

236134

# **A leolvasás hibáinak hatása invardrótokkal végzett hosszmérések eredményeire**

**Írta :**

**Oltay Károly**

**Különlenyomat**

**a Geodéziai Közlöny 1937. évi XIII. évfolyam, 5—8. számából**

**Budapest,  
1937**



236.134



ORSZ. SZÉCHÉNYI-KÖNYVTÁR  
Művelődéskönyvtár  
1944. 6. 13492. sz.





### 1. Bevezetés. A leolvasás hibáinak összetevői.

Az invardrótokkal való alapvonalmérésben nagyon fontos szerepet játszik a *leolvasási hiba*.

Ugyanis a mérésben lényeges rész az, hogy az indexcölöpökön, vagy állványon levő indexvonások helyzetét meg kell állapítani a dróttal mereven kapcsolt két, mm-re osztott beosztáson. Vagyis minden egyes drótfekvésben két leolvasást kell tenni ( $l_b$  és  $l_i$ ) s ezekből, továbbá a dróthosszból (a 0 vonások távolságából) lehet megállapítani az indexek távolságát. Ha a dróthossz  $d$ , továbbá ha a beosztások végig osztottak úgy, hogy a 0 vonás mind a két beosztás ugyanazon oldalán van, akkor az index-távolság

$$d \pm (l_i - l_b)$$

ahol a pozitív előjel veendő a 0—24 drótfekvésben, a negatív pedig a 24—0 drótfekvésben.

Ebből tehát következik, hogy az alapvonal hosszának kiszámításakor mindig leolvasás *különbségeket* használunk fel. Ez azért nagyon fontos, mert a leolvasás különbségekből az állandó hibák kiesnek s a szabályos és a szabálytalan hibák hatása is kisebbedik az ellenkező előjel következtében.

Az invardrótmérésnek ez éppen egy nagyon számottevő előnye. Ez az egyik magyarázata annak a nagy szabotosságnak, ami az invardrótméréssel a gyakorlat igazolása szerint elérhető. *Kétségtelen azonban az is, hogy az invardrótmérésben a leolvasás pontosságának fokozása is nagyon fontos kérdés*, mert ezzel van összefüggésben a drótmérés pontosságának fokozása.

*A leolvasás pontosságának fokozása a szabályos leolvasási hibák kiküszöbölése útján végezhető el.*



Ezért vizsgáljuk meg először is azt, hogy az invardrótmérés leolvasásait milyen szabályos hibák terhelhetik. Itt mindjárt megállapítható, hogy a minden leolvasásban egyforma értékű, tehát mindig állandó hibákra egyáltalán nem kell tekintettel lennünk, mert az a különbségekből úgy is kiesik. Ellenben nagyon fontosak a változó nagyságú szabályos hibák.

Az invardrótmérés legfontosabb leolvasási szabályos hibái a következők:

1. A beosztásvonások hibái, amelyek miatt a beosztás nem egyenletes beosztás.
2. Az index és a beosztásvonások közötti parallaxisból származó hiba.
3. A beosztás változó megvilágításából származó hiba.
4. A becslés személyes jellegű hibái.

### 2. A beosztásvonások hibái.

A beosztások osztógépen készülnek, tehát a beosztásvonások hibái kicsinyek és túlnyomóan véletlen jellegűek. Értékük mindig  $0,01\text{ mm}$  alatt marad, amint azt az eddigi vizsgálatok igazolják.

Mindenesetre a beosztások ezekre a hibákra nézve előzetesen gondosan megvizsgálandók és ha azok  $0,01\text{ mm}$ -nél nagyobbak, azokkal a leolvasások megjavítandók.

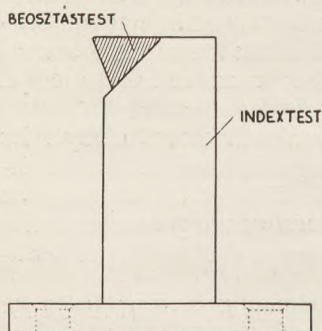
### 3. A parallaxis hatása.

Az indexvonás parallaxisából már változó nagyságú szabályos hiba keletkezhet. Ezért a mérés végrehajtásakor ügyelni kell arra, hogy a parallaxis lehetőleg kicsi legyen, amit a drótbeosztás megfelelő illesztésével könnyen el lehet érni. Mivel a beosztás lemezének keresztmetszete mindig lapos ékszerű, azért célszerűen az index testen kis horony képezendő, melynek magassága úgy állapítandó meg, hogy az indexvonás a beosztás síkjába kerülhessen (1. ábra).

### 4. A beosztás megvilágítása.

A beosztás jó megvilágítása igen fontos körülmény. Ugyanis a megvilágítás a szabadban való észleléskor nehezen szabályozható úgy, hogy kedvező optimum keletkezhesen. Rendszeresen számolni kell egyoldalú megvilágítással hosszabb szakaszon át, amikor is ebből okvetlenül egyoldalú, szabályos hibák keletkeznek. Nagyon kedvezőtlen hatású a szemközti erős megvilágítás is. A megvilágítás változásának egyik hatása az lehet, hogy az az észlelő szemét erőlteti, tehát azt kifárasztja és az élességét csökkenti. A másik hatása pedig az lehet, hogy a beosztásvonásokon és az indexen fényékeket létesít, ami azután a becsléskor okoz egyoldalú hibákat.

A mérésben tehát egyenletes jó világi-



1. ábra.



tásra kell törekedni, különösen kerülni kell az oldalról jövő világítást. Ilyen esetekre célszerű, ha egy fehér kartonlapot, mint fényvetítőt, illetve fényoszlatót használunk. Az így előidézett szétszórt fénnel a szem kifáradását is megakadályozzuk, illetve annak bekövetkezését meglassítjuk.

### 5. A becslés hibája.

A becslés kellő gyakorlattal nagyon szabatosan végezhető el, de a tapasztalat szerint *a becslésben mindig van szabályos rész, mely teljesen a becslést végző egyéntől függ.*

A személytől való függőség miatt ezt a szabályos hibát *személyes hibának* szokás nevezni.

A becslés személyes hibája abban nyilvánul meg, hogy a különböző tizedek becslésekor különböző hibák merülnek fel, amelyek azonban ugyanazon észlelőnél mindig ugyanazok, illetve csak jelentéktelen eltéréseket mutatnak.

Vagyis minden észlelőnek *egyéni tizedes beosztása* (az ú. n. *decimal-egyenlete*) van, amely eltér a helyes tizedes beosztástól, de amely ugyanazon észlelőre majdnem teljesen állandó mindaddig, amíg a legkisebb beosztásrész nagysága, továbbá az indexvonás és a beosztásvonások vastagsága állandó.

