

192508

A BUDAPESTI VÁROSMÉRÉS
HÁROMSZÖGELEÉSÉNEK HOSSZ-
MEGHATÁROZÁSBAN ELÉRT
PONTOSSÁGA

IRTA:

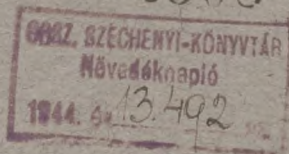
OLTAY KÁROLY

KÜLÖNNYOMAT

A GEODÉZIAI KOZLÓNY XVII. ÉVF. 1941. ÉVI 2. FÜZETÉBŐL

BUDAPEST, 1941

192508



I. Bevezetés. A kiválasztott pontok adatai.

A modern városmérésekben tíz hektáronként egy-egy háromszögelési pontot kell meghatározni, vagyis a háromszögelés legalsó rendjében a pontok átlagos távolsága mintegy 350 métert tesz ki. Ezt a szabályt a székesfőváros új városmérésnek háromszögelési hálózatában is betartottuk s ezért itt is a sokszögelés megindításakor átlag minden 350 méterre egy-egy háromszögelési pont áll rendelkezésre.

A háromszögelés hosszmeghatározásának pontosságára, amint azt a *A budapesti városmérés új trigonometriai és szintezési hálózatáról* című* tanulmányomban kifejtettem az irányadó, hogy a sokszögelési pontok hosszmeghatározási középhibája 1/15 000-en alul maradjon, vagyis a háromszögelés legalsóbb rendjében a pontok távolságának középhibája 1/45 000-nél kisebb kell, hogy legyen.

Ezért szükségesnek és fontosnak tartottam közvetlenül a háromszögelés teljes befejezése után vizsgálat tárgyává tenni azt, hogy az effektív hosszmeghatározási hiba a sokszögelésre közvetlenül felhasználható háromszögelési pontok távolságaiban milyen értéket vett fel.

A vizsgálat lényege az volt, hogy a székesfőváros különböző helyein *közvetlen* hossz-méréssel szabatosan megállapítottuk a vizsgálatba bevont pontok távolságait.

* A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye 1931. évf. 45—46. szám.

Ezeket a méréseket a továbbiakban röviden *ellenőrző hosszmerések*-nek fogjuk nevezni.

Az ellenőrző hosszmerések számát — azok tetemes költségeire való tekintettel — 9-ben állapítottuk meg s a helyüket úgy választottuk meg, hogy a háromszöghálózat területén lehetőleg egyenletesen szétszórva fektűjenek, továbbá, hogy pontjelölésük (állandósításuk) lehetőleg különböző legyen.

A kiválasztott 17 pont közül 6 vasoszloppal, 4 kővel, 7 pedig vas-szekerénnyel lefedett vascsöves betontömbbel volt megjelölve.

A kiválasztott pontok mind terepszíni pontok voltak s olyanok, amelyek közt a terep közvetlen hosszmerésre teljesen alkalmas volt.

Az összetartozó pontok magasságkülönbsége 0,0 m és 5,4 m között váltakozott, átlagos értéke pedig 1,8 m volt.

A közép tengerszínre való redukálás lehetővé tételére szintezéssel megállapítottuk a pontok tengerszín feletti magasságait a közelükben levő szintezési fólappontokból kiindulva.

Az ellenőrzésbe bevont pontokat s azok fontosabb adatait az alábbi táblázatba foglaltuk egybe.

Folyósz.	A háromszögelési végpont			
	helye	száma	megjelölési módja	tengerszín feletti magassága
1	Óbudai sziget	546	vasoszlop	104,256
		1582	kő	104,654
2	Újpesti rakpart	1780	kő	106,069
		616	vasoszlop	103,738
3	Hungária-körút	633	vasoszlop	108,204
		634	vasoszlop	108,732
4	Ecseri-út	951	szekr. vascső	116,787
		455	vasoszlop	116,784
5	Tétényi-út	1072	szekr. vascső	103,811
		1073	"	104,508
6	Bikszádi-út	1083	"	105,329
		1074	"	104,108
7	Szent István-út	1084	"	107,299
		1073	"	104,508
8	Füz-utca	1641	kő	142,024
		1642	kő	147,462
9	Egressy-út	500	vasoszlop	115,394
		1218	szekr. vascső	118,744

Az Ecseri-úti pontok távolságmérését az első mérés alkalmával tapasztalt zavaró körülmények miatt megismételtük s ezért a továbbiakban itt két távolság szerepel az Ecseri-út I. és Ecseri-út II. jelzéssel.

