\gamma,n}$	$t_{\delta,n}$	$t_{k,n}$
$t_\alpha$	$t_\beta$	$t_\gamma$	$t_\delta$	$t_k$

ahol az utolsó rovatba írt értékek az illető oszlopba foglalt tagok számtani közepeit jelentik.

Vegyünk egy ingát pl  $\alpha$ -t szemügyre. Az  $\alpha$  inga lengésidejének legmegbízhatóbb értéke a  $t_\alpha$  számtani közép. Képezzük a

$$\lambda_i = t_\alpha - t_{\alpha,i}$$

legmegbízhatóbb javításokat. Ezekből a lengésidőmérés egyszeri meghatározásának középhibája

$$\pm \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n-1}}$$

Mivel a lengésidők egyes értékei tartalmazzák úgy a szabályos hiba állandó részét, mint a véletlen hibát számtani közepük pedig az illető inga lengésidejének legmegbízhatóbb értéke, azért a már bevezetett jelölésekkel élve

$$\beta^2 + \mu_v^2 = \frac{[\lambda\lambda]}{n-1}$$

Vagyis a  $\lambda$  különbségekből megkapjuk azt a középhibát, amely a szabályos és szabálytalan hibák együttes hatását jellemzi.



A fenti értéket még pontosabban kapjuk meg, ha az összes állomásokra és az összes ingákra kiszámítjuk a  $\lambda$  értékeket. Ekkor

$$\beta^2 + \mu_v^2 = \frac{[\lambda\lambda]}{4([n] - r)} \quad (\text{I.})$$

ahol a sarkos zárójellel kijelölt összegezés az összes állomásokra vonatkozik, az  $r$  pedig az állomások számát jelenti.

Végezzük el ugyanazt a négy inga számtani közepére nézve is, tehát alkossuk meg a

$$\lambda'_i = t_k - t_{k,i}$$

különbségeket, vagyis a közép inga legmegbízhatóbb javításait. Ezekből is le lehet vezetni egy középhibát

$$\pm \sqrt{\frac{[\lambda' \lambda']}{n - 1}}$$

amely érték vonatkozik a középinga lengésidejének egyszeri meghatározására. Mivel pedig a középinga a négy inga számtani közepe, azért

$$\frac{\Sigma \lambda'^2}{n - 1} = \beta^2 + \frac{\mu_v^2}{4}$$

vagyis ha a  $\lambda'$ -ket megint az összes állomásokon kiszámítjuk, úgy

$$\beta^2 + \frac{\mu_v^2}{4} = \frac{[\lambda' \lambda']}{[n] - r} \quad (\text{II.})$$

Az I. és II. egyenletek összevetéséből aztán úgy a  $\beta$ , mint a  $\mu_v$  kiszámítható.

Számítási controllul még egy további egyenlet is levezethető.

A 100. és 101. oldalon levő táblázatban össze vannak állítva az egyes ingák és a középingák közötti különbségek ( $d$ ) s ezeknek számtani közepei is. Képezhetjük az egyes differentiák eltéréseit számtani közepeiktől

$$\lambda''_{a,i} = d_a - d_{a,i}$$

E  $\lambda''$  értékekből kiszámítható az egyes differentiák középhibája, ami nem más, mint



$$\pm \sqrt{\frac{[\lambda'' \lambda'']}{n-1}}$$

Nyilvánvaló, hogy ezek a differentiák csak a véletlen hibát tartalmazzák, ennél fogva a differentiák képzési módját figyelembe véve,

$$\mu_v^2 = \frac{[\lambda'' \lambda'']}{3([n] - r)} \quad (\text{III.})$$

Ugyanis jelöljük  $d_{a,i}$ -vel az  $a$  ingára vonatkozó differentiát az  $i$ . sorozatban.

$$d_{a,i} = \frac{t_{a,i} + t_{\beta,i} + t_{\gamma,i} + t_{\delta,i}}{4} - t_{a,i}$$

Jelöljük  $\mu_v$ -vel az egyes  $t$  értékek középhibáit,  $\mu_d$ -vel pedig a  $d$  differentia középhibáját. Mivel  $d$  függvénye a  $t$  értékeknek, azért a függvényérték középhibájának tétele alapján

$$\mu_d^2 = \frac{1}{16}(\mu_v^2 + \mu_v^2 + \mu_v^2 + 9\mu_v^2) = \frac{12}{16}\mu_v^2 = \frac{3}{4}\mu_v^2.$$

Ennél fogva, ha egy ingára képezzük a  $\frac{[\lambda'' \lambda'']}{n-1}$  értéket, úgy az a  $\mu_d$ -t fogja megadni

$$\mu_d^2 = \frac{3}{4}\mu_v^2 = \frac{[\lambda'' \lambda'']}{n-1}$$

innen

$$\mu_d^2 = \frac{4}{3} \frac{[\lambda'' \lambda'']}{n-1}$$

E képletet általánosítva az  $r$  állomáson végzett összes mérésekre, jutunk a III. egyenletre. Természetesen a III. egyenlet matematikai tartalma benne van az I. és II.-ban; ha ugyanis tekintetbe vesszük, hogy

$$\lambda'' = \lambda - \lambda'$$

úgy a III. egyenlet levezethető az I. és II. segélyével.