Az egyéni (szubjektív) tizedes beosztás létezése és állandósága már régóta ismeretes tény. Megnyilatkozik ez abban, hogy egy hosszú tizedbecsléssorozatban, amelyben az index helyzetét folyton, de tetszés szerint változtatjuk, az egyes tizedek előfordulási száma (frekvenciája, gyakorisága) nem ugyanaz, holott a hosszú sorozatban (legalább 1000, de célszerűbben 2000 egyes becslésből állóban) teljesen állandónak kellene lennie. Ez a változó gyakoriság, amely azonban ugyanazon észlelőre nézve mindig majdnem teljesen ugyanaz marad, arra mutat, hogy *mindenkinek van egy nem egyenletes egyéni tizedes beosztása*, vagyis az egyes egyének ugyanazon tizedeknél egyforma nagyságú és előjelű hibákat követnek el.

A tizedbecslés tehát mindig szabályos hibákkal jár.

Ez a szabályosság már régóta ismeretes. Régi tapasztalat először is az, hogy a tizedbecslés pontossága függ az index helyétől, legpontosabb a becslés a középén és a két szélén, legkevésbé pontos a beosztásrész harmadik és a hetedik tizedénél; továbbá tapasztalat az is, hogy a beosztásrész első felében inkább kevesebbet, a beosztás második felében inkább többet becsülünk. De ezenkívül a becslés egyéni (individuális) jelleget is mutat, azaz az egyes tizedeknél elkövetett hibák ugyanazon észlelőnél állandóan ugyanazok, amit jól mutat az, hogy hosszú becslés-sorozatban az egyes tizedek gyakoriságai különbözők, de ugyanazon észlelőnél ugyanazon tizedre nézve állandók.

### 6. Bäckström vizsgálatai a tizedbecslésre nézve.

Az egyéni tizedes beosztás létezésére a leghatározottabban először *Bäckström H.* mutatott rá az *Über Dezimalgleichung beim Ablesen von Skalen* című tanulmányaiban, melyek a *Zeitschrift für Instrumentenkunde* 50. és 52. évfolyamában jelentek meg.



E tanulmányokban részletes összeállítást is találunk a becsléssel foglalkozó egyéb tanulmányokról.

*Bäckström* volt az első, aki *csupán* a becslési hiba megállapítására végzett nagyszabású kísérleteket. Ugyanis előtte, csupán gyakorlati célt szolgáló méréssorozatokból származó eredményeket vettek vizsgálat alá, amelyekben becslési hibákon kívül még a megvilágításból és a parallaxisból származó hibák is szerepeltek.

*Bäckström* ezeket kikapcsolta, mert célja az volt, hogy a becslési hibának az egyénnel való összefüggését állapítsa meg.

Ebből a célból kartonlapokra teljesen egyforma beosztásrészeket készített s ezekbe különböző elhelyezésű indexvonásokat tett. Az indexvonások vastagsága ugyanaz volt, ami a beosztásvonásoké. Az indexvonás meghosszabbított része belenyúlt a beosztás közbe s a vége alul színel a beosztásvonásokkal. Az indexvonások pontos helyét előzetesen megállapította és külön jegyzékbe jegyezte. Ilyen lapot különböző elhelyezésű indexekkel több százat készített s ezeken kellett a becsléseket elvégezni. Evvel az eljárással tehát nemcsak a tizedek gyakoriságát lehetett megállapítani, hanem a becslési hibákat magukat is meg lehetett kapni.

*E módszerrel tehát a megvilágítás és a parallaxis hatása nem szerepelt, a megállapított hibák a személytől függő becslési hibák voltak.*

Hangsúlyoznom kell továbbá azt is, hogy *Bäckström* vizsgálatai úgynevezett szimmetriás beosztásokra vonatkoznak, melyekben egyenlő vastagságú beosztásvonások és ugyanolyan vastag, azokkal párhuzamos indexvonás szerepelnek.

*Bäckström* a fenti módon több mint 100 személyt vizsgált meg. Megállapításai a következők voltak:

1. A különböző tizedek gyakoriságai (frekvenciái) különbözők.
2. A gyakoriságok ugyanazon észlelőre állandók.
3. A határvonásokhoz és a beosztásrész közepéhez szimmetriás tizedekre nézve a gyakoriságok egyformák.
4. Ugyanazon észlelőre a gyakoriságok állandósága hosszú idő alatt sem változik.
5. Különböző műszerekkel és a kísérleti beosztásokkal végzett becslések gyakoriságai ugyanazon észlelőre nézve egymáshoz hasonlóak, de nem egyeznek egymással teljesen. Az eloszlás nagyon függ a beosztástípustól.
6. Különböző észlelőknél a gyakoriság eloszlása más és más.
7. A fenti sajátosságok arra mutatnak, hogy minden észlelő a beosztásrész tizedeit egyéni módon látja és érzékeli, azaz szubjektív tizedbeosztása van, mely nem egyenletes, de amely tizedbeosztás ugyanazon észlelőre állandó.
8. A beosztásrész szubjektív beosztása teljesen szimmetriás a beosztásvonásokhoz és a beosztásrész középvonásához.

További vizsgálatokat végzett a *beosztásvonások vastagságának* hatására nézve. E vizsgálatok szerint:

9. A tizedbecslési sorozat átlagos hibája változik a vonásvastagsággal. Legcélyszerűbbnek látszik, ha a vonásvastagság a beosztásrész egy tizedével egyenlő. Növekvő vonásvastagsággal a becslés hibája gyorsan nő s közeledik egy maximumhoz. A részletekre nézve megállapítható az egyéntől való függőség.



10. A becslési hibák fenti változásai a szubjektív beosztás változásaira vezethetők vissza. Általában az mutatkozik, hogy a vonásvastagság növelésével a szubjektív tizedcsoportok határai a beosztásrész közepe felé tolódnak el. Ilyen körülmények között a becslési hiba minimuma egyszerűen érthető. Kisebb vonásvastagság esetén a szubjektív tizedhatárok a beosztásvonások felé, míg erősebb vastagság esetén a beosztásrész közepe felé tolódnak el. Kell tehát közbül egy optimumnak lennie.

Megállapította továbbá,

11. hogy hosszú becsléssorozatok esetében a becslést nem mérlegeléssel (megfontolással) végezzük el, hanem mintegy automatikusan (öszöntönszerűen, kapásból becslünk). Egyes becslések esetén persze, ha van idő megfontolásra, vizsgálódásokra, ezt meg is tesszük, de sorozatos észleléseknél ez elmarad. A tizedbecslés fiziológiai menetére nézve megállapította, hogy a beosztásrész közepén — úgy látszik — a szubjektív beosztásra nézve s evvel a becsléshibára irányadó az a viszony, ami a beosztásvonás és az index közötti fehér mező és a beosztásrész egész fehér mezeje közt van. A beosztásvonás közvetlen közelében a beosztásvonás és az indexvonás szélessége szerepel a szubjektív beosztás keletkezésekor.

További megállapításai a következők:

12. A *relatív* (skálárészben kifejezett) becsléshiba függ a beosztásrész nagyságától. Nagy beosztásrészek esetén ez végérintő módjára, asszimptotikusan közeledik egy legkisebb értékhez. Már  $1,5\text{ mm}$ -nél is a hiba alig tér el ettől a minimális értéktől; kisebb beosztásrészek esetén a becslési relatív hiba erősen nő a kisebbbedéssel.