Az ellenőrző mérésbe tehát 17 különböző fekvésű és jelölésű pontot vontunk be. A pontok közötti legkisebb távolság 195,9 m, a legnagyobb távolság 532,9 m, az átlagos távolság pedig 346,6 m volt.

II. Az ellenőrző hosszmerések végrehajtása.

Az ellenőrző hosszmeréseket olyan műszerfelszereléssel és mérési eljárással kellett végezni, amelynek szabatosága lényegesen felülmúlja a háromszögelés legalsóbb fokozatában elérhető hosszmeghatározási szabatoságot.

Ezért a hosszakat a m. kir. háromszögelő hivatal gondosan komparált invar mérődrótjaival végeztük el.

A mérésben azonban avval a nehézséggel kellett megküzdeni, hogy a mért hosszúság sehol se volt az invardrót hosszának egész számú többszöröse s ezért a maradék darab megmérésére külön, szabatos eljárást kellett bevezetni.

A maradék darabok hosszai az egyes hosszakon a következők voltak:

1. Óbudai sziget	4,945 m
2. Újpesti-rakpart	4,206 „
3. Hungária-körút	13,531 „
4. Ecseri-út	1,566 „
5. Tétényi-út	9,386 „
6. Bikszádi-út	11,247 „
7. Szent István-út	14,393 „
8. Fűz-utca	10,281 „
9. Egressy-út	17,106 „

A maradék darabok hosszai tehát 1,6 m és 17,1 m között váltakoztak.

Ezek szabatos megmérésére nagyon gondosan komparált, ütköző végű (végéles), fa mérőléceket használtunk és pedig 2 darab négy méterest és 2 darab öt méterest; az itt fellépő maradék darabok meghatározására pedig két méter hosszú, egészen végig mm beosztással ellátott faléc szolgált.

A mérőléceket a mérés alatt műszerállványokkal alátámasztva vízszintesen helyeztük el.

A négy darab mérőléc a kétméteres mm-re osztott léccel lehetővé tette, hogy minden maradékhosszat a lécek megfelelő ütköztetésével egyszerűen lehessen megmérni.

Az invardrót mérést *index stativákon* végeztük el.

Az index-stativokat és a mérés berendezését az 1., 2., 3. és 4. ábrákon láthatjuk.

A stativok fel voltak szerelve libellás merev vetítővel, ami a drótmérés gyorsaságát nagyon fokozta.

Az index-stativok közül az elsőt, alacsony pontjel (kő, vagy vascsöves betontömb) esetében a kiinduló pont fölé állítottuk s aztán teodolitos (optikai) felvetítéssel mértük meg az index és a pontjel közti távolságot.

Vascsöves pontjel esetén a pontot a vascső felső keresztmetszetének közepe jelzi, ezt alul kúpos rövid, libellás fémhengerrel hoztuk fel olyan magasra, hogy a teodolittal megállapíthattuk a felvetített pontjel és az index közötti távolságot.

Ha a végpont vasoszlop volt, akkor a kezdő index-stativot a vasoszlop mellé állítottuk a vonalba úgy, hogy az index színelt a vasoszlop felső lapjával. Ilyen elrendezés mellett elkerültük a vetítést, mert a távol-



1. ábra.

Index-stativ merev vetítővel és felül az indextesttel.



2. ábra.

Invardrót-mérés indexstativokon csigás és súlyos feszítő állvánnyal.



3. ábra.

Invardrót-mérés index-stativon csigás és súlyos feszítő állvánnyal.



4. ábra.

Invardrót-mérés index-stativon csigás és súlyos feszítő állvánnyal.