Állomásaimra nézve a  $\lambda$ ,  $\lambda'$  és  $\lambda''$  értékek az alábbi táblázatban vannak összefoglalva.



Egység a mp tizmilliomod része — Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sekunden

Állomás Station	Sorozat — Serie	$\lambda'$				$\lambda'$  Közép Mittel	$\lambda''$			
		115	113	112	114		115	113	112	114
		illetve — beziehentlich					illetve — beziehentlich			
		108	109	110	111		108	109	110	111
Potsdam I.	I.	+ 3.	— 6	+ 0.	+ 1.	0	+ 4	— 4	+ 0.	+ 1.
	II.	— 2	— 3	— 4.	— 2.	— 3	+ 1	0	+ 1.	+ 1
	III.	— 1	+ 3	+ 5.	+ 0.	+ 2	— 3	+ 1	— 3.	— 1.
	IV.	0	+ 5	— 0.	— 0.	+ 1	— 1	+ 4	+ 0.	— 1.
	V	+ 3	+ 3	+ 1	+ 1.	+ 2	+ 1	+ 1	— 1	+ 0.
	VI	— 3	+ 1	+ 4.	+ 7.	+ 2.	— 5.	— 2	+ 2	— 5
	VII	— 1	— 6	— 0.	— 4.	— 3	+ 2	— 3	+ 3	+ 1.
	VIII	+ 0.	+ 1.	— 5	— 3	— 2	+ 1.	+ 3.	— 3	+ 1
Budapest	I.	— 5.	— 5	— 6.	+ 2.	— 4	— 2	— 1.	+ 3	+ 6
	II.	+ 0.	— 2	— 5.	— 2.	— 2.	+ 8	+ 10.	— 1.	+ 5
	III.	+ 1.	+ 6	+ 1.	— 3.	+ 1.	+ 0.	+ 5	0	— 5
	IV.	— 1.	+ 1	+ 1.	+ 4.	+ 0.	— 2	— 1.	— 0.	+ 3.
	V.	+ 10.	+ 3	+ 6.	+ 6.	+ 6.	+ 4	— 3.	+ 0.	— 0.
	VI.	— 13.	— 4	— 5.	— 7	— 7.	— 6	+ 3.	— 3.	0
	VII.	+ 4.	+ 3	+ 3.	+ 1	+ 4.	0	— 1.	+ 1.	— 4
	VIII.	+ 3.	+ 2	+ 1	+ 0.	+ 1.	+ 2	+ 0.	+ 0.	— 1.
	IX.	— 6.	+ 3	+ 3	+ 1	+ 0.	— 7	+ 2	+ 2.	— 0.
	X	+ 3	+ 8.	+ 10.	+ 10.	+ 8	— 5	+ 0.	+ 1.	— 2.
	XI.	+ 7	— 1.	— 0.	— 2	+ 1	+ 6	— 2.	— 1.	+ 3
	XII.	+ 7	— 0.	— 5.	— 2.	0	+ 7	— 0.	— 5.	+ 2.
	XIII.	— 8	— 5.	— 4.	— 2.	— 4	— 4	— 1	— 0.	— 1.
	XIV.	— 4	— 1.	— 4.	— 2.	— 3	— 1	+ 1.	— 1.	— 0.
	XV.	+ 1.	— 1.	+ 3.	— 0.	+ 1	+ 0.	+ 2.	+ 2.	+ 1.
	XVI.	+ 2	— 1.	+ 0.	— 1.	0	+ 2	— 1.	+ 0.	+ 1.
Potsdam II.	I.	— 4	+ 5	— 9	+ 5.	— 1	— 3	+ 6	+ 8	+ 6.
	II.	+ 9	— 3.	+ 8	— 3.	+ 3	+ 6	— 5.	— 5	— 6.
	III.	— 9	— 4	0	+ 0.	— 3	— 6	— 1	— 3	+ 3.
	IV.	+ 3	+ 1.	0	— 2.	+ 1	+ 2	+ 0.	+ 1	— 3.
	V.	— 4	— 4	— 7	+ 2.	— 3	— 1	— 1	— 4	— 5.
	VI.	— 5	+ 6	+ 3.	— 0.	+ 1	— 6	+ 5	+ 1.	+ 1.
	VII.	+ 9	+ 2	+ 7	— 7.	+ 2	+ 7	0	+ 5	+ 9.
	VIII.	+ 1	— 5	— 5	+ 5.	— 1	+ 2	— 4	— 4	— 6.