13. Ebből következik, hogy sűrű beosztás (kis beosztásrészek) esetén nagyítóval kell a beosztásrész nagyságát  $1,5\text{ mm}$ -re felnagyítani.

14. Az *abszolút* becsléshiba (mm-ben) a beosztásrész kisebbbedésével folyton kisebbedik, dacára annak, hogy a relatív hiba ilyenkor erősen nő. Ha tehát egy mérést a lehető legpontosabban kell elvégezni, akkor a használt beosztás olyan finom (sűrű) legyen, amilyenre csak osztani lehet.

15. Az abszolút becslési hiba a beosztásrész nagyságával lineárisan nő.

16. Az átlagos becsléshibának van egy alsó határa, amelyen alul nem juthatunk.

Bäckström kísérletei szerint ez az érték  $0,011\text{ mm}$  és  $0,008\text{ mm}$  közt van. Az eddigi irodalom ezt az értékét  $0,01\text{ mm}$ -nek állapította meg, ami a fentivel nagyon jól egyezik.

17. A beosztásrész nagyságával változik az egyéni beosztás. Minél kisebb a beosztásrész, annál inkább eltolódnak a tizedhatárok a közép felé.

18. A legkisebb ( $0,3\text{ mm}$ ) beosztásrész esetén is a *véletlen* becsléshibák kis szerepet játszanak. A fellépő becsléshibák az egyéni (szubjektív) beosztásból származnak.

Érdekes végül az a megállapítása is,

19. hogy a zérus- és a tízestizedre vonatkozólag a becslési hiba (vagyis az egyéni tizedbecslés eltolódása) gyakorlatilag 0-nak vehető. Hasonló sajátságot állapított meg a beosztásrészt felező öttizedes vonás becsléshibájára nézve is.

Természetesen ezek a megállapítások csupán a becslési hibákra vonatkozhatnak, parallaxis és oldalvilágítás fennforgása esetén a 0 tized és a 10 tized becsléshibája nem lesz teljesen 0.



A becsléshiba átlagának a szimmetriás eloszlás miatt voltaképen 0-nak kellene lenni. Ámde ez még a tisztán becslési hibák esetében sem következik be, tehát a becslési hiba nem tekinthető zérus középértékű hibának.

8. A budapesti alapvonalmérésből megállapítható egyéni tizedbeosztások.

Az egyes tizedek gyakoriságából következtetni lehet az egyes észlelők becslési hibáira és evvel egyéni tizedbeosztásukat is meg lehet állapítani.

Erre a célra a négy dróttal végzett és 16-szor ismételt budapesti alapvonalmérés gazdag anyagot adott, amelyből az egyes tizedek gyakoriságát a mérésben részt vett négy észlelőre (Vincze István adjunktus, Kürti Vilmos, Balthazár László és Tóth László tanársegédek) külön-külön nagyon szabatosan lehetett megállapítani.

Ámde itt mindjárt hangsúlyoznom kell, hogy a mérési anyagból nem lehet a tiszta becslési hibát megállapítani, hanem a becslési hibáknak, a parallaxis hibájának és a megvilágításból származó hibáknak együttes hatásával kell számolnunk.

A mérési eredményekből minden egyes észlelőre 2000—2000 egyszerű becslést vettünk alapul s ezekből egyszerű összeszámlálással megállapítottuk az egyes tizedek gyakoriságát.

Az így talált gyakorisági számokat, amelyeknek az egyes tizedekre vonatkozólag 200—200-zal kellene egyenlőnek lennie, redukáltuk 100-ra. Ezek az értékek az I. táblázatban vannak egybefoglalva, grafikusán pedig a 2. ábrán tüntettük fel őket.

I. táblázat. A tizedek gyakorisága (100-ra vonatkoztatva).

Észlelő	T i z e d e k									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vincze	16,7	10,0	8,7	9,6	8,2	6,8	11,6	9,9	8,6	9,9
Kürti	16,2	9,4	15,5	9,4	5,2	10,8	6,4	7,1	11,4	8,6
Tóth	15,7	11,3	11,0	9,8	9,0	8,2	9,2	9,6	7,9	8,3
Balthazár	3,7	9,2	13,0	13,2	11,8	5,2	11,9	12,0	12,3	7,7

Amint a táblázat adatai, illetve az ábra vonalai mutatják, a tizedek gyakorisága a különböző tizedeknél és a különböző észlelőknél eléggé lényeges eltéréseket mutat, ami igazolja, hogy az egyéni tizedbeosztás csakugyan nem egyenletes s hogy az egyenletességtől való eltérés a különböző észlelőknél más és más.

A Bäckström által megállapított szimmetriatörvényt a gyakoriságértékek elegendő szabatossággal követik, bár nem tisztán becslési hibákról van szó. Az egyéniség hatása azonban szembetűnő, mert minden észlelőnél a gyakoriságok eloszlása más és más. Különösen érdekesen látszik



ez például az egyik észlelőnél, aki-nél éppen a 0 gyakorisága — szemben az általános szabállyal — a legkisebb.

A tizedek nem egyenlő gyakorisága avval magyarázható, hogy a tizedhatárok az egyéntől függő eltolódást szenvednek, azaz az egyéni tizedszélességek különböznek.

Az észlelők tizedbeosztása nem egyenletes; egyes tizedsávok szélesebbek, egyesek pedig keskenyebbek, mint a beosztásrész tizede.

Minél nagyobb a gyakoriság, annál szélesebb a megfelelő tizedsáv, minél kisebb a gyakoriság, annál keskenyebb. Egyenletes (valóságos) tizedbeosztása csak annak van, akinél minden tized gyakorisága egyenlő egymással s ez az egyenlő érték azonos a tizedre végzett összes becslések egytizedével.

A Grossmann-féle gondolatmenetet\* követve, tegyük fel, hogy a becslések száma 100, azaz egyetlen egy tizedre 10 becslés esik; tegyük fel továbbá, hogy a  $d$  tized gyakorisága  $n_d$ , akkor

$$\sum_{d=0}^9 \frac{n_d}{10} = 10$$

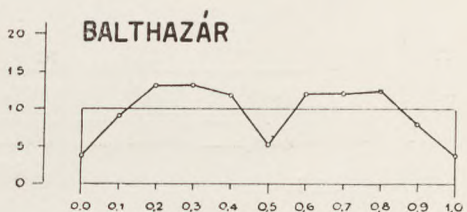
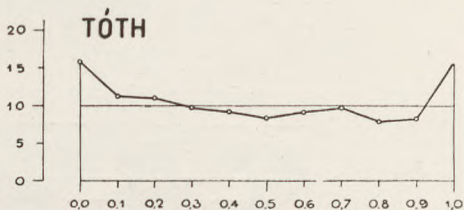
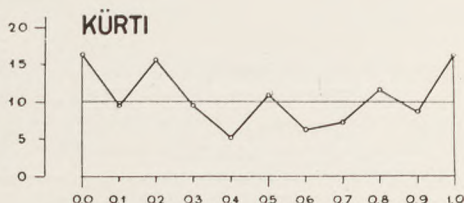
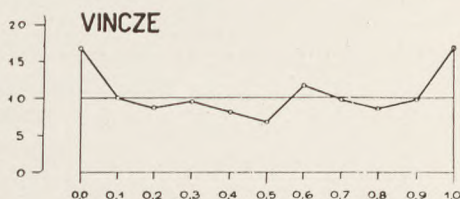
azaz

$$\sum_{d=0}^9 n_d = 100$$

Továbbá, a  $d$  tized látszólagos szélessége  $l_d$

$$l_d = \frac{n_d}{100}$$

### A TIZEDEK GYAKORISÁGA 100-RA VONATKOZTATVA.



2. ábra.