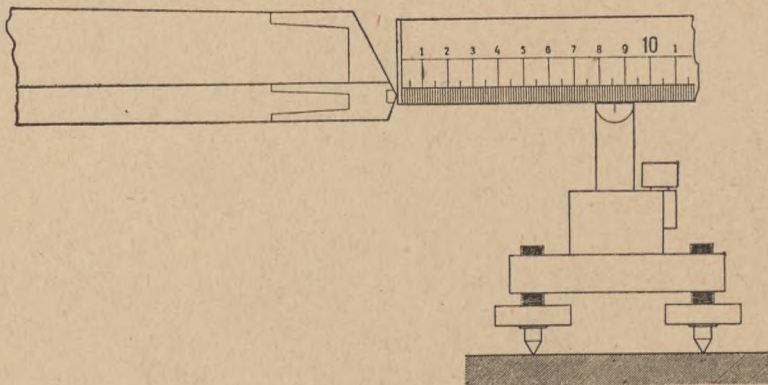
ság közvetlenül megmérhető volt (7. ábra). A vetítéseket jól kiigazított teodolittal a legnagyobb gonddal végeztük el és pedig mindig úgy, hogy az oda és vissza mérésekben azokat egymástól függetlenül hajtottuk végre. Ezért az oda-vissza mérések eltéréseiben a vetítési hibák is kifejezésre jutnak.

Az invardrót mérést (2., 3. és 4. ábra) a szokott szabályok betartásával végeztük el. Különös gondot fordítottunk a drótok kezelésére, a magasságkülönbségek mérésére, az egyenesbe állításra. A méréseket mind szélmentes időben, tehát kedvező körülmények között végeztük el.

A mérésre két invardrótot használtunk, az 1039 és az 1053 számúakat.

A mérést oda és vissza végeztük el, az oda mérést az 1039 dróttal, a vissza mérést az 1053-mal. A mérést és a számítást teljesen úgy végeztük, mint a budapesti 1933. évi alapvonalmérés alkalmával (*Geodéziai Közlöny 1936. évi 9. 10. szám*).

Az invardrót-mérés *maradékdarabjának* mérésére — amint már említettük — a két darab négyméteres mérőléc, két darab ötméteres mérőléc



5. ábra.

Index és mérőléc közötti távmérés sémája.

és a mm-re osztottkétméteres külön mérőléc szolgált. A méröléseket mindig a stativindex magasságában, vízszintesen helyeztük el (műszerállványokra támasztva).

Az elrendezést jól látjuk a 6.—11. ábrákon.

Az 5. ábra mutatja a mérőléc végződése és az index közötti távolság megmérését a kétméteres mm-re osztott léccel (ugyanaz látható a 6., 7., 8. és 9. ábrákon).

III. Az ellenőrző mérések eredményei.

Az ellenőrző hossz-mérés jellemző adatait és eredményeit az 1. táblázat rovataiban foglaltam össze.

A táblázatban szereplő *Ecseri-út I* és *Ecseri-út II* két, ugyanazon távolságra vonatkozó mérést jelent. Ugyanis az észlelt zavaró körülmények miatt ezt a távolságmérést teljesen megismételtük.

Az itt felsorolt végeredmények a terep magasságában értendők,



6. ábra.

A végső darab megmérése mérőlécekkel és a 2 m-es mm-re osztott léccel. Az index-stativ a hosszúság végpontja felett annak függőlegességében áll. A másik oldalon (balról) látható az invardrót-mérés utolsó index-stativja.



7. ábra.

A maradék darab végső részeinek megmérése a 2 m-es mm-re osztott léccel. Az index-stativ az invardrót-mérés végpontját jelenti; a megméréendő hosszúság a vas-oszlop felső lapján, annak közepén van kijelölve.



S. ábra.

A maradék darab megmérése 4 m-es mérőléccl és mm-re osztott 2 m-es léccel.
A 4 m-es lécc függőleges éle az oszlop végpont fölé van helyezve.



9. ábra.

A maradék-hossz megmérése két 4 m-es mérőléccel és a mm-re osztott 2 m-es mérőléccel. A baloldali index-stativ a drótmérés végpontján áll; jobboldalon a hosszúság végpontja fölé állított index-stativ látható.



10. ábra.

A maradék-hossz megmérése az 1642-es végpontnál, jobb oldalt az invardrótmérés végső index-stativja látható.



11. ábra.

A maradék-hossz mérése az 1074-es végpontnál. A mérés két 4 m-es mérőléccel ment végbe. Jobboldalt a vetítésre szolgáló teodolit látható használati helyzetben. A két mérőléc alátámasztására három műszer statív szolgált.

1. táblázat.