Ezeknek az értékeknek megfelelően a négyzetösszegek számértékei a következők:

Egység:  $10^{-14} mp$ .

Állomás	[λλ]				[λ'λ']	[λ''λ'']			
	115	113	112	114	Közép	115	113	112	114
	illetve					illetve			
	108	109	110	111		108	109	110	111
Potsdam I.	36.4	127.2	98.2	96.4	37.2	64.4	59.2	37.8	36.0
Budapest	595.0	224.4	366.0	271.2	235.4	308.4	78.4	76.1	145.0
Potsdam II.	310.0	136.4	280.2	141.6	35.0	175.0	109.4	158.2	273.6

Vagyis a  $\lambda$ -ák négyzeteit teljesen összegezve, a következő számértékekhez jutunk:

Egység:  $10^{-14} mp$ .

Folyó szám	Állomás	$n$	$[\lambda\lambda]$	$[\lambda'\lambda']$	$[\lambda''\lambda'']$
1	Potsdam I.	8	358	37	197
2	Budapest	16	1457	235	608
3	Potsdam II.	8	868	35	716

E számértékeknek megfelelően

$$\beta^2 + \mu_v^2 = \frac{2683}{4(32-3)} = 23.1 \times 10^{-14} mp$$

és

$$\beta^2 + \frac{\mu_v^2}{4} = \frac{307}{32-3} = 10.6 \times 10^{-14} mp$$

ahonnan

$$\mu_v = \pm 4.1 \times 10^{-7} mp$$



és

$$\beta = \pm 2.5 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

A controll-egyenletet felhasználva

$$\mu_v^2 = \frac{1521}{3(32-3)} = 17.5 \times 10^{-14} \text{ mp,}$$

vagyis

$$\mu_v = \pm 4.2 \times 10^{-7} \text{ mp,}$$

ami a fenttivel egészen jól egyezik.

A  $\mu_v$  és a  $\beta$  a lengésidő egyszeri meghatározásából származó értékre vonatkozik. Jelöljük a középínga állomási értékében a közép-véletlenhibát  $m_v$ -vel, a szabályos hiba középértékét pedig  $m_\beta$ -val. Világos, hogy

$$m_\beta^2 = \frac{\beta^2}{n}$$

és

$$m_v^2 = \frac{\mu_v^2}{4n}$$

Ezeket is kiszámítva, a számértékek a következők lesznek

Állomás	$n$	$m_\beta$	$m_v$
Potsdam I. _ _ _ _ _	8	$\pm 0.9 \times 10^{-7} \text{ mp}$	$\pm 0.7 \times 10^{-7} \text{ mp}$
Budapest _ _ _ _ _	16	$\pm 0.6$	$\pm 0.5$
Potsdam II. _ _ _ _ _	8	$\pm 0.9$	$\pm 0.7$

Tekintetbe véve már most az állandó hibának már megállapított értékeit, egyetlenegy lengésidő meghatározás közép-hibája a következő értékű lesz:

$$\mu^2 = 14.0 + 6.4 + 16.7 = 37.1 \times 10^{-14} \text{ mp}$$

vagyis

$$\mu = \pm 6.1 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$



A végeredményül felhasznált lengésidő középhibája pedig állomásonként a következő értékű:

Állomás	$m = \sqrt{a^2 + m_p^2 + m_v^2}$
Potsdam I. — —	$\pm 2.6 \times 10^{-7} \text{ mp}$
Budapest — —	$\pm 2.5 \times 10^{-7} \text{ mp}$
Potsdam II. — —	$\pm 2.6 \times 10^{-7} \text{ mp}$

A mérésekből levezetett lengésidő differentiának közép teljes hibája ennél fogva

$$\sqrt{2.5^2 + 1.8^2} = \pm 3.0 \times 10^{-7} \text{ mp.}$$

Amiből azután következik, hogy a gyorsulásdifferentia középhibája

$$m_{\Delta g} = \frac{2g}{t} \sqrt{m_p^2 + m_B^2} = \frac{2 \times 9.81}{0.5023} \sqrt{2.5^2 + 1.8^2} =$$

$$= \pm 1.2 \times 10^{-5} \text{ m, mp}^{-2}$$

értékű, ami megfelel 1/835000 pontosságnak.