A sáv szélesség változása csak úgy következhet be, hogy a tizedhatárok eltolódnak. Legyen  $s_d$  és  $s_{d+1}$  a tizedhatár eltolódása (becslési hiba) a  $d$ , illetve a  $d + 1$  tizednél, akkor a 3. ábra szerint

\* Grossmann E. Über Schätzungen nach Augenmass. Astr. Nachrichten. 170. No. 4066. 1905.



$$s_{d+1} = s_d + \frac{1}{2} \frac{n_d + n_{d+1}}{100} - 0,1$$

E képletben a pozitív előjel jobbra-, a negatív előjel pedig balra tolódást jelent, vagyis az így kiszámított értékek *ellenkező* előjellel a becslési hibát adják meg.

A fenti képletnek megfelelően 9 egyenlet írható fel, 10 ismeretlennel.

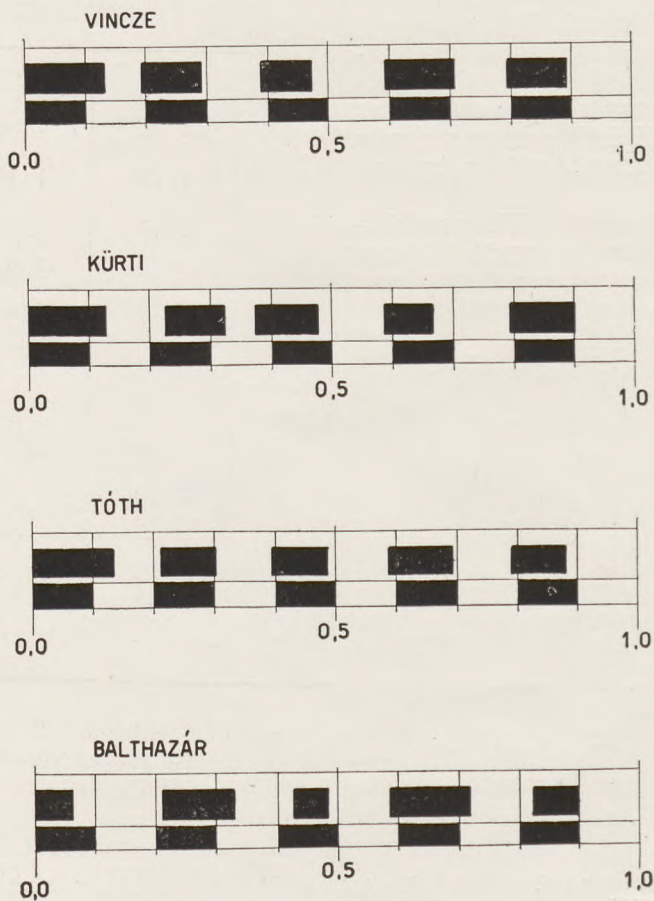
Ez az egyenletrendszer tehát nem elegendő a tíz eltolódás (becslési hiba) meghatározására.

Ebből tehát következik, hogy csupán a gyakoriság értékéből nem lehet a becslési hibákat megállapítani, hanem ehhez legalább egy becslési hiba ismerete is szükséges.



3. ábra.

## SZEMÉLYI SKÁLÁK



4. ábra.



Mivel a mi esetünkben egyetlen becsléshiba sem ismeretes, kénytelenek vagyunk a *Bäckström*-féle empirikus megállapításokból kiindulni. *Bäckström* szerint ugyanis nagy megközelítéssel áll az, hogy  $s_0 = 0$ , sőt az esetek legtöbbszörében áll az is, hogy  $s_5 = 0$ . E feltételek természetesen csupán a becslési hibákra vonatkoznak, de közelítőleg állanak a leolvasási hibákra is. Vegyük először a *Bäckström* szerint legvalószínűbb feltevést, azt, hogy

$$s_0 = 0.$$

E feltevéssel számítva a *II. táblázatban* összefoglalt értékeket kapjuk, amelyek tehát a becslési hibákat adják meg az *I. táblázatban* egybefoglalt gyakorisági értékek alapján.

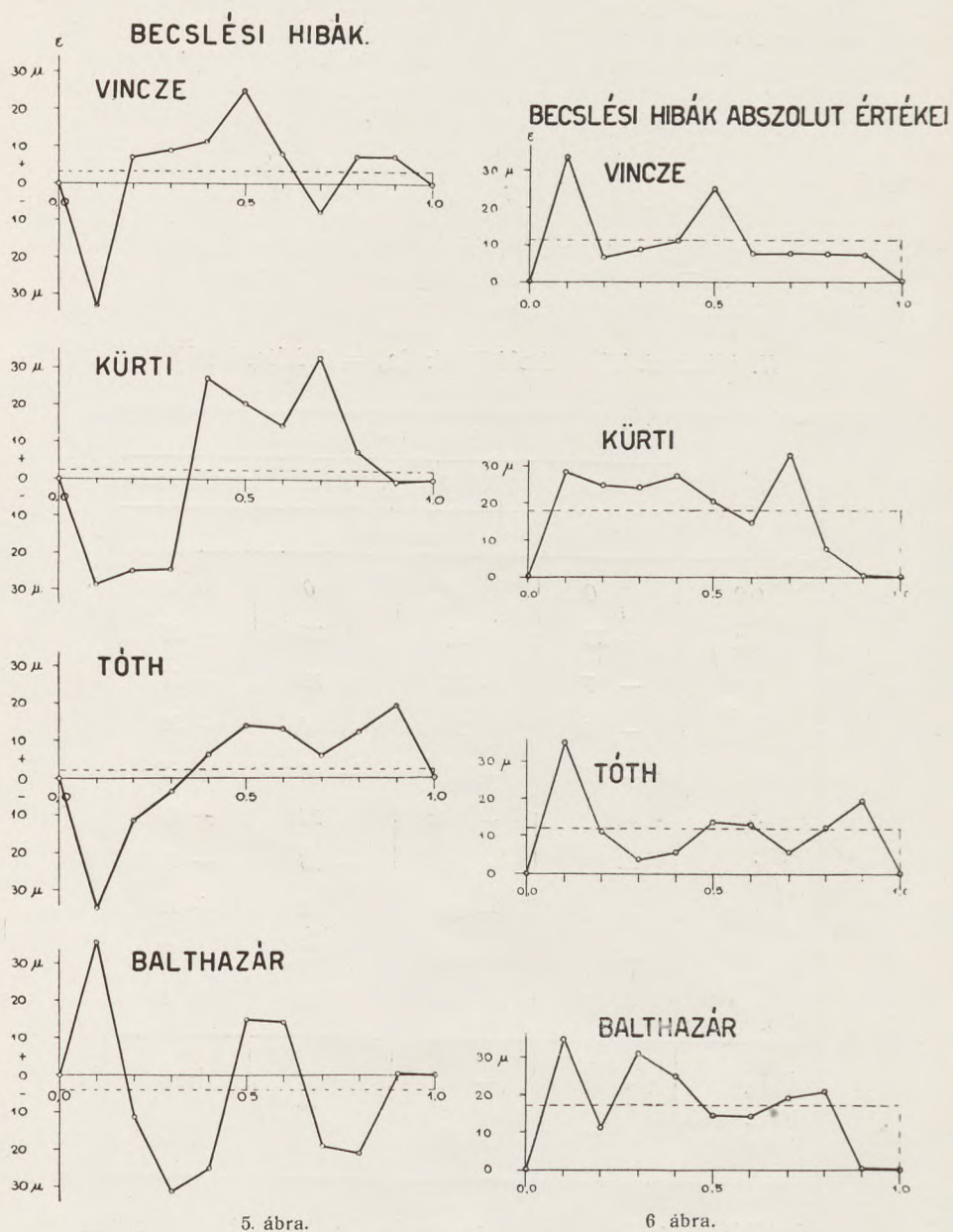
*II. táblázat.* Tizedeltolódások ( $s_0 = 0$  feltevéssel).