Az ellenőrző hosszmerések eredményeinek összefoglalása.

Folyószám	A mérés helye	Végpontok	Végpontok magassága (m)	A drót-mérés átl. magassága (m)	Mért hossz c' (m)	Redukció a közep-tenger-színre $\Delta c = c' \frac{m}{R}$ (mm)	Redukált hossz c (m)
1	Óbudai sziget	546 vasoszlop	104,256	105,172	532,920 108	— 0,008 800	532.911 308
		1582 kő	104,654				
2	Ujpesti rakpart	1780 kő	106,069	105,391	195,869 327	— 0,003 241	195,866 086
		616 vasoszlop	103,738				
3	Hungária-körút	633 vasoszlop	108,204	108,468	469,703 236	— 0,007 999	469,695 237
		634 vasoszlop	108,732				
4	Ecseri-út I.	951 szekrény vascső	116,787 116,513	117,322	262,488 234	— 0,004 835	262,483 399
		455 vasoszlop	116,784				
5	Ecseri-út II.	951 szekrény vascső	116,787 116,513	117,280	262,488 638	— 0,004 833	262,483 805
		455 vasoszlop	116,784				
6	Tétényi-út	1072 szekrény vascső	103,811 103,531	105,099	225,530 418	— 0,003 718	225,346 700
		1073 szekrény vascső	104,508 104,244				
7	Bíkszádi-út	1083 szekrény vascső	105,329 105,054	105,730	395,275 661	— 0,006 561	395,269 100
		1074 szekrény vascső	104,108 103,833				
8	Szent István-út	1084 szekrény vascső	107,299 107,024	106,916	374,476 603	— 0,006 286	374,469 317
		1073 szekrény vascső	104,508 104,244				
9	Füz-utca	1641 kő	142,024	145,626	370,221 261	— 0,008 464	370,212 797
		1642 kő	147,462				
10	Egressy-út	500 vasoszlop	115,394	117,593	377,141 714	— 0,006 9 63	377,134 751
		1218 szekrény vascső	118,744 118,461				

ezért ezeket az értékeket redukálni kell a tengerszínre, hogy összehasonlíthassuk a koordinátákból kiszámítható értékekkel.

Az erre vonatkozó adatok és eredmények a 2. táblázatban vannak egybefoglalva.

IV. Az ellenőrző mérések pontossága.

Az egyes hosszak oda-vissza méréseit úgy végeztük el, hogy a nyert két érték egymástól teljesen független legyen.

2. táblázat.

Az ellenőrző hosszmerések eredményeinek redukálása a tengerszintre.

Sorszám	A mérés helye és a végpontok jele	A mérés iránya	A drót fekvések száma	Redukció össz.	Vízszintes hossz. a drótmérésből	Lécmérés (maradék)	Vetítési redukció	Vízszintes hossz.	Vég-eredmény
				mm					
1.	Óbudai-sziget	oda	22	— 24,570	527,975430	+ 4,944900	0,000	532,920330	532,920108
	546—1582	vissza	22	— 25,133	974867	945020	0,000	919887	
2.	Újpesti-rakp.	oda	8	— 336,943	191,663057	+ 4,205700	+ 0,500	195,869257	195,869327
	616—1780	vissza	8	— 336,703	663297	205600	+ 0,500	869397	
3.	Hungária-kr	oda	19	+ 171,462	456,171462	+ 13,531530	0,000	469,702992	469,703236
	633—634	vissza	19	+ 171,999	171999	531480	0,000	703479	
4.	Ecseri-út I.	oda	11	+ 54,856	264,054856	— 1,565530	— 0,790	262,488536	262,488234
	455—951	vissza	11	+ 54,501	054501	565620	— 0,950	487931	
5.	Ecseri-út II.	oda	11	+ 13,254	264,013254	— 1,524280	— 0,640	262,488334	262,488638
	455—951	vissza	11	+ 13,771	013771	524430	— 0,400	488941	
6.	Tétényi-út	oda	9	— 34,415	215,965585	+ 9,386470	— 1,530	225,350525	225,350418
	1072—1073	vissza	9	— 34,408	965592	386470	— 1,750	350418	
7.	Bikszádi-út	oda	16	+ 26,109	384,026109	+ 11,247260	+ 2,130	395,275499	395,275681
	1074—1083	vissza	16	+ 26,473	026473	247410	+ 1,940	275823	
8.	Szent István-út	oda	15	+ 86,101	360,086101	+ 143,92540	— 2,620	374,476021	374,476603
	1073—1084	vissza	15	+ 81,955	086955	392560	— 2,330	477185	
9.	Füz-utca	oda	15	— 59,090	359,940910	+ 10,281180	— 0,850	370,221240	370,221261
	1641—1642	vissza	15	— 58,978	941022	281180	— 0,920	221282	
10.	Egressy-út	oda	15	+ 35,159	360,035159	+ 17,105950	— 0,160	377,140949	377,141714
	500—1218	vissza	15	+ 36,068	036068	106850	— 0,440	142478	