A mérési eredményekből levezethető gyorsulásdifferentia pontosságra jellemző középhibát még egy más módon is levezethetünk. Ugyanis a lengésidődifferentiát kiszámíthatjuk külön a 112—115. *ingacsoport* értékeiből és külön a 108—111. *ingacsoport* értékeiből; a két értékből azután ismét kiszámíthatjuk a végeredményül felhasznált differentia középhibáját.

Állomás	A redukált lengésidő értéke mp-ben	
	a 108—111 ingacsoportra	a 112—115 ingacsoportra
Potsdam — — — —	0.501 2693.	0.501 1328
Budapest — — — —	0.501 3777	0.501 2405.
Budapest—Potsdam	+ 0.000 1083.	+ 0.000 1077.



A két ingacsoporttal végzett meghatározások között a különbség a tizmilliomod másodperc 6 egységét teszi, vagyis méréseim a *Budapest* minus *Potsdam* értelemben vett lengésidődifferentiára

$$+ 0.0001080 \text{ mp-et}$$

adnak, mely érték középhibája

$$\pm 3.0 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

ami az előbb más úton levezetett értékkel teljesen egyezik.

Az 1908/1909. évben végzett méréseim a fenti lengésidődifferentiára végeredményül

$$\pm 0.0001081 \text{ mp}$$

értéket adtak, amely érték a mostanival majdnem teljesen meg egyezik.

## 12. §. A végeredmény levezetése.

Mielőtt áttérnénk a nehézséggyorsulás budapesti értékének kiszámítására, összeállítom azokat a lengésidő differentiákat, amelyeket úgy az 1908., mint az 1915. évi mérésekből az egyes ingák lengésidejei segítségével le lehet vezetni.

Folyó szám	A mérés időpontja	Az inga száma	A lengésidő differencia csillagidő mp-ben	Eltérés a középtől $\lambda$	$\lambda^2$
1	1908/1909	115	0.000 1074.	+ 6.	42
2		113	1084	— 3	9
3		112	1087	— 6	36
4		114	1080	+ 1	1
5	1915	115	0.000 1084	— 3	9
6		113	1066	+ 15	225
7		112	1083.	— 2.	6
8		114	1078	+ 3	9
9	1915	108	0.000 1085	— 4	16
10		109	1082	— 1	1
11		110	1083	— 2	4
12		111	1082	— 1	1
	közép		0.000 1081	összeg	359



Ez értékek alapján az egyetlenegy inga lengésidejeiből levezetett differentia középhibája

$$\pm 5.7 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

ami a nehézséggyorsulás-differentiában megfelel

$$\pm 2.2 \times 10^{-5} m, \text{ mp}^{-2}\text{-nak.}$$

A végeredmény középhibája pedig

$$\pm 1.6 \times 10^{-7} \text{ mp}$$

ami a nehézséggyorsulás-differentiában

$$\pm 0.6 \times 10^{-5} m, \text{ mp}^{-2}$$

középhibának felel meg.

Méréseim végeredményül tehát a «Budapest minus Potsdam» lengésidő differentiára

$$+ 0.0001081 \text{ mp}$$

értéket adják, melynek középhibája

$$\pm 1.6 \times 10^{-7} \text{ mp-}$$

re tehető.

Meg kell jegyeznem, hogy erre a gyorsulásdifferentiára egy további értéket le lehet vezetni azokból a mérésekből is amelyeket a 108—111. *ingák* állandóinak meghatározásából nyerhetünk. Ugyanis, amint azt már az állandók meghatározása című fejezetben részleteztem, a hőmérsékleti állandót HAASEMANN professor *Potsdamban* a légsűrüségi állandót pedig a szerző Szecsődy Miklós mérnök úrral *Budapesten* határozta meg. Mind a két alkalommal meghatároztuk a lengésidő legmegbízhatóbb értékeit. Az értékek a következők:



Állomás	Redukált lengésidő mp-ben				
	108	109	110	111	közép
Potsdam 1913 márcz. (Észlelő : Haasemann)	0.501 2862	0.501 2859	0.501 2997	0.501 2093	0.501 2703
Budapest 1913 okt. (Észlelők : Oltay, Szecsődy)	3930	3962	4097	3187	3789
különbség	+ 1068	+ 1083	+ 1100	+ 1094	+ 1086

Természetesen ez az érték nem olyan súlyú, mint a fenti meghatározásban szereplő értékek, egyrészt, mert csak egyoldalú meghatározás, másrészt, mert igen nagy időköz múlt el a két mérés között. Az aránylag kis eltérés szintén bizonyítja, úgy az ingák hosszának állandóságát, mint a mérések gondos keresztülvitelét.