Tized	É s z l e l ő k			
	Vincze	Kürti	Tóth	Balthazár
	mikron			
0,0	0	0	0	0
0,1	+ 33	+ 28	+ 35	- 36
0,2	- 7	+ 25	+ 12	+ 11
0,3	- 9	+ 24	+ 4	+ 31
0,4	- 11	- 27	- 6	+ 25
0,5	- 25	- 20	- 14	- 15
0,6	- 8	- 14	- 13	- 14
0,7	+ 8	- 33	- 6	+ 19
0,8	- 7	- 8	- 12	+ 21
0,9	- 7	+ 2	- 19	0
Átlag	- 3	- 2	- 2 12	+ 4
Absz. értékek átlaga	12	18		17

A *II. táblázat* értékei alapján az egyéni tizedbeosztást az egyes észlelőkre a 4. ábra mutatja. Ezen az ábrán a felső részen vannak az egyéni tizedbeosztások (fekete, fehér mezőkkel) s mindegyik alatt megtaláljuk a helyes (egyenletes) tizedbeosztást is.

Ezenkívül az 5. ábrán feltüntettük külön is az egyéni tizedbeosztás hibáit; a 6. ábrán pedig a becslési hibák abszolút értékeit állítottuk egybe.





Ezek az ábrák jól láthatjuk a tizedbeosztás egyéni karakterét, mert az egyes tizedbeosztások mind mások és mások. Természetesen tekintetbe kell venni azt, hogy ezek nem csupán becslési, hanem egyéb leolvasási hibákból is keletkezhetnek.



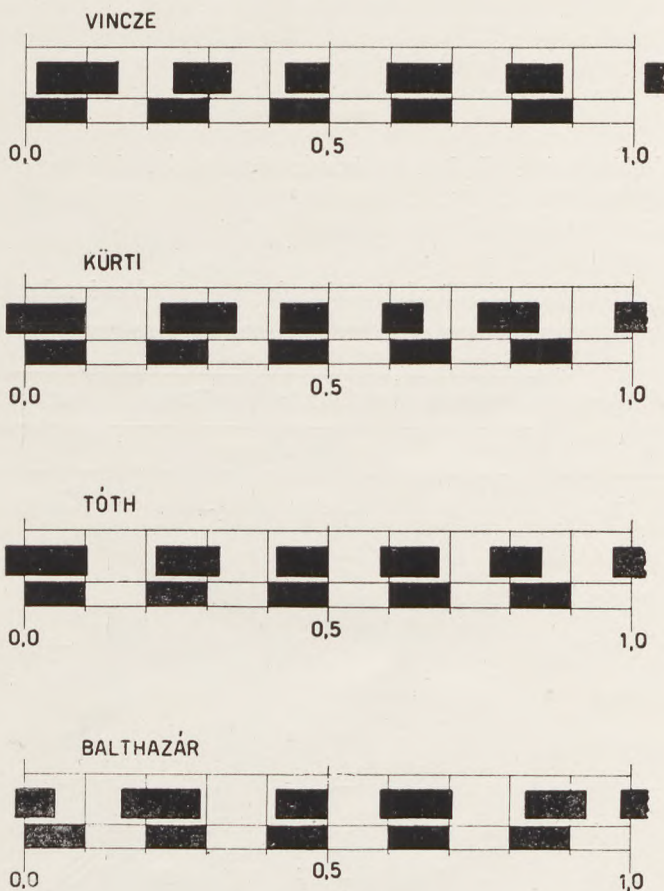
Feltűnő, hogy a becslés szabályos hibái nagyon kicsinyek.

A maximális értékek:

Vinczénél	... ..	0,033 mm
Kürtinél	... ..	0,032 „
Tóthnál	... ..	0,035 „
Balthazárnál	... ..	0,036 „

vagyis nagyon közel egyenlők.

#### SZEMÉLYI SKÁLÁK



7. ábra.

Érdekes, hogy a maximális értékek úgyszólván minden észlelőnél a 0,1-nél fordulnak elő (Kürtit kivéve, akinél a 0,7-nél szerepel, de nála is a 0,1-nél 0,029 mm a hiba).

Az abszolút értékek átlagai az egyes észlelőknél 0,012, 0,018, 0,012 és 0,017; az összes észlelőket egybefoglalva az átlag

0,015 mm.



A becslési hiba átlagos értékei:

Vinczénél ... ..	+ 0,003 mm
Kürtinél ... ..	+ 0,002 „
Tóthnál ... ..	+ 0,002 „
Balthazárnál ...	— 0,004 „

Ezek az értékek szintén közel egyenlők és meglepően kicsinyek.

Ezek szerint tehát, ha föltételezhető, hogy a beosztás határvonásánál a becslési hiba 0, a becslési hiba középértéke igen kicsiny, vagyis a becslési hiba nagyon közel véletlen jellegű.