Az 1. táblázat adatai szerint az egyes mért távolságok középhibái az alábbi értékekkel adódtak:

F. sz.	Távolság végpontjai	Távolság középhibája	Relatív középhiba
1	546—1582	$\pm 0,22$ mm	1/2 400 000
2	616—1780	$\pm 0,07$ "	1/2 690 000
3	633—634	$\pm 0,24$ "	1/920 000
4	455—951	$\pm 0,30$ "	1/870 000
5	455—951	$\pm 0,30$ "	1/870 000
6	1072—1073	$\pm 0,11$ "	1/2 100 000
7	1074—1083	$\pm 0,16$ "	1/2 430 000
8	1073—1084	$\pm 0,58$ "	1/640 000
9	1641—1642	$\pm 0,02$ "	1/17 600 000
01	500—1218	$\pm 0,76$ "	1/490 000
quadrat közép		$\pm 0,35$ mm	1/990 000

Figyelemre méltó itt az Ecseri-úti távolság (455—951) újra mérésének eredménye. Ugyanis itt az első mérés alkalmával az úton lebonyolódó nagy teherkocsi forgalom hatására erős rezgéseket tapasztaltunk s ezért szükségesnek tartottuk a mérést újra, oda és vissza megismételni.

Ez a második mérés az elsőtől teljesen független volt és eredménye az elsőtől csupán 0.4 mm -re tért el, vagyis itt a középhiba $\pm 0,2 \text{ mm}$ volt.

A fenti táblázat szerint átlagban az egyes mért távolságok középhibája

$$\pm 0,35 \text{ mm},$$

illetve mivel az átlagos hossz $346,594 \text{ m}$ volt, ennek a hosszúság

$$1/990\,000\text{-ed}$$

része felel meg.

Ez az érték kétségkívül sokkal kisebb, mint az a pontosság, ami az alsórendű háromszögelés hosszmeghatározásával elérhető.

A levezetett hosszértékek valódi pontossága azonban a komparálásal elérhető pontosságtól függ.

Itt külön kell választani az invardrótok és a mérőlécek komparálását.

Az invardrótok komparálását a mérések előtt a francia Mértékügyi Intézetben Bréteuilben végezték el, a mérések után pedig Berlinben komparálták azokat. E komparálások eredményei a mérésben szereplő két drótra nézve a következők voltak:

Komparálás helye és ideje	D r ó t h o s s z	
	1039	1053
Breteuil 1934. III. 8.	$24 \text{ m} + 0,35 \text{ mm}$	$24 \text{ m} + 4,80 \text{ mm}$
Berlin 1936. XII. 29.	$+ 0,52 \text{ „}$	$+ 4,82 \text{ „}$
különbség	$+ 0,17 \text{ mm}$	$+ 0,02 \text{ mm}$

E szerint a két komparálás közt mind a két drót megnyúlt és pedig az 1039 számúnál a megnyúlás havonta 5 mikront, az 1053 számúnál havonta 0,6 mikront tesz ki.

Mivel az első komparálás óta a mérés időpontjáig kereken 18 hónap telt el, azért a mérés alatt a dróthosszak a következők:

$$\begin{array}{ll} 1039 \text{ hossza:} & 24 \text{ m} + 0,44 \text{ mm} \\ 1053 \text{ „} & 24 \text{ m} + 4,81 \text{ „} \end{array}$$

Mérési eredményeink kiszámításakor a fenti értékeket használtuk fel.