A budapesti nehézséggyorsulás abszolút értékének kiszámítására a *Geodéziai Intézet* által végzett abszolút ingamérésből levezetett értéket használtam fel. Ez az érték vonatkozik az ingateremben (Pendelsaal) levő 31. sz. pillérre, melynek koordinátái

$$\begin{cases} \varphi = 52^{\circ} 22' 86'' \\ \lambda = 13^{\circ} 4' 06'' \text{ Kel. Gr.-tól} \\ m = 87 \text{ m} \end{cases}$$

Az érték pedig a következő:

$$G_{\text{Potsdam}} = 981.274 \pm 0.003 \text{ cm, mp}^{-2}.$$

Erre nézve lásd: *Dr. F. Kühnen, Dr. Ph. Furtwängler: Bestimmung der absoluten Grösse der Schwerkraft zu Potsdam mit Reversionspendeln, Veröffentlichung des Kön. Preuss. Geodätischen Institutes, Neue Folge No 27.*

Mivel méréseim egy alacsonyabb nívleoun levő pilléren történtek, azért a potsdami lengésidőket meg kell javítani  $+3.0 \times 10^{-7}$  mp-el, hogy azokat a 31. pillérre vonatkoztatni lehessen.



Vagyis a «Potsdam P. 31—Budapest G. P.» értelemben vett lengésidődifferentia:

$$- 0.0001078 \text{ mp.}$$

A budapesti  $g$  értéket a következő képletből számíthatjuk:

$$g = g_P + 2g_P \frac{t_P - t}{t_P} + 3g_P \left( \frac{t_P - t}{t_P} \right)^2 + \dots$$

A számítást elvégezve kapjuk a végeredményt.

**A nehézséggyorsulás értéke a budapesti műegyetem Geodéziai Intézetében levő G. P. jelű pilléren**

$$980.852 \text{ cm, mp}^{-2}.$$

*A pillér helye a következő adatokkal definiálható:*

$$\begin{aligned} \varphi &= 47^\circ 28.9' \\ \lambda &= 19^\circ 3.2' \text{ keletre Greenwich-től} \\ m &= 105.6 \text{ m Adria felett.} \end{aligned}$$

*Tekintettel arra, hogy a relativ meghatározásunk pontossága közel*

$$1/1000000\text{-ra}$$

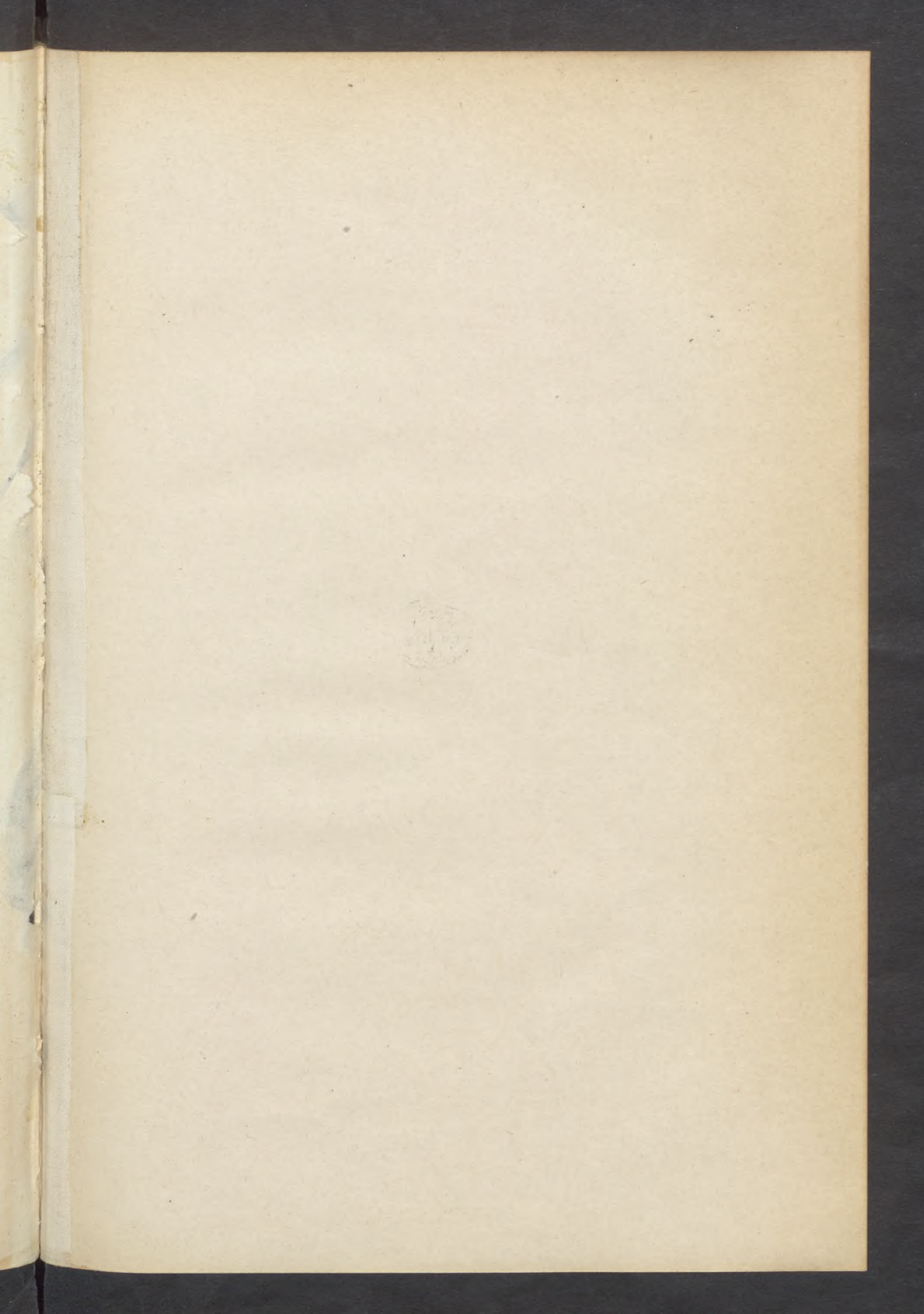
*tehető, azért a fenti értéknek, mint abszolút értéknek a pontossága ugyanaz, mint a potsdami abszolút  $g$ -nek, vagyis*