A tizedvonások eltolódását kiszámítottuk továbbá avval a feltétellel is, hogy az eltolódás a becslésrész közepén 0-val egyenlő, azaz

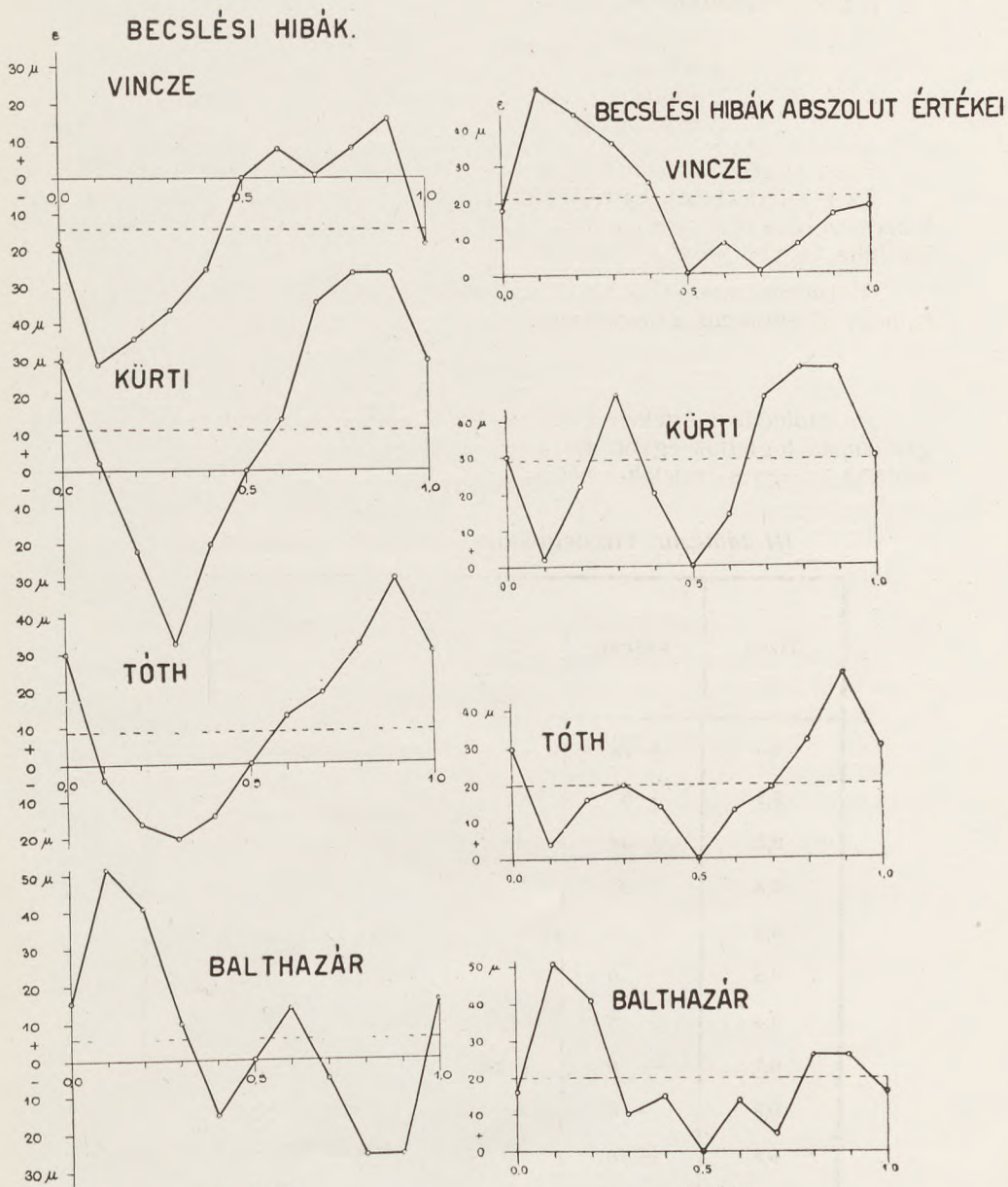
$$s_5 = 0.$$

Az eltolódások értékeit a III. táblázatban foglaltuk össze s a 7. ábrán grafikusan foglaltuk egybe. Ez az ábra tehát az egyéni tizedbeosztást mutatja az egyes észlelőkre nézve.

III. táblázat. Tizedeltolódások ( $s_5 = 0$  feltevással).

Tized	É s z l e l ő k			
	Vincze	Kürti	Tóth	Balthazár
	mikron			
0,0	+ 18	— 30	— 30	— 16
0,1	+ 51	— 2	+ 4	— 52
0,2	+ 44	+ 22	+ 16	— 41
0,3	+ 36	+ 47	+ 20	— 10
0,4	+ 25	+ 20	+ 14	+ 15
0,5	0	0	0	0
0,6	— 8	— 14	— 13	— 14
0,7	— 0	— 46	— 19	+ 5
0,8	— 8	— 54	— 32	+ 26
0,9	— 16	— 54	— 50	+ 26
Átlag	+ 14	— 11	— 9	— 6
Absz. értékek átlaga	21	29	20	20





8. ábra.

9. ábra.

A 8. ábrán a becslési hibákat tüntettük fel; a 9. ábrán pedig a becslési hibák abszolút értékeit ábrázoltuk.

Amint látható, az egyéni tizedbeosztások karaktere megmaradt, de a hibaértékek eltolódtak.



A maximális értékek:

Vinczénél	... ..	0,051 mm
Kürtinél	... ..	0,050 „
Tóthnál	... ..	0,050 „
Balthazárnál	... ..	0,051 „

mely értékek megint egymásközt közel egyenlők, de az előbbieknél tetemesen nagyobbak.

Az abszolút értékek átlagai az egyes észlelőknél 0,021, 0,029, 0,020 és 0,020; az összes észlelőkét egybefoglalva az átlag

0,024 mm.

Az átlagos értékek most a következők:

Vinczénél	... ..	— 0,014 mm
Kürtinél	... ..	+ 0,011 „
Tóthnál	... ..	+ 0,009 „
Balthazárnál	... ..	+ 0,006 „

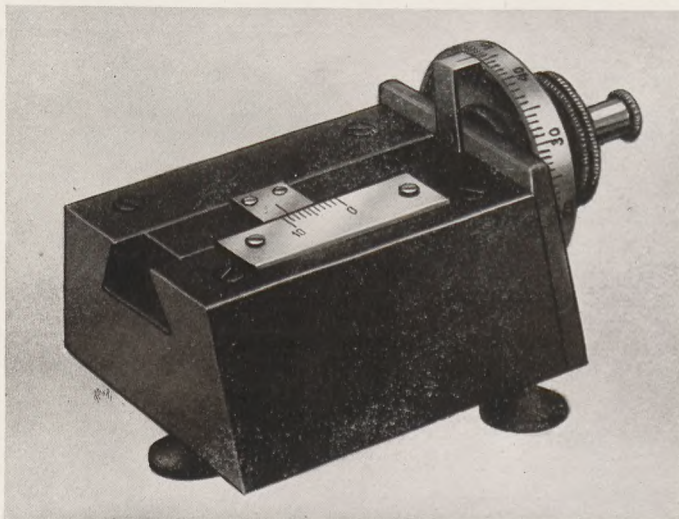
Tehát ezek az értékek is nagyobbak lettek, s így az előbbi véletlen karakter megszűnt.