Az előzők szerint tehát, ha a számításokat a mérés időpontjához közel álló berlini komparálás adataival végeznénk el, akkor az elkövetett hiba $0,08 \text{ mm}$ -t, illetve $0,01 \text{ mm}$ -t, vagyis átlagban $0,04 \text{ mm}$ -t tenne ki. Ez pedig a dróthosszak, 24 m -nek $1/600\,000$ -ed részét teszi ki. Tehát a legrosszabb esetet feltéve kétségtelen, hogy a komparálásból származó hiba nem éri el a hosszúság $600\,000$ -ed részét.

A mi a fa mérőlécek komparálását illeti, ezek középhibája $1/100\,000$ tesz ki. A lécekkel megmért maximális hossz 17 m volt, tehát a léckomparálási hiba legnagyobb értéke $0,17 \text{ mm}$. Ez a legkedvezőtlenebb esetben t. i. a legrövidebb távolságban (kereken 196 m) kereken $1/1\,000\,000$ -ot jelent.

Vagyis a léckomparálásból származó hiba olyan rendű, mint az invardrótmérés relatív pontossága.

V. Az ellenőrző mérések végeredményei.

Az ellenőrző mérések végeredményeit a 3. táblázat-ban foglaltuk egybe (első négy oszlop) s ugyanitt feljegyeztük a koordinátákból számított hosszúságokat is (ötödik oszlop), továbbá a mért és a számított értékek eltéréseit (hatodik oszlop). Az utóbbi értékek tehát a háromszögeléssel megállapított hosszak hibáit jelentik.

Ezek a különbségek nem mutatnak szisztematikus jelet, közülük három pozitív előjelű, hat negatív előjelű, egy pedig 0-val egyenlő.

3. táblázat.

Az ellenőrző hosszmerések eredményeinek összehasonlítása a koordinátákból számított hosszakkal.

Folyószám	A mérés helye	Végpontok jele	Mért hossz (t)	Számított hossz	Differencia mért-számított	Relatív pontosság	μ_{km} Diff. $\times \sqrt{\frac{1000}{t}}$	μ_{km} Diff. $\times \frac{1000}{t}$
			m		mm	mm	mm	mm
1	Óbudai-sziget	546-1582	532,911 3	532,920 1	— 8,8	1/60 500	— 12,0	— 16,5
2	Ujpesti-rakpart	616-1780	195,866 1	195,878 6	— 12,5	1/15 600	— 28,3	— 63,8
3	Hungária-körút	633- 634	469,695 2	469,708 9	— 13,7	1/34 200	— 20,0	— 29,2
4	Ecseri-út I.	951- 455	262,483 4	262,486 7	— 3,3	1/79 600	— 6,4	— 12,6
5	Ecseri-út II.	951- 455	262,483 8	262,486 7	— 2,9	1/90 700	— 5,6	— 11,1
6	Tétényi-út	1072-1073	225,346 7	225,346 7	0,0	—	0,0	0,0
7	Bikszádi-út	1083-1074	395,269 1	395,244 8	+ 24,3	1/16 300	+ 38,6	+ 61,5
8	Szent István-út	1084 1073	374,469 3	374,471 1	— 1,8	1/207 000	— 2,9	— 4,8
9	Fűz-utca	1641-1642	370 212 8	370,208 3	+ 4,5	1/82 300	+ 7,4	+ 12,2
10	Egressy-út	500-1218	377,134 8	377,130 5	+ 4,3	1/87 700	+ 7,0	+ 11,4

A relatív pontosságot a hetedik oszlop tartalmazza. Amint látható közülük három nem éri el a megállapított minimális értéket 1/45 000-et, a többi jóval ez alatt van.

Az eltérések abszolút értékeinek közepe

$$7,7 \text{ mm-t}$$

tesz ki. Mivel az átlagos oldalhossz 346,588 m, azért ez az érték a hosszúság

$$= 1/45 \ 100$$

ad részét teszi ki.

A vizsgálat tehát kedvező eredménnyel járt. A teljesség kedvéért a táblázat utolsó két oszlopában a km hossza vonatkozó középhibákat is egybeállítottam és pedig úgy gyökös, mint lineáris arányt feltételezve.

Ezek szerint a gyökös arányt véve alapul

$$\mu_{km} = 1/78 \ 000$$

a lineáris aránnyal pedig $\mu_{km} = 1/45 \ 000$