$$\pm 0.003 \text{ cm, mp}^{-2}.$$





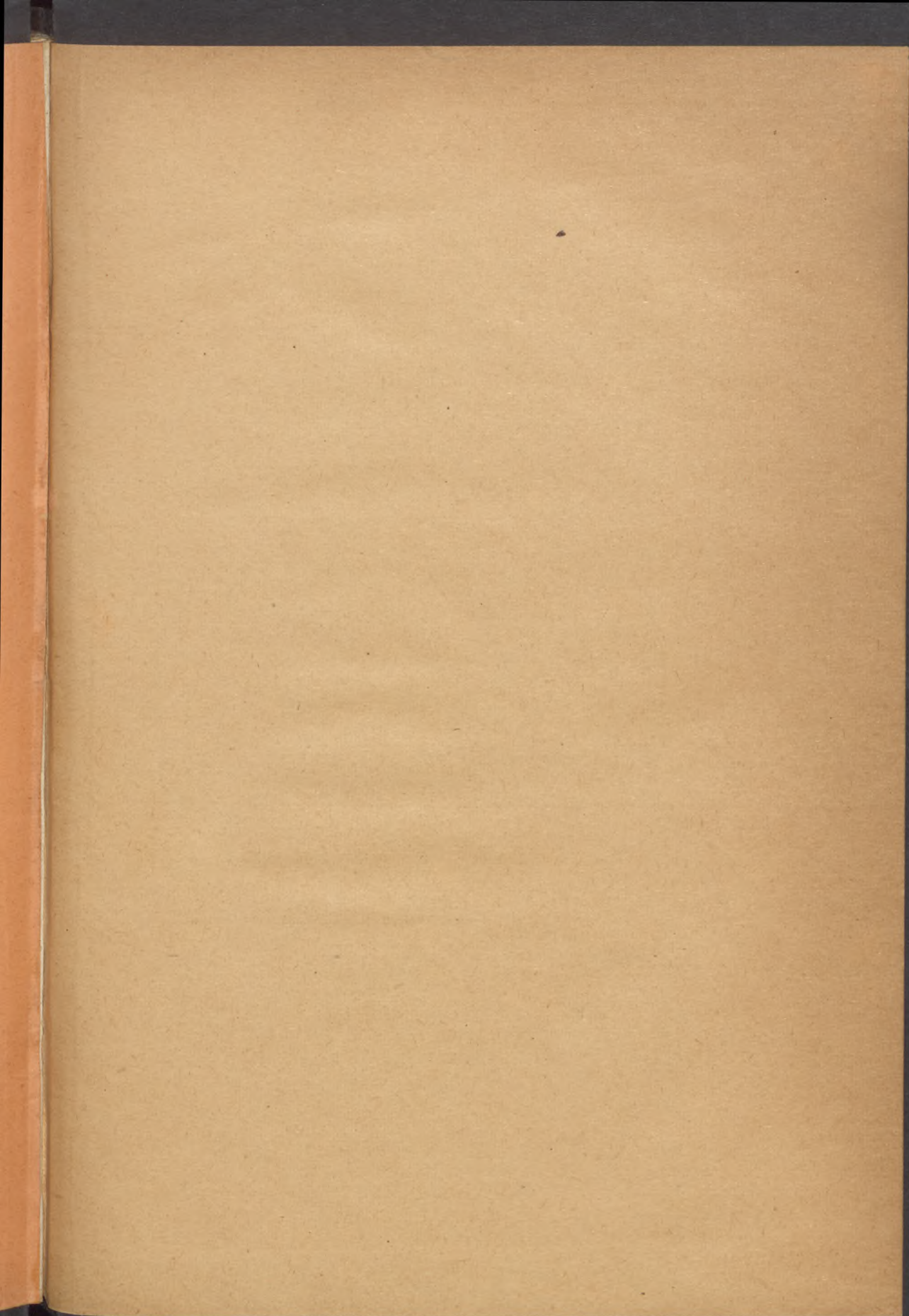