Az első feltevés ( $s_0 = 0$ ) sokkal valószínűbb, mint a második s azért a hibavizsgálatokhoz inkább az előző értékek használhatók fel.

#### 9. Az egyéni tizedbeosztás megállapítása külön mérésekkel.

Az alapvonal mérések befejezése után újabb kísérleteket végeztünk a becslési hibák értékeinek, illetve helyesebben az egyéni tizedbeosztásnak megállapítására.

Külön műszert készítettünk, amelyen egy indexet lehet mozgatni mm beosztás előtt úgy, hogy a mozgató csavar beosztott dobján az elmozdulás nagysága leolvasható (10. ábra). A csavar menet magassága egyenlő



10. ábra.



egy beosztásrésszel; a csavar dobja 100 részre van osztva, tehát a dobosztáson a legkisebb beosztásrész 1000-ed része még megállapítható.

Az egyéni tizedbeosztást úgy állapítottuk meg, hogy az észlelő egymásután az indexet beállította 0, 1, 2..... 9 tizedre s tőle függetlenül egy másik észlelő leolvasta a mozgó csavar dobját. Az indexbeállítást mindig ugyanolyan értelemben végeztük el, hogy a csavar holtmozgása mindig egyformán érvényesüljön.

Ez az eljárás, amelyet már *Volkman*\* is alkalmazott, tehát teljesen más alapelvű, mint az, amelyik a gyakoriságokból indul ki s ezt az eljárást nagyon kedvezően jellemzi az, hogy a tizedbeállítás hibájának nagyságát eléggé élesen állapítja meg.

Minden egyes tizedre, minden egyes észlelő 100—100 beállítást végzett s minden beállítás után a másik észlelő leolvasta a mikrométer csavar állását. A beállításokat mindig ugyanazon beosztásrészben belül végeztük el, hogy a határvonások osztási hibái ne szerepelhessenek. A beosztásvonások vastagsága és az index vastagsága teljesen azonos volt az invar-drót beosztásvonásaival, illetve az indexével.

Az egyes tizedbeállítások után nyert leolvasások *közepei* az alábbi táblázatba vannak egybefoglalva:

IV. táblázat.

Tizedek	Vincze	Kürti	Tóth	Balthazár
	mm			
4,0	3,950	3,979	3,960	3,949
4,1	4,060	4,089	4,070	4,023
4,2	4,146	4,176	4,172	4,134
4,3	4,242	4,263	4,274	4,238
4,4	4,347	4,344	3,368	3,340
4,5	4,445	4,430	4,458	4,425
4,6	4,548	4,505	4,544	4,506
4,7	4,661	4,592	4,636	4,607
4,8	4,764	4,699	4,741	4,726
4,9	4,842	4,812	4,839	4,855
5,0	4,933	4,949	4,946	4,945

\* *Volkman* A. W. Über das Vermögen Größenverhältnisse zu schätzen. Bericht d. Sächs.-Gesellschaft. 1858. S. 173—204.



A mikrométer csavarjának *indexhibáját* a 4,0 vonásra nyert 4 beállítás értékből (mindegyik 100—100 egyszerű beállítás közepe) vezettük le. Négy ilyen értéket kaptunk az egyes észlelők csoportjából; ezek a következők:

+ 0,050 mm  
+ 0,021 „  
+ 0,040 „  
+ 0,051 „

A középérték tehát:

+ 0,040 mm  $\pm$  0,007 mm.

A középértékkel megjavítottuk az egyes értékeket s ezeket az alábbi táblázatban foglaltuk össze:

V. táblázat.

Tizedek	Vincze	Kürti	Tóth	Balthazár
	mm			
4,0	3,990	4,019	4,000	3,989
4,1	4,100	4,129	4,110	4,063
4,2	4,186	4,216	4,212	4,174
4,3	4,282	4,303	4,314	4,278
4,4	4,387	4,384	4,408	4,380
4,5	4,485	4,470	4,498	4,465
4,6	4,588	4,545	4,584	4,546
4,7	4,701	4,632	4,676	4,647
4,8	4,804	4,739	4,781	4,766
4,9	4,882	4,852	4,879	4,895
5,0	4,973	4,989	4,986	4,985

A beosztásrész határvonásaira (4,0 és 5,0) kapott értékek eltéréseiből megállapítható a csavar hosszhibája (longitudinális hiba).

Ennek számértékei:

+ 0,017 mm  
+ 0,030 „  
+ 0,004 „  
+ 0,014 „

A középérték:

+ 0,016 mm  $\pm$  0,005 mm.



A hosszhibával megjavított értékek a következők:

VI. táblázat.

Tizedek	Vincze	Kürti	Tóth	Balthazár
	mm			
4,0	3,990	4,019	4,000	3,989
4,1	4,102	4,131	4,112	4,065
4,2	4,189	4,219	4,215	4,177
4,3	4,287	4,308	4,319	4,283
4,4	4,393	4,390	4,414	4,386
4,5	4,493	4,478	4,506	4,473
4,6	4,598	4,555	4,594	4,556
4,7	4,712	4,643	4,687	4,658
4,8	4,817	4,752	4,794	4,779
4,9	4,896	4,866	4,893	4,909
5,0	4,989	5,005	5,002	5,001

E táblázat szerint a tizedbeosztás hibái a következők:

VII. táblázat. A tizedbecslés hibái.

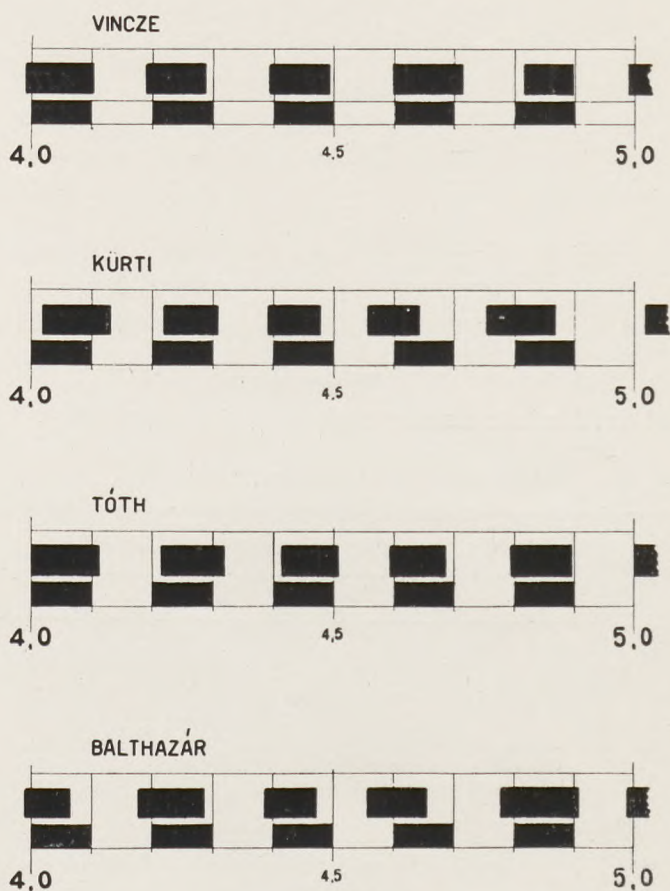
Tizedek	Vincze	Kürti	Tóth	Balthazár	Közepek
	mikron				
4,0	+ 10	— 19	0	+ 11	0
4,1	— 2	— 31	— 12	+ 35	— 2
4,2	+ 11	— 19	— 15	+ 23	0
4,3	+ 13	— 8	— 19	+ 17	+ 1
4,4	+ 7	+ 10	— 14	+ 14	+ 4
4,5	+ 7	+ 22	— 6	+ 27	+ 12
4,6	+ 2	+ 45	+ 6	+ 44	+ 24
4,7	— 12	+ 57	+ 13	+ 42	+ 25
4,8	— 17	+ 48	+ 6	+ 21	+ 14
4,9	+ 4	+ 34	+ 7	— 9	+ 9
5,0	+ 11	— 5	— 2	— 1	
Átlagok (5,0 nélkül)	+ 2	+ 14	— 3	+ 22	+ 9
Abszolút ér- tékek átlaga	+ 8	+ 32	+ 10	+ 24	+ 18



Megjegyzem, hogy a fenti értékek még tartalmazhatják a dobbeosztás hibáit, továbbá a csavar periodikus hibáit.

A fenti táblázat értékei alapján elkészítettük az egyéni tizedbeosztásokat (11. ábra), a becslési hibák grafikonját (12. ábra) és a becslési hibák abszolút értékeinek grafikonját (13. ábra).

#### SZEMÉLYI SKÁLÁK



11. ábra.

Ezek szerint a *maximális értékek*:

Vinczénél	... ..	0,017 mm
Kürtinél	... ..	0,057 „
Tóthnál	... ..	0,019 „
Balthazárnál	... ..	0,044 „

Ezekből az átlagos érték:

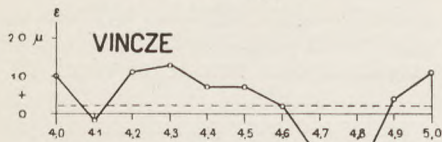
0,034 mm.



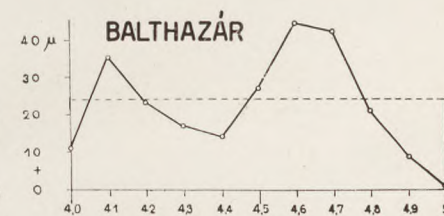
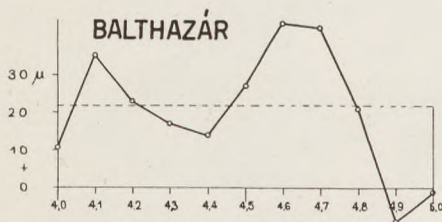
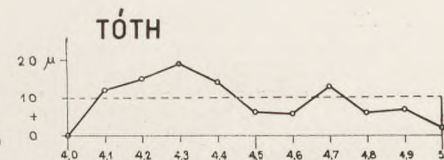
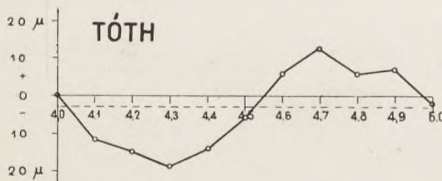
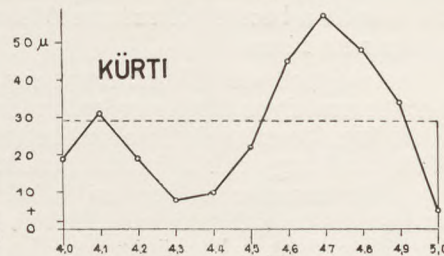
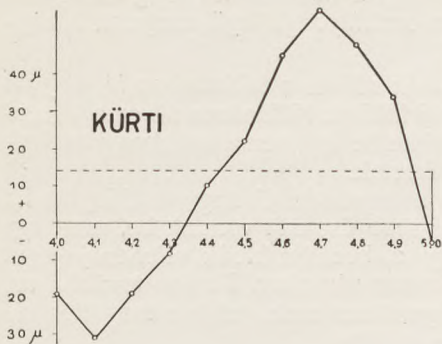
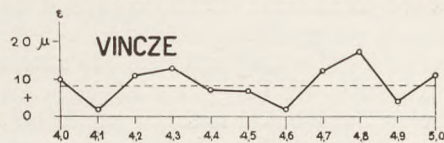
Az abszolút értékek átlagai az egyes észlelőknél  $0,008$ ,  $0,032$ ,  $0,010$  és  $0,024$  mm; az összes észlelőket egybefoglalva az átlag:

$0,018$  mm.

### BECSLÉSI HIBÁK



### BECSLÉSI HIBÁK ABSZOLUT ÉRTÉKEI



12. ábra.

13. ábra.

Az átlagos értékek az egyes észlelőkre nézve:

Vinczénél	... ..	+ $0,002$ mm
Kürtinél	... ..	+ $0,014$ „
Tóthnál	... ..	— $0,003$ „
Balthazárnál	... ..	+ $0,024$ „



Az összes észlelőkre nézve az átlag:

$$+ 0,009 \text{ mm.}$$

Az egyéni tizedbeosztásokat és a becslési hibákat egybevetve a gyakoriságokból megállapítottakkal, megállapítható, hogy az ugyanazon észlelőre vonatkozó tizedbeosztások karaktere eléggé egyezik egymással, vagyis az egyéniség erősen és eléggé egyformán jelentkezik. Természetesen a kétféle meghatározásból azonos eredményeket nem lehet várni, hiszen az egyik (a gyakoriságból származó) a becslési hibán kívül egyéb leolvasási hibákat is tartalmaz, a másik pedig a csavar periodikus hibáját és a dobosztás hibáját is tartalmazza s az értékek beállításokból származnak, de mind a kettő jól mutatja azt, hogy a tizedbecslés függ az egyéntől s ezért a becslésből származó hiba szabályos jellegű, melynek középértéke nem zérus.

*A végzett vizsgálatok megnyugtatók abban a tekintetben is, hogy a becslés szabályos hibái meglepően kis értékűek.* Különösen áll ez a középértékükre. Természetesen azonban tekintetbe kell venni azt, hogy az észlelők mind nagy mérési rutinnal rendelkeztek.

Mindenesetre a becslési hibák szempontjából nagyon előnyös, ha az invardrótokkal való mérésbe minél több észlelőt vonunk be, mert így inkább megvan a lehetőség arra, hogy a becslési hibák véletlen jelleget kapjanak, tehát középértékük közel jusson zérushoz. Fontos továbbá az, hogy egyéb leolvasási hibák ne érvényesülhessenek, tehát a megvilágítás legyen kedvező és a parallaxis legyen csekély.