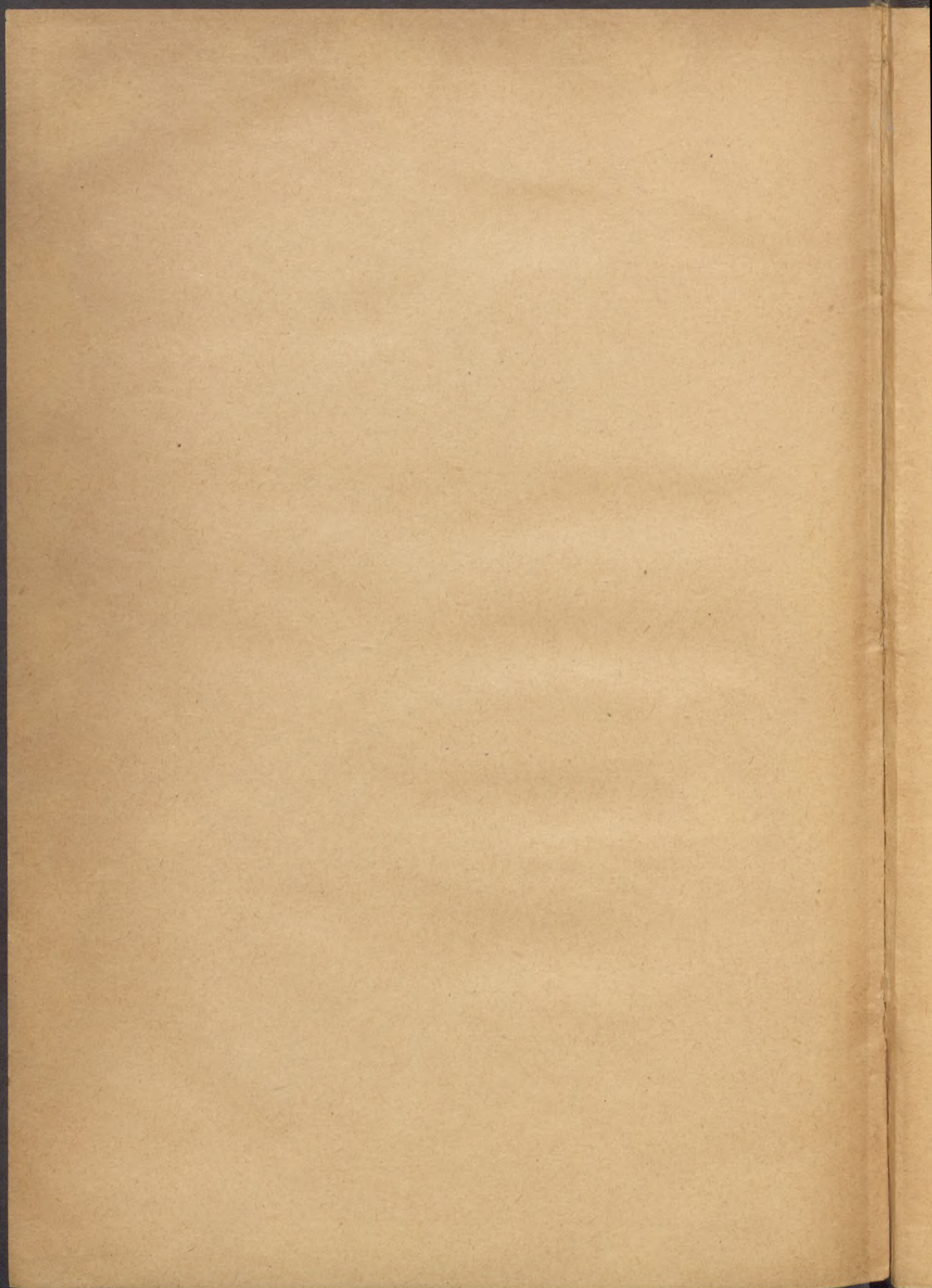


A szerző kiadása.

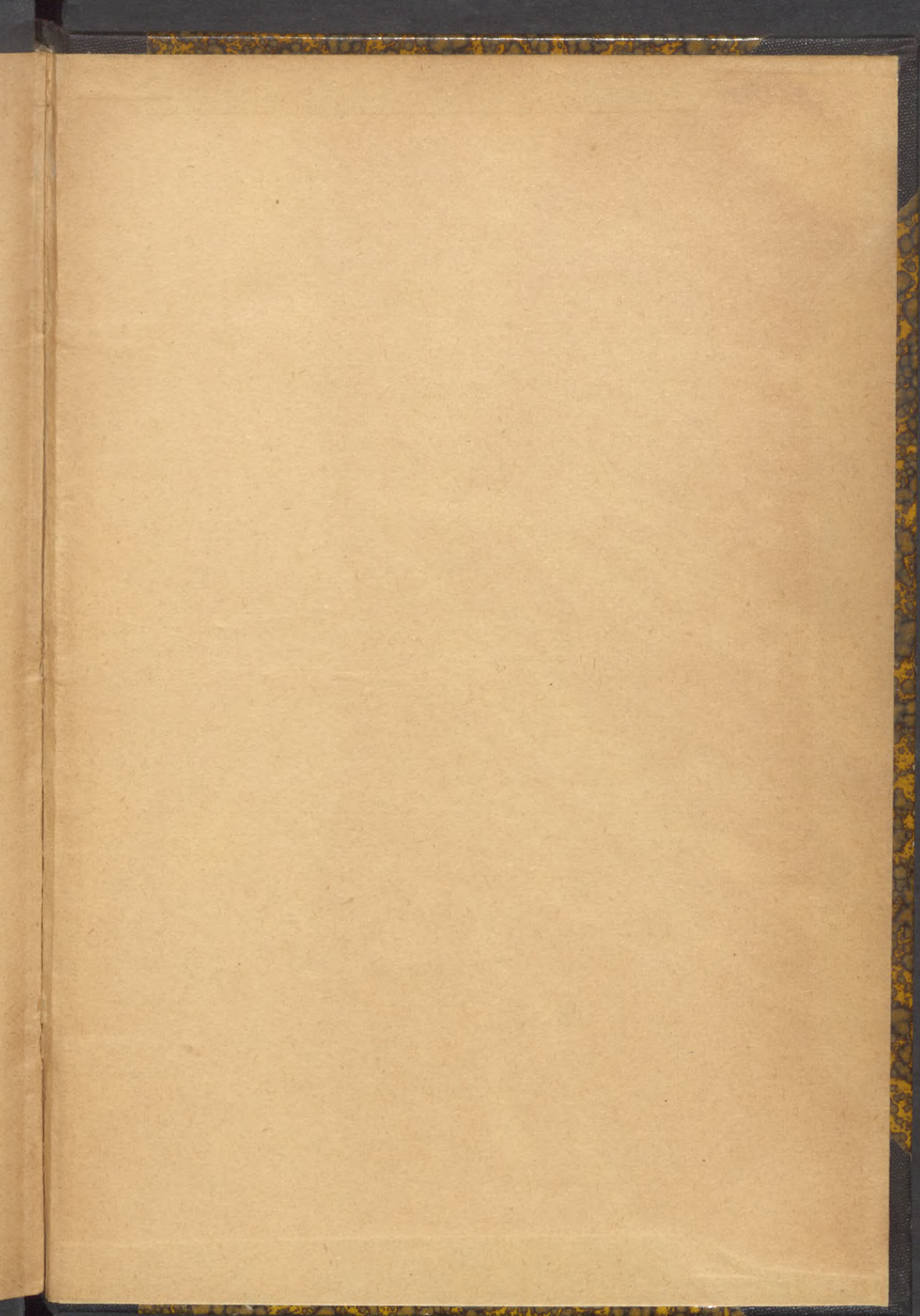


















N.M.

Br. Hötqvös geofizikai munkálatai 1